FRANCISCI VIETAE, OPERA MATHEMATICA, IN UNUM VOLUMEN CONGESTA, AC...

François Viète, Franz : van Schooten, Farnese



FRANCISCI VIETÆ

OPERA MATHEMATICA,

In unum Volumen congesta, ac recognita,

Operâ atque studio

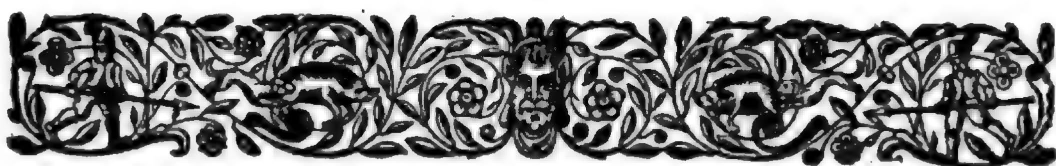
FRANCISCI à SCHOOTEN Leydensis, Matheseos Professoris.



LUGDUNI BATAVORUM,

Ex Officinâ Bonaventuræ & Abrahami Elzeviriorum.

cIↄ Iↄ c XLVI.



Clarissimo, Doctissimoque Viro

D. IACOBO GOLIO,

Mathematatum, Linguarumque Orientalium in illustri Academiâ Lugduno-Batavâ Professori,

FRANCISCVS à SCHOOTEN,

S. P. D.

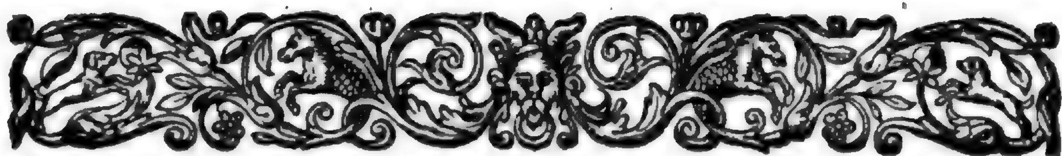


INter eos, qui liberalium artium culturâ (Vir Clarissime) cæteros antecelluerunt mortales, atque præclaris monumentis suis apud posteros gloriam sibi paraverunt immortalem, minimè postremis annumerandus est Vir insignis FRANCISCVS VIETA FONTENÆENSIS, Analyseos Speciosæ autor primus. Quantum enim ex hoc aliisque inventis ipsius colligere liceat fructum, vel inde patet: quod ab eo usque tempore, quo viri eruditi ejus Analysi incubuerunt, Scientia hæc amplissimum incrementum ceperit, ac Mathesis tanquam sepulta è tenebris lucidum caput extulerit. Quocirca cùm iteratam operum ipsius editionem studiosi Matheseos omnes meritò desiderarent, quippe quorum exemplaria jam dudum distracta essent, Tu inprimis Vir Clarissime, laudabili eorum desiderio atque studiis hisce consultum volens, hortatu tuo Typographos instigasti, ut ea simul omnia denuò vulgarent. Verumtamen optandum hoc præterea fuisset, ut tuis quoque lucubrationibus ac notis locupletiora in lucem prodire potuissent: præsertim cum in his finibus nostris, quantùm quidem mihi constat, nullus reperiatur, cui Sparta hæc justiùs committi queat. Neque enim me Tibi adulari decet, ut quicquam affirmem, quod non sim expertus: quandoquidem ante aliquot annos doctissimis lectionibus tuis publicis, quas quidem frequentabam, Autorem hunc quàm planissimè explicuisti. Sed cum hoc tempore, quo novam istorum

 ope-

operum editionem Typographi accelerarent, sub ipsorum prælo, Tute proprium opus haberes, quod te multifariam occuparet, importunum atque adeò iniquum fuisset alieni operis curâ id ipsum interpellare. Cum verò & ego quam rogabar operam declinare maluissem, tenuitatis meæ conscius, Tu animis mihi stimulisque additis spem fecisti conatus hâc parte meos nec ingratos fore, minimèque futurum ut laboris ac operæ impendendæ me unquam pœniteret. Quare amici tui animi hortationi atque consilio morem gerens, sine ulteriore scrupulo aut morâ me ad opus accinxi. In quo quidem hoc mihi propositum fuit, ut Autor, per se omni studio dignus, genuinâ formâ, quâ se impertire omnibus voluit, de novo in publicum prodiret. Quapropter quæ per alienam incuriam, aut præter Autoris mentem atque institutum (quemadmodum in ejusmodi rebus facilè contingit) irrepsisse visa sunt, ut religiosè restituerentur, Zetetica aliaque quæ hoc ipsum requirere judicabam, ad novum Artis ejusdem examen revocavi. Quorum quidem omnium, quæ à me præstita sint, quæve præcedens editio ab hâc nostrâ diversa habeat, elenchum operi subjungere consentaneum duxi: ut de iis quilibet judicium ferre atque editionem utramque inter se comparare possit, nec minùs veteri ac novâ pro arbitrio suo uti. Nominatim autem tuæ, Vir Præstantissime, hocquidquid est, censuræ lubens expono: & cum me studiaque mea singulari benevolentiâ nunquam non fueris prosequutus, Autorem hunc, quem, ut aliàs, ita & nunc novo nomine mihi commendasti, hâc formâ productum, Tibi in grati animi testimonium oblatum cupio & velut acceptum refero. Non dubitans, quin me conatusque hosce qualescunque non modò solito favore excepturus sis, verùm etiam ob eundem Autorem gratiores habiturus. Quod superest DEUM OPT. MAX. precor, ut Te rei literariæ decus, quàm diutissimè servet incolumem. Vale. Lugd. Batav. V. Kalend. Sextilis. Anni M. DC. XLVI.

ELZE-



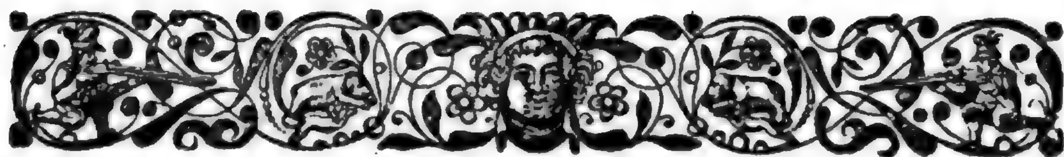
ELZEVIRII AD LECTOREM.

Quum magni & præclari Viri FRANCISCI VIETÆ opera Mathematica, simul in unum volumen congesta, (Benigne Lector) à Matheseos studiosis omnibus efflagitari videremus, quippe quæ singula non extarent ampliùs, ut ullo pretio emi potuerint: id nobis negotij credidimus dari, ut typis nostris justo desiderio vestro satisfieri posset. Quocirca cum figurarum modulos de novo exprimendos curassemus, propositum illud nostrum ante biennium programmate omnibus & singulis palàm fecimus, Matheseos ac Literaturæ amatores omnes rogantes, ut si quæ Autoris illius scripta nondum edita possiderent, sive ad finem perducta, sive adfecta, ea in commune bonum & adgratam nominis sui memoriam suppeditare nobis dignarentur, exhibentes præterea quæ vel edita vel nondum edita ad manus nostras pervenissent. Hoc nimirum fine, ut auctiora unoque complexu in lucem denuo prodirent. Igitur cum editionem diutiùs, sine detrimento nostro, differre non possemus, conquisitis undique quæ huc spectarent, opus prædictum prælo tandem commisimus. In quo Lector monendus videtur, nos ope & curâ Clar. Virorum P. MARINI MERCENNI & JACOBI GOLII non parùm fuisse adjutos, qui maximam partem eorum, quorum jam tibi copiam facimus, atque alia contulerunt: editionem verò ipsam operâ ac studio FRANCISCI à SCHOOTEN quàm diligentissimè fuisse recognitam, qui animadversionibus porrò suis eam ditavit. Miraberis autem fortasse, Lector amice, quòd Canonem Mathematicum, & Harmonicum Cœleste fragmentumque eodem spectans non unâ tibi demus; quæ quidem cum reliquis Autoris monumentis emittere animus erat: verùm id consultò à nobis factum; tum quòd Canonem illum ad cætera non necessariò pertinere deprehendimus; tum quòd ille (ut ipse Autor pag. 323. testatur) infeliciter editus sit: adeò ut numeri primùm omnes novo examine à mendis fuissent vindicandi. Quod autem ad Harmonicum Cœleste attinet, fragmentumque eodem spectans, ejus quidem exemplar olim nobis missum non ita integrum & accuratum videtur, ut aliud exemplar non

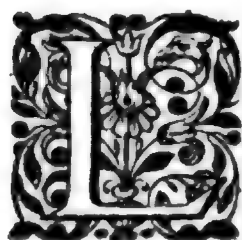
debeat non magnopere desiderari. Quàmvis verò nuper humanitate D. ALEXANDRI HVMEI, Mathematum peritiâ non minùs quàm generis nobilitate atque omni virtute insignis, alterum subministratum fuerit, unâ cum ANDERSONI popularis sui Προχείρῳ ad triangulorum sphæricorum epilogismum: editionem tamen ejus differre aliquantisper visum fuit, donec & alia ejusdem VIETÆ ἀνέκδοτα, quæ hìc illìc asservari perhibentur; fuerimus consequuti. Quorum quidem copiam instituto nostro promovendo liberalitate suâ destinavit Vir pari laude eximius D. d'ESPAGNET, in Burdigalensi Parlamento Senator gravissimus; quod tum R. P. MERCENNI; tum aliorum præstantium virorum literis abundè confirmatum nobis fuit. Quapropter eundem & alios quoscunque, qui hìc aliquid conferre possunt, novâ obtestatione rogamus, ut ad opus VIETÆ posthumum pro dignitate adornandum favore nobis opitulari velint: cum ex volumine jam à nobis edito facilè cognoscant, nec institutum nostrum vanum esse, nec beneficia ipsorum publicæ laudis fructu caritura. His autem interim, Benigne Lector, fruere ac in usum tuum converte. Vale.



FRAN-



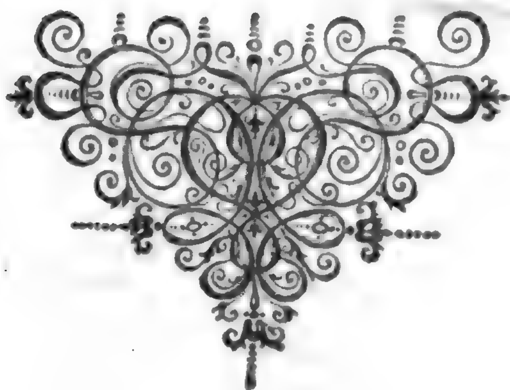
FRANCISCI VIETÆ
VITA
Ex Iac. Augusti Thuani Historiarum Libro CXXIX.



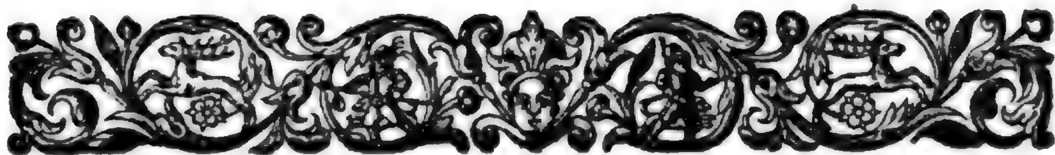
Utetiæ Parisiorum anno climacterico suo ad Deum migravit An.1603 FRANCISCUS VIETA Fontenaio in inferiore Pictonum provinciâ natus, vir ingeniosâ & profundâ meditatione, cujus vi nihil illi inaccessum in abstrusioribus scientiis, nihil quod acumine mentis posset confici, difficile confectu fuit. In Mathematicis præcipuè industriam, inter alias occupationes & negotia, à quibus capax & indefatigabile ejus ingenium nunquam vacavit, totâ vitâ exercuit, in quibus adeò excelluit, ut quicquid ab antiquis in eo genere inventum, & scriptis, quæ temporis injuriâ aut perierunt aut obsoluerunt, proditum memoratur, ipse adsiduâ cogitatione invenerit & renovarit, & multa ex suo ad illorum ingeniosa reperta addiderit. tam profundâ autem meditatione fuit, ut sæpius visus sit totum triduum continuum in cogitatione defixus ad mensam lucubratoriam sedere, sine cibo & somno, nisi quem cubito innixus, nec se loco movens ad refocillandam per intervalla naturam, capiebat. Scripta ejus rara, neque tamen pauca, quòd ea sumptu suo cudenda curaret, & exemplaria penes se retineret, quæ amicis, homo longè ab omni avaritiâ positus, & harum rerum peritis liberaliter distribuebat. Multa & adfecta reliquit, quibus præclaras has artes, repetitâ veterum memoriâ, summo studio instauravit, quæ PETRI ALEALMI Aurelianensis, cujus industriâ à se, dum in vivis ageret, exculta utebatur, fidei ab heredibus commissa ex eoque thesauro postea tam ab ipso, quàm ALEXANDRO ANDERSONO Scoto & aliis multa deprompta sunt, & in lucem edita, quæ admirationem in animis harum rerum peritorum majorem in dies excitant, & immortalem ejus gloriam intermori minimè patiuntur. ADRIANUS ROMANUS cum Problema omnibus totius orbis Mathematicis construendum proposuisset, VIETA illud continuo solvit, & cum castigationibus & auctario, & APOLLONIO præterea Gallo ad Romanum remisit, tantâ cum Romani admiratione, ut confestim ille iter in Galliam corripuerit, ut hominem sibi antea ignotum conveniret, & postea arctam cum eo amicitiam coleret. Cùm Romanus Herbipoli, ubi relicto Lovanio domicilium fixerat, Lutetiam venit, VIETA aberat, ad suos Pictones profectus, ut valetudinem jam infirmam curaret; quâ re cognitâ, quàmvis adhuc C Leucarum nostratium iter restaret, Romanus obfirmato semel animo in viam se dedit, & ad VIETAM, priùs per literas monitum, contendit, cum quo totum mensem fuit, & de quæstioni-

bus, quibus ad eum instructus venerat, per otium egit, & majora omnia spe in homine minimè fucato cum stupore admiratus est, tandemque post amplexus & ægrè vale dictum, pro tam honorificâ ad se profectione VIETA hospitem reducendum ad limitem curavit, & sumptus in eam rem necessarios suppeditavit. Tanti autem conatus in APOLLONIO factus est, ut VIETÆ æmulatione MARINVS GHETALDVS Ragusinus præstantissimus Mathematicus anno VII post Apollonium redivivum ediderit, unà cum supplemento Apollonij Galli. Doluit mihi valde, quod tam stomachosè cum eo altercatus fuerit initio Scaliger, cùm de Cyclometricis inter ipsos ageretur. Sed vir generosus tunc VIETAM ignorabat, & ægrè propterea ab illo reprehendi ferebat, cum nondum satis perpendisset, an citra paralogismum quod probandum susceperat, demonstrasset. Itaque postea honorificâ recantatione se ipsum castigavit, & in arcano præcipuam erga VIETAM ab eo tempore reverentiam servavit. Paulo antequam moreretur VIETA, in Kalendario LILIANO defectus magnos ab aliis jam notatos cùm animadvertisset, de formâ quæ in Ecclesiâ Romanâ recipi posset, seriò cogitare cœpit, & Kalendarium novum, quod verè GREGORIANVM appellabat, construxit, ad Ecclesiastica festa & ritus accommodatum, quod typis mandatum cum relatione de ejus ratione ad Ecclesiasticos doctores anno CIↃIↃC Cardinali ALDOBRANDINO Lugduni obtulit, cùm ille de pace cum SABAVDO acturus à Pontifice ad Regem venisset. Sed nullo successu, sicuti proficiscentem, cùm mihi consilij rationem exposuisset, amicè monueram, quippe qui animo providerem, emendationem apud Principes Christianos adfectatione tantâ insinuatam, & per pensationes postremò receptam non facilè vel in melius mutaturos eos, qui ullâ in re errasse, aut errare posse, ne fateantur, pro imperij arcano ducunt. Sanè cum ALDOBRANDINVS post pacem factam Romam revertisset, & CHRISTOPHORVS CLAVIVS, qui pro LILIO tot editis jam scriptis anticipatâ opinione propositam emendationem protinùs rejecisset, gravem ad eum expostulationem misit VIETA, nec si diutiùs superfuisset, eo stetisset contentio, nec qui mortuo barbam vellere non dubitarunt, eo superstite si ausi essent, non vapulassent. Ita autem de CLAVIO sentiebat VIETA, antequam ob illam contentionem contra eum exacerbari potuisset, optimum eum esse Mathematicorum elementorum interpretem, & eximiâ facilitate, quæ ab inventoribus obscuriùs in quâvis eorum parte tradita sunt, explicare. Cæterùm, quantùm ad scientiam, ita scribere, ut scribendo quæ scribit, primùm discere videatur, nihilque de suo ingenio addat, sed exscribat omnia, suppressis ferè eorum, à quibus proficit, nominibus, nullo operæ præterea pretio, nisi quod sparsim, confusè, & minùs dilucidè ab aliis scripta, ipse colligit, ordinat, & ita perspicuè proponit, ut ex alienis propria efficiat. Leve est quod dicam vel ipso judice VIETA, quod tamen quivis alius magni fecerit. Res Hispanorum longè latèque sparsæ, ut communicatione & consiliorum consensione conjungantur, secreto egent, ad quod illi, qui vastam & longiùs plerumque justo respicientem prudentiam adhibent, literis exoleto & incognito charactere exaratis uti solent, brevioribus ad singulos, ad universos amplioribus, & ordinem & characterem subinde per otium interpolant, vertunt, mutant; ne tempore secretum emanet. Sed cùm hoc faciunt, longo temporis spatio opùs habent, quo præfectos longè
ad

ad *Indias* positos moneant. Tale erat illud notis amplius 10 compositum instrumentum, quo per bella *infesti* adeò decennij contra nos utebantur, quo tempore pleræque eorum interceptæ literæ valde prolixæ, quibus consiliorum suorum rationes explicabantur, quibus ij, qui vulgò his in rebus industriam suam exercent, ob notarum tantum multitudinem expedire se minimè poterant. Itaque ad VIETAM Regis jussu missæ, nihil tale cogitantem, & qui satius habuisset, aliâ quâvis in re ingenium suum fatigare, qui familiari sibi in studiis gravioribus meditatione illud totum expiscatus, & plerasque deinceps alias maximi momenti, reperto semel arcano, nullo negotio interpretatus est. Quod res Hispanas totum biennium valde conturbavit, qui re per nostras vicissim interceptas detectâ, necessitatem instrumenti, quod inexplicabile rebantur, mutandi impositam dolebant. Itaque illi, qui ad odium & invidiam nihil non comminiscuntur, magicis artibus, nam aliter fieri non potuisse, à Rege id factum, passim & Romæ præcipuè non sine risu & indignatione rectiùs sentientium per emissarios suos publicabant.



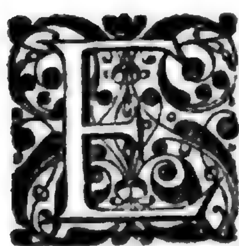
IN-



INCLYTÆ PRINCIPI
MELVSINIDI CATHARINÆ
PARTHENÆENSI,

Piissimæ Procerum ROHANIORVM *matri*,

FRANCISCVS VIETA FONTENÆENSIS
honorem voveo & obsequium.



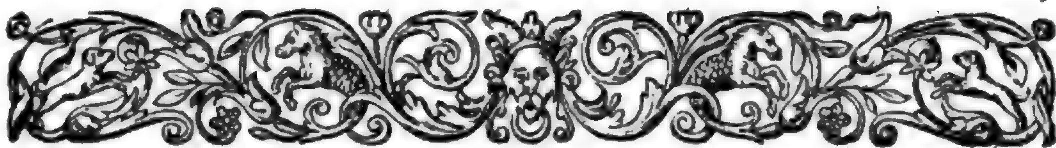
Xtollent Armorici, ô Princeps Melusinis, piissima procerum Rohaniorum mater, genus & stemmata gentis Rohaniæ, quâ haud scio an ex plenioris fidei censibus & monumentis ulla alia possit detegi in orbe terrarum antiquior & illustrior. Adgnoscent gnatos tuos Aborigenes, & è regio Connani sanguine superstites, invasoris Neomenij vim nutu Dei non passos, tandiuque generosam eam stirpem duraturam confident, quandiu circumeuntes Salarum vestrarum lapidicinas, sylvas & stagna, cernent inscripta marmoribus, quercubus, & piscium squamis aurearum Rhomboidum, quas gestat, insignia. Suâ enim Cabalâ testabuntur ita à Deo Optimo Maximo singulari suo beneficio concessum fuisse precanti divo Meriadeco, familiæ quondam principi: sicut etiamnum inauditos circa sacellum, quondam suum, per medios saltus & amæniora vireta constructum, avium garritus, & alia rara, quæ mihi pauca admiranti contigit non semel admirari. Ego Fontenæensis Picto, riparum Majoris-venti frequens incola, arcis à divâ Melusinâ, cujus es & Ræmundi beata proles, quondam constructæ, Melusinæ & Melusinidarum colo nomen & numen. addo etiam & omen. Neque verò ideo gentis Rohaniæ Iudicaëlibus, Eudonibus, Erechis tuos Guidones, Godofredos, Hugones, Brunos oppono: non suis regibus Britannicis, principibus in Leoniâ, comitibus in Porhoeto, tuos reges Cyprorum, tuos Antiochiæ & Armeniæ principes, tuos comites Angolismæ & Marchiæ: non suæ Isabellæ Scoti filiæ, vel Isabellæ Navarri, tuam Isabellam regum Anglorum & avorum tuorum Lusignæanorum matrem. At piè recordor & feliciter ac veluti fatidico consilio cessisse judico, quòd Melusina dea in gratiam accepti à Renato Rohanio beneficij, quòd is obsessam Guisiadum consilio suam arcem Lusignæanam strenuè defendisset, te suâ & Ræmundi prole & herede unà cum familiæ Rohaniæ principatu statim eum donavit. Erat nempe Ræmundus ipse editus ex gente Rohaniâ, & jam Ræmundi & Melusinæ proles ad id, à quo primùm cœperat, reversa est initium; vix unquam idcirco interitura, cùm sit circuitus verum & verè physicum symbolum perpetuitatis. Sed minùs virtutes tuæ interituræ sunt in hac ortus periodici restitutione. Et quemadmodum nostrates suo, quod tunc temporis usurpabatur idiomate, ataviam tuam dixere Faydam *ob venerandum conspectum & raras & singulares animi dotes, sic te poste-*

posteritas δίαν θεάων *adgnoscet, & te* πότνιαν, κυδίλω, *ac digniore, si quod occurrat, epitheto compellabit. Atque utinam ei gratæ essent vigiliæ nostræ, quò eas tibi tuæque carissimæ sorori Franciscæ Rohaniæ Nemorensi & Iuliodunensi Ducissæ, ut debentur, accepto ferret. Nam quæ in infelicissimis temporibus beneficia in me contulistis infinita sunt. Quid enim memorem vos ex grassatorum vinculis & faucibus Orci eripuisse me, ac denique vestrâ sollicitudine & munificentiâ toties adjuvisse, quoties ærumnæ meæ & infortunia vos monuerunt? Omnino vitam, aut, si quid mihi vitâ carius est, vobis omnem debeo: tibi autem, ô diva Melusinis, omne præsertim Mathematices studium, ad quod me excitavit tum tuus in eam amor, tum summa artis illius, quam tenes, peritia, immò verò nunquam satis admiranda in tuo tamque regii & nobilis generis sexu Encyclopædia. Colendissima Princeps, quæ nova sunt solent à principio proponi rudia & informia, succedentibus deinde seculis expolienda & perficienda. Ecce ars quam profero nova est, aut demùm ita vetusta, & à barbaris defœdata & conspurcata, ut novam omninò formam ei inducere, & ablegatis omnibus suis pseudo-categorematis, ne quid suæ spurcitiei retineret, & veternum redoleret, excogitare necesse habuerim, & emittere nova vocabula, quibus cùm parum hactenùs sint adsuefactæ aures, vix accidet, ut vel ab ipso limine non deterreantur multi & offendantur. At sub suâ, quam prædicabant, & magnam artem vocabant, Algebrâ vel Almucabulâ, incomparabile latere aurum omnes adgnoscebant Mathematici, inveniebant verò minimè. Vovebant Hecatombas, & sacra Musis parabant & Apollini, si quis unum vel alterum Problema extulisset, ex talium ordine qualium decadas & eicadas ultrò exhibemus, ut est ars nostra Mathematum omnium inventrix certissima. Re verò nunc consequutâ,* damnabuntur hi quoque votis? *Fas enim mihi sit non jam merces meas, sed tuas, tuoque beneficio comparatas & reparatas parcè commendare, & desiderium meum testari, ut tui numinis felicitati, si qua eo nomine debeatur gloria, non præripiatur. Non enim, ut in aliis disciplinis, sic in Mathematicis libera cujusque censura est, liberumque judicium. Hìc radio agitur & pulvere, nec prosunt Rhetorum persuasiones, vel Advocatorum patrocinia. Metallum quod effero, auri speciem refert quod tandiu desiderarunt. Aut chymicum aurum illud est & ementitum, aut fossile & probum. Si chymicum est, evanescat sanè in fumum vel regali cæmento. Sin fossile est, ut sanè est (neque enim sum* φυσιομάχος) *de dolo autem adversùs eos non ago, qui nullo non proposito laboris solatio ad illud eruendum ex antè inaccessis, & draconum flammivomûm, aliorumque noxiorum serpentum & exitialium vigili custodiâ interdictis fodinis allexerunt, jure expecto & postulo, ut saltem suam, quam laudo, non defugiant auctoritatem adversus calumniantium hominum & laudis alienæ obtrectatorum inscitiam, vel proterviam. Ergo, mea Princeps, tuum opus carum habeto, & tuâ beatitate ei benedicito, relatâ omni ad supremum numinum Numen, quod religiosissimè colis* ἐν ψυχῇ καὶ ἀληθείᾳ, *laudum omnium laude & gloriâ. E paludibus insularum Montanarum carissimæ sororis tuæ, Anno Christianissimi & Augustissimi regis nostri* Henrici IV. *perduellionum &* χειροκτόνων *ultoris acerrimi & justissimi, secundo.*

CATA-

CATALOGVS OPERVM.

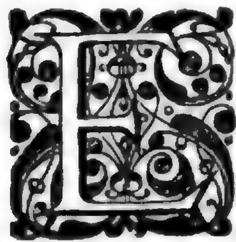
I N



IN ARTEM ANALYTICEN ISAGOGE.

CAPUT I.

De Definitione & Partitione Analyseos, & de iis quæ juvant Zetetice.



EST veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, à Theone nominata Analysis, & ab eodem definita, Adsumptio quæsiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Ut contrà Synthesis, Adsumptio concessi per consequentia ad quæsiti finem & comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantùm proposuerunt Analysin ζητητικὴν ϗ ποριστικὴν, ad quas definitio Theonis maximè pertinet, constitui tamen etiam tertiam speciem, quæ dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, consentaneum est, ut sit Zetetice quâ invenitur æqualitas proportiove magnitudinis, de quâ quæritur, cum iis quæ data sunt. Poristice, quâ de æqualitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, quâ ex ordinata æqualitate vel proportione ipsa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeò tota ars Analytice triplex illud sibi vendicans officium definiatur, Doctrina bene inveniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticen quidem attinet, instituitur arte Logicâ per syllogismos & enthymemata, quorum firmamenta sunt ea ipsa quibus æqualitates & proportiones concluduntur symbola, tam ex communibus derivanda notionibus, quàm ordinandis vi ipsius Analyseos theorematis. Forma autem Zetesin ineundi ex arte propriâ est, non jam in numeris suam Logicam exercente, quæ fuit oscitantia veterum Analystarum: sed per Logisticen sub specie noviter inducendam, feliciorem multò & potiorem numerosâ ad comparandum inter se magnitudines, propositâ primùm homogeneorum lege, & inde constitutâ, ut fit, solemni magnitudinum ex genere ad genus vi suâ proportionaliter adscendentium vel descendentium serie seu scalâ, quâ gradus earundem & genera in comparationibus designentur ac distinguantur.

CAPUT II.

De Symbolis æqualitatum & proportionum.

SYmbola æqualitatum & proportionum notiora quæ habentur in Elementis adsumit Analytice ut demonstrata, qualia sunt ferè,

1 Totum suis partibus æquari.
2 Quæ eidem æquantur, inter se esse æqualia.
3 Si æqualia æqualibus addantur, tota esse æqualia.
4 Si æqualia æqualibus auferantur, residua esse æqualia.
5 Si æqualia per æqualia multiplicentur, facta esse æqualia.
6 Si æqualia per æqualia dividantur, orta esse æqualia,

7 Si quæ sint proportionalia directè, esse proportionalia inversè & alternè.

8 Si proportionalia similia proportionalibus similibus addantur, tota esse proportionalia.

9 Si proportionalia similia proportionalibus similibus auferantur, residua esse proportionalia.

10 Si proportionalia per proportionalia multiplicentur, facta esse proportionalia.

Etenim dum proportionalia per proportionalia multiplicantur, componuntur eadem proportiones. Quod autem proportiones quæ ex iisdem proportionibus componuntur, inter se quoque eadem existant, communiter hoc ab antiquis Geometris receptum est. Vt passim apud Apollonium, Pappum, & reliquos Geometras videre est. Ipsa autem proportionum compositio fit multiplicatione terminorum antecedentium, & consequentium per invicem. Vt perspicuum est ex iis, quæ Euclides 23 propne libri 6ti, & 5 propositione octavi libri Elementorum demonstravit.

11 Si proportionalia per proportionalia dividantur, orta esse proportionalia.

Nam dum proportionalia per proportionalia dividuntur, auferuntur ex proportionibus eisdem alia eadem proportiones, & ut opere multiplicationis proportiones quidem simul componuntur, ita divisione una proportio ex alia aufertur: resolvit enim divisio, quod super effecit Multiplicatio. Hujus quoque argumentandi modi vestigia apud Apollonium, & alios veteres Geometras sparsim apparent.

12 A communi multiplicatore vel divisore æqualitatem non immutari, vel rationem.

13 Facta sub singulis segmentis æquari facto sub tota.

14 Facta continuè sub magnitudinibus, vel ex iis continuè orta, esse æqualia quocumque magnitudinum ordine ductio vel adplicatio fiat.

Κύριον autem æqualitatum & proportionum symbolum, omnisque in Analysibus momenti est.

15 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, quod autem fit sub extremis terminis æquale est ei quod fit à medio in se; vel sub mediis, sunt proportionales.

Et è converso,

16 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, & sit ut prima ad secundam, ita secunda illa, vel tertia quæpiam ad aliam, erit quod fit sub extremis terminis æquale ei quod fit sub mediis.

Itaque Proportio potest dici constitutio æqualitatis; Æqualitas, resolutio proportionis.

CAPUT III.

De lege homogeneorum, & gradibus ac generibus magnitudinum comparatarum.

PRima & perpetua lex æqualitatum seu proportionum, quæ, quoniam de homogeneis concepta est, dicitur lex homogeneorum, hæc est:

Homogenea homogeneis comparari.

Nam quæ sunt heterogenea, quomodo inter se adfecta sint, cognosci non potest, ut dicebat Adrastus.

Itaque,

Si magnitudo magnitudini additur, hæc illi homogenea est.

Si magnitudo magnitudini subducitur, hæc illi homogenea est.

Si magnitudo in magnitudinem ducitur, quæ fit, huic & illi heterogenea est.

Si magnitudo magnitudini adplicatur, hæc illi heterogenea est.

Quibus non attendisse causa fuit multæ caliginis & cæcutiei veterum Analystarum.

2 Magnitudines quæ ex genere ad genus sua vi proportionaliter adscendunt vel descendunt, vocentur Scalares.

3 Magnitudinum Scalarium prima est

Latus, seu Radix.
2 Quadratum.
3 Cubus.
4 Quadrato-quadratum.
5 Quadrato-cubus.
6 Cubo-cubus.
7 Quadrato-quadrato-cubus.
8 Quadrato-cubo-cubus.
9 Cubo-cubo-cubus.

Et eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

7 Genera magnitudinum comparatarum, uti de scalaribus enunciantur ordine, sunt:

1 Longitudo latitudóve.
2 Planum.
3 Solidum.
4 Plano-planum.
5 Plano-solidum.
6 Solido-solidum.
7 Plano-plano-solidum.
8 Plano-solido-solidum.
9 Solido-solido-solidum,

& eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

8 Ex serie scalarium gradus altior, in quo consistit comparata magnitudo exinde à latere, vocatur potestas. Reliquæ inferiores scalares sunt gradus parodici ad potestatem.

9 Pura est potestas, cùm adfectione vacat. Adfecta, cui homogeneum sub parodico ad potestatem gradu & adscitâ coëfficiente magnitudine immiscetur.

Pura potestas est, Quadratum, Cubus, Quadrato-quadratum, Quadrato-cubus, Cubo-cubus, &c. Potestas verò adfecta est,

In gradu secundo.

1. *Quadratum, unà cum Plano ex latere in longitudinem, latitudinemve.*

In gradu tertio.

1. *Cubus, cum Solido ex Quadrato in longitudinem, latitudinemve.*
2. *Cubus, cum Solido ex latere in Planum.*
3. *Cubus, cum duplici Solido. Vno ex Quadrato in longitudinem, latitudinemve. Altera ex latere in Planum.*

In gradu quarto.

1. *Quadrato-quadratum cum Plano-plano ex Cubo in longitudinem, latitudinemve.*
2. *Quadrato-quadratum, cum Plano-plano ex Quadrato in Planum.*
3. *Quadrato-quadratum, cum Plano-plano ex latere in Solidum.*
4. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano-plano. Vno ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Altero ex Quadrato in Planum.*
5. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano. Vno ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Altero ex latere in Solidum.*
6. *Quadrato-quadratum, cum duplici Plano-plano. Vno ex Quadrato in Planum. Altero ex latere in Solidum.*

7. *Quadrato-quadratum, cum triplici Plano-plano. Primo ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Secundo ex Quadrato in Planum. Tertio ex latere in Solidum.*

Eodem ordine invenientur Potestates adfectæ in reliquis scalæ gradibus. Quot autem in vnoquoque gradu sint potestatum adfectarum genera, si cognoscere placuerit; sumitor numerus vnitate minor quàm sit in progressione ab unitate dupla, terminus ejusdem ordinis atque potestas proposita. Vt si lubeat scire, quot sint potestates adfecta in gradu Quadrato-quadrati, hoc est, quarto, sumendus est quartus progressionis duplæ terminus, scilicet 8, à quo dempta unitate remanet 7. Tot itaque sunt in gradu quarto Potestates adfectæ, quas modò enumeravimus. Eadem ratione invenietur in gradu Quadrato-cubi, hoc est, quinto, esse quindecim Potestatum adfectarum genera.

10 Magnitudines adscititiæ, sub quibus & gradu parodico fit potestati quid homogeneum ad eam adficiendum, dicuntor Sub-graduales.

Subgraduales sunt, Longitudo, latitudove, Planum, Solidum, Plano-planum. Vt si fuerit Quadrato-quadratum cui immisceatur Plano-planum ex latere in Solidum; erit Solidum, subgradualis magnitudo; latus verò, gradus ad Quadrato-quadratum parodicus. Vel si fuerit Quadrato-quadratum unà cum duplici Plano plano, uno ex quadrato in Planum, altero ex latere in Solidum. Erunt Planum ac Solidum subgraduales magnitudines: quadratum verò & latus, gradus ad Quadrato-quadratum parodici.

CAPVT IV.

De præceptis Logistices speciosæ.

Logistice numerosa est quæ per numeros, Speciosa quæ per species seu rerum formas exhibetur, ut pote per Alphabetica elementa.

Logisticen Numerosam tractavit Diophantus tredecim Arithmeticorum libris, quorum sex priores tantum extant, nunc quidem Græcè & Latinè, & eruditissimis viri clarissimi Claudii Bacheti commentariis illustrati: Logisticen verò Speciosam Vieta, quinque Zeteticorum libris, quos potissimum è selectis Diophanti quæstionibus quas quandoque peculiari sibi methodo explicat, concinnavit. Quare si utriusque Logistices discrimen cum fructu dignoscere cupias, tibi simul Diophantus & Vieta consulendi, & huius Zetetica cum illius quæstionibus Arithmeticis dispicienda, quo in opere ut te labore sublevem, ex Diophanti quæstionibus concepta Zetetica breviter annotabo.

DIOPHANTVS,		VIETA.	
1 Quæst.	1.	1. Zetetic.	1.
4.	1.	2.	1.
2.	1.	3.	1.
7.	1.	4.	1.
9.	1.	5.	1.
5.	1.	7.	1.
6.	1.	8.	1.
8. & 9.	2.	1.	4.
10.	2.	2. & 3.	4.
11.	2.	6.	4.
12.	2.	7.	4.
13.	2.	8.	4.
14.	2.	9.	4.
8.	5.	11.	4.
7. & 8.	3.	1.	5.
9.	3.	3.	5.
10.	3.	4.	5.
11.	3.	5.	5.
12.	3.	7.	5.
13.	3.	8.	5.
9.	5.	9.	5.
34.	4.	13.	5.

Logistices speciosæ canonica præcepta sunt quatuor, ut numerosæ.

PRÆ-

PRÆCEPTUM I.

Magnitudinem magnitudini addere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram alteri addere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini addenda est, homogeneæ autem heterogeneas non adficiunt, sunt quæ proponuntur addendæ duæ magnitudines homogeneæ. Plùs autem vel minùs non constituunt genera diversa. Quare nota copulæ seu adjunctionis commode addentur; & adgregatæ erunt A plus B, siquidem sint simplices longitudines latitudinésve.

Sed si adscendant per expositam scalam, vel adscendentibus genere communicent, sua quæ congruit designabuntur denominatione veluti dicetur A Quadratum plus B plano, vel A cubus plus B solido, & similiter in reliquis.

Solent autem Analystæ symbolo + adfectionem adjunctionis indicare.

PRÆCEPTUM II.

Magnitudinem magnitudini subducere.

Sunto duæ magnitudines A & B, illa major, hæc minor. Oportet minorem à majore subducere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini subducenda est, homogeneæ autem magnitudines heterogeneas non adficiunt, sunt quæ proponuntur duæ magnitudines homogeneæ. Plùs autem vel minùs non constituunt genera diversa. Quare nota disjunctionis seu multæ commodè minoris à majore fiet subductio, & disjunctæ erunt A minùs B, siquidem sint simplices longitudines latitudinésve.

Sed si adscendant per expositam scalam vel adscendentibus genere communicent, suâ quæ congruit designabuntur denominatione: veluti dicetur A quadratum minus B plano, vel A cubus minus B solido, & similiter in reliquis.

Neque aliter opus fit, si ipsa magnitudo quæ subducenda est jam adfecta sit; cum totum & partes diverso jure non debeant censeri: ut si ab A subtrahenda sit B plus D, residua erit A minus B, minus D, subductis sigillatim magnitudinibus B & D.

At si jam negetur D de ipsa B, & B minus D ab A subtrahenda sit, Residua erit A minus B plus D, quoniam subtrahendo B magnitudinem subtrahitur plus æquo per magnitudinem D: ideo additione illius compensandum.

Solent autem Analystæ Symbolo — adfectionem multæ indicare. Et hæc λεῖψις est Diophanto, ut adfectio adjunctionis ὕπαρξις.

Cum autem non proponitur utra magnitudo sit major vel minor, & tamen subductio facienda est, nota differentiæ est = id est, minus incerto: ut propositis A quadrato & B plano, differentia erit A quadratum = B plano, vel B planum A = quadrato.

PRÆCEPTUM III.

Magnitudinem in magnitudinem ducere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram in alteram ducere.

Quoniam igitur magnitudo in magnitudinem ducenda est, efficient illæ ductu suo magnitudinem sibi ipsis heterogeneam, atque ideo quæ sub iis fit designabitur commode vocabulo IN vel SVB, veluti A in B. quo significetur hanc in illam ductam fuisse, vel, ut alii, factam esse sub A & B, idque simpliciter, si quidem A & B sint simplices longitudines latitudinesve.

Sed si adscendant in scala, vel eis genere communicent, ipsas scalarium vel eis genere communicantium adhibere convenit denominationes, ut pote A quadratum in B, vel A quadratum in B planum solidum-ve, & similiter in reliquis.

Quod si ducendæ magnitudines, vel earum altera sint duorum vel plurium nominum, nihil ideo diversi in opere accidit. Quoniam totum est suis partibus æquale, ideoque facta sub segmentis alicujus magnitudinis æquantur facto sub tota. Et cum adfirmatum unius magnitudinis nomen ducetur in alterius quoque magnitudinis nomen adfirmatum, quod fiet erit adfirmatum, & in negatum, negatum.

Cui præcepto etiam consequens est, ut ductione negatorum nominum alterius in alterum, factum sit adfirmatum, ut cum A == B ducetur in D == G: quoniam id quod fit ex adfirmata A in G negatam manet negatum, quod est nimium negare minuereve, quandoquidem A est ducenda magnitudo producta, non accurata. Et similiter, quod fit ex negata B in D adfirmatam manet negatum, quod est rursum nimium negare: quandoquidem D est ducenda magnitudo producta, non accurata, ideo in compensationem dum B negata ducitur in G negatam factum est adfirmatum.

Denominationes factorum à scandentibus proportionaliter ex genere ad genus magnitudinibus isto prorsus modo se habent:

Latus in se facit Quadratum.
Latus in Quadratum facit Cubum.
Latus in Cubum facit Quadrato-quadratum.
Latus in Quadrato quadratum, facit Quadrato-cubum.
Latus in Quadrato-cubum, facit Cubo-cubum.

Et permutatim, id est Quadratum in Latus facit Cubum. Cubus in Latus, facit Quadrato-quadratum &c. Rursus,

Quadratum in se facit Quadrato-quadratum.
Quadratum in Cubum, facit Quadrato-cubum.
Quadratum in Quadrato-quadratum, facit Cubo-cubum.

& permutatim Rursus,

Cubus in se facit Cubo-cubum.
Cubus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato quadrato-cubum.
Cubus in Quadrato-cubum, facit Quadrato cubo-cubum.
Cubus in Cubo-cubum, facit Cubo cubo-cubum,

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Æque in homogeneis,

Latitudo in longitudinem facit Planum.
Latitudo in Planum facit Solidum.
Latitudo in Solidum facit Plano planum.
Latitudo in Plano-planum facit Plano solidum.
Latitudo in Plano-solidum facit Solido-solidum.

& permutatim.

Planum in Planum facit Plano-planum.
Planum in Solidum facit Plano-solidum.
Planum in Plano-planum facit Solido-solidum.

& permutatim.

Solidum in Solidum facit Solido-solidum.
Solidum in Plano-planum facit Plano-plano-solidum.
Solidum in Plano-solidum facit Plano solido-solidum.
Solidum in Solido-solidum facit Solido-solido-solidum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

PRÆCEPTUM IV.

Magnitudinem magnitudini adplicare.

Sunto duę magnitudines A & B, Oportet alteram alteri adplicare.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini adplicanda est. Altiores autem depressioribus adplicantur, homogeneę heterogeneis, sunt quæ proponuntur magnitudines heterogeneę. Esto sane A longitudo, B planum. Commode itaque intercedet virgula inter B altiorem quæ adplicatur, & A depressiorem, cui fit adplicatio.

Sed & ipsę magnitudines denominabuntur à suis, in quibus hæserunt, vel ad quos in ro-

proportionalium ſcala vel homogenearum devectæ ſunt, gradibus, veluti $\frac{B \text{ planum}}{A}$. Quo ſymbolo ſignificetur latitudo quam facit B planum adplicatum A longitudini.

Et ſi B detur eſſe cubus, A planum, exhibebitur $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ plano}}$ Quo ſymbolo ſignificetur latitudo quam facit B cubus adplicatus A plano.

Et ſi ponatur B cubus, A longitudo, exhibebitur $\frac{B \text{ cubus}}{A}$. Quo ſymbolo ſignificetur planum quod oritur ex adplicatione B cubi ad A, & eo in infinitum ordine.

Neque in binomiis polynomiiſve magnitudinibus diverſum quicquam obſervabitur.

Denominationes ortorum ex adplicatione à ſcandentibus proportionaliter ex genere ad genus gradatim magnitudinibus iſto prorſus modo ſe habent:

Quadratum adplicatum Lateri reſtituit Latus.
Cubus adplicatus Lateri reſtituit Quadratum.
Quadrato-quadratum adplicatum Lateri reſtituit Cubum.
Quadrato-cubus adplicatus Lateri reſtituit Quadrato-quadratum.
Cubo-cubus adplicatus Lateri reſtituit Quadrato-cubum.

& permutatim, id eſt Cubus adplicatus Quadrato reſtituit Latus. Quadrato-quadratum Cubo latus &c. Rurſus,

Quadrato-quadratum adplicatum Quadrato reſtituit Quadratum.
Quadrato-cubus adplicatus Quadrato reſtituit Cubum
Cubo-cubus adplicatus Quadrato reſtituit Quadrato quadratum,

& permutatim. Rurſus.

Cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Quadrato quadratum.
Quadrato-cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Quadrato-cubū.
Cubo-cubo-cubus adplicatus Cubo reſtituit Cubo cubum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Æque in Homogeneis,

Planum adplicatum Latitudini reſtituit Longitudinem.
Solidum adplicatum Latitudini reſtituit Planum.
Plano-planum adplicatum Latitudini reſtituit Solidum.
Plano ſolidum adplicatum Latitudini reſtituit Plano-planum.
Solido-ſolidum adplicatum Latitudini reſtituit Plano-ſolidum.

& permutatim.

Plano-planum adplicatum Plano reſtituit Planum.
Plano-ſolidum adplicatum Plano reſtituit Solidum.
Solido-ſolidum adplicatum Plano reſtituit Plano-planum

& permutatim.

Solido ſolidum adplicatum Solido reſtituit Solidum.
Plano plano-ſolidum adplicatum Solido reſtituit Plano-planum.
Plano ſolido ſolidum adplicatum Solido reſtituit Plano-ſolidum.
Solido-ſolido-ſolidum adplicatum Solido reſtituit Solido ſolidum,

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Cæterum ſive in additionibus & ſubductionibus magnitudinum, ſive in multiplicationibus & diviſionibus, non officit adplicatio, quominus expoſitis præceptis locus ſit: hoc inſpecto, quod dum in adplicatione magnitudo tam altior quam depreſſior ducitur in eandem magnitudinem, eo opere magnitudinis ex adplicatione ortivę generi vel valori nihil additur vel detrahitur; quoniam quod ſuper effecit multiplicatio, idem reſolvit diviſio: ut $\frac{B \text{ in } A}{B}$ eſt A, & $\frac{B \text{ in } A \text{ Planum}}{B}$ eſt A planum.

Itaque in Additionibus, Oporteat $\frac{A \text{ plano}}{B}$ addere Z. Summa erit $\frac{A \text{ planum} + Z \text{ in } B}{B}$

vel

vel, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ addere $\frac{\text{Z quadratum}}{\text{G}}$. Summa erit $\frac{\text{G in A planum} + \text{B in Z quadrat.}}{\text{B in G}}$.

In Subductionibus, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ ſubducere Z. Reſidua erit $\frac{\text{A planum} - \text{Z in B}}{\text{B}}$

vel, Oporteat $\frac{\text{A plano}}{\text{B}}$ ſubducere Z $\frac{\text{quadratum}}{\text{G}}$. Reſidua erit $\frac{\text{A planum in G} - \text{Z quad. in B}}{\text{B in G}}$

In multiplicationibus, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in B. Effecta erit A planum.
Vel, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in Z. Effecta erit $\frac{\text{A planum in Z.}}{\text{B}}$
Vel denique, Oporteat $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ ducere in Z $\frac{\text{quadratum}}{\text{G}}$. Effecta erit $\frac{\text{A planum}}{\text{B in G}}$ in Z quadratum.

In Adplicationibus, Oporteat $\frac{\text{A Cubum}}{\text{B}}$ adplicare ad D, Ducta utraque magnitudine in B, ortiva erit $\frac{\text{A cubus}}{\text{B in D}}$
Vel, B in G Oporteat adplicare ad $\frac{\text{A planum}}{\text{D}}$. Ducta utraque magnitudine in D, ortiva erit $\frac{\text{B in G in D}}{\text{A plano}}$
Vel denique, Oporteat $\frac{\text{B Cubum}}{\text{Z}}$ adplicare ad $\frac{\text{A Cubum}}{\text{D plano}}$. Ortiva erit $\frac{\text{B Cubus in D planum}}{\text{Z in A Cubum}}$.

CAPUT V.

De legibus Zeteticis.

ZEteſeos perficiundæ forma his fere legibus continetur:
1 Si de longitudine quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio ſub involucris eorum quæ proponuntur, quæſita longitudo Latus eſto.
2 Si de planicie quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio ſub involucris eorum quę proponuntur, quæſita planicies Quadratum eſto.
3 Si de ſoliditate quęritur, lateat autem æqualitas vel proportio ſub involucris eorum quæ proponuntur, quęſita ſoliditas Cubus eſto. Aſcendet igitur ſua vi vel deſcendet per quoſcumque gradus comparatarum magnitudinum ea de qua quæritur.
4 Magnitudines tam datæ quam quęſitæ ſecundum conditionem quęſtioni dictam adſimilantor & comparantor, addendo, ſubducendo, multiplicando & dividendo conſtanti ubique homogeneorum lege ſervatâ.

Manifeſtum eſt igitur aliquid tandem inventurum iri magnitudini de qua quæritur vel ſuæ ad quam adſcendet poteſtati æquale, idque factum omnino ſub magnitudinibus datis, vel factum partim ſub magnitudinibus datis & incerta de qua quęritur, aut ejus parodico ad poteſtatem gradu.
5 Quod opus, ut arte aliqua juvetur, ſymbolo conſtanti & perpetuo ac bene conſpicuo datę magnitudines ab incertis quęſititiis diſtinguantur, ut pote magnitudines quæſititias elemento A aliave litera vocali, E, I, O, V, Y, datas elementis B, G, D, aliiſve conſonis deſignando.
6 Facta ſub datis omnino magnitudinibus addantur alterum alteri, vel ſubducantur juxta adfectionis eorundem notam, & in unum factum coaleſcant, quod eſto homogeneum comparationis, ſeu ſub data menſura: & ipſum unam æquationis partem facito.
7 Æque facta ſub magnitudinibus datis eodemque parodico ad poteſtatem gradu addantur alterum alteri, vel ſubducantur juxta adfectionis eorundem notam, & in unum factum coaleſcant; quod eſto homogeneum adfectionis ſeu ſub gradu.
8 Homogenea ſub gradibus poteſtatem, quam adficiunt vel à qua adficiuntur, comitantor, & alteram æqualitatis partem una cum ipſa poteſtate faciunto. Atque ideo homogeneum ſub data menſura de poteſtate à ſuo genere vel ordine deſignata enuncietur: pure, ſi quidem ea pura eſt ab adfectione; ſin eam comitantur adfectionum homogenea, indicata tum adfectionis, tum gradus ſymbolo, una cum ipſa, quæ cum gradu coëfficit, adſcititia magnitudine.

9 Atque

9 Atqueidcirco si accidat homogeneum sub data mensura immisceri homogeneo sub gradu, fiat Antithesis.

Antithesis est cum adficientes affectæve magnitudines ex una æquationis parte in alteram transeunt sub contraria adfectionis nota. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

PROPOSITIO I.

Antithesi æqualitatem non immutari.

Proponantur A quadratum minus D plano æquari G quadrato minus B in A. Dico A quadratum plus B in A ęquari G quadrato plus D plano, neque per istam transpositionem sub contraria adfectionis nota ęqualitatem immutari. Quoniam enim A quadratum minus D plano ęquatur G quadrato minus B in A addatur utrobique D planum plus B in A. Ergo ex communi notione A quadratum, minus D plano plus D plano plus B in A ęquatur G quadrato, minus B in A, plus D plano: plus B in A. Iam adfectio negata in eadem ęquationis parte elidat adfirmatam: illic evanescet adfectio D plani, hic adfectio B in A, & supererit A quadratum plus B in A ęquale G quadrato plus D plano.

10 Et si accidat omnes datas magnitudines duci in gradum, & idcirco homogeneum sub data omnino mensura non statim offerri, fiat Hypobibasmus.

Hypobibasmus est æqua depressio potestatis & parodicorum graduum observato scalæ ordine, donec homogeneum sub depressiore gradu cadat in datum omnino homogeneum cui comparantur reliqua. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

Hypobibasmi opus à Parabolismo differt in eo tantum quod per Hypobibasmum utraque æqualitatis pars ad quantitatem ignotam adplicatur; per Parabolismum vero ad quantitatem certam, ut ex exemplis ab authore allatis perspicuum est.

PROPOSITIO II.

Hypobibasmo æqualitatem non immutari.

Proponatur A cubus, plus B in A quadratum; ęquari Z plano in A. Dico per hypobibasmum A quadratum, plus B in A; ęquari Z plano.

Illud enim est omnia solida divisisse per communem divisorem, à quo non immutari ęqualitatem determinatum est.

11 Et si accidat gradum altiorem, ad quem adscendet quæsita magnitudo, non ex se subsistere, sed in aliquam datam magnitudinem duci, fiat Parabolismus.

Parabolismus est homogeneorum, quibus constat æquatio, ad datam magnitudinem, quæ in altiorem quæsititiæ gradum ducitur, communis adplicatio; ut is gradus potestatis nomen sibi vendicet, & ex ea tandem æquatio subsistat. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

PROPOSITIO III.

Parabolismo æqualitatem non immutari.

Proponatur B in A quadratum plus D plano in A ęquari Z solido. Dico per Parabolismum A quadratum plus $\frac{\text{D plano}}{\text{B}}$ in A ęquari $\frac{\text{Z solido}}{\text{B}}$ Illud enim est omnia solida divisisse per B communem divisorem, à quo non immutari ęqualitatem determinatum est.

12 Et tunc diserte exprimi æqualitas censetor & dicitor ordinata: ad Analogismum, si placet, revocanda, tali præsertim cautione; ut sub extremis facta, tum potestati tum adfectionum homogeneis respondeant; sub mediis vero, homogeneo sub data mensura.

13 Vnde etiam Analogismus ordinatus definiatur series trium quatuorve

 magni-

magnitudinum; ita effata in terminis sive puris sive adfectis, ut omnes dentur præter eum de quo quęritur, ejusve potestatęm & parodicos ad eam gradus.

14 Denique æqualitate sic ordinata ordinatove Analogismo, sua munia implevisse Zeteticen existimato.

Zeteticen autem subtilissime omnium exercuit Diophantus in iis libris, qui de re Arithmetica conscripti sunt. Eam vero tanquam per numeros, non etiam per species (quibus tamen usus est) institutam exhibuit, quo sua esset magis admirationi subtilitas & solertia: quando quæ Logistę numeroso subtiliora adparent & abstrusiora, ea utique specioso familiaria sunt & statim obvia.

CAPUT VI.

De Theorematum per Poristicen examinatione.

PErfecta Zetesi, confert se ab hypothesi ad thesin Analysta, conceptaque suę inventionis Theoremata in artis ordinationem exhibet, legibus κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον obnoxia. Quę quanquam suam habent ex Zetesi demonstrationem & firmitudinem; attamen legi syntheseos, quę via demonstrandi censetur λογικωτέρη, subjiciuntur: &, si quando opus est, per eam adprobantur magno artis inventricis miraculo. Atque idcirco repetuntur Analyseos vestigia. Quod & ipsum Analyticum est: neque propter inductam sub specie Logisticen jam negociosum. Quod si alienum proponitur inventum, vel fortuito oblatum, cujus veritas expendenda & inquirenda est; tunc tentanda primum Poristices via est, à qua deinceps ad synthesin fit facilis reditus: ut ea de re prolata sunt à Theone exempla in Elementis, & Apollonio Pergęo in Conicis, ac ipso etiam Archimede variis in libris.

CAPUT VII.

De officio Rhetices.

ORdinata Æquatione magnitudinis de qua quęritur, ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, quę reliqua pars Analytices censenda est, atque potissimum ad artis ordinationem pertinere, (cum reliquę duę exemplorum sint potius quam pręceptorum, ut Logicis jure concedendum est) suum exercet officium; tam circa numeros, si de magnitudine numero explicanda quęstio est, quàm circa longitudines, superficies, corporave, si magnitudinem re ipsa exhiberi oporteat. Et hic se prębet Geometram Analysta, opus verum efficiundo post alius, similis vero, resolutionem: illic Logistam, potestates quascumque numero exhibitas, sive puras, sive adfectas, resolvendo. Et sive in Arithmeticis, sive Geometricis, artificii sui nullum non edet specimen, secundum inventę ęqualitatis, vel de ea concepti ordinate Analogismi, conditionem.

Et vero non omnis effectio Geometrica concinna est. singula enim problemata suas habent elegantias: verum ea cęteris antefertur, quę compositionem operis non ex ęqualitate, sed ęqualitatem ex compositione arguit, & demonstrat: ipsa vero compositio seipsam. Itaque artifex Geometra, quanquam Analyticum edoctus, illud dissimulat, & tanquam de opere efficiundo cogitans profert suum syntheticum problema, & explicat: Deinde Logistis auxiliaturus de proportione vel æqualitate in eo adgnita concipit & demonstrat Theorema.

CA-

CAPVT VIII.

Æquationum notatio & Artis Epilogus.

AEquationis vox ſimpliciter prolata in Analyticis de Æqualitate per Zeteſin rite ordinata accipitur.

2 Itaque Æquatio eſt magnitudinis incertæ cum certa comparatio.

3 Magnitudo incerta radix eſt vel poteſtas.

4 Rurſus, poteſtas pura eſt vel adfecta,

5 Adfectio per negationem eſt vel adfirmationem.

6 Cum adficiens homogeneum negatur de poteſtate, negatio eſt directa.

8 Cum contra poteſtas negatur de adficiente homogeneo ſub gradu, negatio eſt inverſa.

7 Subgradualis metiens eſt homogenei adfectionis, gradus ipſe menſura.

9 Oportet autem in parte Æquationis incerta deſignari ordinem tum poteſtatis, tum graduum, nec non adfectionis qualitatem ſeu notam. Ipſas etiam dari adſcititias ſubgraduales magnitudines.

10 Primus ad poteſtatem parodicus gradus eſt radix de qua quæritur. Extremus, is qui uno ſcalæ gradu inferior eſt poteſtate. Solet autem is voce Epanaphoræ exaudiri.

Ita Quadratum eſt Epanaphora Cubi, Cubus Quadrato-quadrati, Quadrato-quadratum Quadrato-cubi, & eadem in infinitum ſerie.

11 Parodicus ad poteſtatem gradus parodoci eſt reciprocus, cum alterius in alterum ductu poteſtas fit. Sic adſcititia ejus gradus quem ſuſtinet eſt reciproca.

Vt ſi fuerit Latus, gradus ad Cubum parodicus, erit quadratum gradus reciprocus; ex latere enim in Quadratum oritur Cubus. Planum vero ſublaterale erit magnitudo reciproca, quippe cum ex latere in Planum fiat Solidum, magnitudo ſcilicet ejuſdem cum Cubo gradus.

12 A radice longitudine gradus parodici ad poteſtatem ſunt ii ipſi qui deſignantur in ſcala.

13 A radice planâ gradus parodici ſunt:

Quadratum.		PLANVM.
Quadrato-quadratum.		PLANI Quadratum.
Cubo-cubus.	Seu	PLANI Cubus.

& eo deinceps ordine.

14 A radice ſolidâ gradus parodici ſunt:

Cubus.		SOLIDVM.
Cubo-cubus.	Seu	SOLIDI Quadratum.
Cubus-cubo-cubus.		SOLIDI Cubus.

15 Quadratum, Quadrato quadratum, Quadrato-cubo-cubus, & quæ continuo eo ordine à ſe ipſiſmet fiunt, ſunt poteſtates ſimplicis medii, reliquæ multiplicis.

Poteſtates ſimplicis medii ita quoque definiri poſſunt, ut ſint; quarum numeri ordinales progrediuntur ſecundum proportionem Geometricam ſubduplam. Ita Poteſtates ſecundi gradus, Quarti, Octavi, Decimi Sexti, erunt ſimplicis medii. Reliquæ in gradibus intermediis conſiſtentes, multiplicis.

16 Magnitudo certa, cui comparantur reliqua, eſt homogeneum comparationis.

Vt ſi fuerit A cubus + A in B quadratum, æqualis B in Z planum. Erit,
B in Z planum. Homogeneum comparationis.
A cubus. Poteſtas ad quam vi ſua aſcendit magnitudo incerta, de qua quæritur.
A in B quadratum. Homogeneum adfectionis.
A Gradus ad poteſtatem parodicus.
B quadratum Subgradualis magnitudo, ſeu Parabola.

 17 In

17 In numeris homogenea comparationum sunt unitates.
18 Cum radix, de qua quæritur, in sua base consistens datæ magnitudini homogeneæ comparatur, æquatio est simplex absolute.
19 Cum potestas radicis, de qua quæritur, pura ab adfectione datæ homogeneæ comparatur, æquatio est simplex Climactica.
20 Cum potestas radicis, de qua quæritur, adfecta sub designato gradu & data coefficiente datæ magnitudini homogeneæ comparatur, Æquatio polynomia est pro adfectionum multitudine & varietate.
21 Quot sunt gradus parodici ad potestatem, tot adfectionibus potestas potest implicari.

Itaque Quadratum potest adfici sub Latere.

Cubus sub Latere & quadrato.

Quadrato-quadratum sub Latere, Quadrato, & Cubo. Quadrato-cubus sub latere, Quadrato, & Cubo, & ea in infinitum serie.

22 Analogismi à generibus Æquationum in quas incidunt resoluti, distinguuntur & nomenclaturam accipiunt.
23 Ad Exegeticen in Arithmeticis instruitur Analysta edoctus

Numerum numero addere.

Numerum numero subducere.

Numerum in numerum ducere.

Numerum per numerum dividere.

Potestatum porro quarumcumque, sive purarum sive (quod nesciverunt veteres atque novi) adfectarum, tradit Ars resolutionem.

24 Ad Exegeticen in Geometricis seligit & recenset effectiones magis canonicas, quibus æquationes Laterum & Quadratorũ omnino explicentur.
25 Ad Cubos & Quadrato-quadrata postulat, ut quasi Geometria suppleatur Geometriæ defectus,

A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Hoc concesso (est autem αἴτημα non δυσμήχανον) famosiora, quæ hactenus ἄλογα dicta fuere, problemata solvit ἐντέχνως, mesographicum, sectionis anguli in tres partes æquales, inventionem lateris Heptagoni, ac alia quotcumque in eas æquationum formulas incidunt, quibus Cubi solidis, Quadrato-quadrata Plano-planis, sive pure sive cum adfectione, comparantur.

26 Ecquis vero, cum magnitudines omnes sint lineæ, superficies, vel corpora, tantus proportionum supra triplicatam, aut demum quadruplicatam rationem potest esse usus in rebus humanis, nisi forte in sectionibus angulorum, ut ex lateribus figurarum anguli, vel ex angulis latera consequamur?
27 Ergo à nemine hactenus adgnitum mysterium angularium sectionum, sive ad Arithmetica, sive Geometrica aperit, & edocet

Data ratione angulorum dare rationem laterum.

Facere ut numerum ad numerum, ita angulum ad angulum.

28 Lineam rectam curvæ non comparat, quia angulus est medium quiddam inter lineam rectam & planam figuram. Repugnare itaque videtur homogeneorum lex.
29 Denique fastuosum problema problematum ars Analytice, triplicem Zetetices, Poristices & Exegetices formam tandem induta, jure sibi adrogat, Quod est, NULLUM NON PROBLEMA SOLVERE.



AD LOGISTICEN SPECIOSAM, NOTÆ PRIORES.

LOGISTICES speciosæ doctrina quatuor, quæ in Isagogicis exposita sunt, canonicis præceptis * absolvitur. Verumtamen præstat exemplificari frequentiora aliquot opera, & subnotari ea, quæ interdum occurrunt compendia, ne Logistam deinceps anfractus similes remorentur. Hujusmodi sunt quæ sequuntur.

* *Scilicet Additionis, Subductionis, Multiplicationis & Divisionis, quæ traduntur capite quarto Isagoges, quibus innituntur sequentia theoremata.*

PROPOSITIO I.

PRopositis tribus magnitudinibus exhibere quartam proportionalem.

Exponantur tres magnitudines, Prima, Secunda, & Tertia. Oporteat exhibere Quartam proportionalem. Ducatur Secunda in Tertiam, & factum adplicetur ad Primam. Dico igitur magnitudinem ex ea adplicatione oriundam, seu aliter, parabolam esse Quartam proportionalem. Prima enim illa ducatur in Quartam, fiet idipsum quod ex Secunda in Tertiam. Itaque sunt proportionales. Sint igitur magnitudines,

Prima,	Secunda,	Tertia.		
A	B	G	Erit Quarta proportionalis.	$\frac{\text{B in G}}{\text{A}}$
$\frac{\text{A quadratum,}}{\text{D}}$	B	G		$\frac{\text{B in G in D}}{\text{A quadrat.}}$
$\frac{\text{A cubus.}}{\text{D plano.}}$	$\frac{\text{B quadrat.}}{\text{Z}}$	G		$\frac{\text{B q. in G in D pl.}}{\text{Z in A cubum.}}$

PROPOSITIO II.

PRopositis duabus magnitudinibus exhibere Tertiam proportionalem, Quartam, Quintam, & ulterioris ordinis continuè proportionales in infinitum.

Exponantur duæ magnitudines A, & B. Oporteat exhibere Tertiam proportionalem, Quartam, Quintam, & ulterioris ordinis continuè proportionales in infinitum.

Quoniam igitur est

Vt	Ad	Ita	Ad				
A.	B.	B.	$\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$		$\frac{\text{B quadratum}}{\text{A}}$	Tertia	
A.	B.	$\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$	$\frac{\text{B cubus.}}{\text{A quadr.}}$	Erit	$\frac{\text{B cubus}}{\text{A quadra.}}$	Quarta	proportionalis.
A.	B.	$\frac{\text{B cubus}}{\text{A quadr.}}$	$\frac{\text{B q.quad.}}{\text{A cubo.}}$		$\frac{\text{B quad.quadratum}}{\text{A cubo}}$	Quinta	

Et ita licebit progredi in infinitum.

CONSECTARIVM.

Itaque si sit series magnitudinum in continua proportione, est,

Vt Prima, ad Tertiam, ita Quadratum è Prima, ad Quadratum è Secunda.

Et ut Prima, ad Quartam, ita Cubus è Prima, ad Cubum è Secunda.

Et Prima ad Quintam, ut Quadrato-quadratum è Prima, ad Quadrato-quadratum è Secunda.

Et ita in infinitum constanti ordine. Enimvero ex posita thesi sunt continue proportionales.

Prima, A Secunda, B, Tertia, $\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$. Quarta $\frac{\text{B cubus.}}{\text{A quadr.}}$ Quinta $\frac{\text{B qu.-quadr.}}{\text{A cubo}}$ &c.

At quoniam Prima est A, tertia $\frac{\text{B quadratum}}{\text{A}}$. Ducatur utraque in A, ea itaque ductione cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{\text{B quadrat.}}{\text{A}}$ erit ut A quadratum ad B quadratum.

Æque quoniam prima est, A quarta $\frac{\text{B cubus}}{\text{A quadr.}}$ Ducatur utraque in A quadratum, ea igitur ductione, cum sit à communi multiplicante non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{\text{B cubum}}{\text{A quadrat.}}$ erit ut A cubus, ad B cubum.

Pariter, cum sit prima A quinta $\frac{\text{B quadrato-quadr.}}{\text{A cubo}}$ Ducatur utraque in A cubum: ea igitur ductione, cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{\text{B quadr.-quadr.}}{\text{A cubo.}}$ erit ut A quadrato-quadratum, ad B quadrato-quadratum.

Nec dissimiliter in ulterioribus reliquis, licet arguere & exemplificari latera ad invicem in ratione simplâ, potestates earumdem in ratione multiplâ. Potestas rationis duplæ est Quadratum. Triplæ, Cubus. Quadruplæ, Quadrato-quadratum. Quintuplæ, Quadrato cubus, & ea in infinitum serie & methodo.

PROPOSITIO III.

INter duo proposita quadrata exhibere medium proportionale.

Proponantur duo quadrata A quadratum, B quadratum. Oporteat invenire medium inter ea proportionale. At vero constituta A prima, B secunda, exhibetur ex antecedente tertia proportionalis, & se habet series hujusmodi.

Prima A, Secunda B, Tertia $\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$

Ducantur omnes in A, cui videlicet, cum adplicatur B quadratum, oritur tertia.

Quoniam igitur A est communis multiplicator trium expositarum proportionalium; à communi autem multiplicante non immutatur proportio; erunt facta quoque ab A in proportionales, proportionalia. Sunt autem facta,

A quadratum, B in A, B quadratum. Quare inter duo proposita quadrata exhibuimus medium proportionale.

PROPOSITIO IV.

INter duos propositos Cubos exhibere duo media continue proportionalis.

Proponantur duo Cubi A cubus, B cubus. Oporteat exhibere duo media inter ea continue proportionalia. At vero constituta A Prima, B Secunda, exhibentur ex pro-

propositione secunda continue proportionales in infinitum. Sit hic systema infiniti in quarta. Series igitur quatuor continue proportionalium ita se habet,

prima A, secunda B, tertia $\frac{\text{B quadr.}}{\text{A}}$, quarta $\frac{\text{B Cubus}}{\text{A quadr.}}$.

Ducantur omnes in A quadratum, cui videlicet cum adplicatur B cubus, oritur quarta. Quoniam igitur A quadratus communis est multiplicator expositarum quatuor continue proportionalium; à communi autem multiplicante non immutatur proportio: erunt facta in continue proportionales quoque proportionalia. Sunt autem facta, A cubus, A quadratum in B, A in B quadratum, B cubus. Quare inter duos propositos cubos exhibuimus duo media continue proportionalia. Ex his deducitur hoc generale

CONSECTARIUM.

Si duo latera attolluntur ad potestates ejusdem gradus, latus autem secundi ducatur in gradum parodicum elatiorem primi, deinde lateris secundi quadratum in gradum succedentem elatiorem primi, & eo continuo ordine: efficientur continue proportionalia inter potestates primi & secundi. Id enim manifestum fit ex secunda Propositione. Unde etiam proponi potuit generalius,

Inter duas quascumque Potestates æque altas, exhibere tot media continue proportionalia, quot sunt gradus parodici ad potestatem.

PROPOSITIO V.

INter duo latera proposita exhibere quotlibet continue proportionalia.

Sunto duo latera A, B. Oporteat exhibere inter ea quotlibet continue proportionalia. Libeat exhibere quatuor. Quoniam igitur potestas, ad quam latus per totidem gradus deducitur, quot hic media continue proportionalia exiguntur, nempe quatuor, quintum sibi locum vindicet necesse est; in quinto autem gradu consistit quadrato-cubus: attollantur & A & B ad potestatem quadrato-cubi, & inter A quadrato-cubum, & B quadrato-cubum, constituantur media quatuor continue proportionalia, quorum series est hujusmodi:

1. A quadrato-cubus.
2. A quadrato-quadratum in B.
3. A cubus in B quadratum.
4. A quadratum in B cubum.
5. A in B quadrato-quadratum.
6. B quadrato-cubus.

Quæ autem sunt proportionalia potestate, proportionalia quoque sunt radice. Quare singularum sex proportionalium constitutarum sumantur latera quadrato-cubica: erunt igitur quoque continuè proportionalia sex latera, qualia hic designantur: videlicet,

1. A.
2. Latus qc. A quadrat. quadrati in B.
3. Latus qc. A cubi in B quadrat.
4. Latus qc. A quadrati in B cubum.
5. Latus qc. A in B quadrato-quadratum.
6. B.

Ergo inter A & B exhibita sunt tot media continue proportionalia quot exigebantur.

PROPOSITIO VI.

DUarum magnitudinum adgregato differentiam earundem addere.

Sit A + B addenda A — B: summa fit A bis. Unde .

THEO-

THEOREMA.

Adgregatum duarum magnitudinum adjunctum differentiæ earundem, æquale est duplo magnitudinis majoris.

PROPOSITIO VII.

DUarum magnitudinum adgregato differentiam earundem subducere.

Sit ex A + B auferenda A — B: residua fit B bis. Vnde

THEOREMA.

Adgregatum duarum magnitudinum mulctatum differentia earumdem, æquale est duplo minoris.

PROPOSITIO VIII.

CUm eadem magnitudo contrahitur, inæquali decremento, alteram ex altera subducere.

Sit ex A — B subducenda A — E: residua erit E — B. Illud autem est contractionum differentiam subnotasse. Vnde

THEOREMA.

Si magnitudo inæquali minuatur decremento, differentia contractionum eadem est quæ contractarum.

PROPOSITIO IX.

CUm eadem magnitudo protrahitur, inæquali cremento, alteram alteri subducere.

Sit ex A + G subducenda A + B: residua erit G — B. Vnde

THEOREMA.

Si eadem magnitudo inæquali augeatur cremento, differentia protractionum eadem est quæ protractarum.

PROPOSITIO X.

CUm eadem magnitudo protrahitur, & contrahitur inæquali cremento & decremento, alteram alteri subducere.

Sit ex A + G subducenda A — B: residua erit G + B. Vnde

THEOREMA.

Si eadem magnitudo protrahatur & contrahatur inæquali cremento & decremento, differentia protractæ & contractæ æqualis est adgregato protractionis & contractionis.

PROPOSITIO XI.

POtestatem puram à binomia radice componere.

Sit radix binomia A + B. Oporteat ab ea potestatem puram componere.

Primo componendum sit Quadratum. Quoniam igitur latus dum ducitur in se facit quadratum; ducatur A + B in A + B, & colligantur singularia effecta plana: erunt illa

A quadratum.
+ A in B bis.
+ B quadrato.

Quæ ideo æquabuntur A + B quadrato.

Secundo componendus sit Cubus. Quoniam igitur latus dum ducitur in sui quadratum,

dratum, facit cubum: ducatur A + B in quadratum jam expositum ex A + B, & colligantur singularia effecta Solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo. Quæ ideo æquabuntur cubo ex A + B.

Tertio componendum sit quadrato-quadratum. Quoniam latus dum ducitur in sui cubum, facit quadrato-quadratum: ducatur A + B in cubum jam expositum abs A + B, & colligantur effecta singularia plano-plana. Erunt illa.

A quadrato-quadratum, + A cubo in B quater, + A quadr. in B quadratum sexies, + A in B cubum quater, + B quadrato-quadrato. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ex A + B.

Quarto componendus sit quadrato-cubus. Quoniam latus dum ducitur in sui quadrato-quadratum, facit quadrato cubum: ducatur A + B in quadrato-quadratum jam expositum abs A + B, & colligantur effecta singularia plano-solida. Erunt illa

A quadrato-cubus, + A quadrato quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato quadratum 5, + B quadrato-cubo. Quæ quidem æquabuntur quadrato-cubo ex A + B.

Quinto componendus sit cubo-cubus. Quoniam latus dum ducitur in sui quadrato-cubum, facit cubo-cubum: ducatur A + B in quadrato-cubum jam expositum abs A + B, & colligantur effecta singularia solido-solida. Erunt illa

A cubo-cubus, + A quadrato-cubo in B 6, + A quadrato quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 10, + A quadrato in B quadrato quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo cubo. Quæ ideo æquabuntur cubo cubo ex A + B.

NEC dissimilis erit ulteriorum quarumcumque potestatum synthesis. A quibus ideo derivantur & uniformi methodo concipiuntur ad universam Logisticen valentia, & quæ etiam ad Zeteticen in promptu sunt, theoremata.

THEOREMA
geneseos quadrati.

SI fuerint duo latera: quadratum lateris primi, plus plano à duplo latere primo in latus secundi, plus quadrato lateris secundi, æquatur quadrato adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadratum, + A in B bis, + B quadrato, æquari A + B quadrato. Ex opere multiplicationis A + B per A + B.

THEOREMA
geneseos cubi.

SI fuerint duo latera: cubus lateri primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, æquatur cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B Dico A cubum, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, æquari A + B cubo. Ex opere multiplicationis A quadrati + A in B 2, + B quadrato, per A + B.

THEOREMA
geneseos quadrato-quadrati.

SI fuerint duo latera: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur quadrato quadrato adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quad.-quadratum, + A cubo in B quater, + A quadrato in B quadratum sexies, + A in B cubum quater, + B quad.quadrato, æquari A + B quad-quadrato. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, per A + B.

THEOREMA
geneseos quadrati-cubi.

SI fuerint duo latera: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus lateris secundi quadrato-cubo, æquatur quadrato-cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadrato-cubum, + A quad. quadrato B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quad-quadratum 5, + B quadrato-cubo, æquari A + B quadrato cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato quadrati, + A cubo in B 4, + A quad. in B quadratum 6, + A in B cubum quater, + B quadrato-quadrato, per A + B.

THEOREMA
geneseos cubo-cubi.

SI fuerint duo latera: cubo-cubus lateris primi, plus quadrato-cubo lateris primi in latus secundum sextuplum, plus quadrato-quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum decuquintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi cubum vigecuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadrato-quadratum decuquintuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-cubum sextuplum, plus lateris secundi cubo-cubo, æquatur cubo-cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubo-cubum, + A quadrato-cubo in B 6, + A quad-quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadrato in B quadrato-quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo-cubo, æquari A + B cubo-cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato cubi, + A quad-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quad-quadratum 5, + B quadrato-cubo, per A + B.

CUM autem placuerit à differentia laterum, non etiam adgregato, potestatem componi, eadem omnino efficientur singularia compositionis homogenea, sed affirmabuntur & negabuntur alterne initio sumpto à majoris lateris potestate, quando par est singulorum homogeneorum numerus, ut in cubo, quadrato-cubo, & exinde alternis: in reliquis verò sive à majoris lateris potestate, sive à potestate minoris ducant initium, nihil refert; eodem enim opus recidit.

CONSECTARIUM.

SINGULARIA compositionis homogenea, quibus constat potestas effecta à binomia radice semel & ordinatim sumpta, sunt continue proportionalia ex generali consectario propositionis quartæ.

SIC sunt proportionalia à duobus lateribus A & B effecta tria Plana.

A quadratum.
A in B.
B quadratum.

Nec non & quatuor solida.

A cubus.
A quadratum in B.
A in B quadratum.
B cubus.

Pari jure & quinque plano-plana.

A quadrato-quadratum.
A cubus in B.
A quadratum in B quadratum.
A in cubum.
B quadrato-quadratum.

Et

Et proportionalia sex plano-solida,
A quadrato cubus.
A quadrato-quadratum in B.
A cubus in B quadratum.
A quadratum in B cubum.
A in B quadrato-quadratum.
B quadrato-cubum.
Et proportionalia denique continuè septem solido-solida,
A cubo-cubus.
A quadrato-cubus in B.
A quadrato-quadratum in B quadratum.
A cubus in B cubum.
A quadratum in B quadrato-quadratum.
A in B quadrato-cubum.
B cubo-cubus.
Et sic deinceps.

PROPOSITIO XII.

QVADRATO adgregati laterum, quadratum differentiæ eorundem addere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B quadrato, A == B quadratum addere. At verò quadratum effectum abs A + B, constat A quadrato, + A in B bis, + B quadrato. Quadratum autem effectum abs A == B. constat A quadrato, — A in B bis, + B quadrato. Fiat igitur horum additio. Summa erit A quadratum bis, + B quadrato bis. Quare factum est quod oportuit. Hinc

THEOREMA.

QVADRATVM adgregati laterum plus quadrato differentiæ eorundem, æquatur adgregato duplo quadratorum.

PROPOSITIO XIII.

QVADRATO adgregati duorum laterum, quadratum differentiæ eorundem demere.

Sit latus unum A, alterum B. Oporteat A + B quadrato, A == B quadratum auferre. Abs planis singularibus quibus constat effingendum abs A + B quadratum, auferentur singularia plana, quibus constat quadratum abs A == B: & erit differentia B in A quater. Hinc

THEOREMA.

QVADRATVM adgregati duorum laterum, minus quadrato differentiæ eorundem, æquatur plano quadruplo sub lateribus.

CONSECTARIVM.

PLANVM sub duobus lateribus cedit quadrato dimidij adgregati laterum. Æqualitatis enim per theorema ordinatæ utraque pars subquadruplicetur. Quadratum adgregati dimidij laterum præstabit plano sub lateribus per quadratum dimidiæ differentiæ, aut non erunt latera diversa, sed æqualia. Quod animadvertisse fuit operæpretium.

PROPOSITIO XIV.

DIFFERENTIAM duorum laterum, in eorundem adgregatum ducere.

SIT latus majus A, minus B. Ducatur A — B in A + B, & singularia plana colligantur. Erunt illa A quadratum, — B quadrato. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in adgregatum eorundem, æquale est differentiæ quadratorum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA quadratorum si adplicetur differentiæ laterum, orietur adgregatum laterum: & contra. Differentia quadratorum si adplicetur adgregato laterum, orietur differentia laterum. Quandoquidem divisio restitutio est resolutione ejus operis, quod compositione multiplicatio efficit.

PROPOSITIO XV.

CVBO adgregati duorum laterum, cubum differentiæ eorundem addere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B cubo, A = B cubum addere. At verò cubus effectus abs A + B, constat A cubo, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo. Cubus autem abs A = B constat A cubo, — A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, — B cubo. Fiat igitur horum additio: summa est A cubus bis, + A in B quadratum sexies. Hinc ordinatur

THEOREMA.

CVBVS adgregati duorum laterum, plus cubo differentiæ eorundem, æquatur duplo cubo lateris majoris, plus sextuplo solido à latere majore in lateris minoris quadratum.

PROPOSITIO XVI.

CVBO adgregati duorum laterum, cubum differentiæ eorundem demere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B cubo, cubum ex A = B demere. Abs solidis singularibus, quibus constat componendus abs A + B cubus, demantur singularia solida, quibus constat cubus abs A = B: orietur A quadratum in B sexies, + B cubo bis. Hinc

THEOREMA.

CVBVS adgregati duorum laterum minus cubo differentiæ eorundem, æquatur sextuplo solido à latere minore in quadratum majoris, plus duplo cubo lateris minoris.

PROPOSITIO XVII.

DIFFERENTIAM duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat A — B ducere in A quadratum, + A in B, + B quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solida. Erunt illa A cubus, — B cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentiæ cuborum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, orientur tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati laterum semel sumpta. Et permutim,

DIFFERENTIA cuborum si adplicetur ad tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati laterum semel sumpta, orietur differentia laterum.

PROPOSITIO XVIII.

ADGREGATVM duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B ducere in A quadratum, — B in A, + B quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solida. Erunt illa A cubus + B cubo. Vnde

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, æquale est adgregato cuborum.

CONSECTARIVM.

ADGREGATVM cuborum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur singularia tria plana, quibus constat quadratum differentiæ ipsorum, semel sumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XIX.

DIFFERENTIAM duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT majus latus A, minus B. Oporteat A — B ducere in A cubum, + A quadrato in B, + A in B quadratum, + B cubo. Fiat particularis ductio & colligantur singularia plano-plana. Erunt illa A quadrato-quadratum, — B quadrato-quadrato.

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentiæ quadrato-quadratorum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA duorum quadrato-quadratorum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati laterum, semel sumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XX.

ADGREGATVM duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

OPORTEAT A + B ducere in A cubum, — A quadrato in B, + A in B quadratum, — B cubo. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano-plana. Erunt illa A quadrato-quadratum, — B quadrato-quadrato.

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentiæ quadrato-quadratorum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA quadrato-quadratorum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentiæ laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIVM.

VT differentia laterum ad adgregatum, ita quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentiæ ipsorum laterum semel sumpta, ad quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati eorundem laterum, semel quoque sumpta.

PROPOSITIO XXI.

DIFFERENTIAM duorum laterum in singularia quinque plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati, ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat A — B ducere in A quadrato-quadratum, + A cubo in B, + A quadrato in B quadratum, + A in B cubum, + B quadrato-quadrato.

drato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano solida. Erunt illa A quadrato-cubus, — B quadrato-cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, æquale est differentiæ quadrato-cuborum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA quadrato-cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati ipsorum laterum, semel sumpta. Et contra.

PROPOSITIO XXII.

ADGREGATVM duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentiæ ipsorum, semel sumpta, ducere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B ducere in A quadrato-quadratum, — A cubo in B, + A quadrato in B quadratum, — A in B cubum, + B quadrato-quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano-solida. Erunt illa A quadrato-cubus, + B quadrato-cubus. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale adgregato quadrato cuborum.

CONSECTARIVM.

ADGREGATVM quadrato-cuborum si adplicetur ad adgregatum laterum, orientur quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentiæ ipsorum, semel sumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XXIII.

DIFFERENTIAM duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum, semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat A—B ducere in A quadrato-cubum, + A quadrato-quadrato in B, + A cubo in B quadratum, + A quadrato in B cubum, + A in B quadrato-quadratum, + B quadrato-cubo Fiat particularis ductio & colligantur singularia solido-solida. Erunt illa A cubo-cubus, — B cubo-cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentiæ cubo-cuborum.

CONSECTARIVM.

DIFFERENTIA cubo-cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, orientur sex singularia plano solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum, semel sumpta.

PROPOSITIO XXIV.

ADGREGATVM duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiæ ipsorum, semel sumpta, ducere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat A + B ducere in A quadrato-cubum, — A quadrato-quadrato in B, + A cubo in B quadratum, — A quadrato in B cubum, + A in B quadrato-quadratum, — B quadrato-cubo. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solido-solida. Erunt illa A cubo-cubus, — B cubo-cubus. Hinc

THEO-

THEOREMA.

Quod fit ex adgregato duorum laterum in sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentiæ cubo-cuborum.

CONSECTARIUM.

Differentia cubo-cuborum si adplicetur ad adgregatum duorum laterum, orientur sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIUM.

Vt differentia laterum ad adgregatum, ita sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta, ad sex singularia plano-solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum laterum, sumpta quoque semel.

Ex propositionibus præcedentibus deducuntur Theoremata universalia.

THEOREMA I.

Quod fit ex differentia duorum laterum in singularia homogenea, quibus constat potestas adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentiæ potestatum gradus proxime superioris. Hinc

CONSECTARIUM.

Differentia potestatum si adplicetur ad differentiam laterum, orientur singularia homogenea, quibus constat potestas gradus proxime inferioris adgregati ipsorum laterum, semel sumpta. Et contra

Differentia potestatum si adplicetur ad singularia homogenea, quibus constat potestas gradus proxime inferioris adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, orietur differentia laterum.

THEOREMA II.

Quod fit ex adgregato duorum laterum in singularia homogenea, quibus constat potestas differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale adgregato vel differentiæ potestatum ordinis proxime superioris: adgregato quidem, si impar fuerit singularium homogeneorum numerus: differentiæ vero, si par fuerit singularium homogeneorum numerus. Hinc

CONSECTARIUM.

Adgregatum vel differentia potestatum si adplicetur ad adgregatum laterum, orientur singularia homogenea, quibus constat potestas ordinis proxime inferioris differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIUM.

Si par fuerit numerus singulorum homogeneorum, quibus constat potestas adgregati vel differentiæ laterum, erit: ut differentia laterum ad adgregatum; ita singularia homogenea, quibus constat potestas differentiæ ipsorum laterum, semel sumpta ad singularia homogenea, quibus constat potestas ejusdem gradus, adgregati ipsorum laterum, semel sumpta.

GENESIS POTESTATUM ADFECTARUM, & primo adfirmatæ.

PROPOSITIO XXV.

QUadratum adfectum adjunctione plani sub latere, adscita congruenter sublaterali coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B. Coëfficiens sublateralis D longitudo. Oporteat quadratum abs

abs A + B, adfectum adjunctione plani sub D & A + B, componere. Ducatur A + B in A + B + D, & colligantur effecta singularia plana. Erunt illa

A quadratum, + A in B bis, + B quadrato, + D in A, + D in B. Quæ ideo æquabuntur quadrato abs A + B, adfecto adjunctione plani ex A + B in D longitudinem. Hinc autem ordinatur

THEOREMA

genefeos quadrati adfecti affirmative sub latere.

Si fuerint duo latera & præterea coëfficiens sublateralis longitudo: quadratum lateris primi, plus plano à latere primo in latus secundum duplum, plus quadrato lateris secundi, plus plano à latere primo in coëfficientem longitudinem, plus plano à latere secundo in eandem coëfficientem longitudinem, æquatur quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plani sub coëfficiente illa, & dicto adgregato.

Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens sub lateralis longitudo D. Dico A quadratum, + A in B bis, + B quadrato, + D in A, + D in B, æquari A + B quadrato, + D in A + B. Ex opere multiplicationis A + B per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo quadrata, unum purum, alterum adfirmate adfectum sub radice & adscita coëfficiente longitudine: singularia plana, quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Planum à latere primo in coefficientem longitudinem.

Planum à latere secundo in eandem ipsam coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

PROPOSITIO XXVI.

CUbum adfectum adjunctione solidi sub latere, à binomia radice, adscito congruenter sublaterali plano coefficiente, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D planum. Oporteat cubum abs A + B adfecto adjunctione solidi sub D plano, & ipsa A + B componere. Effingatur quadratum abs A + B, & in illud superaddito D plano ducatur A + B, & colligantur effecta singularia solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, + D plano in A, + D plano in B. Quæ ideo æquabuntur cubo abs A + B, adfecto adjunctione solidi sub A + B & D plano. Hinc ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera & præterea coëfficiens sublaterale planum: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, plus solido à latere primo in coëfficiens planum, plus solido à latere secundo in idem coëfficiens planum, æquatur cubo adgregati laterum adfecto adjunctione solidi sub coëfficiente plano & adgregato prædicto.

PROPOSITIO XXVII.

CVbum adfectum adjunctione solidi sub quadrato, à radice binomia, adscita congruenter subquadratica coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B. coëfficiens subquadratica D longitudo. Oporteat cubum abs A + B adfectum adjunctione solidi sub D, & quadrato abs A + B componere. Effingatur quadratum abs A + B, & ducatur in A + B + D, & colligantur effecta singularia solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, + A quadrato in D, + A in B bis in D, + B quadrato in D. Quæ propterea æqualia erunt cubo abs A + B, adfecto adjunctione solidi sub A + B quadrato & D longitudine. Hinc concipitur

THEO-

THEOREMA

genefeos cubi adfecti adfirmate fub quadrato.

Si fuerint duo latera, ac prætera coëfficiens fubquadratica longitudo: cubus lateris primi, plus folido à quadrato lateris primi in latus fecundum triplum, plus folido à latere primo in lateris fecundi quadratum triplum, plus cubo lateris fecundi, plus folido à lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem, plus folido à plano-duplo fub lateribus in coëfficientem longitudinem, plus folido à lateris fecundi quadrato in coëfficientem longitudinem, eft æqualis cubo adgregati laterum adfecto adjunctione folidi, fub coëfficiente illa & dicti adgregati laterum quadrato.

Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens fub quadratica longitudo D. Dico A cubum, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, + A quadrato in D, + A in B in D 2, + B quadrato in D, æquari A + B cubo, + D in A + B quadratum. Ex opere multiplicationis A quadrati, + A in B 2, + B quadrato, per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo cubi, unus purus, alter adfirmate adfectus fub ipfius radicis quadrato & adfcita coëfficiente longitudine: fingularia folida quæ compofitio adfecta addit compofitioni puræ, funt

Solidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.
Solidum à latere fecundo in duplum planum quod fit à latere primo in coëfficientem longitudinem.
Solidum à quadrato lateris fecundi in coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriufque fuppofitionis.

PROPOSITIO XXVIII.

QVadrato-quadratum adfectum adjunctione plano-plani fub latere, à binomia radice, adfcito congruenter fub laterali coëfficiente folido, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens fublaterale D folidum. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B adfectum adjunctione plano-plani fub A + B, & ipfo D folido, componere. Effingatur cubus abs A + B, & in illum fuperaddito D folido, ducatur A + B, & colligantur effecta fingularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A in D folidum, + B in D folidum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato abs A + B, adfecto adjunctione plano-plani fub A + B, & ipfo D folido. Hinc

THEOREMA

genefeos quadrato-quadrati adfecti adfirmate fub latere.

Si fuerint duo latera, & prætera coëfficiens folidum: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus fecundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris fecundi quadratum fextuplum, plus latere primo in lateris fecundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris fecundi, plus latere primo in coëfficiens folidum, plus latere fecundo in coëfficiens folidum, eft æquale quadrato-quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plano-plani, fub dicto adgregato, & coëfficiente folido.

Sit latus unum A alterum B, coëfficiens fublaterale folidum D. Dico A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A in D folidum, + B in D folidum, æquari A + B quadrato-quadrato, + D folido in A + B. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, + D folido per A + B.

PROPOSITIO XXIX.

QVadrato quadratum adfectum adjunctione plano-plani sub cubo, à radice binomia, adscito congruenter subcubico coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens D longitudo. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B, adfectum adjunctione plano-plani sub cubo ex A + B in D longitudinem, componere. Effingatur cubus abs A + B, & in illud ducatur A + B + D, & colligantur effecta singularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A cubo in D, + A quadrato in B ter in D, + A in B quadratum ter in D, + B cubo in D. Quæ propterea æqualia erunt quadrato-quadrato ab A + B adfecto adjunctione plano-plani sub A + B cubo, & ipsa D longitudine. Hinc

THEOREMA

geneseos plano-plani adfecti cubo adfirmatè.

Si fuerint duo latera, & coëfficiens longitudo: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus cubo lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coëfficientem longitudinem, plus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coëfficientem longitudinem, plus cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plano-plani sub cubo adgregati prædicti, & coëfficiente longitudine.

Sit latus unum A, alterum B, coefficiens longitudo D. Dico A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A cubo in D, + A quadrato in B in D 3, + A in B quadratum in D 3, + B cubo in D, æquari A + B quadrato-quadrato, + D in A + B cubum. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, + A in B quadratum 3, + B cubo, per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo quadrato-quadrata, unum purè, alterum adfectum adjunctione plano-plani sub ipsius radicis cubo & adscita coëfficiente longitudine. Singularia plano-plana quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Plano-planum à lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.
Plano-planum à quadrato lateris primi in triplum planum quod fit ex latere secundo in coëfficientem longitudinem.
Plano-planum à latere primo in triplum solidum quod fit ex quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem.
Plano-planum à cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Purum.		Adfectum.
A quadrato-quadratum.		A quadrato-quadratum.
A cubus in B 4.		A cubus in B 4.
A quadratum in B quadratum 6.		A quadratum in B quadratum 6.
A in B cubum 4.		A in B cubum 4.
B quadrato-quadratum.		B quadrato-quadratum.
	I.	A cubus in D.
	II.	A quadratum in B in D 3.
	III.	A in B quadratum in D 3.
	IV.	B cubus in D.

Ex

Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadrato in B 3, A in B quadratum 3, plus B cubo, per A + B + D.

PROPOSITIO XXX.

QVadrato-quadratum adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius sub latere, & alterius sub quadrato, à radice binomia adscitis congruenter sublaterali coëfficiente solido & subquadratico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D solidum, coëfficiens subquadraticum G planum. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius sub A + B & D solido, alterius sub A + B quadrato & G plano componere. Effingatur quadratum abs A + B, & in illud superaddito G plano, ducatur A + B, & in effecta solida superaddito D solido, ducatur rursus A + B, & colligantur singularia effecta plano-plana, quæ quidem erunt

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, + A quadrato in G planum, + A in B bis in G planum, + B quadrato in G planum, + A in D solidum, + B in D solidum. Hæc itaque plano-plana æquantur quadrato-quadrato abs A + B, adfecto adjunctione plano-plani sub A + B quadrato & G plano, & plano-plani sub A + B radice, & D solido. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens duplex, unum quidem planum subquadraticum, alterum vero sublaterale solidum. Erit

Quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus quadrato lateris primi in coëfficiens planum, plus duplo plano sub lateribus in coëfficiens planum, plus quadrato lateris secundi in coëfficiens planum, plus latere primo in coëfficiens solidum, plus latere secundo in coëfficiens solidum, æquale quadrato quadrato adgregati laterum, adfecto adjunctione duplicis plano-plani, unius sub quadrato adgregati laterum, & coëfficiente plano, alterius sub adgregato laterum, & coëfficiente solido.

PROPOSITIO XXXI.

QUadrato-cubum adfectum adjunctione plano-solidi sub latere à radice binomia, adscito congruenter sublaterali coëfficiente plano-plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D plano-planum. Oporteat componere quadrato-cubum abs A + B adfectum adjunctione plano-solidi sub A + B, & D plano-plano. Componantur quadrato-quadratum abs A + B, & in illud superaddito D plano-plano, ducatur A + B, & colligantur effecta singularia plano-solida. Erunt illa

A quadrato-cubus, + A quadrato-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato-quadratum 5, + B quadrato-cubo, + A in D plano-planum, + B in D plano-planum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-cubo abs A + B, adfecto adjunctione plano-solidi sub A + B, & D plano-plano. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens sublaterale plano-planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, plus latere primo in coëfficiens plano-planum, plus latere secundo in coëfficiens plano-planum, est æqualis quadrato-

 drato-

drato-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione plano-solidi sub coëfficiente plano-plano, & adgregato laterum.

PROPOSITIO XXXII.

QUadrato-cubum adfectum adjunctione plano-solidi sub cubo à radice binomia, adscito congruenter subcubico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens subcubicum D planum. Oporteat quadrato-cubum abs A + B adfectum adjunctione plano-solidi sub A + B cubo, & D plano, componere. Sumatur quadratum abs A + B, & in illud superaddito D plano, ducatur cubus abs A + B, & colligantur effecta singularia plano-solida. Erunt illa

A quadrato-cubus, + A quadrato-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato-quadratum 5, + B quadrato-cubo, + A cubo in D planum, + A quadrato in B ter in D planum, + A in B quadratum ter in D planum, + B cubo in D planum. Hinc ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera & coëfficiens planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, plus cubo lateris primi in coëfficiens planum, plus solido sub quadrato lateris primi, & latere secundo triplo in coëfficiens planum, plus solido sub latere primo, & lateris secundi quadrato triplo in coëfficiens planum, plus cubo lateris secundi in coëfficiens planum, æqualis est quadrato-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione plano-solidi sub coëfficiente plano & cubo adgregati laterum.

PROPOSITIO XXXIII.

CVbo-cubum adfectum adjunctione solido-solidi sub latere, à binomia radice adscito congruenter sublaterali coëfficiente plano-solido, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D plano-solidum. Oporteat cubo-cubum abs A + B adfectum adjunctione solido-solidi ex A + B in D plano-solidum, componere. Effingatur quadrato-cubus abs A + B, & in illum D plano-solido auctum, ducatur A + B, & colligantur singularia effecta solido-solida. Erunt illa

A cubo-cubus, + A quadrato-cubo in B 6, + A quadrato-quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadrato in B quadrato-quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo-cubo, + A in D plano-solidum, + B in D plano-solidum. Quæpropterea æquabuntur A + B cubo-cubo, plus solido-solido ex A + B in D plano-solidum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coëfficiente sublaterali plano-solido, cubo-cubus lateris primi, plus quadrato-cubo lateris primi in latus secundum sextuplum, plus quadrato-quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum decuquintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi cubum vigecuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadrato-quadratum decuquintuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-cubum sextuplum, plus cubo-cubo lateris secundi, plus latere primo in coëfficiens plano-solidum, plus latere secundo in coëfficiens plano-solidum, est æqualis cubo-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione solido-solidi sub coefficiente plano-solido & adgregato laterum.

GENE-

GENESIS POTESTATUM ADFECTARUM negatæ.

PROPOSITIO XXXIV.

QVadratum adfectum multa plani sub latere, à binomia radice adscita congruenter sublaterali coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublateralis D longitudo. Oporteat quadratum abs A + B adfectum multa plani sub A + B, & D longitudine, componere. Ducatur A + B in A + B — D, erunt effecta plana, A quadratum, + A in B bis, + B quadrato, — A in D, — B in D. Quæ ideo æquabuntur quadrato abs A + B, adfecto multa plani ex A + B in D longitudinem. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coëfficiente sublaterali longitudine: quadratum lateris primi, plus plano à latere primo in latus secundum duplum, plus quadrato lateris secundi, minus plano à latere primo in coëfficientem longitudinem, minus plano à latere secundo in coëfficientem longitudinem, est æquale quadrato adgregati laterum adfecto multa plani sub dicto adgregato, & coëfficiente illa.

PROPOSITIO XXXV.

CVbum adfectum multa solidi sub latere, à radice binomia, adscito congruenter sublaterali coëfficiente plano, effingere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D planum. Oporteat cubum abs A + B adfectum multa solidi ex A + B in D planum, effingere. Componatur quadratum abs A + B, & in illud multatum D plano ducatur A + B, colliganturque singularia effecta Solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, — A in D planum, — B in D planum, & æquabuntur cubo abs A + B adfecto multa solidi ex A + B in D planum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens sublaterale planum: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, minus solido à latere primo in coëfficiens planum, minus solido à latere secundo in coëfficiens planum, est æqualis cubo adgregati laterum adfecto multa solidi sub coëfficiente plano, & adgregato laterum.

PROPOSITIO XXXVI.

CVbum adfectum multa solidi sub quadrato, à radice binomia, adscita congruenter coëfficiente subquadratica longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens subquadratica D longitudo. Oporteat cubum abs A + B adfectum multa solidi sub A + B quadrato, & D longitudine, componere. Effingatur quadratum abs A + B, & in illud ducatur A + B — D, & colligantur effecta singularia solida. Erunt illa

A cubus, + A quadrato in B ter, + A in B quadratum ter, + B cubo, — A quadrato in D, — A in B bis in D, — B quadrato in D. Quæ idcirco æqualia erunt A + B cubo, adfecto multa solidi abs A + B quadrato in D longitudinem. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens subquadratica longitudo: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, minus solido à qua-

à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem, minus solido à plano duplo sub lateribus in coëfficientem longitudinem, minus solido à quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem, æquabitur cubo adgregati laterum, adfecto multa solidi sub coëfficiente longitudine & quadrato adgregati laterum.

GENESIS POTESTATUM ADFECTARUM negatè mixtim & adfirmatè.

PROPOSITIO XXXVII.

QUadrato-quadratum adfectum adjunctione quidem plano-plani sub latere, multa vero plano-plani sub cubo, à radice binomia, adscitis congruenter sublaterali coëfficiente solido & subcubica coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D solidum, coëfficiens subcubica G longitudo. Oporteat quadrato-quadratum abs A + B, adfectum quidem adjunctione plano-plani ex A + B in D solidum; multa vero plano plani abs A + B cubo in G longitudinem, componere. Ducatur quadratum abs A + B in A + B — G, & in effecta solida superaddito D solido, ducatur A + B, & colligantur singularia effecta plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quadrato-quadrato, — A cubo in G, — A quadrato in B ter in G, — A in B quadratum ter in G, — B cubo in G, + A in D solidum, + B in D solidum. Quæ quidem æqualia erunt quadrato-quadrato abs A + B, adfecto multa plano-plani ex A + B cubo in G longitudinem, & adjunctione plano-plani ex A + B radice in D solidum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens subcubica longitudo, necnon & coëfficiens sublaterale solidum: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, minus cubo lateris primi in coëfficientem longitudinem, minus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coëfficientem longitudinem, minus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coëfficientem longitudinem, minus cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem, plus latere primo in coëfficiens solidum, plus latere secundo in coëfficiens solidum, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto multa quidem plano-plani sub cubo adgregati laterum & coëfficiente longitudine, adjunctione vero plano-plani sub adgregato eodem & coëfficiente solido.

PROPOSITIO XXXVIII.

QVadrato-quadratum adfectum multa quidem plano-plani sub latere, adjunctione vero plano-plani sub cubo, à binomia radice, adscitis congruenter sublaterali coëfficiente solido & subcubica coëfficiente longitudine, componere.

Esto radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D solidum, coëfficiens subcubica G longitudo. Oporteat abs A + B, quadrato-quadratum adfectum multa plano-plani sub A + B & D solido, atque adjunctione plano-plani sub A + B cubo & G longitudine, componere. Ducatur quadratum ex A + B in A + B + G, & in effecta solida mulcata D solido, ducatur A + B. & orta plano-plana erunt

A quadrato-quadratum, + A cubo in B 4, + A quadrato in B quadratum 6, + A in B cubnm 4, + B quadrato quadrato, + A cubo in G, + A quadrato in B ter in G, + A in B quadratum in G 3, + B cubo in G, — A in D solidum, — B in D soli-

solidum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ab A + B, adfecto adjunctione plano-plani sub A + B cubo, & G longitudine, & multa plano-plani sub A + B radice & ipso D solido. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens subcubica longitudo, necnon & coëfficiens sublaterale solidum: quadrato quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus cubo lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coëfficientem longitudinem, plus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coëfficientem longitudinem, plus cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem, minus latere primo in coëfficiens solidum, minus latere secundo in coëfficiens solidum, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto adjunctione quidem plano-plani sub cubo adgregati laterum, & coëfficiente longitudine, multa vero plano-plani sub adgregato ipso laterum, & coëfficiente solido.

PROPOSITIO XXXIX.

QVadrato-cubum adfectum adjunctione plano-solidi sub latere, & multa plano-solidi sub cubo, à binomia radice, adscitis congruenter, sublaterali coëfficiente plano-plano, & subcubico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens sublaterale D plano-planum, subcubicum coëfficiens G planum. Effingendus sit quadrato-cubus abs A + B, adfectus adjunctione plano-solidi sub A + B radice & D plano-plano, ac multa plano-solidi sub A + B cubo & G plano. Componatur quadratum abs A + B, & in illud multatum G plano, ducatur idem quadratum ab A + B & orta plano-plana augeantur D plano-plano, & ducantur in A + B. Orientur hæc plano-solida

A quadrato-cubus, + A quadrato-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato-quadratum 5, + B quadrato-cubo, — A cubo in G planum, — A quadrato in B ter in G planum, — A in B quadratum ter in G planum, — B cubo in G planum, + A in D plano-planum, + B in D plano-planum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea subcubicum coëfficiens planum, necnon & sublaterale coëfficiens plano-planum; quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, minus cubo lateris primi in coëfficiens planum, minus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coëfficiens planum, minus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coëfficiens planum, minus cubo lateris secundi in coëfficiens planum, plus latere primo in coëfficiens plano-planum, plus latere secundo in coëfficiens plano-planum, æquatur quadrato-cubo adgregati laterum adfecto multa quidem plano-solidi sub cubo adgregati laterum & coëfficiente plano, adjunctione vero plano-solidi sub adgregato laterum, & coëfficiente plano-plano.

GENESIS POTESTATVM avulsarum.

PROPOSITIO XL.

PLanum sub latere, adfectum multa quadrati, à binomia radice, adscita congruenter sublaterali coëfficiente longitudine, componere.

Sit

Sit radix binomia A + B, ſublateralis coëfficiens D longitudo. Oporteat planum ſub A + B, & D longitudine, adfectum multa A + B quadrati, componere. Ducatur D — A — B in A + B, & orientur ſingularia plana, A in D, + B in D, — A quadrato, — A in B 2, — B quadrato. Hinc autem ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, necnon & ſublateralis coëfficiens longitudo: planum à latere primo in coëfficientem longitudinem, plus plano à latere ſecundo in coëfficientem longitudinem, minus quadrato lateris primi, minus duplo plano ſub lateribus, minus quadrato lateris ſecundi, æquatur plano ſub adgregato laterum, & coëfficiente illa, adfecto multa quadrati abs adgregato laterum.

PROPOSITIO XLI.

SOlidum ſub latere adfectum multa cubi, à binomia radice, adſcito congruenter ſublaterali coëfficiente plano, effingere.

Sit radix binomia A + B, ſublaterale coëfficiens D planum. Effingendum ſit ſolidum ſub A + B, & D plano, adfectum multa cubi ex A + B. Ducatur A + B in D planum multatum A + B cubo. Orientur ſolida, A in D planum, + B in D planum, — A cubo, — A quadrato in B 3, — A in B quadratum 3, — B cubo. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coëfficiente ſublaterali plano: ſolidum à latere primo in coëfficiens planum, plus ſolido à latere ſecundo in coëfficiens planum, minus cubo lateris primi, minus ſolido à quadrato lateris primi in latus ſecundum triplum, minus ſolido à latere primo in lateris ſecundi quadratum triplum, minus cubo lateris ſecundi, æquatur ſolido ſub adgregato laterum, & coëfficiente ſublaterali plano, adfecto multa cubi abs adgregato eodem.

PROPOSITIO XLII.

SOlidum ſub quadrato adfectum multa cubi, à binomia radice, adſcita congruenter ſub quadratica coëfficiente longitudine, effingere.

Sit radix binomia A + B, ſubquadratica coëfficiens D longitudo. Oporteat ſolidum ſub A + B quadrato, & D longitudine, adfectum multa cubi abs A + B componere. In A + B quadratum ducatur D — A — B, & orientur ſolida, A quadratum in D, + A in B bis in D, + B quadrato in D, — A cubo, — A quadrato in B 3, — A in B quadratum 3, — B cubo. Hinc enuntiatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & ſubquadratica coëfficiens longitudo: ſolidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus ſolido à plano duplo ſub lateribus in coëfficientem longitudinem, plus ſolido à quadrato lateris ſecundi in coëfficientem longitudinem, minus cubo lateris primi, minus ſolido à quadrato lateris primi in latus ſecundum triplum, minus ſolido à latere primo in lateris ſecundi quadratum triplum, minus cubo lateris ſecundi, eſt æquale ſolido ſub quadrato adgregati laterum, & coëfficiente longitudine, adfecto multa cubi abs adgregato eodem.

PROPOSITIO XLIII.

PLano-planum ſub latere adfectum multa quadrato-quadrati, à binomia radice, adſcito congruenter ſublaterali coëfficiente ſolido, componere.

Sit radix binomia A + B, coëfficiens ſublaterale D ſolidum. Oporteat componere plano-planum ex D ſolido in A + B, adfectum multa A + B quadrato quadrati. Auferatur A + B cubus ex ipſo D ſolido, & ducatur in A + B. Orientur plano-plana, A in

A in D solidum, + B in D solidum, — A quadrato quadrato, — A cubo in B 4, — A quadrato in B quadratum 6, — A in B cubum 4, — B quadrato-quadrato. Hinc autem ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens solidum: latus primum in coëfficiens solidum, plus latere secundo in idem solidum, minus quadrato-quadrato lateris primi, minus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, minus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, minus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, minus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur plano-plano ex adgregato laterum in coëfficiens solidum, adfecto multa quadrato-quadrati abs adgregato prædicto.

PROPOSITIO XLIV.

Plano-planum sub cubo, adfectum multa quadrato-quadrati à binomia radice, adscita congruenter subcubica coëfficiente longitudine, effingere.

Sit radix binomia A + B, subcubica coëfficiens D longitudo. Oporteat solidum abs A + B cubo & ipsa D, adfectum multa quadrato-quadrati abs A + B, componere. In A + B cubum ducatur D — A — B: efficientur singularia plano-plana,

A cubus in D, + A quadrato in B ter in D, + A in B quadratum ter in D, + B cubo in D, — A quadrato-quadrato, — A cubo in B 4, — A quadrato in B, quadratum 6, — A in B cubum 4, — B quadrato-quadrato. Hinc itaque ordinabitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens longitudo: cubus lateris primi in coëfficientem longitudinem, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in eandem longitudinem, plus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in eandem longitudinem, plus cubo lateris secundi in eandem longitudinem, minus quadrato-quadrato lateris primi, minus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, minus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, minus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, minus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur plano-plano sub coëfficiente longitudine & cubo adgregati laterum, adfecto multa quadrato-quadrati abs adgregato eodem.

Porro monitum te cupio, singula hæc Theoremata geneseos seu syntheseos potestatum adfectarum ordine respondere singulis analyseos potestatum earundem Problematis, quæ solvuntur in eruditissimo opere de numerosa potestatum resolutione. Quod quidem adnotare necessarium.

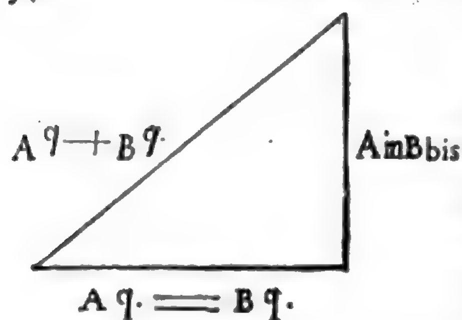
GENESIS TRIANGULORUM.

PROPOSITIO XLV.

Triangulum rectangulum à duabus radicibus, effingere.

Sunto duæ radices A, B. Oporteat ab iis triangulum rectangulum, effingere. Et verò docente Pythagora, quadratum lateris subtendentis angulum rectum, æquale est quadratis laterum circa rectum. Latus autem subtendens solet per excellentiam vocari hypothenusa. Latera vero circa rectum, perpendiculum & basis. Eo igitur recidit res, ut à duabus radicibus positis, effingenda sint tria quadrata, quorum unum æquatur duobus reliquis, & maximi latus assimiletur hypothenusæ. Reliquorum vero latera perpendiculo & basi. Ordinatum autem jam ante est, quadratum adgregati duorum laterum, æquari quadrato differentiæ eorundem, & quadruplo sub eisdem lateribus rectangulo. Quare ad expositas radices A, B, subjiciatur tertia proportionalis $\frac{\text{B quadratum}}{\text{A}}$. Et adgregatum extremarum, hypothenusa constituatur A + $\frac{\text{B quadrato}}{\text{A}}$. Differentia earundem, basis, nempe A = $\frac{\text{B quad.}}{\text{A}}$. Perpendicularis erit, B 2, cujus videlicet quadratum æquatur rectangulo sub extremis. Omnia in A, ut ad idem genus adplicationis latera quæque revocentur: erit hypothenusa A quadratum, + B quadrato. perpendicularis A in B 2. basis A quadrat = B quadrato.

 Hinc



Hinc effingere est à duobus lateribus, triangulum rectangulum. Enimvero hypothenusa fit similis adgregato quadratorum, basis differentiæ eorundem, perpendiculum duplo rectangulo.

Æque effingere est à proportionalibus tribus, triangulum rectangulum. Enimvero hypothenusa fit similis adgregato extremarum, basis differentiæ earundem, perpendiculum mediæ duplæ.

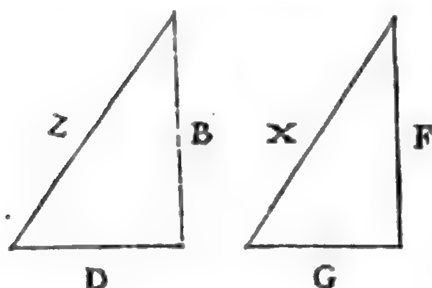
CONSECTARIUM.

Perpendiculum trianguli rectanguli medium proportionale est inter adgregatum baseos & hypotenusæ, & differentiam earundem.

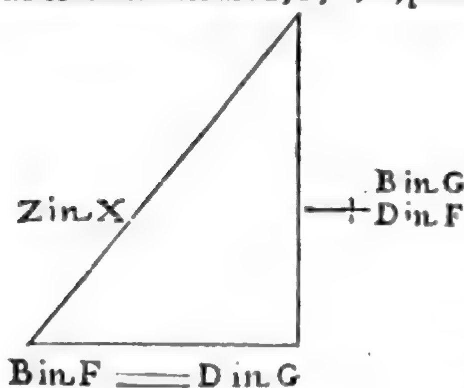
PROPOSITIO XLVI.

A Duobus triangulis rectangulis tertium triangulum rectangulum effingere.

Sunto triangula rectangula duo. Scilicet,

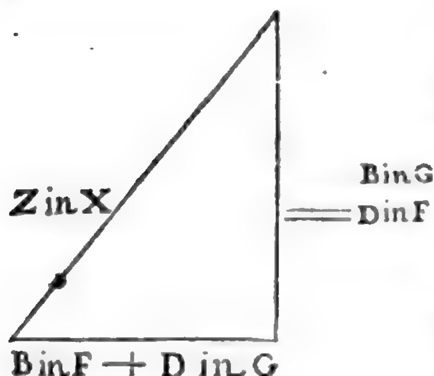


Fiat tertii hypotenusa similis ei quod fit ex hypotenusa primi in hypotenusam secundi, nempe Z in X. Plana igitur similia basi & perpendiculo ducta quadratice, facient Z quadratum, in X quadratum, id est per interpretationem, id quod fit ex B quadrato, + D quadrato in G quadratum, + F quadrato: quod factum constat quatuor plano-planis, nempe B quadrato in G quadratum, + D quadrato in F quadratum, & B quadrato in F quadratum, + D quadrato in G quadratum. Binis primis addatur plano-planum duplum quod fit continue abs B, D, F, G, & auferatur binis postremis; vel conversim, auferatur binis primis, & addatur binis postremis. Nihil factis deperiit vel accessit, quominus facta plano-plana, plano-plano ex Z quadr. in X quadratum adæquentur; bina porro illa plano-plana adscito vel dempto bis communi illo plano-plano continue facto abs B, D, F, G, planas habent radices, quarum



Primo casu, prima est B in G, + D in F, altera B in F — D in G: secundo vero casu, prima est B in G, — D in F, altera B in F, + D in G. Utriusque casus, prima adsimilatur perpendiculo, secunda basi.

Ergo hac vel illa methodo à duobus triangulis rectangulis effingere est tertium triangulum rectangulum. Enimvero hypotenusa tertij fiet similis facto sub hypotenusis primi & secundi, perpendiculum adgregato facti à base primi in perpendiculum secundi, & facti reciproce à base secundi in perpendiculum primi; basis differentiæ, inter factum sub basibus primi & secundi, & factum sub eorundem perpendiculis.



Vel, perpendiculum adsimilatur differentiæ factorum reciproce à base unius in perpendiculum alterius. basis vero adgregato facti sub basibus, & facti sub perpendiculis.

Triangulum autem rectangulum à duobus aliis triangulis rectangulis primo exposito modo deductum, vocetur triangulum synæreseos, secundo triangulum diæreseos, ob causam suo exprimendam loco. Hinc

THEO-

THEOREMA.

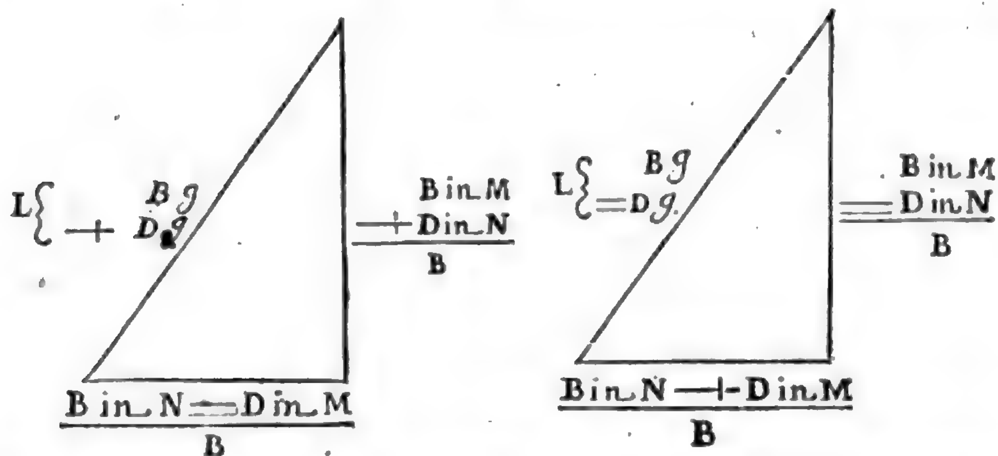
Si fuerint duo triangula rectangula: quadratum plani quod fit sub hypotenusis æquatur quadrato adgregati factorum è basibus in perpendicula reciprocè, plus quadrato differentiæ inter factum sub basibus & factum sub perpendiculis. Vel etiam æquatur quadrato differentiæ factorum è basibus in perpendicula reciproce, plus quadrato adgregati facti sub basibus, & facti sub perpendiculis.

PROPOSITIO XLVII.

A duobus triangulis rectangulis similibus, tertium triangulum rectangulum ita deducere, ut hypotenusæ tertii quadratum, æquale sit quadratis hypotenusæ primi, & hypotenusæ secundi.

Sint duo similia triangula rectangula. Primum, cujus hypotenusa B, perpendiculum N, basis M. Alterum, cujus hypotenusa D, perpendiculum consequenter $\frac{N \text{ in } D}{B}$, basis $\frac{M \text{ in } D}{B}$. Oporteat ab illis duobus tertium triangulum rectangulum deducere, ita ut hypotenusæ illius quadratum æquetur B quadrato, + D quadrato. Quoniam igitur hypotenusæ quadratum constat B quadrato, + D quadrato. Tantum erit quadratum perpendiculi adjunctum quadrato basis diducendi trianguli. At si B quadratum, + D quadrato ducatur in M. quadr. + N quadrato, & divisio fiat per B quadratum, nihil quadrato hypotenusæ diducti accedit vel deperit, quominus M quadratum, + N quadrato æquetur ex hypothesi B quadrato. Fiat igitur ductio, factum certe constabit quatuor plano planis, nempe B quadrato in M quadratum, + D quadrato in N quadratum, & B quadrato in N quadratum, + D quadrato in M quadratum. Binis primis addatur plano-planum duplum quod fit continue abs B, D, M, N, & auferatur binis postremis, vel conversim, auferatur binis primis, & addatur binis postremis. Nihil factis accrescit aut deperit quominus facta plano-plana, plano-plano abs B quadrato, + D quadrato in B quadratum æquentur. Bina porro illa plano-plana, adscito vel dempto bis communi illo plano-plano continue facto abs B, D, M, N, planas habent radices, quarum

Primo casu, prima est B in M, + D in N. Altera B in N, == D in M. Secundo vero



casu, prima est B in M, == D in N. Altera B in N, + D in M. Fiat igitur communis ad B adplicatio, & utriusvis casus, prima adsimilabitur perpendiculo, secunda basi.

THEOREMA.

Si fuerint duo similia triangula rectangula, adgregatum quadratorum ab hypotenusis

sis, æquatur quadrato adgregati ex base primi, & perpendiculo secundi, plus quadrato differentiæ inter perpendiculum primi, & basin secundi, vel etiam, æquatur quadrato adgregati ex perpendiculo primi & base secundi, plus quadrato differentiæ inter basin primi & perpendiculum secundi.

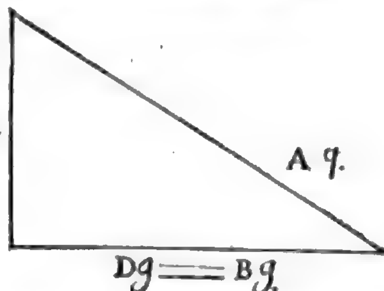
PROPOSITIO XLVIII.

A Duobus triangulis rectangulis æqualibus & æquiangulis, tertium triangulum rectangulum, constituere.

Sunto duo triangula rectangula, quorum communia latera hypotenusa quidem A, perpendiculum B, basis D. Oporteat ab illis duobus tertium triangulum rectangulum constituere. Fiat deductio sicut docuit Propositio 46. casu primo. Deduci enim tantum potest synæreseos via, non autem diæreseos. Fit hypotenusa similis A quadrato. Basis, D quadrato — B quadrato. Perpendiculum B in D 2. Tertium autem illud, vocetur triangulum anguli dupli, & ejus respectu primum vel secundum dicetur anguli simpli ob caussas * suo ponendas loco.

* *Caussa est quod angulus acutus trianguli rectanguli à duobus triangulis via synæreseos effecti æquetur angulis acutis horum triangulorum simul adgregatis, cujus theorematis conversum demonstravit Andersonus theoremate secundo sectionum angularium. Porro acuti voce intelligitur is angulus, cui Perpendiculum subtenditur.*

Triangulum anguli dupli.

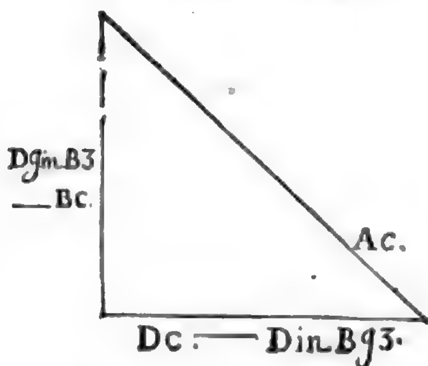


PROPOSITIO XLIX.

A Triangulo rectangulo simpli, & triangulo rectangulo anguli dupli, triangulum rectangulum effingere. Vocetur autem tertium illud, triangulum anguli tripli.

Sunto duo triangula rectangula, unum anguli simpli, cujus hypotenusa A, perpendiculum B, basis D. Alterum anguli dupli, cujus consequenter hypotenusa sit similis A quadrato, basis D quadrato — B quadrato, perpendiculum simile plano duplo, ex D in B. Oporteat ab illis duobus triangulis rectangulis, tertium triangulum rectangulum effingere. Fiat deductio, ut docuit Propositio 46. primo casu. Effingi enim tantum potest synæreseos via, non autem diæreseos. Fit hypotenusa, A cubus. Basis, D cubus — D in B quadratum 3. Perpendiculum, D quad. in B 3 — B cubo.

Triangulum anguli tripli.



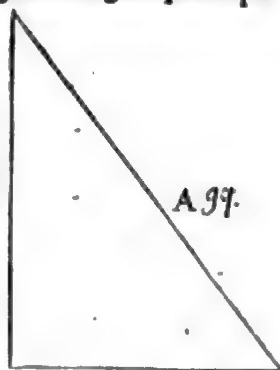
PROPOSITIO L.

A Triangulo rectangulo anguli simpli, & triangulo rectangulo anguli tripli, tertium triangulum rectangulum constituere. Vocetur autem illud, triangulum anguli quadrupli.

Sunto duo triangula rectangula. Vnum anguli simpli, cujus hypotenusa A, perpendiculum B, basis D. Alterum anguli tripli, cujus hypotenusa consequenter fit similis, A cubo. Basis, Dc, — D in Bq. 3. Perpendiculum, simile D q. in B 3, — B c. Oporteat ab illis tertium triangulum rectangulum constituere. Fiat deductio, ut docuit Propositio 46. casu primo. Fit hypotenusa similis, A qq. Basis Dqq. — Dq. in Bq. 6, + Bqq. Perpendiculum B in Dc 4, — Bc in D 4.

PRO-

Triangulum anguli quadrapli.

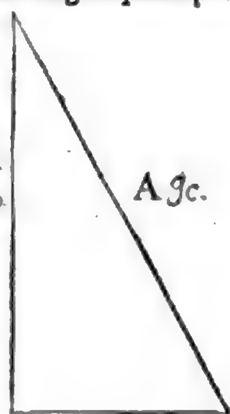


PROPOSITIO LI.

A Triangulo rectangulo anguli simpli, & triangulo rectangulo anguli quadrupli, tertium triangulum rectangulum via synæreseos, constituere. Vocetur autem illud, anguli quintupli.

Sunto duo triangula rectangula. Vnum anguli simpli, cujus hypotenusa A, basis D, perpendiculum B. Alterum anguli quadrupli, cujus hypotenusa consequenter similis A quadrato-quadrato, &c. Oporteat ab illis duobus tertium via synæreseos, constituere. Fiat deductio, ut docuit propositio 46. casu primo. Fit hypotenusa similis A qc. Basis D qc, — Dc in Bq 10. + D in B qq. 5. Perpendiculum simile Dqq. in B 5, — Dq. in Bc. 10, + Bqc.

Triangulum anguli quintupli.



EX HIS ARGVITUR

Consectarium generale in diductionibus triangulorum rectangulorum.

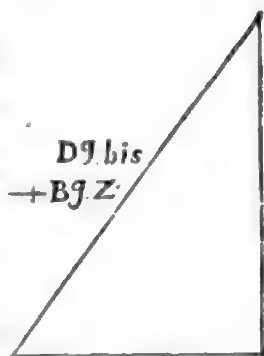
Si qua potestas componatur à binomia radice, & singularia facta homogenea distribuantur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata deinde negata, & harum primæ parti similis fiat basis trianguli rectanguli alicujus, perpendiculum alteri. Erit hypotenusa similis ipsi potestati. Cum autem triangulum illud cujus basis similis sit, vel æqualis uni è radicibus compositionis, perpendiculum vero alteri, à suo cui perpendiculum subtenditur angulo, denominationem sortietur. Triangula sane ab iisdem radicibus diducta, per quoscunque potestatum ordines commode ab eodem angulo multiplici denominabuntur, secundum conditionem potestatis. Duplo, videlicet cum potestas est quadratum. Triplo, cum cubus. Quadruplo, cum quadrato-quadratum. Quintuplo, cum quadrato-cubus, & eo in infinitum progressu.

PROPOSITIO LII.

Ex adgregato duarum radicum & differentia earundem, triangulum rectangulum, componere.

Sunto duæ radices B, D. Oporteat abs B + D, ut nomine uno, & B = D ut nomine altero, triangulum rectangulum componere. Hypotenusa igitur ex jam tradita methodo, fiet similis quadrato abs B + D, + quadrato abs B = D, quæ duo quadrata valent Bq. 2, + Dq. 2. Basis fiet similis quadrato ex B + D — quadrato ex B — D, id est similis fiet B in D 4. Perpendiculum denique ei quod fit abs B + D in B — D 2, id est Bq. 2, — Dq. 2.

Quod opus in idem recidit, ac si ab ipsis radicibus componeretur lateribus, quæ rectum angulum constituunt permutatis.



CONSECTARIUM.

Si componantur duo triangula rectangula, unum à duabus radicibus, alterum ab adgregato earundem & differentia, similia illa sunt, lateribus circa rectum angulum permutatis.

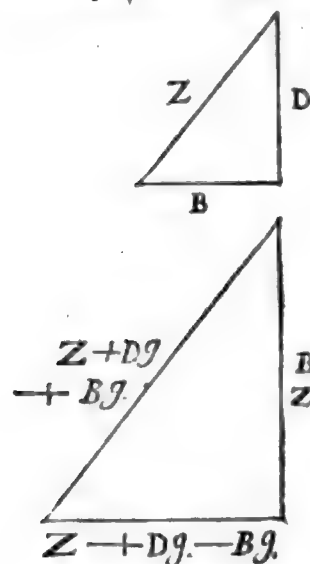
PROPOSITIO LIII.

A Base constituti trianguli rectanguli, & composita ex hypotenusâ, & perpendiculo ejusdem, triangulum rectangulum componere.

Sit triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D. Oporteat à B & Z + D triangulum rectangulum constituere. Hypotenusa igitur ex solita methodo fit similis B quadrato, + quadrato abs Z + D. Basis differentiæ eorundem quadratorum. Perpendiculum plano duplo ex B in Z + D, quo opere bene examinato deprehenditur triangulum illud simile primo.

Hoc autem ita demonstrabimus, quoniam à communi multiplicante non immutatur proportio, sumatur Z 2 + D 2, & ducatur tam in B, quam in D. Erit itaque B ad D, sicut B in Z 2, + B in D 2 ad D in Z 2, + Dq. 2. Est autem Dq. æquale Z q.—Bq. Quare si à quarta magnitudine proportionali auferatur D q. semel, & substituatur Zq—Bq. erit quoque B ad D, ut B in Z 2, + B in D 2 ad Zq. + D in Z 2, + Dq.—Bq. Sed tertia proportionalis est magnitudo ex ductu ipsius B 2, in Z + D orta. Æque Zq, + D in Z 2, + Dq. est quadratum abs Z + D. Ideo erit ut B ad D, ita B bis in Z, + D ad Z + D quadratum,—Bq.

Quare cum hæc triangula circa angulum rectum habeant latera proportionalia, erunt æquiangula. Quod demonstrandum erat.



Itaque perpendiculum primi ad basin secundi istius trianguli, eandem habet rationem quam basis primi ad perpendiculum secundi.

CONSECTARIUM I.

Si à base constituti trianguli rectanguli, & composita ex hypotenusa & perpendiculo, effingitur alterum triangulum rectangulum, secundum illud simile est primo lateribus permutatis.

CONSECTARIUM II.

In triangulis rectangulis est ut composita ex hypotenusa & perpendiculo ad basin, sic adgregatum radicum à quibus compositum est triangulum ad differentiam earundem. Ex collatione Consectarii primi, cum Consectario antecedentis Propositionis.

Hoc Consectarium ita quoque potest demonstrari. Resumatur schema Propositionis 45. in qua ex radicibus A & B compositum est triangulum rectangulum. Quoniam itaque proportionem non immutat communis multiplicator, ducatur A + B tam in A + B, quam in A == B. Erit igitur Aq. + Bq. + A in B 2 ad Aq. == Bq. sicut A + B ad A == B. Sed Aq. + Bq. est hypotenusa trianguli abs A + B compositi. Æque A in B 2 est ejusdem trianguli perpendiculum, & Aq. == Bq. basis.

Quamobrem composita ex hypotenusa & perpendiculo ad basin, est ut adgregatum radicum ad earundem differentiam. Quod erat demonstrandum.

CONSECTARIUM III.

In triangulis rectangulis est ut composita ex hypotenusa & perpendiculo multata base ad compositam eandem adjunctam basi, ita minor radicum ad majorem. Per diæresin & synæresin antecedentis analogiæ.

Enimvero per diæresin analogiæ antecedentis Consectarii fit, ut composita ex hypotenusa & perpendiculo multata base ad basin, ita radix minor bis sumpta ad radicum differentiam.

Et

Et per synæresin ejusdem analogiæ, ut composita ex hypotenusa perpendiculo & base ad basin, ita radix major bis sumpta ad radicum differentiam.

Et hunc analogismum invertendo, erit ut basis ad compositam ex hypotenusa perpendiculo & base, ita differentia radicum ad radicem majorem duplam.

Quamobrem ex æquo erit, ut composita ex hypotenusa & perpendiculo multata base ad compositam ex hypotenusa & perpendiculo adjunctam basi, ut minor radix ad majorem. Quod est ipsummet consectarium tertium, cujus Laconice expressa demonstratio erat exemplificanda, quamvis absque antecedentis consectarii auxilio brevius demonstrari possit.

Consectarium IV.

In triangulo rectangulo, ut est composita ex hypotenusa & perpendiculo multata base ad compositam eandem adjunctam basi, ita differentia basis & hypotenusæ ad perpendiculum.

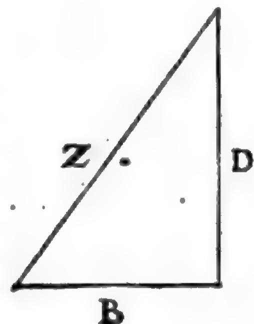
Nam differentia basis & hypotenusæ ad perpendiculum se habet, ut minor radicum ad majorem. Adsumptis enim duabus radicibus B & D, illa minore, hac majore, cum sit hypotenusa similis B quadrato + D quadrato, basis D quadrato — B quadrato, fit differentia B quadratum bis, perpendiculum vero simile B in D bis. Utrumque planum ad B bis adplicetur, differentia illa ad perpendiculum erit, ut B ad D.

Propositio LIV.

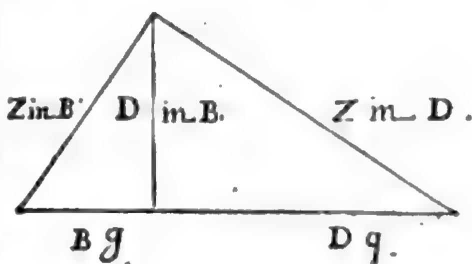
A Triangulo rectangulo deducere duo triangula rectangula æque alta, ex quorum coitione quod componetur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis rectum.

In fine hujus propositionis ut & sequentium legebantur hæc verba, *erit angulus verticis rectus*, pro quibus ad delendum in leges Grammaticas peccatum reposui, habebit angulum verticis rectum.

Exponatur triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D. Oporteat facere quod imperatur.



Abs Z + D ut radice una, & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Hypotenusa sit similis ipsi Z, basis ipsi D, perpendiculum ipsi B. Cui secundo triangulo constituatur aliud simile idem habens perpendiculum D faciens, ut B ad D, ita D ad basin, quæ ideo erit $\frac{D \text{ quadr.}}{B}$ & ita Z ad hypotenusam, quæ erit $\frac{Z \text{ in } D}{B}$. Latera denique tum istius tum expositi ducantur in B. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum cujus hypotenusa Z in B, basis B quadratum, perpendiculum B in D. Alterum cujus hypotenusa Z in D, basis D quadratum, perpendiculum rursus B in D. Coëant in unum illa duo triangula rectangula. Videlicet hypotenusæ fiant crura alterius trianguli, adgregatum basium ipsarum in directum positarum, basis; altitudo igitur manet eadem & proportionalis inter basis segmenta. Est enim B in D proportionale inter B quadratum & D quadratum. In figuris autem planis similitudo laterum, ut docet Geometria, arguit æqualitatem angulorum, quare angulus quem subtendit perpendiculum in triangulo primo, æqualis est angulo quem subtendit basis in triangulo secundo. Angulus igitur effectus ab hypotenusis ex coïtione est rectus.

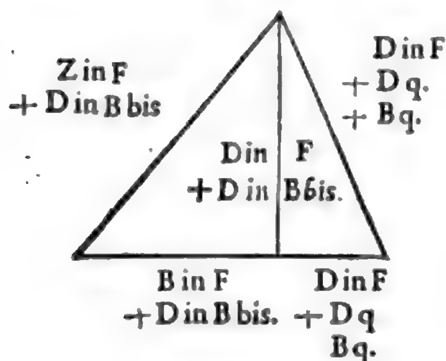


Propositio LV.

A Triangulo rectangulo deducere duo alia triangula æque alta, ex quorum coïtione quod componitur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebebit angulum verticis acutum.

Expo-

Exponatur triangulum rectangulum, cujus hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D. Oporteat facere quod imperatur. Sumatur quædam F minor ipsa Z, & abs F + D ut radice una; & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Fit hypotenusa, similis quadrato abs F + D, + B quadrato. Basis, quadrato abs F + D, — B quadrato. Perpendiculum F + D in B bis. Cui secundo triangulo aliud constituatur simile habens perpendiculum D, faciendo ut F + D in B bis ad quadratum abs F + D, — B quadrato, ita D ad basin, quæ ideo erit $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.} - B \text{ quadr.}}{F + D, \text{ in } B \text{ bis.}}$ Et ut F + D in B bis ad quadratum abs F + D, + B quadrato, ita D ad hypotenusam, quæ ideo erit $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.} + B \text{ quadr.}}{F + D, \text{ in } B \text{ bis.}}$ Latera denique tum istius tum expositi trianguli rectanguli, ducantur in F + D in B 2. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum cujus similis hypotenusa, Z in F + D in B 2. basis B in F + D in B 2. perpendiculum D in F + D in B 2. Alterum triangulum cujus similis hypotenusa, D in F + D quadrato + B quadrato. basis, D in F + Dq. — B quadrato. perpendiculum idem ac supra in priore triangulo,

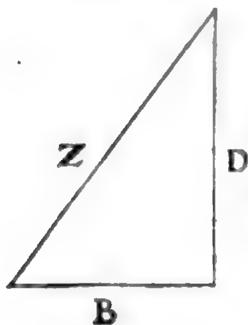


Coëant igitur in unum duo illa triangula rectangula, hypotenusæ videlicet fiant crura alterius trianguli, adgregatum basium in directum positarum, basis. Altitudo igitur manet eadem: Cæterum, ut basis primi ad altitudinem, ita altitudo ad majorem base secundi. Est enim

* Ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita D in F + D in B 2 ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. Basis autem secundi similis est, D in F + D quadrato — B quadrato. hoc est F quadratum in D, + D quadrato in F 2, + D cubo, — B quadrato in D. Utrinque abdicatur F in D quadratum 2, & addatur B quadratum in D. Reliqua denique solida dividantur per D. Illic remanet D quadratum, + Z quadrato, hic D quadratum, + F quadrato. Cedit autem per hypothesin, F quadratum ipsi Z quadrato. Est igitur altitudo proportionalis inter basin primi, & majorem base secundi. Quare angulus quem subtendit basis secundi, minor est eo quem subtendit perpendiculum primi. Angulus itaque effectus ab hypotenusis seu cruribus est acutus. Igitur à triangulo rectangulo deducta sunt duo triangula rectangula æque alta, à quorum coïtione quod componitur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis acutum. Apparet autem talem F assumi oportere, ut quadratum abs F + D præstet ipsi B quadrato, ut ad constitutionem basis secundi, B quadratum ex quadrato abs F + D possit auferri.

* Quoniam enim ut B in F + D, ad D in F + D, ita esse B in F + D ad D in F + D, luce clarius est. Tam prima quam secunda proportionalis magnitudo, ducatur in B 2. Tertia vero & quarta ducatur in D 2. Erit itaque ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita B in F + D in D 2 ad D quadratum 2 in F + D. Sed B in F + D in D 2, æquatur D in F + D in B 2. Æque D quadratum 2 in F + D, non differt à D cubo 2, + D quadrato in F 2. Quamobrem ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita D in F + D in B 2 ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. Quod quidem à viro clarissimo adsumptum erat.

PROPOSITIO LVI.



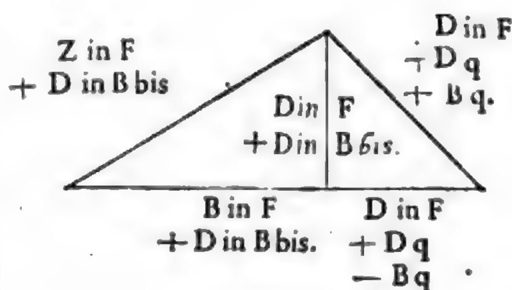
A Triangulo rectangulo deducere duo alia triangula rectangula æque alta, ex quorum coïtione quod conflatur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenusis in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis obtusum.

Exponatur triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z. basis

ſis B, perpendiculum D. Oporteat facere quod imperatur. Sumatur F major ipſa Z, & abs F + D ut radice una & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Itaque ſit ſimilis hypotenuſa F + D quadrato, + B quadrato. Baſis vero F + D quadrato, — B quadrato. Perpendiculum F + D in B 2. Cui ſecundo triangulo rectangulo aliud conſtituatur ſimile, cujus perpendiculum ſit D, faciendo

Ut F + D in B 2 ad F + D quadr. — B quadrato, ita D ad baſin, quæ ideo erit, $\frac{\text{D in F, + D quadr. — B quadr.}}{\text{F + D in B 2.}}$ Et ut F + D in B 2 ad quadratum ex F + D + B quadrato ita D ad hypotenuſam, quæ ideo erit, $\frac{\text{D in F + D quadrat. + B quadr.}}{\text{F + D in B 2.}}$ Latera denique tum iſtius tum expoſiti trianguli rectanguli ducantur in F + D in B 2. Duo igitur ſunt triangula rectangula. Primum, cujus ſimilis hypotenuſa Z in F + D in B 2, baſis B in F + D in B 2, perpendiculum D in F + D in B 2. Secundnm, cujus ſimilis hypotenuſa D in F + D quadrato + B quadrato. Baſis D in F + D quadrato — B quadrato. Perpendiculum idem ac ſupra in priori triangulo rectangulo.

Coëant igitur in unum duo triangula rectangula, hypotenuſæ videlicet fiant crura alterius trianguli, adgregatum vero baſium in directum poſitarum, baſis. Altitudo igitur manet eadem: Cæterum ut baſis primi ad altitudinem, ita altitudo ad minorem baſe ſecundi. Eſt enim



Vt B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2; ita eadem magnitudo ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. At ipſa baſis ſecundi ſimilis eſt D in F + D quadratum, — B quadrato; hoc eſt, F quadratum in D, + D cubo, + D quadrato in F 2, — B quadrato in D. Utrinque abdicatur F in D quadratum 2, & addatur B quadratum in D. Reliqua denique ſolida dividantur per D. Illic remanet D quadratum, + Z quadrato. Hic D quadratum, + F quadrato. Præſtat autem per hypotheſin F, ipſi Z. Eſt igitur altitudo proportionalis inter baſim primi, & minorem baſe ſecundi. Itaque angulus quem ſubtendit baſis ſecundi, major eſt eo quem ſubtendit perpendiculum primi. Angulus itaque effectus ab hypotenuſis ſeu cruribus eſt obtuſus. Quod faciendum erat.

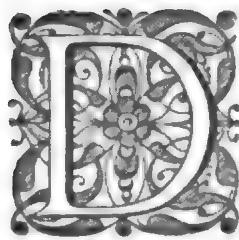
FINIS NOTARUM PRIORUM.





FRANCISCI VIETÆ ZETETICORVM LIBER PRIMVS.

ZETETICVM I.



Ata differentia duorum laterum, & adgregato eorumdem, invenire latera.

Sit data B differentia duorum laterum, & datum quoque D adgregatum eorumdem. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A, majus igitur erit A + B. Adgregatum ideo laterum A 2 + B. At idem datum est D. Quare A 2 + B æquatur D. Et per antithesim, A 2 æquabitur D — B, & omnibus subduplatis, A æquabitur D $\frac{1}{2}$ — B $\frac{1}{2}$.

Vel, latus majus esto E. Minus igitur erit E — B. Adgregatum ideo laterum. E 2 — B. At idem datum est D. Quare E 2 — B æquabitur D. & per antithesim, E 2 æquabitur D + B, & omnibus subduplatis E æquabitur D $\frac{1}{2}$ + B $\frac{1}{2}$.

Data igitur differentia duorum laterum & adgregato eorumdem, inveniuntur latera. Enimvero

Adgregatum dimidium laterum minus dimidia differentia æquale est lateri minori, plus eadem, majori.

Quod ipsum est quod arguit Zetesis.

Sit B 40. D 100. *A sit* 30. E 70.

ZETETICVM II.

Data differentia duorum laterum, & ratione eorumdem, invenire latera.

Sit data B differentia duorum laterum, data quoque ratio minoris lateris ad majus, ut R ad S. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A. Ergo latus majus erit A + B. Quare A ad A + B, est ut R ad S. Quo analogismo resoluto; S in A æquabitur R in A, + R in B. Et per translationem sub contraria adfectionis nota S in A, — R in A æquabitur R in B. & omnibus per S—R divisis; $\frac{R \text{ in } B}{S - R}$ æquabitur A. unde est, ut S — R ad R, ita B ad A.

Vel latus majus esto E. Ergo latus — erit E — B. Quare E ad E — B, est ut S ad R. Quo analogismo resoluto; R in E æquabitur S in E, — S in B. Et per translationem congruam S in E, — R in E æquabitur S in B. Vnde est, ut S—R ad S, ita B ad E.

Data igitur differentia duorum laterum, & ratione eorumdem, inveniuntur latera. Enimvero

Est ut differentia similium duorum laterum ad simile latus majus minusve, ita differentia laterum verorum ad latus verum majus minusve.

Sit B 12. R 2. S 3. *fit* A 24. E 36.

ZETETICVM III.

Data ſumma laterum, & ratione eorumdem: invenire latera.

Sit data ſumma duorum laterum G, & ratio minoris ad majus ut R ad S. Oportet invenire latera.

Latus minus eſto A. Ergo latus majus erit G—A. Quare eſt A ad G — A, ut R ad S. Quo analogiſmo reſoluto S in A æquabitur R in G, — R in A. Et facta ſecundum artem tranſlatione, S in A, + R in A æquabitur R in G. Vnde erit, ut S + R ad R, ita G ad A.

Vel, latus majus eſto E. Ergo latus minus erit G — E. Quare ut E ad G — E, ita S ad R. Quo analogiſmo reſoluto R in E æquatur S in G, — S in E. Et facta ſecundum artem tranſlatione, S in E, + R in E æquabitur S in G. Vnde erit, ut S+R ad S, ita G ad E.

Data igitur ſumma duorum laterum & ratione eorumdum: dantur latera. Eſt enim

Vt ſumma ſimilium duorum laterum ad ſimile latus majus minuſve, ita ſumma laterum verorum ad latus verum majus minuſve.

Sit G 60. R 2. S 3. A erit 24. E 36.

ZETETICVM IV.

Datis duobus lateribus deficientibus à juſto, una cum ratione defectuum: invenire latus juſtum.

Sint data duo latera deficientia à juſto, primum B, ſecundum D: data quoque ratio defectus primi ad defectum ſecundi ut R ad S. Oportet invenire latus juſtum.

Defectus primi eſto A. Ergo B + A erit latus juſtum. Quoniam autem eſt ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in } A}{R}$. Igitur $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit defectus ſecundi. Quare D + $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus juſtum, & ideo D + $\frac{S \text{ in } A}{R}$ æquabitur B + A.

Omnia in R. Ergo D in R, + S in A æquabitur B in R, + A in R.

Et æqualitate ordinata D in R, ═ B in R æquabitur R in A, ═ S in A.

Vnde erit, ut R ═ S ad R, ita D ═ B ad A.

Vel, defectus ſecundi eſto E. Ergo D + E erit latus juſtum. Quoniam autem eſt ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } E}{S}$. Igitur $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit defectus primi. Quare B + $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus juſtum, & ideo æquabitur D + E. Omnia in S.

Ergo B in S, + R in E æquabitur D in S, + S in E.

Et æqualitata ordinata D in S, ═ B in S, æquabitur R in E, ═ S in E.

Vnde erit, ut R ═ S ad S, ita D ═ B ad E.

Datis igitur duobus lateribus deficientibus à juſto cum ratione defectuum: invenitur latus juſtum. Enimvero eſt

Vt differentia ſimilium defectuum ad ſimilem defectum lateris primi vel ſecundi, ita differentia laterum deficientium vera (quæ & defectuum) ad defectum verum lateris primi vel ſecundi. Quo defectu congruenter reſtituto lateri deficienti, fit latus juſtum.

Sit B 76. D 4. R 1. S 4. A fit 24. E 96.

ALITER.

Datis duobus lateribus deficientibus à juſto, una cum ratione defectuum; invenire latus juſtum.

Sint rurſus duo latera deficientia à juſto, primum B, ſecundum D: data quoque ratio defectus primi ad defectum ſecundi ut R ad S. Oportet invenire latus juſtum.

Eſto illud A. Ergo A — B erit defectus primi & A — D defectus ſecundi. Quare ut A — B ad A — D, ſic R ad S. Quo analogiſmo reſoluto R in A, — R in D æqua-

 bitur

bitur S in A, — S in B. Factaque secundum artem translatione, S in A = R in A, æquabitur S in B = R in D. Itaque $\frac{S \text{ in } B = R \text{ in } D}{S = R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus deficientibus à vero una cum ratione defectuum, invenitur latus justum. Enimvero

Cum differentia inter rectangulum sub primo latere deficiente & simili defectu secundi, & rectangulum sub secundo latere deficiente & simili defectu primi adplicabitur ad differentiam similium defectuum, orietur latus justum de quo quæritur.

Sit B 76. D 4. R 1. S 4. *A fit* 100.

ZETETICVM V.

Datis duobus lateribus excedentibus justum, una cum ratione excessuum: invenire latus justum.

Sint data duo latera excedentia justum, primum B, secundum D: data quoque ratio excessus primi ad excessum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum. Excessus primi esto A. Ergo B — A erit latus justum. Quoniam autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in } A}{R}$ Ergo $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit excessus secundi. Quare D, — $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur B — A. Omnia in R. Ergo D in R — S in A, æquabitur B in R, — R in A. Et æqualitate ordinata D in R = B in R, æquabitur S in A = R in A.

Vnde erit, ut S = R ad R, ita D = B ad A.

Vel excessus secundi esto E. Ergo D — E erit latus justum. Quoniam autem est, ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } E}{S}$. Ergo $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit excessus primi. Quare B — $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur D — E. Omnia ducantur in S, Ergo B in S — R in E, æquabitur D in S, — S in E. Et æqualitate ordinata D in S = B in S, æquabitur S in E = R in E.

Vnde erit, ut S = R ad S, ita D = B ad E.

Datis igitur duobus lateribus excedentibus justum una cum ratione excessuum: invenitur latus justum. Enimvero est

Vt differentia similium excessuum ad similem excessum lateris primi vel secundi, ita differentia excedentium vera (quæ & excessum) ad excessum verum primi vel secundi. Quo congruenter ablato à latere excedente, fit latus justum.

Sit B 60. D 40. S 3. R 1. *fit A* 40. E 120.

ALITER.

Datis duobus lateribus excedentibus justum, una cum ratione excessuum: invenire latus justum.

Sint rursus data duo latera excedentia justum, primum B, secundum D: data quoque ratio excessus primi ad excessum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum. Esto illud A. Ergo B — A erit excessus primi & D — A excessus secundi. Quare ut B — A ad D — A, ita R ad S. Quo analogismo resoluto, R in D — R in A, æquabitur S in B — S in A. Factaque secundum artem translatione, S in A = R in A, æquabitur S in B = R in D. Itaque $\frac{S \text{ in } B = R \text{ in } D}{S = R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus excedentibus justum una cum ratione excessuum: invenitur latus justum. Enimvero

Cum differentia inter rectangulum sub primo latere excedente & simili excessu secundi & rectangulum sub secundo latere excedente & simili excessu primi adplicabitur ad differentiam similium excessuum, orietur latus justum.

Sit B 60. D 140. S 3. R 1. *A fit* 20.

ZETETICVM VI.

Datis duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenire latus justum.

Sint data duo latera, unum B deficiens à justo, alterum D excedens: data quoque ratio defectus ad excessum ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Defectus esto A. Ergo latus justum erit B + A. Quoniam autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in } A}{R}$.. Ergo $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit excessus. Quare D $- \frac{S \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo æquatur B + A. Omnia in R. Ergo D in R — S in A, æquabitur B in R, + R in A. Et æqualitate ordinata R in A + S in A, æquabitur D in R, — B in R.

Vnde erit, ut S + R ad R ita D — B ad A.

Vel excessus esto E. Ergo latus justum erit D — E. Quoniam autem est ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } E}{S}$. Ergo $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit defectus. Quare B + $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquatur D — E. Omnia in S. Ergo B in S, + R in E, æquabitur D in S, — S in E. Et æqualitate ordinata R in E, + S in E, æquabitur D in S, — B in S.

Vnde erit, ut S — R ad S, ita D — B ad E.

Datis igitur duobus lateribus uno deficiente à justo altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenitur latus justum. Enimvero est

Vt adgregatum similis defectus & similis excessus ad similem defectum vel excessum, ita differentia deficientis & excedentis vera (quæ summa est veri defectus & excessus) ad defectum vel excessum verum. Itaque restituto defectu lateri deficienti, vel amputato excessu à latere excedente, fit latus justum.

Sit B 60 D 180 R 1 S 5 A *fit* 20 E 100.

ALITER.

Datis duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenire latus justum.

Sint rursus data duo latera, unum B deficiens à justo, alterum D excedens justum: data quoque ratio defectus ad excessum ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Esto illud A. Ergo A — B erit defectus. Et D — A erit excessus. Quare est ut A — B ad D — A, ita R ad S. Quo analogismo resoluto, R in D — R in A, æquatur S in A — S in B. Factaque secundum artem translatione, S in A + R in A, æquatur R in D, + S in B. Itaque $\frac{R \text{ in } D, + S \text{ in } B}{S + R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenitur latus justum. Enimvero

Cum adgregatum factum ex simili defectu in latus excedens, & facti ex simili excessu in latus deficiens, adplicabitur ad adgregatum similium excessus & defectus, orietur latus justum.

Sit B 60 D 180 R 1 S 5 A *fit* 80.

ZETETICVM VII.

Datum latus ita secare, ut præfinitæ unciæ unius segmenti, adjunctæ præfinitis unciis alterius: æquent summam præscriptam.

Sit datum B latus ita secandum in duo segmenta, ut cum portio primi segmenti se habens ad assem, id est, ad ipsum primum segmentum ut D ad B; adjecta portioni secundi segmenti se habentis ad assem, id est, ad ipsum segmentum ut F ad B: faciat H. Portio à primo segmento præstanda ut faciat H, esto A. Portio igitur à secundo contribuenda erit H — A. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$ ideo $\frac{B \text{ in } A}{D}$: erit as primi segmenti. Et quoniam est ut F ad B, ita H — A ad $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$: ideo $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$ erit as secundi segmenti: quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispescendo. Ergo $\frac{B \text{ in } A}{D}$ + $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$

$\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata, omnibus videlicet per D in F ductis & abs B diviſis, adhibitaque congrua tranſlatione, ſiquidem D majores ſint unciæ quam F, $\frac{H \text{ in } D, - F \text{ in } D}{D - F}$ æquabitur A. Unde erit ut D — F ad H — F, ita D ad A.

Vel portio à ſecundo ſegmento præſtanda ut faciat H, eſto E. Portio igitur à primo contribuenda erit H — E. Et quoniam eſt ut F ad B, ita E ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$: ideo $\frac{B \text{ in } E}{F}$ erit as ſecundi ſegmenti. Et quoniam eſt ut D ad B, ita H — E ad $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$: ideo $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$ erit as primi ſegmenti: quæ duo ſegmenta æquantur toti lateri diſpeſcendo.

Ergo $\frac{B \text{ in } E}{F} + \frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E}{D}$ æquabitur B.

Qua æqualitate ordinata, omnibus videlicet per F in D ductis & abs B diviſis, adhibitaque congrua tranſlatione, eo ipſo caſu quo D intelligantur unciæ majores quam F. $\frac{D \text{ in } F, - H \text{ in } F}{D - F}$ æquabitur E. Unde erit ut D — F ad D — H, ita F ad E.

Datis autem unciis præſtitutorum ſegmentorum, dabuntur aſſes ſeu ipſa ſegmenta. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit primum ſegmentum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ ſecundum.

Datum igitur latus ita ſecatur, ut præfinitæ unciæ unius ſegmenti cum præfinitis unciis alterius, æquent ſummam præſcriptam. Enimvero

Secto latere dato ut aſſe ad ſimilitudinem unciarum præſtandarum à ſegmentis.

Fit,

Vt ſimiles unciæ præſtandæ à primo ſegmento (ſiquidem majores uncias præſtat illud primum quam ſecundum) minus ſimilibus unciis præſtandis à ſecundo ad ſummam præſtationum præſcriptam minus ſimilibus unciis præſtandis à ſecundo ſegmento, ita ſimiles unciæ præſtandæ à primo ad portionem veram à primo præſtandam.

Vel,

Vt ſimiles unciæ præſtandæ à primo ſegmento minus ſimilibus unciis præſtandis à ſecundo ad ſimiles uncias præſtandas à primo ſegmento minus ſumma præſtationum præſcripta, ita ſimiles unciæ præſtandæ à ſecundo ad portionem veram à ſecundo præſtandam.

Sit B 60 D 20 F 12 H 14 compoſita ex A & E. Fit A 5 E 9.

Apparet autem eandem H ſummam præſtationum præſcribi oportere, ut media ſit inter D & F. Illa ſcilicet minorem, hac majorem.

Vt hic 14 eſt minor 20, ſed major 12.

ZETETICVM VIII.

Datum latus ita ſecare, ut præfinitæ unciæ primi ſegmenti, multatæ præfinitis unciis ſecundi ſegmenti: æquent differentiam præſcriptam.

Sit datum B latus ſecandum in duo ſegmenta, ut cum portio primi ſegmenti ſe habens ad aſſem, hoc eſt, ad ipſum ſegmentum ut D ad B; multabitur portione ſecundi ſegmenti ſe habente ad aſſem, hoc eſt, ad ipſum ſegmentum ſecundum ut F ad B: faciat H. Sane alia ſectio continget, ſi majores unciæ exigantur à primo ſegmento, penes quod proponitur exceſſus, quam ſi minores. Attamen utroque caſu idem opus ſit. Sint igitur D majores, minoreſve unciæ, quam B. Et portio à primo ſegmento præſtanda, eſto A. Portio igitur exigenda à ſecundo erit A — H. Et quoniam eſt ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ primum ſegmentum. Æque, cum ſit ut F ad B, ita A — H ad $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H}{F}$ ſecundum. Quæ duo ſegmenta æquantur toti lateri diſpeſcendo.

Ergo $\frac{B \text{ in } A}{D} + \frac{+ B \text{ in } A, - B \text{ in } H}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata $\frac{D \text{ in } F, + D \text{ in } H}{D + F}$ æquabitur A.

Vnde erit ut D + F ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à ſecundo præſtanda ſit A — H: ideo relinquetur ea cum ſubducetur H abs $\frac{D \text{ in } F, + D \text{ in } H}{D + F}$. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{D \text{ in } F, - H \text{ in } F}{D + F}$ æquabitur E.

Vnde

Vnde erit ut D + F ad D — H, ita F ad E.

Datis autem unciis præstituturum segmentorum, dabuntur asses seu ipsa segmenta. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit primum segmentum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ secundum.

Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ unciæ primi segmenti, multatæ præfinitis unciis secundi, æquent differentiam præscriptam. Enimvero

Secto latere dato ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à segmentis.

Fit,

Vt similes unciæ præstandæ tam à primo segmento quam secundo ad differentiam præstationum præscriptam plus similibus unciis præstandis à secundo, ita similes unciæ præstandæ à primo ad veras uncias præstandas à primo.

Vel,

Vt similes unciæ præstandæ tam à primo segmento quam secundo ad similes uncias præstandas à primo minus differentia præstationum præscripta, ita similes unciæ præstandæ à secundo ad veras uncias præstandas à secundo.

Sit B 84 D 28 F 21 H 7 *fit* A 16 E 9.

Apparet autem talem H differentiam præstationum præscribi oportere, ut minor sit unciis D præstandis à primo segmento, penes quod proponitur excessus, sive illæ sint majores sive minores præstandis à secundo segmento.

Vt in posteriore casu 7 est minor 21.

ZETETICVM IX.

Invenire duo latera, quorum differentia sit ea quæ præscribitur, & præterea præfinitæ unciæ lateris unius, adjectæ præfinitis unciis alterius, æquabunt summam præscriptam.

Sit data B differentia duorum laterum, quorum primi portio se habens ad assem, hoc est, ad ipsum latus primum ut D ad B; adjecta portioni minoris se habenti ad assem, hoc est, ad ipsum latus secundum ut F ad B, faciat H. Oporteat invenire duo illa latera.

Aut primum latus intelligitur majus, vel minus. Primo casu intelligitor majus, & ideo portio quam contribuit primum latus, idemque majus, esto A. Portio igitur quam contribuit latus secundum, idemque minus, erit H — A. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ latus majus. Et quoniam est ut F ad B, ita H — A ad $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$ latus minus. Quare $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } A}{F}$ æquabitur B. Et æqualitate ordinata; $\frac{D \text{ in } F, + D \text{ in } H.}{F + D}$ æquabitur A.

Vnde erit F + D ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit H — A: ideo relinquetur ea cum abs H subducetur $\frac{D \text{ in } F, + H \text{ in } D.}{F + D}$.

Sit igitur illa E. Ergo $\frac{H \text{ in } F, - D \text{ in } F.}{F + D}$ æquabitur E.

Vnde erit ut F + D ad H — D, ita F ad E.

Secundo casu primum segmentum intelligitor minus. Ergo secundum segmentum erit majus. Portio itaque à secundo præstanda rursus esto E. Portio igitur quam contribuit primum, idemque minus, erit H — E. Et quoniam est ut F ad B, ita E ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum, idemque majus. Æque quoniam est ut D ad B, ita H — E ad $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E.}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E.}{D}$ latus primum, idemque minus. Quare $\frac{B \text{ in } E}{F} - \frac{B \text{ in } H, - B \text{ in } E.}{D}$ æquabitur B, & æqualitate ordinata $\frac{F \text{ in } H, + F \text{ in } D.}{D + F}$ æquabitur E.

Vnde erit ut D + F ad H + D, ita F ad E.

Porro cum portio à primo præstanda sit H — E: ideo relinquetur ea cum abs H subducetur $\frac{F \text{ in } H, + F \text{ in } D.}{D + F}$.

Sit igitur illa A. Ergo $\frac{H \text{ in } D, - F \text{ in } D.}{F + D.}$ æquabitur A,

Vnde erit ut F + D ad H — F, ita D ad A.

Datis

Datis autem unciis laterum dabuntur asses, seu ipsa latera. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit latus primum, $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum.

Inveniuntur ergo duo latera, quorum differentia sit quæ præscribitur & præterea præfinitæ unciæ lateris unius, adjectæ præfinitis unciis alterius: æquabunt summam præscriptam. Enimvero

Secta laterum de quibus quæritur differentia ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à lateribus.

Fit,

Vt similes unciæ præstandæ tam à majore quam minore latere ad summam præstationum præscriptam plus similibus unciis lateris minoris, ita similes unciæ majoris ad uncias veras à majore latere præstandas.

Vel,

Vt similes unciæ præstandæ tam à majore quam minore latere ad summam præstationum præscriptam minus similibus unciis lateris majoris, ita similes unciæ minoris ad veras uncias à minore latere præstandas.

Sit B 84 D 28 F 21 H 98 A fit 68 E 30.

Apparet autem talem summam præstationum præscribi oportere, ut ea major sit D, unciis similibus præstandis à majore segmento.

Vt 98 major est 28.

ZETETICVM X.

Invenire duo latera, quorum differentia sit ea quæ præscribitur, & præterea præfinitæ unciæ primi, multatæ præfinitis unciis secundi, æquent differentiam quoque inter eas datam.

Sit data B differentia duorum laterum, quorum primi portio se habens ad assem, hoc est, ad ipsum latus primum, ut D ad B, cum multabitur portione secundi se habente ad assem, hoc est, ad ipsum latus secundum, ut F ad B, faciat H, Oportet invenire duo illa latera.

Aut primum latus intelligitur majus duorum, vel minus. Sive autem ab eo exigantur unciæ majores sive minores quam à secundo, idem fere opus fit.

Sint igitur D majores minoresve unciæ à primo præstandæ. Verum primo casu primum illud latus à quo præstandæ unciæ multam patiuntur sit majus duorum. Et portio sui præstanda esto A. Portio igitur à secundo præstanda erit A — H, ut sit præstationum illarum differentia H, cum existat excessus penes primum. Et erit latus primum $\frac{B \text{ in } A}{D}$, secundum $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H.}{F}$. Itaque $\frac{B \text{ in } A.}{D} - \frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H.}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata, siquidem F sunt majores unciæ quam D, $\frac{F \text{ in } D, - H \text{ in } D.}{F - D}$ æquabitur A. Vnde erit ut F — D ad F — H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit A — H. Ideo relinquetur, cum abs $\frac{F \text{ in } D, - H \text{ in } D.}{F - D}$ auferetur H. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{F \text{ in } D, - F \text{ in } H}{F - D}$ æquabitur E. Vnde erit ut F — D ad D — H, ita F ad E.

Quod si è contra D majores sint unciæ quam F. Erit ut D — F ad H — F, ita D ad A. Et ut D — F ad H — D, ita F ad E.

Secundo casu latus primum esto minus duorum & portio sui præstanda esto rursus A. Portio igitur à secundo præstanda eoque majore erit A — H. Et erit latus primum $\frac{B \text{ in } A}{D}$, secundum $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H}{F}$. Itaque $\frac{B \text{ in } A, - B \text{ in } H.}{F} - \frac{B \text{ in } A}{D}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata $\frac{F \text{ in } D, + H \text{ in } D}{D - F}$ æquatur A. Vnde erit ut D — F ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda eoque majore sit A — H, ideo relinquetur illa cum abs $\frac{F \text{ in } D, + H \text{ in } D.}{D - F}$ subducetur H. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{D \text{ in } F, + H \text{ in } F.}{D - F}$ æquabitur E. Vnde erit ut D — F ad D + H, ita F ad E.

Series

Series autem operis demonstrat hoc secundo casu majores uncias exigendas esse à primo quam à secundo.

Porro datis unciis quæsitorum laterum, dabuntur asses ipsave latera. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit latus primum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum.

Inveniuntur ergo duo latera, quorum differentia sit quæ præscribitur, & præterea præfinitæ unciæ primi, multatæ præfinitis unciis secundi, æquent differentiam quoque inter eas datam. Enimvero

Secta laterum de quibus quæritur differentia ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à lateribus, siquidem primum sit majus duorum laterum, majoresque ab eo exigantur unciæ.

Fiet,

Ut similes unciæ à primo præstandæ minus similibus unciis præstandis à secundo ad differentiam præstationum præscriptam minus similibus unciis præstandis à secundo, ita similes unciæ præstandæ à primo ad uncias veras ab eodem primo præstandas.

Vel,

Ut similes unciæ à primo præstandæ minus similibus unciis à secundo præstandis ad differentiam præstationum præscriptam minus similibus unciis à primo præstandis, ita similes unciæ præstandæ à secundo ad uncias veras à secundo præstandas.

Quod si à primo illo majore minores exigantur unciæ quam à secundo minore, eædem vigent analogiæ facta negationum inversione.

Cum vero primum illud latus cujus unciæ præfinitæ multam patiuntur est minus quæsitorum, & majores ab eo semper exiguntur unciæ.

Fit,

Ut similes unciæ à primo præstandæ minus similibus unciis à secundo præstandis ad similes uncias præstandas à secundo plus differentia præstationum præscripta, ita similes unciæ à primo præstandæ ad veras uncias ab eodem primo præstandas.

Vel,

Ut similes unciæ à primo præstandæ minus similibus unciis à secundo præstandis ad similes uncias à primo præstandas plus differentia præstationum præscripta, ita similes unciæ à secundo præstandæ ad uncias veras à secundo præstandas.

Denique tres sunt Casus.

Primus est cum latus primum, seu cujus unciæ multam patiuntur, est majus duorum, majoresque ab eo exiguntur unciæ.

Secundus cum latus idem remanet majus, & minores ab eo exiguntur unciæ.

Tertius cum latus illud primum est minus duorum, & majores exiguntur unciæ. Neque enim possunt exigi minores.

Primo casu oportet talem præscribi H, ut major sit unciis similibus primi segmen ti & consequenter major quoque F unciis similibus secundi segmenti.

Secundo casu minorem esse oportet ipsis D vel F.

Tertio casu H minor est vel major ipsis D vel F. Itaque potest is tertius casus concurrere sive cum primo, sive cum secundo.

I.

Sit B 12 *differentia duorum laterum.* D 4. F 3. H 9 *differentia qua* A *præstat ipsi* F.

Quoniam H *major est sive ipsa* D, *sive ipsa* F.

Aut $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *intelligitur latus majus, aut minus.*

1. Si *majus. A fit* 24. *E* 15.

Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *est* 72. *latus primum & majus.* $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 60 *latus secundum & minus. Et horum differentia est B præscripta.*

2. Sin $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *intelligitur latus minus, A fit* 48. *E* 39. *Et* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *est* 144. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 156. *Et horum differentia est B præscripta.*

II.

1 *Rursus fit B* 48 *differentia duorum laterum.* D 16. F 12. *H* 10. *differentia qua A præstat ipsi* D.

Quoniam H minor est sive ipsa D; *sive ipsa* F. *D vero major est ipsa* F, *necessario* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *est latus minus, &* $\frac{B \text{ in } E}{F}$ *latus majus. Et fit A* 88. *E* 78. *Et* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *fit* 264. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 312. *Et horum differentia est B præscripta.*

2 *Aut fit* D 12. F 16. *manente* B 48, *H* 10, *necessario* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ *est latus majus. Et fit A* 18. *E* 8. *Et* $\frac{B \text{ in } A}{D}$ 72. *Et* $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 24. *Et horum differentia est B præscripta.*

LIBER SECUNDUS.

ZETETICVM I.



Dato rectangulo sub lateribus, & ratione laterum, invenire latera.

Vox pluralis simpliciter prolata, duorum numero contenta est. Sit igitur datum B planum, rectangulum sub lateribus duobus, quorum majoris ad minus ratio quoque data sit, ut S ad R. Oportet invenire latera.

Latus majus esto A. Quoniam igitur est ut S ad R, ita A ad $\frac{R \text{ in } A}{S}$: ideo $\frac{R \text{ in } A}{S}$ erit latus minus. Planum itaque quod fit sub lateribus, erit $\frac{R \text{ in } A \text{ quadr.}}{S}$ & ideo æquale dato B plano. Omnia ducantur in S. Ergo R in A quadr. æquatur S in B planum. Itaque revocata ad analogismum æqualitate, est ut R ad S, ita B planum ad A quadratum.

Aliter latus minus esto E. Quoniam igitur est ut R ad S, ita E ad $\frac{S \text{ in } E}{R}$: ideo $\frac{S \text{ in } E}{R}$ erit latus majus. Rectangulum itaque sub lateribus, erit $\frac{S \text{ in } E \text{ quadr.}}{R}$ æquale consequenter B plano. Omnia ducantur per R. Ergo S in E quadr. æquatur R in B planum. Itaque revocata ad analogismum æqualitate, est ut S ad R, ita B planum ad E quadratum.

Dato igitur plano quod fit sub lateribus, una cum ratione laterum, inveniuntur latera.

Enimvero est,

Vt simile latus primum ad simile latus secundum majus minusve, ita rectangulum sub lateribus ad quadratum è latere secundo majore minoreve.

Sit B planum 20. *R* 1. *S* 5. *A* 1 N, 1 *Q æquatur* 100. *Vel fit E.* 1 N. 1 *Q æquatur* 4.

ZETETICVM II.

Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato quadratorum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Duplum planum sub lateribus, adjectum quidem adgregato quadratorum, æquatur quadrato summæ laterum. Ablatum vero, quadrato differentiæ.

Vt apparet ex genesi quadrati. Data autem differentia duorum laterum & eorum summa, dantur latera.

Sit 20. *Rectangulum sub lateribus à quibus adgregata quadrata faciant* 104. *Summa laterum esto* 1 N, 1 *Q æquatur* 144. *Vel differentia esto* 1 N, 1 *Q æquatur* 64.

ZETE-

ZETETICVM III.

Dato rectangulo sub lateribus, & differentia laterum: inveniuntur latera.

Enimvero quadratum differentiæ laterum, adjunctum quadtuplo rectangulo sub lateribus: æquatur quadrato adgregati laterum.

Jam enim ordinatum est, Quadratum adgregati laterum, minus quadrato differentiæ, æquari quadruplo rectangulo sub lateribus: adeo ut sola fuerit opus anthitesi. Data porro differentia duorum laterum & eorum summa, dantur latera.

Sit 20. *Rectangulum sub duobus lateribus quorum differentia est* 8. *Summa laterum esto* 1N. 1Q *æquatur* 144.

ZETETICVM IV.

Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato laterum: inveniuntur latera.

Enimvero quadratum adgregati laterum, minus quadruplo rectangulo sub lateribus: æquatur quadrato differentiæ laterum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit 20. *Rectangulum sub duobus lateribus quorum summa est* 12. *Differentia laterum esto* 1N. 1Q *æquatur* 64.

ZETETICVM V.

Data differentia laterum, & adgregato quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero duplum adgregatum quadratorum, minus quadrato differentiæ laterum: æquatur quadrato adgregati laterum.

Jam enim ordinatum est quadratum adgregati laterum plus quadrato differentiæ æquari duplo adgregato quadratorum, adeo ut sola fuerit opus antithesi.

Sit differentia laterum 8. *Adgregatum quadratorum* 104. *Summa laterum esto* 1N. 1Q *æquatur* 144.

ZETETICVM VI.

Dato adgregato laterum, & adgregato quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero duplum adgregatum quadratorum, minus quadrato adgregati laterum: æquatur quadrato differentiæ laterum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit adgregatum laterum 12. *Quadratorum* 104. *Differentia laterum esto* 1N. 1Q *æquatur* 64.

ZETETICVM VII.

Data differentia laterum, & differentia quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero cum differentia quadratorum, adplicabitur ad differentiam laterum: Orietur summa laterum.

Jam enim ordinatum est differentiam laterum, cum ducitur in adgregatum laterum, facere differentiam quadratorum. At adplicatio restitutio est operis quod efficit multiplicatio.

Sit differentia laterum 8. *Quadratorum* 96. *Summa laterum fit* 12. *Itaq; latus majus est* 10. *minus* 2.

ZETETICVM VIII.

Data summa laterum, & differentia quadratorum, inveniuntur latera.

Enimvero

Cum differentia quadratorum, adplicabitur ad summam laterum orietur differentia laterum.

Vt ex antecedente nota fit perspicuum.

Sit summa laterum 12. Differentia quadratorum 96. Differentia laterum fit 8, ideoque latus majus est 10. minus 2.

ZETETICVM IX.

Dato rectangulo sub lateribus, & differentia quadratorum, invenire latera.

Sit datum B planum, rectangulum sub lateribus. Datum quoque D planum, differentia quadratorum. Oportet invenite latera. Adgregatum quadratorum esto A planum. Quadratum igitur summæ laterum, erit A planum, + B plano 2: differentiæ vero, A planum, — B plano 2. Summa autem laterum ducta in differentiam, facit differentiam quadratorum. Quare quadratum summæ laterum ductum in quadratum differentiæ, faciet differentiam quadratorum ductam in se. Itaque A plano-planum, — B plano-plano 4, æquabitur D plano-plano. Et ordinando æquationem, A plano-planum æquabitur D plano-plano, + B plano-plano 4. Porro dato adgregato quadratorum, & eorum differentia, vel sub lateribus rectangulo, dantur latera.

Dato igitur rectangulo sub lateribus, & differentia quadratorum, dantur latera.

Enimvero

Quadratum abs differentia quadratorum, adjunctum quadrato dupli rectanguli, æquale est quadrato adgregati quadratorum.

Sit B planum 20. D planum 96. A planum 1 N 1 Q æquatur 10816.

ZETETICVM X.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque è lateribus uno, invenire latus reliquum.

Sit datum B planum, constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum, & prætcrea sit datum D, unum ex illis lateribus. Oportet invenire latus reliquum.

Latus de quo quæritur adjectum lateri dimidio dato, esto A. Latus igitur justum de quo quæritur erit A — D $\frac{1}{2}$. Et ejus quadratum est, A quadratum, — D in A, + D quadrato $\frac{1}{4}$. Quadratum vero dati est D quadratum, quæ duo quadrata addita rectangulo sub lateribus, æquantur B plano, secundum ea quæ proponuntur. Rectangulum autem sub lateribus est D in A, — D quadrato $\frac{1}{2}$. Quare A quadratum, + D quadrato $\frac{3}{4}$ æquabitur B plano, & ordinando æquationem, A quadratum æquabitur B plano, — D quadrato $\frac{3}{4}$.

Dato igitur plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque è lateribus uno, invenitur latus reliquum.

Enimvero

Planum constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum, multatum dodrante quadrati lateris dati, æquale est quadrato lateris compositi, ex quæsito latere & dimidio dati.

Sit B planum 124. D 2. A 1 N. 1 Q æq. 121. Itaque √121—1, *est latus quæsitum.*
Vel sit B planum 124. D 10. A 1 N 1 Q æquatur 49. Itaque √49—5, *est latus quæsitum.*

ZETETICVM XI.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, dataque laterum illorum summa, discernere latera.

Sit datum B planum, constans rectangulo sub lateribus, & quadratis singulorum laterum,

terum, & prætetea fit data G, fumma illorum laterum. Oportet difcernere latera.

Rectangulum fub lateribus, esto A planum. Quoniam igitur quadratum fummæ laterum æquatur quadratis fingulorum laterum, plus duplo rectangulo. Confequenter G quadratum æquabitur B plano, + A plano. Et ordinando æquationem, G quadratum, — B plano æquabitur A plano.

Data autem fumma laterum, & rectangulo fub lateribus, dantur latera.

Dato igitur plano, quod conftat tum rectangulo fub lateribus tum quadratis fingulorum laterum, ac infuper data laterum illorum fumma, difcernuntur latera. Enimvero

Quadratum fummæ, multatum compofito illo plano, relinquit rectangulum fub lateribus.

Sit B planum 124. G 12. A planum fit 20. Itaque quadratum differentiæ laterum erit 64. & ideo 12 + √ 64 fit duplum lateris majoris. Et 12 — √ 64 duplum lateris minoris.

ZETETICVM XII.

Dato plano, quod conftat tum rectangulo fub lateribus, tum quadratis fingulorum laterum, datoque rectangulo illo, difcernuntur latera.

Enimvero

Compofitum illud planum, adjectum rectangulo, æquabitur quadrato fummæ laterum.

Per illud ipfum quod fuperiore Zetetico inventum eft & ordinatum.

Sit 124 planum conftans rectangulo fub lateribus & quadratis fingulorum laterum. Rectangulum autem ipfum 20. Summa laterum 1 N, 1 Q æquatur 144 à quo dum demetur quadruplum ipfius 20, relinquetur 64 quadratum differentiæ. Itaque √ 144 + √ 64 fit duplum lateris majoris. √ 144 — √ 64 duplum lateris minoris.

ZETETICVM XIII.

Dato adgregato quadratorum, & differentia eorundem, invenire latera.

Sit datum adgregatum quadratorum, D planum, & differentia eorumdem, B planum. Oportet invenire latera.

Duplum igitur quadratum majoris, erit D planum, + B plano. Iuxta doctrinam in lateribus jam ordinatam. Dato autem duplo datur fimplum, & datis quadratis, dantur quadratorum latera.

Neque vero nova opus eft ordinatione, quando quæ de lateribus adnotantur, ad alias quafcumque fimplices magnitudines trahi poffe, vix exemplificandum fuit.

Sit D planum 104, B planum 96, latus majus 1 N, 1 Q æquatur 100. Sit latus minus 1 N, 1 Q æquatur 4.

ZETETICVM XIV.

Data differentia cuborum, & adgregato eorumdem, invenire latera.

Sit data differentia cuborum, B folidum. Datum quoque adgregatum eorumdem, D folidum. Oportet invenire latera.

Duplus igitur cubus majoris lateris, erit D folidum, + B folido. Duplus cubus minoris, D folidum, — B folido. Iuxta doctrinam in lateribus jam ordinatam, & in quadratis rurfus exemplificatam, ubi ad cujufcumque generis magnitudines trahi, monuimus. Dato autem duplo datur fimplum, & datis cubis dantur radices, ut Zeteticum hoc vix fuo fit dignum nomine.

Sit B folidum 316. D folidum 370. Latus majus 1 N, 1 C. æquatur 343. Sit latus minus 1 N, 1 C æquatur 27.

ZETETICVM XV.

Data differentia cuborum, & rectangulo fub lateribus, inveniuntur latera.

Enimvero quadratum differentiæ cuborum, plus rectanguli sub lateribus quadruplo cubo: æquatur quadrato adgregati cuborum.

Iam enim ordinatum est, quadratum adgregati cuborum minus quadrato differentiæ: æquari quadruplo cubo rectanguli. Vt sola fuerit opus antithesi.

Sit differentia Cuborum 316. Rectangulum sub lateribus 21. Adgregatum Cuborum 1 N, 1 Q æquatur 136900.
Duplus ideo Cubus major $\sqrt{}$ *136900 + 316.*
Duplus minor $\sqrt{}$ *136900 — 316.*

ZETETICVM XVI.

Dato adgregato cuborum, & rectangulo sub lateribus: inveniuntur latera. Enimvero,

Quadratum adgregati cuborum, minus quadruplo cubo rectanguli sub lateribus: æquatur quadrato differentiæ cuborum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit adgregatum cuborum 370. Rectangulum sub lateribus 21. Differentia cuborum 1 N, 1 Q æquatur 99256.

ZETETICVM XVII.

Data differentia laterum, & differentia cuborum: invenire latera.

Sit data B, differentia laterum. Differentia vero cuborum, D solidum. Oportet invenire latera.

Summa laterum esto E, ergo E + B erit duplum lateris majoris, & E — B erit duplum lateris minoris. Differentia autem cuborum illorum, est; B in E quadratum 6, + B cubo 2, æqualis consequenter D solido 8. Quare $\frac{D \text{ sol. } 4, - B \text{ cubo.}}{B\ 3}$ æquatur E quadrato.

Dati autem quadrati datur latus, & data differentia laterum & eorumdem summa, dantur latera.

Data igitur differentia laterum, & differentia cuborum: invenitur summa laterum. Enimvero,

Differentia cuborum quadrupla, minus cubo differentiæ laterum, si adplicetur ad triplum differentiæ laterum: oritur quadratum adgregati laterum.

Sit B 6, D solidum 504, summa laterum 1 N, 1 Q æquatur 100.

ZETETICVM XVIII.

Data summa laterum & summa cuborum distinguere latera.

Sit data B, summa laterum, D solidum vero, summa cuborum. Oportet distinguere latera. Differentia laterum, esto E. Ergo B + E est duplum lateris majoris, B — E duplum lateris minoris. Summa itaque cuborum, est; B cubus 2, + B in E quadratum 6, æqualis consequenter D solido 8. Quare $\frac{D \text{ sol. } 4, - B \text{ cub.}}{B\ 3}$ æquatur E quadrato.

Dati autem quadrati datur latus, & data summa laterum & differentia eorundem: dantur latera.

Data igitur summa laterum & summa cuborum: dantur latera. Enimvero,

Summa cuborum quadrupla, minus cubo summæ laterum, si adplicetur ad triplum summæ laterum: orietur quadratum differentiæ laterum.

Sit B 10, D solidum 370. E 1 N, 1 Q æquatur 16.

ZETETICVM XIX.

Data differentia laterum, & differentia cuborum: invenire latera.

Sit data B differentia laterum, & datum quoque D solidum, differentia cuborum. Oportet invenire latera. Rectangulum sub lateribus esto A planum. Et vero adparet ex genesi

genesi cubi, si à differentia cuborum auferatur cubus differentiæ laterum, relinqui triplum solidum, quod fit à differentia laterum in rectangulum sub lateribus. Itaque D solidum, — B cubo, æquabitur A plano 3 in B, & omnibus per 3 divisis, $\frac{\text{D solido} - \text{B cubo}}{\text{B } 3}$ æquatur A plano.

Dato autem rectangulo sub lateribus, & differentia laterum, dantur latera.

Data igitur differentia laterum, & differentia cuborum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Differentia cuborum à lateribus, multata cubo differentiæ laterum, si adplicetur ad triplum ipsius differentiæ laterum, quod inde oritur planum, rectangulum est sub lateribus.

Sit B 4. *D solidum* 316. *A planum fit* 21, *rectangulum sub lateribus* 7 *&* 3.

Quod si ex differentia cuborum, & rectangulo inquireretur de differentia laterum. Vt si innotesceret A planum, esse F planum; at de B quæstio esset, sit illa A. Ita procederet æqualitas. A cubus, + F plano 3 in A, æquatur D solido.

Id est,

Cubus differentiæ laterum, plus solido triplo à rectangulo sub lateribus in differentiam laterum, æquatur differentiæ cuborum.

Quod animadvertisse fuit operepretium.

ZETETICVM XX.

Rursus quoque Dato adgregato laterum, & adgregato cuborum, invenire latera.

Sit datum G adgregatum laterum, & datum quoque D solidum adgregatum cuborum. Oportet invenire latera. Esto A planum rectangulum sub lateribus. Et vero adparet ex genesi cubi, si à cubo adgregati laterum subducatur adgregatum cuborum, relinqui triplum solidum, quod fit ab adgregato laterum in rectangulum sub lateribus. Itaque $\frac{\text{G cubo}, - \text{D solido.}}{\text{G } 3}$ æquabitur A plano. Dato autem rectangulo sub lateribus & adgregato laterum, dantur latera.

Dato igitur adgregato laterum, & adgregato cuborum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Cubus adgregati laterum, multatus adgregato cuborum, si adplicetur ad triplum ipsius adgregati laterum, quod inde oritur planum, rectangulum est sub lateribus.

Sit G 10. D *solidum* 370. A *planum fit* 21, *rectangulum sub lateribus* 7 *&* 3.

Quod si ex adgregato cuborum, & rectangulo inquireretur de adgregato laterum. Vt si innotesceret A planum, esse B planum; at de G esset quæstio, sit illud A. Ita procederet æqualitas A cubus, — B plano 3 in A, æquatur D solido.

Id est,

Cubus adgregati laterum, minus solido triplo à rectangulo sub lateribus in adgregatum laterum, æquatur adgregato cuborum.

Quod animadvertisse operepretium fuit.

ZETETICVM XXI.

Datis solidis duobus, uno quod fit abs differentia laterum in differentiam quadratorum, altero quod fit abs adgregato laterum in adgregatum quadratorum, invenire latera.

Solidum primum expositum detur B solidum. Secundum, D solidum. Summa autem laterum esto A. Erit igitur $\frac{\text{B solidum}}{\text{A}}$ quadratum differentiæ laterum. Et $\frac{\text{D solidum}}{\text{A}}$ adgregatum quadratorum. Duplum autem adgregatum quadratorum, minus quadrato differentiæ laterum, facit quadratum adgregati laterum. Quare $\frac{\text{D solidum } 2, - \text{B solido.}}{\text{A}}$ æquabitur A quadrato. Omnia ducantur in A. Igitur D solidum 2, — B solido, æquabitur A cubo.

Datis igitur duobus expositis solidis, inveniuntur latera.

Enim-

Enimvero,

Duplum solidum abs adgregato laterum in adgregatum quadratorum, multatum solido abs differentia laterum in differentiam quadratorum: æquatur cubo adgregati laterum.

Sit B solidum 32. D solidum 272. sit A cubus 512, summa igitur laterum 8. Differentia quadratum $\frac{32}{8}$, id est 4. atque adeo ipsa differentia $\surd$ 4. latus itaque minus est 4, minus medietate lateris 4. Majus, est 4 plus eadem medietate.

Sit B solidum 10. D solidum 20 sit A cubus 30. Summa igitur laterum $\surd$ C. 30. Differentia quadratum $\frac{10}{\surd \text{C. } 30}$, aliter $\surd$ C. $\frac{100}{3}$. Atque adeo ipsa differentia $\surd$ QC. $\frac{100}{3}$, latus itaque minus est $\surd$ C. $\frac{30}{8} - \surd$ QC. $\frac{100}{192}$, latus majus $\surd$ C. $\frac{30}{8} + \surd$ QC. $\frac{100}{192}$.

At Cardanus in Arithmeticis quæstione 93. Cap. 66. bene animadvertit in hac hypotesi laterum proportionem esse, minoris nempe ad majus, ut $2 - \surd 3$ ad 1, seu ut 1 ad $2 + \surd 3$, sed latera ipsa subnotavit infeliciter.

ZETETICVM XXII.

Dato adgregato quadratorum, & ratione rectanguli sub lateribus ad quadratum differentiæ laterum, invenire latera.

Sit datum B planum, adgregatum quadratorum. Rectangulum autem sub lateribus ad quadratum differentiæ laterum, se habeat ut R ad S. Oportet invenire latera. Rectangulum sub lateribus esto A planum. Quadratum igitur differentiæ laterum erit $\frac{\text{S in A planum}}{\text{R}}$; cui cum adjungetur duplum rectangulum, fiet adgregatum quadratorum. Ergo $\frac{\text{S in A planum} + \text{R in A planum 2}}{\text{R}}$ æquabitur B plano. Qua æqualitate ad analogismum revocata, erit ut S + R 2 ad R, ita B planum ad A planum.

Datis igitur quæ exposita sunt, dantur latera.

Enimvero est,

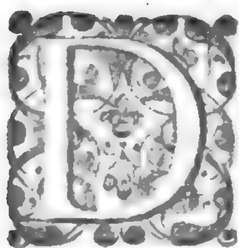
Vt quadratum differentiæ laterum, plus duplo simili rectangulo sub lateribus ad rectangulum simile sub lateribus, ita adgregatum verum quadratorum ad verum rectangulum.

Sit adgregatum quadratum 20. Rectangulum autem sub lateribus ad quadratum differentiæ eorumdem se habeto, ut 2 ad 1: erit ut S + R 2 ad R, ita 20 ad 8. Quare 8 est rectangulum de quo quæritur. Itaque 20 — 16 id est 4, est quadratum differentiæ laterum, & 20 + 16 est quadratum adgregati. Vnde differentia est $\surd$ 4. Summa $\surd$ 36. latus minus $\surd 9 - \surd 1$, vel 2, majus vero $\surd 9 + \surd 1$, vel 4.

Sed stante adgregato quadratorum 20. Rectangulum sub lateribus ad quadratum differentiæ laterum se habeto, ut 1 ad 1; hoc videlicet sit illi æquale: erit ut 3 ad 1, ita 20 ad $\frac{20}{3}$. Quare $\frac{20}{3}$ est rectangulum sub lateribus. Itaque $20 - \frac{40}{3}$, id est $\frac{20}{3}$, erit quadratum differentiæ laterum; & $20 + \frac{40}{3}$, id est $\frac{100}{3}$, erit quadratum adgregati. Vnde $\surd \frac{20}{3}$ est differentia, & $\surd \frac{100}{3}$ adgregatum. Atque adeo latus minus est $\surd \frac{25}{3} - \surd \frac{5}{3}$, & latus majus $\surd \frac{25}{3} + \surd \frac{5}{3}$. Hallucinatur itaque Cardanus in Arithmeticis quæstione 94. Cap. 66.

LIBER TERTIUS.

ZETETICVM I.



Data media trium proportionalium linearum rectarum, & differentia extremarum, invenire extremas.

At vero extremæ proportionales sunt ut latera. Mediæ vero quadratum est ipsum rectangulum sub lateribus. Jam autem expositum est. Dato rectangulo sub lateribus, & differentia laterum, invenire latera. Itaque, quadratum differentiæ dimidiæ extremarum, adjunctum mediæ quadrato, æquatur quadrato adgregati dimidii extremarum.

Sit differentia extremarum 10, media 12. minor extrema est 8. major 18.

ZETETICVM II.

Data media trium proportionalium, & adgregato extremarum, invenire extremas.

Illud quoque Problema jam ante expositum est, videlicet. Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato laterum, invenire latera,

Sit media 12, adgregatum extremarum 26, minor extrema est 8, major 18.

ZETETICVM III.

Dato perpendiculo trianguli rectanguli, & differentia basis & hypotenusæ, invenire basin, & hypotenusam.

Et hoc quoque Problema jam expositum est. Ipsum enim est. Data differentia quadratorum & differentia laterum, invenire latera. Quadratum enim perpendiculi est differentia quadrati hypotenusæ à quadrato basis. Sit nempe datum trianguli rectanguli perpendiculum D, B vero differentia basis & hypotenusæ. Oportet invenire basin & hypotenusam. Summa basis & hypotenusæ, esto A. Igitur B in A æquabitur D quadrato, atque ideo $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$ æquabitur A. Data autem differentia laterum & summa eorumdem, dantur latera.

Dato igitur perpendiculo trianguli rectanguli, & differentia basis & hypotenusæ, dantur basis, & hypotenusa.

Enimvero,

Perpendiculum trianguli rectanguli proportionale est, inter differentiam basis & hypotenusæ & adgregatum eorumdem.

Sit D 5. B 1. Sunt proportionales 1, 5, 25. Itaque trianguli hypotenusa est 13, basis 12, stante perpendiculo 5. Qua etiam ratione, & id esto

ZETETICVM IV.

Dato perpendiculo rectanguli trianguli, & adgregato basis & hypotenusæ, discernuntur basis & hypotenusa.

Sit perpendiculum 5, adgregatum basis & hypotenusæ 25. Sunt proportionales 25. 5. 1. Itaque differentia basis & hypotenusæ est 1. Ipsa vero basis 12, hypotenusa 13.

ZETETICVM V.

Data hypotenusa trianguli rectanguli, & differentia laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

Illud autem est. Data differentia laterum, & dato adgregato quadratorum, invenire latera. Quod Problema quoque jam expositum est.

Sit nempe data D hypotenusa trianguli rectanguli, B vero differentia laterum circa rectum. Oportet invenire latera circa rectum. Summa laterum circa rectum esto A. Ergo A + B erit duplum lateris majoris circa rectum, A — B duplum lateris minoris. Quadrata ab iis singulis efformata, & addita faciunt A q. 2, + B q. 2, quæ ideo æquantur Dq. 4. Itaque Dq. 2, — Bq. æquabitur A quadrato.

Data igitur hypotenusa trianguli rectanguli, & differentia laterum circa rectum, inveniuntur latera circa rectum.

Enimvero,

Duplum quadratum hypotenusæ, minus quadrato differentiæ laterum circa rectum, æquatur quadrato summæ eorumdem.

Sit D 13. B 7. A 1 N. 1 Q æquatur 289. Et fit 1 N. $\sqrt{}$289. Itaque latera circa rectum sunt $\sqrt{72\frac{1}{4}} + 3\frac{1}{2}$ & $\sqrt{72\frac{1}{4}} - 3\frac{1}{2}$, sive 12 & 5.

ZETETICVM VI.

Data hypotenusa trianguli rectanguli, & summa laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

H Enim-

Enimvero,

Duplum quadratum hypotenusæ, minus quadrato adgregati laterum circa rectum, æquatur quadrato differentiæ laterum circa rectum.

Vt licet inferre per antithesin antecedentis ordinationis.

Sit rursus hypotenusa 13. Summa autem laterum circa rectum. 17. Differentia eorumdem 1 N. 1 Q æquabitur 49. Et fit 1 N $\sqrt{49}$. *Itaque latera circa rectum sunt* $8\frac{1}{2} + \sqrt{12\frac{1}{4}}$, *&* $8\frac{1}{2} - \sqrt{12\frac{1}{4}}$, *sive 12 & 5.*

ZETETICVM VII.

Inveniuntur tres proportionales lineæ rectæ numero.

Enimvero,

Adsumptis duobus lateribus se habentibus, ut numerus ad numerum. Major extrema proportionalium fiet similis, quadrato lateris adsumpti majoris. Media, rectangulo sub lateribus. Minor extrema, quadrato minoris lateris adsumpti.

Sint rationalia latera B & D. Cum B statuetur prima proportionalium, D vero secunda, tertia erit $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$. Omnia per B ducantur, & series proportionalium fiet

I.	II.	III.
B quadratum.	B in D.	D quadratum.

Sit B 2. D 3. Fiunt proportionales 4. 6. 9.

ZETETICVM VIII.

Invenitur triangulum rectangulum numero.

Enimvero,

Constitutis tribus proportionalibus numero, hypotenusa fiet similis adgregato extremarum, basis differentiæ, perpendiculum mediæ duplæ.

Nempe jam ordinatum est, perpendiculum trianguli proportionale esse inter differentiam basis & hypotenusæ; & adgregatum eorumdem.

Exhibentor proportionales numero 4, 6, 9. Ab iis constituetur trianguli rectanguli hypotenusa 13, basis 5. perpendiculum 12.

ALITER,

ZETETICVM IX.

Invenitur triangulum rectangulum numero.

Enimvero,

Adsumptis duobus lateribus rationalibus, hypotenusa fit similis adgregato quadratorum, basis differentiæ eorumdem, perpendiculum duplo sub lateribus rectangulo.

Sint duo latera B & D. Sunt igitur proportionalia tria latera B, D, $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$. Omnia in B. Sunt tria proportionalia plana Bq. B in D, Dq. A quibus proportionalibus fit per antedicta, hypotenusa trianguli similis Bq. + Dq. basis Bq. — Dq. perpendiculum B in D 2. Et alioqui jam ordinatum est. Quadratum ab adgregato quadratorum, æquare quadratum à differentia quadratorum, adjunctum quadrato dupli rectanguli sub lateribus.

Sit B 2. D 3. Hypotenusa fiet similis 13, basis 5, perpendiculum 12.

ZETETICVM X.

Dato adgregato quadratorum à singulis tribus proportionalibus, atque ea in serie extremarum una, invenitur altera extrema.

Enimvero,

Adgregatum illud quadratorum, multatum dodrante quadrati extremæ datæ, æquale est quadrato compositæ ex dimidio datæ extremæ, & altera tota de qua quæritur.

Id

Id autem ita perſpicue jam inventum eſt, & demonſtratum, ut novo non ſit opus proceſſu.

Adgregatum quadratorum à tribus proportionalibus ſit 21, harum autem extrema major ſit 4. Igitur 21—12 id eſt 9. eſt quadratum compoſita, ex 2 & minore quæſita. At radix quadrati 9 eſt $\sqrt{9}$, quare minor quæſita eſt $\sqrt{9} - 2$, id eſt 1.

Sed ſtante eodem adgregato quadratorum 21, ſit extrema minor 1. Igitur $20\frac{1}{4}$, ſeu $\frac{81}{4}$ eſt quadratum compoſitæ, ex $\frac{1}{2}$ & majore quæſita. At radix quadrati $\frac{81}{4}$ eſt $\sqrt{\frac{81}{4}}$, quare major quæſita eſt $\sqrt{\frac{81}{4}} - \frac{1}{2}$, id eſt 4.

ZETETICVM XI.

Dato adgregato quadratorum à ſingulis tribus proportionalibus, ac ſumma extremarum, diſcernuntur extremæ.

Enimvero,

Quadratum adgregati extremarum, multatum adgregato quadratorum à tribus, æquatur mediæ quadrato.

Data autem ſumma extremarum, & media, dantur extremæ. Idem quoque ita perſpicue jam inventum eſt, & demonſtratum, ut novo non ſit opus proceſſu.

Sit adgregatum quadratorum à tribus 21. Summa extremarum 5, 25—21, id eſt 4, eſt mediæ quadratum. Vnde eſt media $\sqrt{4}$. Extremæ 1 & 4.

ZETETICVM XII.

Dato adgregato quadratorum à ſingulis tribus proportionalibûs, ac media ipſarum, diſcernuntur extremæ.

Enimvero,

Adgregatum quadratorum à tribus, plus mediæ quadrato, æquatur quadrato adgregati extremarum.

Ex antecedente ordinatione adhibita artis metatheſi. Data autem ſumma extremarum, & media, dantur extremæ.

Sit adgregatum quadratorum à tribus 21. media 2. 21 + 4 id eſt 25, ſit quadratum adgregati extremarum. Vnde extremæ ſunt 1 & 4.

ZETETICVM XIII.

Data differentia extremarum, & differentia mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Idem quoque Problema jam ante expoſitum eſt, idque duplici Zetetico. Illud enim eſt. Data differentia laterum, & differentia cuborum, invenire latera. Vt proceſſu evidens fiet.

Sit igitur data differentia extremarum D, & data B differentia mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales.

Adgregatum extremarum eſto A. Ergo A + D erit major extrema dupla, & A — D minor extrema dupla. Cum itaque A + D ducetur in A — D, fiet rectangulum quadruplum ſub mediis vel extremis. Itaque $\frac{\text{A quadratum} - \text{D quadrato}}{4}$ eſt rectangulum illud, in quod cùm ducetur extrema major, fiet cubus mediæ majoris. Cum minor, fiet cubus mediæ minoris. Cum denique utriuſque extremæ differentia, fiet differentia cuborum à mediis. Quare $\frac{\text{D in A quadrat.} - \text{D cubo}}{4}$, æquatur differentiæ cuborum à mediis. Si autem abs differentia cuborum auferatur cubus differentiæ laterum, quod relinquetur æquale eſt ſolido triplo ex differentia laterum in rectangulum ſub lateribus, ut adparet ex geneſi cubi à differentia duorum laterum.

Quare $\frac{\text{D in A q.} - \text{D cubo}, - \text{B cubo 4.}}{4}$ æquatur ſolido triplo ex differentia mediarum in rectangulum ſub mediis, videlicet $\frac{\text{B in Aq. 3}, - \text{B in Dq. 3.}}{4}$. Qua æqalitate ordinata; $\frac{\text{D cubus} + \text{B cubo 4}, - \text{B in Dq. 3.}}{\text{D} - \text{B 3.}}$ æquabitur A quadrato.

Data igitur differentia extremarum, & differentia mediarum in ſerie quàtuor continue proportionalium, inveniuntur continue proportionales.

Enimvero

Cum cubus differentiæ extremarum, plus cubo quadruplo differentiæ mediarum, minus solido triplo sub differentia mediarum & quadruplo quadrati differentiæ extremarum adplicabitur ad differentiam extremarum, minus triplo differentiæ mediarum : Planum quod oritur, æquale est quadrato adgregati extremarum.

Sit D 7. B 2. A 1 N. 1 *Q æquatur* 81, *& fit* 1 N $\sqrt{81}$, *adgregatum videlicet extremarum* 1 *&* 8; *media vero sunt* 2 *&* 4 I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ZETETICVM XIV.

Dato adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Idem quoque Problema jam ante expositum est duplici Zetetico. Illud enim est. Dato adgregato laterum, & adgregato cuborum, invenire latera. Vt processu evidens fiet.

Sit igitur datum D adgregatum extremarum, & B adgregatum mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales.

Differentia extremarum esto A. Ergo D + A erit major extrema dupla, & D — A minor extrema dupla. Cum itaque D + A ducetur in D — A, fit rectangulum quadruplum sub mediis vel extremis. Itaque $\frac{D\,q. - A\,q.}{4}$ est rectangulum illud, in quod cum ducetur extrema major, fiet cubus mediæ majoris. Cum minor, fiet cubus mediæ minoris. Cum denique utriusque extremæ summa, fiet adgregatum cuborum à mediis.

Quare $\frac{D\ \text{cubo}, - D\ \text{in}\ A\,q.}{4}$ æquatur adgregato cuborum à mediis. Si autem à cubo adgregati duorum laterum auferatur adgregatum cuborum, quod relinquitur æquale est solido triplo ex adgregato laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à duobus lateribus.

Quare $\frac{B\ \text{cubo}\ 4. - D\ \text{cubo}, + D\ \text{in}\ A\,q.}{4}$ æquatur solido triplo ex adgregato mediarum in rectangulum sub mediis, videlicet $\frac{B\ \text{in}\ D\,q.\,3. - B\ \text{in}\ A\,q.\,3.}{4}$. Qua æqualitate ordinata; $\frac{B\ \text{in}\ D\,q.\,3. + D\ \text{cubo}, - B\ \text{cubo}\ 4.}{D + B\,3.}$ æquabitur A quadrato.

Dato igitur adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, dantur continue proportionales.

Enimvero

Solidum triplum sub adgregato mediarum, & quadrato adgregati extremarum, plus cubo adgregati extremarum, minus quadruplo cubo adgregati mediarum, si adplicetur ad adgregatum extremarum, plus adgregato triplo mediarum: Planum quod oritur, æquale est quadrato differentiæ extremarum.

Sit D 9. B 6. A 1 N. 1 *Q æquatur* 49. *Et fit* 1 N $\sqrt{49}$. *differentia videlicet extremarum* 1 *&* 8 *media vero sunt* 2 *&* 4 I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ZETETICVM XV.

Rursus, Data differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Et illud esse, Data differentia laterum, & differentia cuborum, invenire latera. Evidens fiet per processum.

Sit igitur data D differentia extremarum, & B differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire quatuor continue proportionales.

Rectangulum sub mediis, vel extremis esto A planum. Et vero mediæ majoris cubus æquatur solido ab extrema majore in rectangulum sub extremis. Et mediæ minoris cubus, solido ab extrema minore in rectangulum sub extremis. Quare D in A planum, æquabitur differentiæ cuborum à mediis. Si autem à differentia cuborum subducatur cubus differentiæ laterum, quod relinquetur æquale est solido triplo ex differentia late-

laterum in rectangulum ſub lateribus, ut adparet ex geneſi cubi à differentia laterum. Quare D in A planum, — B cubo, æquabitur B in A planum 3. Qua æqualitate ordinata; $\frac{\text{B cubus.}}{\text{D} - \text{B } 3.}$ æquabitur A plano. Dato autem rectangulo ſub lateribus, & differentia eorumdem, dantur latera.

Data igitur differentia extremarum, & differentia mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium, dantur continue proportionales.

Enimvero eſt,

Vt differentia extremarum, minus triplo differentiæ mediarum ad differentiam mediarum, ita quadratum differentiæ mediarum ad rectangulum ſub mediis vel extremis.

Sit D 7. B 2. A planum ſit 8 rectangulum ſub extremis 1 & 8 vel mediis 2 & 4 ex ſerie continue proportionalium.

	I.	II.	III.	IIII.
	1.	2.	4.	8.

Quod ſi ex differentia extremarum, & rectangulo inquireretur de differentia mediarum, ut ſi innoteſcat A planum, eſſe F planum. At de B eſſet quæſtio, ſit illa A. Ita procederet æqualitas. $\frac{\text{A cubus}}{\text{D} - \text{A } 3}$ æquabitur F plano. Ordinata vero æqualitate; A cubus, + F plano ter in A, æquatur F plano in D.

Id eſt,

Cubus differentiæ mediarum, plus triplo ſolido à rectangulo ſub lateribus in differentiam mediarum, æquatur ſolido à rectangulo ſub lateribus in differentiam extremarum.

Quod adnotaſſe fuit operæpretium.

ZETETICVM XVI.

Rurſus quoque, Dato adgregato extremarum & adgregato mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Et iſtud eſſe, Dato adgregato laterum & adgregato cuborum, invenire latera. Evidens fiet per proceſſum.

Sit igitur data Z ſumma extremarum, & G ſumma mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales. Rectangulum ſub mediis vel extremis, eſto A planum. Et vero mediæ majoris cubus, æquatur ſolido ab extrema majore in rectangulum ſub extremis. Et mediæ minoris cubus, ſolido ab extrema minore in rectangulum ſub extremis. Quare Z in A planum æquabitur adgregato cuborum à mediis. Si autem à cubo adgregati laterum ſubducatur adgregatum cuborum, quod relinquitur æquale eſt ſolido triplo ex ſumma laterum in rectangulum ſub lateribus, ut adparet ex geneſi cubi à duobus lateribus.

Quare G cubus, — Z in A planum, æquabitur G in A planum 3. Qua æqualitate ordinata; $\frac{\text{G cubus.}}{\text{Z} + \text{G } 3}$ æquabitur A plano.

Dato autem rectangulo ſub lateribus & aggregato laterum, dantur latera.

Dato igitur adgregato extremarum & adgregato mediarum in ſerie quatuor continue proportionalium, inveniuntur proportionales.

Enimvero eſt,

Vt adgregatum extremarum plus triplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum, ita quadratum adgregati mediarum ad rectangulum ſub mediis vel extremis.

Sit Z 9. G 6. A planum 1 N. Fit 8 rectangulum ſub extremis 1 & 8, vel mediis 2 & 4.

Quod ſi ex adgregato extremarum & rectangulo, inquireretur de adgregato mediarum; ut ſi innoteſceret A planum eſſe B planum, at de G eſſet quæſtio, ſit illa A. Ita procederet æqualitas. A cubus — B plano ter in A, æquatur B plano in Z.

Id eſt,

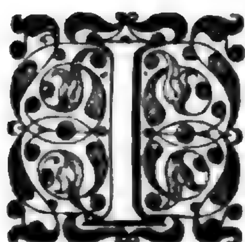
Cubus adgregati mediarum, minus ſolido triplo ex eodem adgregato in rectangulum

gulum sub extremis vel mediis, æquatur solido ex adgregato extremarum & rectangulo sub mediis vel extremis.

Quod adnotasse fuit oportunum.

LIBER QUARTUS.

ZETETICUM I.



INvenire numero duo quadrata, æqualia dato quadrato.

Sit datum numero, F quadratum. Oportet invenire duo quadrata, æqualia dato F quadrato.

Exponatur triangulum quodcumque rectangulum numero, & sit hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D. Et fiat triangulum ei simile habens hypotenusam F, nempe faciendo, ut Z ad F, ita B ad aliquam basim; quæ ideo erit $\frac{B \text{ in } F}{Z}$. Et rursus, ut Z ad F, ita D ad perpendiculum; quod ideo erit $\frac{D \text{ in } F}{Z}$. Ergo quadrata abs $\frac{B \text{ in } F}{Z}$ & $\frac{D \text{ in } F}{Z}$ æquabuntur dato F quadrato. Quod erat faciendum.

Eoque recidit Analysis Diophantæa, secundum quam oporteat B quadratum, in duo quadrata dispescere. Latus primi quadrati esto A, secundi B $-\frac{S \text{ in } A}{R}$. Primi lateris in quadratum, est A quadratum. Secundi, B quad. $-\frac{S \text{ in } A \text{ in } D\ 2}{R}+\frac{S \text{ quad. in } A \text{ quad.}}{R \text{ quad.}}$. Quæ duo quadrata ideo æqualia sunt B quadrato.

Æqualitas igitur ordinetur. $\frac{S \text{ in } R \text{ in } B\ 2}{S \text{ quad.} + R \text{ quadr.}}$ æquabitur A lateri primi singularis quadrati. Et latus secundi fit $\frac{R \text{ quad. in } B,\ - S \text{ quad. in } B.}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$. Nempe triangulum rectangulum numero effingitur à lateribus duobus S & R, & fit hypotenusa similis S quad. + R quad. basis similis S quadrato — R quadrato. Perpendiculum simile S in R 2. Itaque ad dispectionem B quadrati fit, ut S quadr. + R quadr. ad B hypotenusam similis trianguli, ita R quadr. — S quadr. ad basim, latus unius singularis quadrati, & ita S in R 2 ad perpendiculum, latus alterius.

Sit B 100, cujus quadrato invenienda sint duo quadrata æqualia. Effingatur triangulum rectangulum numero abs R 4, S 3. Fit effecti trianguli hypotenusa 25, basis 7, perpendiculum 24. Itaque fiet, ut 25 ad 7, ita 100 ad 28. Et ut 25 ad 24 ita 100 ad 96. Quadratum igitur abs 100 æquabitur quadrato ab 28, plus quadrato abs 96.

ZETETICUM II.

Invenire numero duo quadrata, æqualia duobus aliis datis quadratis.

Sint data numero B quadratum & D quadratum. Oportet invenire alia duo quadrata his æqualia.

Intelligitor B basis trianguli rectanguli, D perpendiculum, atque adeo quadratum hypotenusæ æquale B quadr. + D quadr. & sit illa hypotenusa Z, latus rationale, irrationaleve. Et exponatur aliud triangulum quodcumque rectangulum numero, cujus hypotenusa X, basis F, perpendiculum G. Et ab iis duobus constituatur tertium triangulum rectangulum via synæreseos, diæreseos-ve, per ea quæ exposita sunt in notis. Erit per primam methodum hypotenusa similis Z in X, perpendiculum simile B in G. + D in F, basis similis B in F, $=$ D in G. Per secundam hypotenusa erit similis Z in X, perpendiculum B in G, $=$ D in F, basis B in F, + D in G. Et plana omnia similia lateribus effecti trianguli adplicentur ad X. Stante igitur Z hypotenusa, fit basis $\frac{B \text{ in } F,\ = D \text{ in } G.}{X}$, perpendiculum $\frac{B \text{ in } G,\ + D \text{ in } F.}{X}$, per primam methodum. Vel per secundam, fit basis $\frac{B \text{ in } F,\ + D \text{ in } G.}{X}$, perpendiculum $\frac{B \text{ in } G.\ = D \text{ in } F.}{X}$. Itaque hæc duo à lateribus rectum angulum includentibus quadrata, æquabuntur Z hypotenusæ quadrato, cui etiam æquari constructum est B quad. + D quad. Quod erat faciendum.

Eoque recidit Analysis Diophantæa, secundum quam oporteat Z quadratum, planum-

numve, in duo quadrata jam dispectum, videlicet B quadratum & D quadratum, rursus in duo alia quadrata dispescere.

Latus primi constituendi quadrati, esto A + B. Secundi $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$ — D. Et ab iis effingantur quadrata, & comparentur duobus datis quadratis.

Ergo A quadr. + B in A 2, + B quadr. + $\frac{\text{S quadrato in A quadratum}}{\text{R quadrato}}$, — $\frac{\text{S in D in A 2}}{\text{R}}$, + D quadr æquabitur B quadr. + D quadrato.

Qua æqualitate ordinata $\frac{\text{S in R in D 2, — R quad. in B 2.}}{\text{S quad. + R quad.}}$ æquabitur A. Itaque latus primi constituti quadrati, quod erat A + B, fit $\frac{\text{S in R in D 2, + S quad. in B — R quad in B.}}{\text{S quad. + R quad.}}$. Latus secundi quadrati constituti, quod erat $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$ — D, fit $\frac{\text{S quad. in D, — S in R in B 2, — R quad. in D.}}{\text{S quad. + R quad.}}$. Quibus bene retextis, duo sunt constituta triangula. Primum cujus hypotenusa rationalis, irrationalis-ve Z, basis B, perpendiculum D. Secundum effictum à duobus lateribus S & R, cujus ideo hypotenusa fit similis S quad. + R quad. basis S quad. — R quad. perpendiculum S in R 2, & ab iis effingitur tertium exposita via diæreseos. Et similia lateribus effic̃ta solida adplicantur ad S quad. + R quad. Vnde fit Z communis sive primi sive tertii hypotenusa. Atque adeo quadrata à lateribus circa rectum illius primi, æqualia sunt quadratis à lateribus circa rectum hujus tertii.

Quod si latus primi quadrati constituatur A — B, secundi $\frac{\text{S in A}}{\text{R}}$ — D, $\frac{\text{S in R in D 2, + R quad. in B 2.}}{\text{S quad. + R quad.}}$ æquatur A. Et fit latus primi constituti quadrati $\frac{\text{S in R in D 2, — S quad. in B, + R quad. in B.}}{\text{S quad. + R quad.}}$. Secundi $\frac{\text{S in R in B 2, + S quad. in D, — R quad. in D.}}{\text{S quad. + R quad.}}$. Quod est effingere tertium triangulum via exposita synæreseos.

Sit B 15, D 10, unde fit Z $\sqrt{}$ *325. Exponatur triangulum rectangulum numero, 5, 3, 4. Fit latus unum è quæsitis 18, alterum 1. Vel unum 6, alterum 17.*

ZETETICVM III.

Rursus, invenire numero duo quadrata, æqualia duobus datis quadratis.

Sint data duo quadrata, B quadratum, D quadratum. Oportet invenire duo alia quadrata iis æqualia. Effingatur triangulum rectangulum numero cujus B sit hypotenusa. Aliud rursus effingatur simile cujus D sit hypotenusa, & ab iis duobus similibus effingatur tertium triangulum, cujus hypotenusæ quadratum æquale sit quadrato hypotenusæ primi & secundi, methodo quæ exposita est in notis. Ergo quadratum hypotenusæ hujus effic̃ti tertii æquabitur B quad. + D quad. Quibus etiam quadratis æquabantur quadrata laterum circa rectum. Et is etiam modus elicitur ex jam tradita Analysi Diophantæa.

Sit B 10. D 15. Primi trianguli constituantur latera circa rectum 8 & 6. Secundi primo similis, 12 & 9. Tertii latera circa rectum erunt 18 & 1, vel 6 & 17. à quibus binis quadrata, æquabuntur quadratis 10 & 15.

ZETETICVM IV.

Invenire duo triangula rectangula similia datas habentes hypotenusas, & diducti ab iis tertii trianguli basis, composita ex perpendiculo primi & base secundi, erit ea quæ præfinitur.

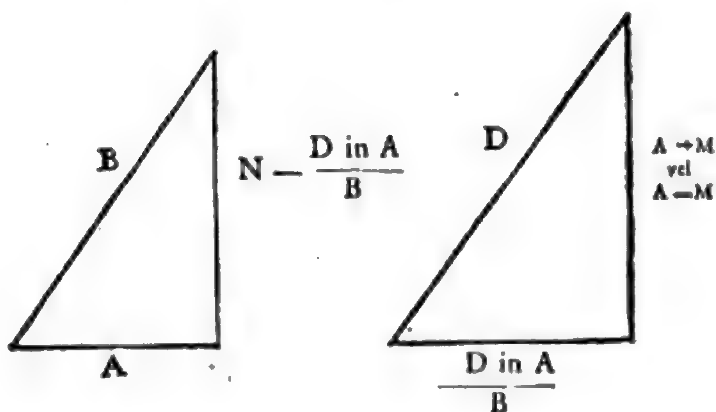
Oportebit autem basim illam præfinitam præstare hypotenusæ primi.

Sit trianguli primi data B hypotenusa, secundi primo similis D. Oportet ab iis diducere tertium triangulum, cujus basis æquetur N, compositæ ex perpendiculo primi & base secundi. B quad. + D quad. — N quad. æquetur M quad. Ergo diducti trianguli perpendiculum erit M. Sit autem A basis primi. Igitur basis similis secundi erit $\frac{\text{D in A}}{\text{B}}$. Perpendiculum ideo primi N — $\frac{\text{D in A}}{\text{B}}$. Perpendiculum vero secundi erit A + M, vel A — M, ut sit M differentia inter basim primi & perpendiculum secundi. Sit sane primo casu A + M, erit igitur ut B ad D, ita N — $\frac{\text{D in A}}{\text{B}}$ ad A + M. Quo analogismo resoluto & omnibus bene ordinatis, fit $\frac{\text{D in N in B, — B in M in B}}{\text{B quad. + D quad.}}$

æqua-

æquale A. Seu revocata ad analogismum æqualitate, est, ut Bq. + Dq. ad D in N — B in M, ita B ad A.

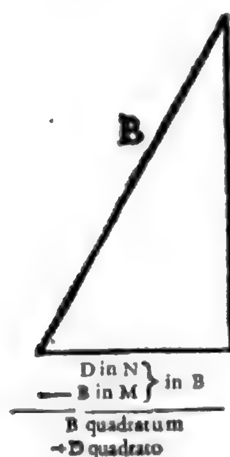
Secundo vero casu, sit perpendiculum secundi A — M. Erit igitur ut B ad D, ita N — $\frac{D \text{ in } A}{B}$ ad A — M. Quo analogismo resoluto, & omnibus rite peractis fit $\frac{D \text{ in } N \text{ in } B + B \text{ in } M \text{ in } B}{B \text{ quad.} + D \text{ quad.}}$ æquale A. Seu revocata ad analogismum æqualitate, est, ut Bq. + Dq. ad D in N + B in M, ita B ad A.





Duo igitur quæsita triangula ita se habent,

Primo casu, Primum sit. Secundum.





Vnde tertium.

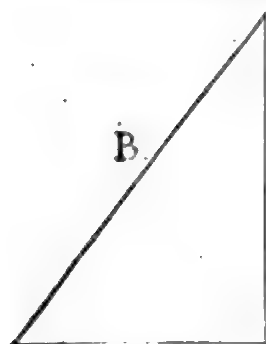


M. excessus perpendiculi secundi supra basin primi.

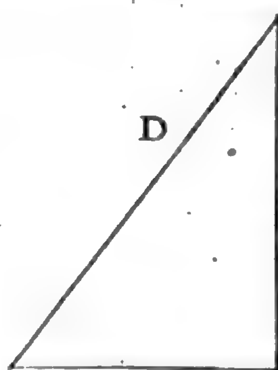
N. composita ex perpendiculo primi & base secundi.

Secun-

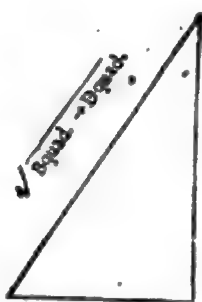
Secundo casu, Primum fit.



Secundum.



Vnde tertium.



Apparet autem primo casui tum demum locum esse, cum D in N præstat ipsi B in M. Secundo vero cum B in N præstat ipsi D in M.

ZETETICVM V.

Invenire numero duo quadrata, æqualia duobus datis quadratis, ut quæsitorum alterum consistat intra limites præstitutos.

Sint data B quadratum, D q. Oportet alia duo quadrata iis æqualia constituere, quorum alterum præstet quidem F plano, sed cedat G plano.

Intelligatur Zq. aliudve planum æquale Bq. + Dq. Ergo Z rationalis, irrationalisve est hypotenusa trianguli rectanguli, cujus latera circa rectum sunt B & D. Quæritur autem aliud triangulum rectangulum, cujus hypotenusa quoque sit Z, unum vero è lateribus circa rectum (ut pote basis) sit major N, sed minor quam S. Eo igitur reducitur res. Vt

Invenienda sint numero duo triangula rectangula similia, datas habentes B & D hypotenusas, & diducti ab iis tertii trianguli basis, composita ex perpendiculo primi & base secundi, consistat intra limites præfinitos.

Itaque Zq. — Nq. æquetur Mq. Et Zq. — S q. æquetur Rq.

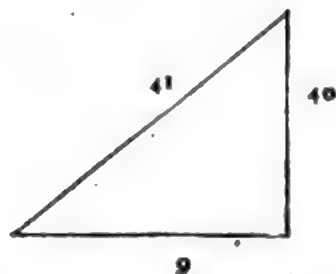
Si igitur N statuatur basis tertii diducendi trianguli in duobus similibus triangulis datas habentibus hypotenusas, erit per primum casum antecedentis Zetetici ratio differentiæ basis & hypotenusæ ad perpendiculum, ut Zq. == D in N; + B in M ad B in N, + D in M, seu ut X ad $\frac{\text{X in B in N}, + \text{X in D in M.}}{\text{Z quad.} == \text{D in N} + \text{B in M.}}$ qui limes est primus.

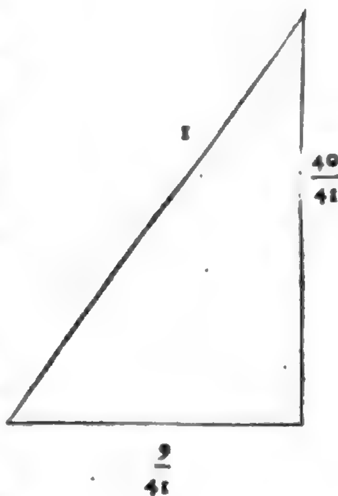
Et si S statuatur basis ejus tertii trianguli, erit ob eandem expositam causam ratio differentiæ basis & hypotenusæ ad perpendiculum, ut Zq. == D in S, + B in R ad B in S, + D in R, seu ut X ad $\frac{\text{X in B in S}, + \text{X in D in R.}}{\text{Z quad.} == \text{D in S}, + \text{B in R.}}$ Qui limes est secundus.

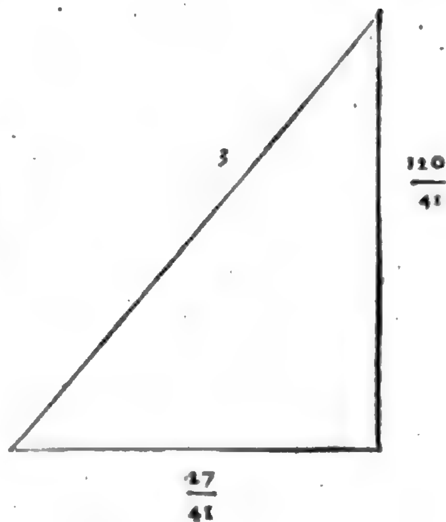
Posita igitur X ad differentiam basis & hypotenusæ in effingendis duobus similibus triangulis, adsumatur quælibet alia rationalis. Et sit T, consistens inter $\frac{X \text{ in } B \text{ in } N, + X \text{ in } D \text{ in } M.}{Z \text{ quad.} - D \text{ in } N, + B \text{ in } M.}$ & $\frac{X \text{ in } B \text{ in } S, + X \text{ in } D \text{ in } R.}{Z \text{ quad.} - D \text{ in } S, + B \text{ in } R.}$ Et ab iis duabus radicibus X & T effingetur triangulum rectangulum numero, cui similia duo effingentur triangula, primum habens B hypotenusam, alterum D. & ab iis duobus diducetur tertium, ita ut basis tertii illius composita sit ex perpendiculo primi & base secundi, ipsaque consistet inter N & S, juxta problematis conditionem.

Sit B 1, D 3, N $\sqrt{2}$, S $\sqrt{3}$. fit Z $\sqrt{10}$. M $\sqrt{8}$. R $\sqrt{7}$. Positaque X 1. eligitur quædam T consistens inter $\frac{\sqrt{98}}{10-\sqrt{2}}$ & $\frac{\sqrt{63}+\sqrt{3}}{10-\sqrt{27}+\sqrt{7}}$.

Sit illa $\frac{5}{4}$. *Ergo ab 1 &* $\frac{5}{4}$, *seu abs 4 & 5 effingetur triangulum. Et ei similia duo effingentur triangula datas habentia hypotenusas 1 & 3. Et diducti ab iis tertii basis composita ex perpendiculo similis primi & base similis secundi fit* $\frac{67}{41}$, *cujus quadratum est* $\frac{4489}{1681}$ *majus quam 2, sed minus quam 3. Perpendiculum vero eveniet* $\frac{111}{41}$, *cujus quadratum est* $\frac{12321}{1681}$. *Quæ duo quadrata valent 10 sicut quadrata abs 1 & 3.*

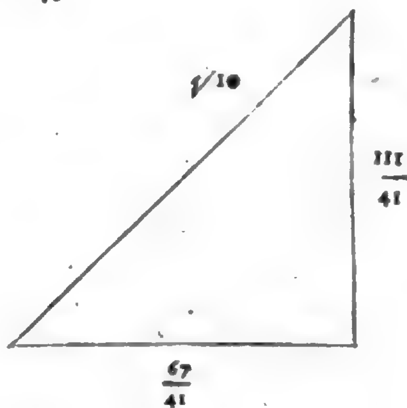




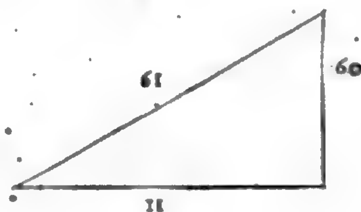


Aliud exemplum.

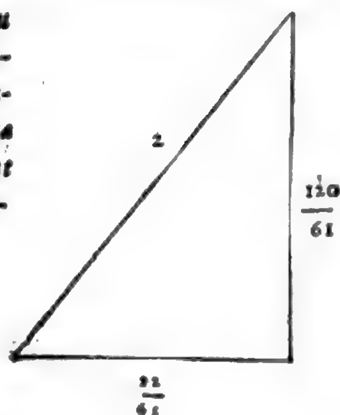
Sit B 2. D 3. N $\sqrt{6}$. S $\sqrt{7}$. fit Z $\sqrt{13}$. M $\sqrt{7}$. R $\sqrt{6}$. positaque X 1 eligitur quædam T consistens inter $\frac{\sqrt{24}+\sqrt{63}}{13+\sqrt{28}-\sqrt{54}}$ & $\frac{\sqrt{28}+\sqrt{54}}{13+\sqrt{24}-\sqrt{63}}$. *Sit* $\frac{5}{6}$, *ergo abs 1 &* $\frac{5}{6}$ *effingetur triangulum, seu abs 5 & 6. Et ei similia effingentur duo triangula datas habentia hypotenusas 2 & 3.*

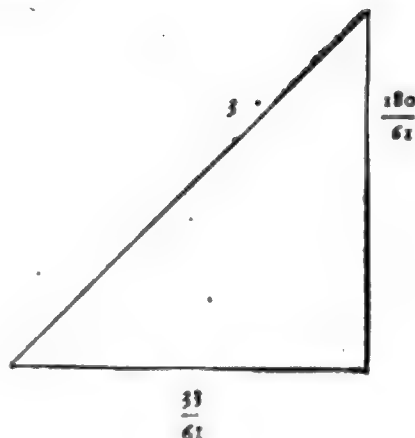


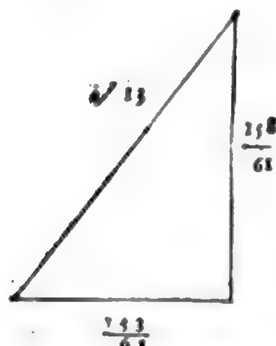
Et deducti ab iis tertii basis fit $\frac{153}{61}$ *composita ex perpendiculo primi & base secundi. Hujus quadratum est* $\frac{23409}{3721}$ *majus quam 6, seu* $\frac{22326}{3721}$, *sed mi-*



nus quam 7, seu $\frac{26047}{3721}$. Perpendiculum est $\frac{158}{61}$ cujus quadratum est $\frac{24964}{3721}$. Quæ duo quadrata valent $\frac{48373}{3721}$ seu 13, sicut quadrata abs 2 & 3.







ZETETICVM VI.

Invenire numero duo quadrata, distantia dato intervallo.

Sit datum intervallum, B planum. Oportet invenire numero duo quadrata, distantia per B planum.

Est igitur B planum quadratum à base trianguli rectanguli, & quæruntur quadrata hypotenusæ & perpendiculi rationalia, quæ distabunt per datum basis quadratum.

At vero basis proportionalis est inter differentiam perpendiculi & hypotenusæ & adgregatum eorumdem laterum.

Quare adsumatur quæcumque rationalis longitudo ad quam adplicetur B planum, orietur quoque latitudo rationalis.

Longitudo itaque ad quam facta adplicatio est, si quidem latitudine sit minor, erit differentia perpendiculi & hypotenusæ, latitudo vero ipsa adgregatum, & è converso. Atque adeo habebuntur numero perpendiculum & hypotenusa.

ALITER. A quadratum sit quadratum unum è quæsitis, utpote quadratum perpendiculi. Ergo A quad. + B plano æquabitur quadrato, videlicet hypotenusæ. Sit illud abs A + D. Vnde cum sit D differentia inter perpendiculum & hypoteuusam, A quad. + D in A 2, + D quad. æquabitur A quad. + B plano. Qua æqualitate ordinata: $\frac{\text{B plan.} - \text{D quad.}}{\text{D 2}}$ æquabitur A.

Vnde

THEOREMA.

In triangulo rectangulo, si quadratum lateris primi circa rectum, multatum quadrato differentiæ inter latus secundum & hypotenusam, adplicetur ad duplum illius differentiæ, latitudo quæ oritur, erit ipsi lateri secundo circa rectum æqualis.

ALITER. Sit E quadratum unum è quæsitis, utpote quadratum hypotenusæ.

Ergo E quad. — B plano æquabitur alteri quadrato, nimirum quadrato perpendiculi.

Sit abs E — D, unde sit D differentia inter perpendiculum & hypotenusam.

Ergo E quad. — D in E 2, + D quad. æquabitur E quad. — B plano.

 Et

Et omnibus bene ordinaris $\frac{\text{B plan.} + \text{D quad.}}{\text{D } 2}$ æquabitur E.

Vnde

THEOREMA.

In triangulo rectangulo, si quadratum unius lateris circa rectum, plus quadrato differentiæ inter latus reliquum circa rectum & hypotenusam adplicetur ad duplum illius differentiæ, latitudo quæ oritur, erit ipsi hypotenusæ æqualis.

Æque,

Si quadratum lateris unius circa rectum plus quadrato adgregati ex latere circa rectum reliquo & hypotenusa, adplicetur ad duplum illius adgregati, latitudo quæ oritur, erit ipsi hypotenusæ æqualis.

Vnde est,

Ut adgregatum hypotenusæ & alterius laterum circa rectum ad differentiam eorumdem, ita quadratum adgregati adjunctum multatum-ve quadrato lateris circa rectum reliqui ad quadratum lateris reliqui adjunctum multatum-ve quadrato differentiæ.

Sit B planum 240. D 6. Fit A $\frac{240 - 36}{12}$ seu 17. E $\frac{240 + 36}{12}$ seu 23. Quadratum igitur lateris 23. distat abs quadrato lateris 17. per 240. Illud nempe est 529, hoc 289.

Sit triangulum 5, 4, 3 est ut 9 ad 1, ita 90 ad 10, & ita 72 ad 8. Sis licet

Dato plano quadratulum addere, & efficere quadratum.

Datum enim planum intelligetur quadratum alterius è lateribus circa rectum. Quadratum autem differentiæ lateris circa rectum reliqui ab hypotenusa, vel horum summæ adsumetur bene proxima dato plano.

Sito 17 datum planum, sumetur differentia 4. Ergo 17 — 16 adplicabitur ad 8 & oritur $\frac{1}{8}$ perpendiculum. Vnde hypotenusæ quadratum est 17 $\frac{1}{64}$, cujus latus est $\frac{33}{8}$, seu 4 $\frac{1}{8}$ latus bene proximum vero quadrati 17.

Sit 15 datum planum, sumetur adgregatum 4. Ergo 15 — 16 adplicabitur ad 8, & orietur — $\frac{1}{8}$ perpendiculum. Vnde hypotenusæ quadratum est 15 $\frac{1}{64}$, cujus latus est $\frac{31}{8}$ seu 3 $\frac{7}{8}$.

ZETETICUM VII.

Invenire numero planum, quod adjectum alterutri datorum duorum planorum, conficiat quadratum.

Sint data duo plana B planum, D planum. Oportet invenire aliud planum quod adjectum sive B plano, sive D plano, sit numero quadratum.

Adjectitium illud planum, sit A planum. Ergo B planum $+$ A plano æquatur quadrato. Et rursus D planum $+$ A plano æquatur quadrato. Hic igitur duplex ordinanda æquatio, inquit Diophantus. Sit autem B planum majus D plano. Differentia igitur horum effingendorum quadratorum, est B planum — D plano. At vero quadratum adgregati duorum laterum præstat quadrato differentiæ eorumdem, per quadruplum rectangulum sub lateribus. Ergo B planum — D plano intelligitor esse quadruplum rectangulum sub lateribus. Vnde fit B planum $+$ A plano quadratum adgregati laterum. D planum $+$ A plano quadratum differentiæ. Atque adeo A planum, quadratum adgregati laterum, multatum B plano. Vel quadratum differentiæ laterum, multatum D plano.

Eo igitur recidit res ut $\frac{\text{B planum} - \text{D plano}}{4}$, idest rectangulum sub lateribus, resolvatur in duo sub quibus fit, latera. Vnum esto G, idemque majus differentia $\surd$ B plani & $\surd$ D plani, vel minus adgregato. Alterum $\frac{\text{B planum} - \text{D plano}}{\text{G } 4}$. Latus igitur majoris quadrati erit $\frac{\text{B planum} - \text{D plano} + \text{G quadrato } 4}{\text{G } 4}$, minoris $\frac{\text{B planum} - \text{D plano} \text{ = } \text{G quadrato } 4}{\text{G } 4}$.

Sit B planum 192, D planum 128. Differentia est 64 quadruplum rectangulum sub duobus lateribus. Simplum ideo est 16, factum abs lateribus 1 & 16, quorum summa 17, differentia 15, & cum à summæ quadrato 289, aufertur 192, relinquit 97. Ergo 192 $+$ 97 facit quadratum adgregati laterum,

laterum, quod est 289; & 128 + 97 consequenter facit quadratum differentiæ, quod est 225. Itaque Problemati satisfit.

Potuit autem opus quoque ita peragi. Quoniam sive B plano, sive D plano adjiciendum est idem planum ut efficiatur quadratum. Planum illud sit A quadratum — B plano. Cum igitur ei addetur B planum, fiet quadratum, nempe A quadratum. Superest igitur ut D planum + A q. — B plano, æquetur quadrato. Effingatur abs F — A. Ergo A q. + F q. — F in A 2 æquabitur D plano, + A q. — B plano. Qua æqualitate bene ordinata, $\frac{\text{F q.} + \text{B plano} - \text{D plano.}}{\text{F 2}}$ æquabitur A.

Sit B planum 18. D planum 9. F 9. Fit A 5. Planum addititium 7, quod additum ad 18 facit 25, ad 9 facit 16. quadrata ab 5 & 4.

ZETETICVM VIII.

Invenire numero planum, quod ablatum alterutri duorum datorum planorum, relinquat quadratum.

Sint data numero duo plana, B planum, D planum. Oportet invenire numero aliud planum, quod demptum sive à B plano, sive D plano relinquat quadratum. Planum illud ablatitium quæsitum, esto B planum — A q. Cum igitur ab B plano auferetur B planum — A q relinquetur A q. Idem cum auferetur à D plano, relinquet D planum — B plano + A q. idcirco adæquandum quadrato. Sit illud abs A — F. Ergo $\frac{\text{F q.} + \text{B plano} - \text{D plano.}}{\text{F 2}}$ æquabitur A.

Rursus obvoluta est electio F, ut A latitudinis ortivæ quadratum cedat sive B plano, sive D plano. Quare duplex potius ordinanda æqualitas. Nempe planum ablatitium, esto A planum. Ergo B planum — A plano æquatur quadrato, & D planum — A plano æquatur quadrato. Sit B planum majus D plano. differentia horum est B planum — D plano. Quare B planum — D plano, intelligetur quadruplum rectangulum sub lateribus. B planum — A plano, summæ illorum laterum quadratum. D planum — A plano differentiæ illorum laterum quadratum. Ipsum vero A planum, est excessus quo B planum præstat quadrato adgregati, vel D planum quadrato differentiæ.

Sit igitur latus unum G, idemque majus differentia √ B plani & √ D plani, vel minus adgregato; alterum erit $\frac{\text{B planum} - \text{D plano.}}{\text{G 4}}$, & horum summæ quadratum cum auferetur abs B plano, vel quadratum differentiæ abs D plano, residuum erit A planum.

Sit B planum 44, D 36, G 1 latus unum, oritur 2 latus alterum, summa laterum 3. Differentia 1 quadrata 9 & 1. Planum igitur ablatitium 35, quod cum auferetur abs 44 relinquit 9, cum autem à 36 relinquit 1.

ZETETICVM IX.

Invenire numero planum, à quo cum auferetur alterutrum datorum duorum planorum, conficiatur quadratum.

Sint data numero duo plana, B planum, D planum. Oportet invenire planum à quo cum auferetur sive B planum, sive D planum, relinquetur numero quadratum. Planum hujusmodi à quo subductio facienda est, esto A planum. Igitur A planum — D plano æquatur quadrato. Et rursus A planum — B plano æquatur quadrato. Atque in hac hypothesi duplex rursum æquatio ordinanda. Sit autem B planum majus D plano. Ergo majus quadratum, A planum — D plano intelligetur quadratum adgregati duorum laterum; minus vero, A planum — B plano quadratum differentiæ; intervallum denique B planum — D plano quadruplum rectangulum sub lateribus. Sit igitur latus unum G, alterum erit $\frac{\text{B planum} - \text{D plano}}{\text{G 4}}$ & horum summæ quadratum cum adjungetur B plano, vel quadratum differentiæ B plano, summa erit A planum, à qua cum auferetur D planum relinquetur quadratum adgregati, cum D planum quadratum differentiæ.

Sit B planum 56, D planum 48, G 1 latus unum, oritur 2 latus alterum. Summa horum 3. differentia 1. Vnde A planum fit 57 quod cum multabitur D plano, relinquitur 9; cum B plano, relinquitur 1.

ZETETICVM X.

Invenire numero duo latera sub quibus quod fit planum, addito utriusque quadrato, fit quadratum.

Sit latus unum B, alterum A. Oportet Aq. + B in A, + B q. æquari quadrato. Fingatur illud abs A—D & ordinetur æquatio. $\frac{\text{D quad.} - \text{B quad.}}{\text{B} + \text{D 2.}}$ æquabitur A. Vnde latus primum fit simile Bq. + B in D 2. secundum Dq. — Bq. Quod autem sub iis fit, adjectum utriusque quadrato est simile D quadrato-quadrato, + B quadrato-quadrato, + B quadrato in D quadratum 3. + B cubo in D 2, + B in D cubum 2. Ipsa autem radix B quadrato, + D quadrato, + B in D.

Sit D 2, B 1. Vnum è lateribus est 5, alterum 3. radix autem quadrati compositi è singulis horum quadratis & plano sub lateribus, est 7; nempe 49 constat 25, 15, 9.

Lemma ad sequens Zeteticum.

Sunt æqualia tria solida à duobus lateribus diducta,

Vnum à latere primo in quadratum secundi, adjectum rectangulo sub lateribus.

Alterum à latere secundo in quadratum primi adjectum rectangulo.

Tertium ab laterum summa in ipsum rectangulum.

Sunt duo latera B & D. Dico tria solida ab iis diducta esse æqualia.

Primum abs B in $\overline{\text{D quad.} + \text{B in D.}}$

Secundum abs D in $\overline{\text{B quad.} + \text{B in D.}}$

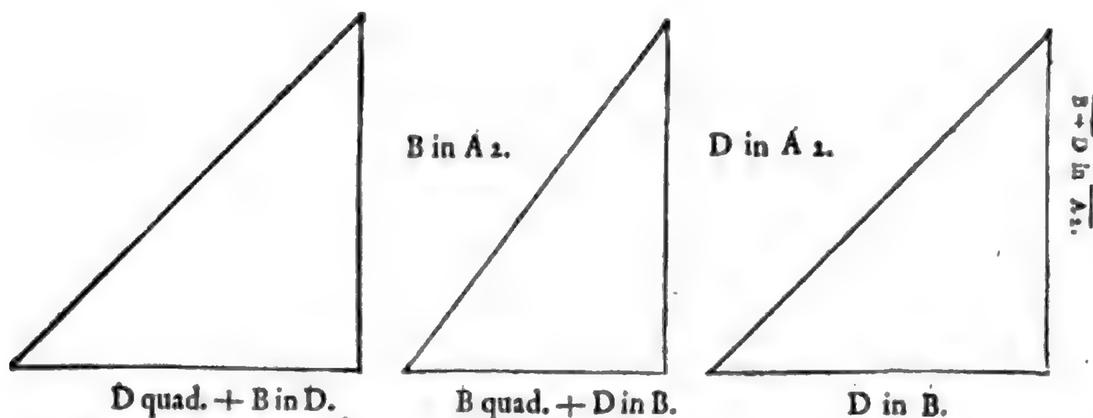
Tertium abs $\overline{\text{B} + \text{D}}$ in $\overline{\text{B in D}}$.

Id autem in conspicuo est: quoniam singula hæc tria solida faciunt B in Dq. + D in Bq.

ZETETICVM XI.

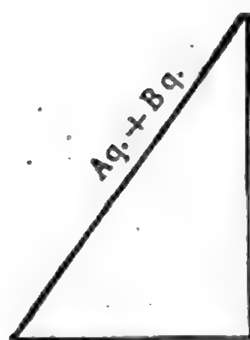
Invenire numero tria triangula rectangula, æqualis areæ.

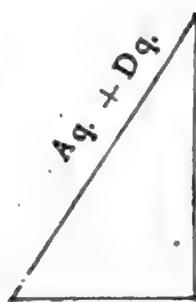
Perpendiculum primi trianguli, esto simile B in A 2. Basis vero, D q. + B in D. Secundi, D in A 2. Basis, B q. + B in D. Tertii, $\overline{\text{B} + \text{D}}$ in A 2. Basis, D in B.

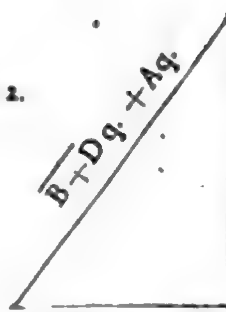


Areæ igitur erunt æquales ex antecedente Lemmate, nempe singulæ erunt B in Dq. in A, + D in Bq. in A. Superest igitur ut plana hypotenusis similia, sint rationalia. At vero talia latera B & D possunt per antecedens Zeteticum eligi, ut Bq. + Dq. + B in D, æquetur quadrato. Tale quadratum, esto Aq. fit primi trianguli basis per interpretationem Aq. — Bq. Secundi Aq. — Dq. Tertii $\overline{\text{B} + \text{D}}$ quadratum, — A quad.

A qua-

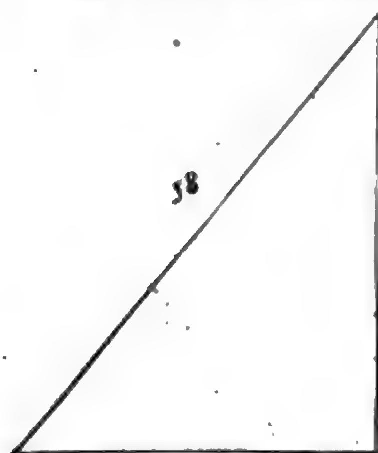




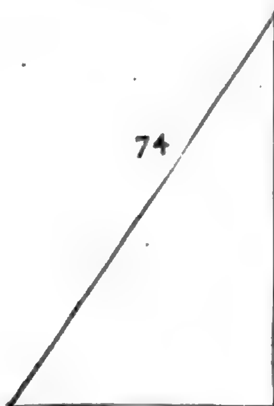


A qualibus autem lateribus bases sunt differentiæ quadratorum, perpendicula sunt similia duplo sub iis rectangulo. Constabunt igitur hypotenusæ adgregato eorumdem quadratorum, ex regulari triangulorum effectione. Vnde hypotenusa primi similis fit A q. + Bq. Secundi Aq. + Dq. Tertii B + Dq. + Aq. Itaque problemati satisfit.

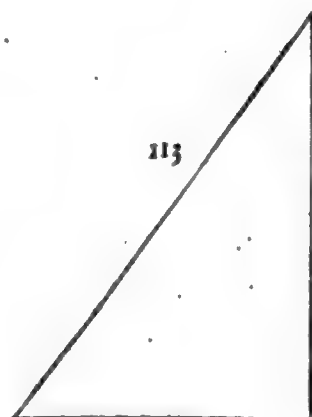
Sit B 3, D 5. fit A 7. Et triangula se habent in numeris, ut hic



Primum effictum, ab 3 & 7



Secundum effictum, ab 5 & 7



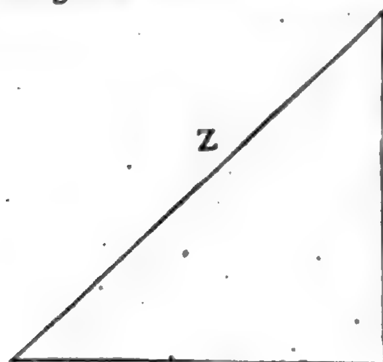
Tertium effictum. ab 8 & 7

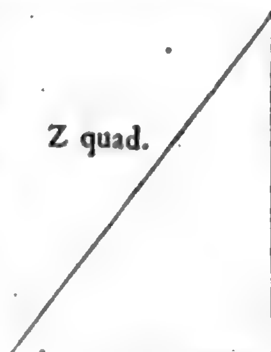
Horum trium communis area 840.

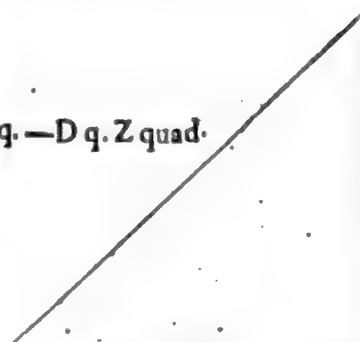
ZETETICVM XII.

Invenire numero tria triangula rectangula, ut solidum sub perpendiculis ad solidum sub basibus, se habeat ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

Exponatur numero rectangulum quodcumque triangulum, cujus hypotenusa detur Z, basis D, perpendiculum B. Et effingatur triangulum secundum abs Z & D, & Z in D 2 adsignetur basi. Effingatur denique triangulum tertium ab Z & B, & Z in B 2 adsignetur basi.







Soli-

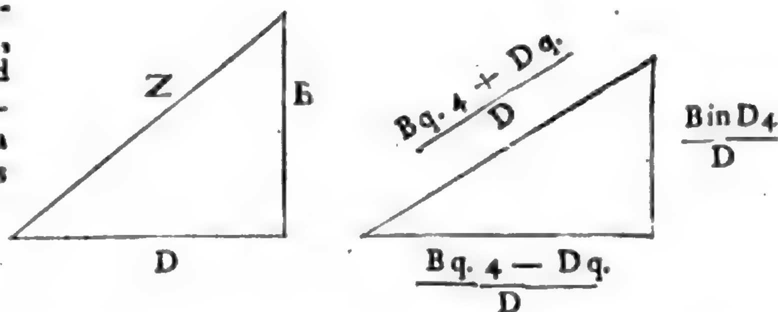
Solidum sub perpendiculis ad solidum sub basibus se habet ut B q. ad Z q. 4.

Sit primum triangulum 5, 3, 4.
Secundum erit 34, 30, 16.
Tertium 41, 40, 9.
Solidum sub perpendiculis 4, 16, 9. ad solidum sub basibus 3, 30, 40 se habet ut quadratum abs 4 ad quadratum abs 10.

ZETETICVM XIII.

Invenire numero duo triangula rectangula, ut planum sub perpendiculis, minus plano sub basibus, sit quadratum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum, cujus hypotenusa detur Z, basis D, perpendiculum B, ita tamen ut perpendiculum duplum præstet D basi. Et effingatur aliud triangulum abs B dupla & D, vel iis similibus radicibus, & B in D 4 adsignetur perpendiculo, & generaliter similia lateribus plana adplicentur ad D. Planum sub perpendiculis, multatum sub basibus plano, relinquit D qu. vel aliud simile B qu. prout radicum cum ipsis B dupla & D similitudo opus immutavit.

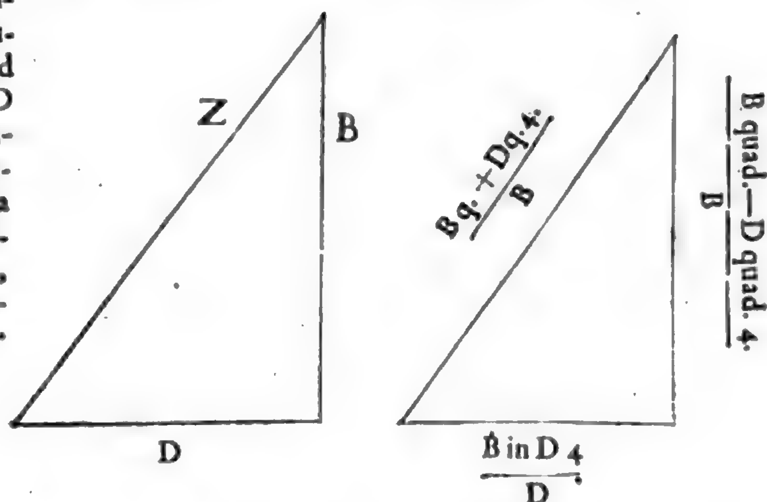


Sit primum triangulum rectangulum 15, 9, 12. Secundum erit 73, 55, 48. factum sub perpendiculis 576 differt à facto sub basibus 495, differentia 81 quadrata, cujus radix est 9.

ZETETICVM XIV.

Invenire numero duo triangula rectangula, ut planum sub perpendiculis, adjunctum plano sub basibus, sit quadratum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum, cujus hypotenusa detur Z, basis D, perpendiculum B, ita tamen ut perpendiculum B præstet basi D duplæ. Et effingatur aliud triangulum abs B & D dupla, & B in D 2 bis adsignetur basi, & generaliter similia lateribus plana adplicentur ad B. Planum sub perpendiculis, adjunctum plano sub basibus componit B quadratum.

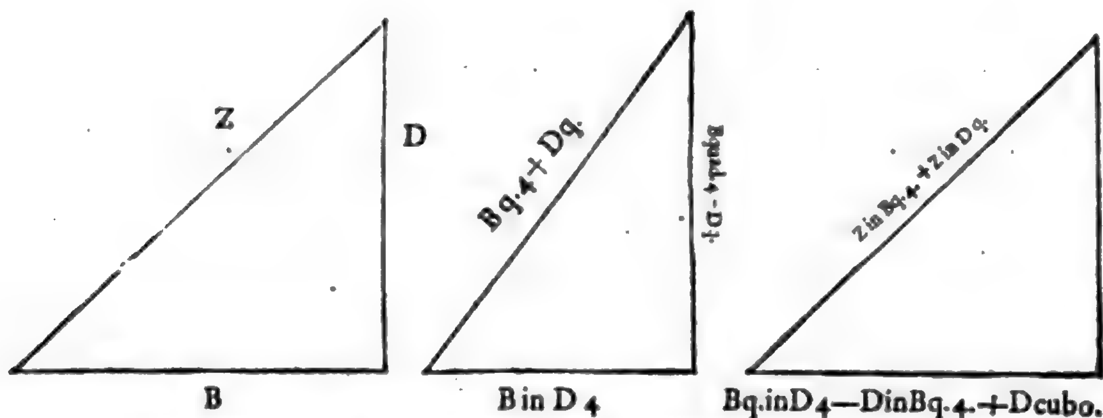


Sit primum triangulum rectangulum 13. 12. 5. Effecto triangulo abs 5 & 6, vel similibus 10 & 12. Secundum erit 61, 60, 11. Factum sub perpendiculis 396. Sub basibus 900. Summa 1296 quadrata, cujus radix est 36.

ZETETICVM XV.

Invenire numero tria triangula rectangula, ut solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus, se habeat ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

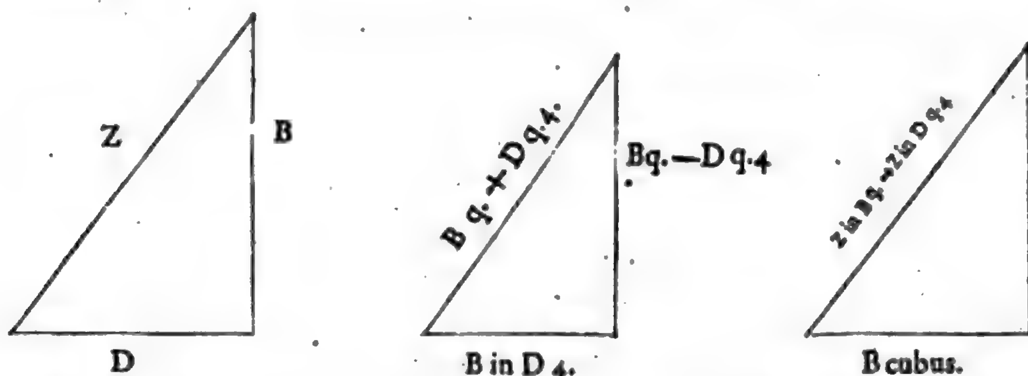
Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D, ita tamen ut basis B duplum præstet D perpendiculo. Et effingatur secundum triangulum abs B dupla & D. Et B in D 4 adsignetur basi. Tertii denique trianguli hypotenusa similis esto facto sub hypotenusis primi & secundi. Basis facto sub basibus eorumdem, minus facto sub perpendiculis. Vnde consequenter perpendiculum æquale est factis à basibus in perpendicula alterne. Solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus se habebit, ut quadratum ad quadratum.



Sit primum triangulum 5, 3, 4. Secundum erit 13, 12, 5. Tertium 65, 16, 63.
Et se habet solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus, ut quadratum abs 65 ad quadratum abs 24.

Vel exponatur numero triangulum rectangulum, cujus hypotenusa Z, basis D, perpendiculum B, ita tamen ut B præstet D basis duplo, & illud sit primum. Secundum autem effingatur abs B & D dupla, & B in D 4 adsignetur basi. Tertii denique hypotenusa similis esto, facto sub hypotenusis primi & secundi. Basis, facto sub basibus, plus facto sub perpendiculis. Unde perpendiculum æquale fit differentiæ factorum à basibus in perpendicula alterne.

Solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus se habebit, ut quadratum ad quadratum.

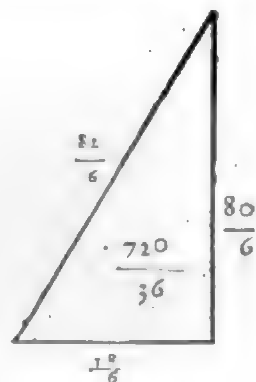


Sit primum triangulum 13, 5, 12. Secundum erit 61, 60, 11. Tertium 793, 432, 665.
Et se habebit solidum sub hypotenusis ad solidum sub basibus, ut quadratum abs 793 ad quadratum abs 360.

ZETETICVM XVI.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area æquetur datæ statutis conditionibus.

Vt pote si area detur $\frac{B\ qq. - X\ qq.}{D\ quad.}$. Effingetur triangulum abs B q. & X q. & plano-plana lateribus similia adplicabuntur ad X in D in B.



Sit B 3, X 1, D 2. Sunt igitur duo quadrato-quadrata 81 & 1, differentia quadrato-quadrata 80. Detur area $\frac{80}{4}$ id est 20; effingetur triangulum abs 9 & 1, & fit area $\frac{720}{36}$.

Itaque cum præscribitur numerus areæ, videndum est an idem qui proponitur, vel idem per quadratum numerum multiplicatus, adjecta unitate aliove quadrato-quadrato, fiat quadrato-quadratum.

Vt si proponatur 15, quoniam 15 ad 1 adjectus, facit 16 quadrato-quadratum abs 2, fiet triangulum abs 4 & 1.

Et si area detur $\frac{D\ cubus\ in\ X - X\ cubo\ in\ D}{X\ quad.}$. Effingetur triangulum abs D & X, & plana lateribus similia adplicabuntur ad X.

Sit D 2. X 1. Atque ideo detur area 6; effingetur triangulum abs 2 & 1, & eueniet area 6. Itaque cum præscribitur numerus areæ, videndum erit an is qui proponitur, vel idem per quadratum numerum multiplicatus, fit cubus multatus latere.

Vt si proponatur 60. Fiet triangulum abs 4 & 1.

ZETETICVM XVII.

Invenire numero tria proportionalia plana, quorum medium adscito sive primo sive postremo, sit quadratum.

Sit medium planorum E planum. Et primum statuitor B quad. — E plano, postremum G q. — E plano. Cum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe B quadratum. Æque cum postremo addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum. Restat igitur ut ea tria plana proportionalia sint, & consequenter quod à medio fit in se, æquetur ei quod fit sub extremis, qua comparatione secundum artem inita, $\frac{B\ quad.\ in\ G\ quad.}{B\ quad. + G\ quad.}$ invenitur æquari E plano. Vnde tria proportionalia plana se habent hujusmodi.

Primum	Secundum	Tertium
$\frac{B\ quad.\ quad.}{B\ q. + G\ quad.}$	$\frac{B\ quad.\ in\ G\ quad.}{B\ quad. + G\ quad.}$	$\frac{G\ quad.\ quad.}{B\ q. + G\ quad.}$

Sit B 1. G 2. Plana quæsita erunt. Primum $\frac{1}{5}$. Secundum $\frac{4}{5}$. Tertium $\frac{16}{5}$. Medium adscito primo, facit 1; adscito secundo, facit 4. Eadem plana ducantur in aliquot quadratum ut pote 25, ad tollenda pacta. Fient 5, 20, 80, plana conditionis imperata.

ZETETICVM XVIII.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum summa æqualis sit differentiæ datorum.

Sint dati duo cubi, B cubus, D cubus; ille major, hic minor. Oportet invenire duos alios cubos, quorum summa æqualis sit B cubo — D cubo. Latus primi quærendi cubi, esto B — A. Latus secundi, $\frac{B\ quad.\ in\ A}{D\ quad.}$ — D. Et efformentur cubi & comparentur B cubo — D cubo, invenitur $\frac{D\ cubo\ in\ B\ 3}{B\ cubo + D\ cubo}$ æquari A. Itaque primi quæsiti cubi latus $\frac{B\ in\ B\ cubum - D\ cubo\ 2}{B\ cubo + D\ cubo}$. Secundi $\frac{D\ in\ B\ cubum\ 2 - D\ cubo}{B\ cubo + D\ cubo}$. Et horum cuborum summa æqualis est B cubo — D cubo. Sic licet invenire quatuor cubos quorum major tribus reliquis erit æqualis.

qualis. Enimvero adſumptis duobus lateribus, B & D, illo majore, hoc minore. Latus compoſiti cubi fit ſimile $\overline{B}$ in $\overline{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}$. Latus ſingularis primi cubi $\overline{D}$ in $\overline{B \text{ cub.} + D \text{ cub.}}$ Secundi $\overline{B}$ in $\overline{B \text{ cubum} - D \text{ cubo } 2}$. Tertii $\overline{D}$ in $\overline{B \text{ cubum } 2 - D \text{ cubo}}$. Evidens autem eſt ex proceſſu exigi, ut majoris adſumpti lateris cubus præſtet cubo duplo minoris.

Sit B 2. D 1. Cubus à radice 6 æquabit ſingulares cubos à radicibus 3, 4, 5. Cum itaque dabuntur cubi ab 6 N, & 3 N: exhibentur cubi abs 4 N & 5 N, & horum ſumma illorum differentiæ, erit æqualis.

ZETETICVM XIX.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum differentia æquet ſummam datorum.

Sint dati illi duo cubi, B cubus, D cubus; ille major, hic minor. Latus primi quærendi cubi B + A, ſecundi $\frac{B \text{ quad. in } A}{D \text{ quad.}} - D$. Et efformentur cubi & horum differentia comparetur B cubo + D cubo, invenietur $\frac{D \text{ cubus in } B\ 3}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$ æquari A. Itaque majoris quærendi cubi latus erit $\frac{\overline{B} \text{ in } \overline{B \text{ cubum} + D \text{ cubo } 2}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. Secundi $\frac{\overline{D} \text{ in } \overline{B \text{ cubum } 2 - D \text{ cubo}}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. Et horum differentia æqualis eſt B cubo + D cubo.

Sic licet invenire quatuor cubos quorum major tribus reliquis erit æqualis.

Enimvero adſumptis duobus lateribus B & D; illo majore, hoc minore. Latus compoſiti cubi fit ſimile, $\overline{B}$ in $\overline{B \text{ cubum} + D \text{ cubo } 2}$. Latus ſingularis primi, $\overline{D}$ in $\overline{B \text{ cubum } 2 + D \text{ cubo}}$. Secundi, $\overline{B}$ in $\overline{B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}$. Tertii, $\overline{D}$ in $\overline{B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}$.

Sit B 2, D 1. Cubus ab 20 invenitur æqualis ſingularibus cubis abs 17, 14, 7 Cum itaque dabuntur cubi à 14 N & 7 N: exhibebuntur cubi abs 20 N & 17 N, & horum differentia ſumma illorum erit æqualis.

ZETETICVM XX.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum differentia æquet differentiam datorum.

Sint dati duo cubi, B cubus, D cubus; hic major, ille minor. Latus primi quærendi cubi eſto A — D. Secundi $\frac{D \text{ quad. in } A}{B \text{ quad.}} - B$, & efformentur cubi & horum differentia comparetur B cubo — D cubo, invenietur $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum } 3}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$ æquari A. Itaque latus primi cubi fit $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum } 3 - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Secundi $\frac{B \text{ in } D \text{ cubum } 2 - B \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$ & horum differentia, æqualis eſt differentiæ B cubi & D cubi. Eodem opus recidit ſi primi quærendi cubi radix ſtatuatur B — A, ſecundi D — $\frac{B \text{ quad. in } A}{D \text{ quad.}}$.

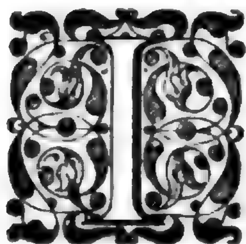
Sic licet invenire quatuor cubos ut bini cubi ſint binis cubis æquales.

Enimvero adſumptis duobus lateribus B & D; illo majore, hoc minore. latus primi cubi fit ſimile $\overline{D}$ in $\overline{B \text{ cubum } 2 - D \text{ cubo}}$. latus ſecundi $\overline{D}$ in $\overline{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}$. latus tertii $\overline{B}$ in $\overline{B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}$. latus quarti $\overline{B}$ in $\overline{D \text{ cubum } 2 - B \text{ cubo}}$. Evidens autem eſt ex proceſſu oportere B cubum etſi majorem D cubo, minorem tamen eſſe D cubo 2.

Sit B 5, D 4. Cubus abs 252 & 248 æqualis eſt cubo abs 5 & 315. Cum itaque dabuntur cubi abs 315 N & 252 N: exhibebuntur cubi abs 248 N & 5 N, & horum differentia illorum differentia erit æqualis.

LIBER QVINTVS.

ZETETICVM I.



Nvenire numero tria plana, conficientia quadratum, & rursus bina juncta quadratum constituent.

Summa trium planorum, esto quadratum abs A + B, nempe A quad. + B in A 2 + B quadrato. Primum autem cum secundo, faciat A quadratum. Tertium igitur planum erit B in A 2 + B quad. Secundum cum tertio faciat quadratum abs A — B, hoc est A quad. — B in A 2 + B quad. Secundum igitur planum relinquitur A quad. — B in A 4. Atque adeo primum planum erit B in A 4. quod adjunctum tertio plano facit B in A 6 + B quadrato. Supereſt igitur ut compoſitum iſtud poſtremum planum ex primo & tertio, adæquetur quadrato. Sit illud D quadratum, Ergo $\frac{\text{D quad.} - \text{B quad.}}{\text{B } 6}$ æquabitur A.

Primum igitur planum ſimile fit D quad. in B quad. 24 — B quad. quad. 24. Secundum ſimile D quad. quad. + B quad. quad. 25 — B quad. in D quad. 26. Tertium ſimile B quad. in D quad. 12 + B quad. quad 24.

Sit D 11, B 1. Primum planum fit 2880. Secundum 11520. Tertium 1476. & ſatisfaciunt quæſtioni. Vt etiam ſatisfacient omnibus per aliquot quadratum diviſis, ut pote per 36: exurgunt plana 80, 320, 41.

Sit D 6, B 1. Primum planum fit 840. Secundum 385. Tertium 456.

ZETETICVM II.

Invenire numero tria quadrata, æquo diſtantia intervallo.

Sit primum, A quad. Secundum, A quad. + B in A 2 + B quad. Tertium igitur erit, A quad. + B in A 4 + B quad. 2, cujus latus ſi ſtatuatur D — A: fit D quad — A in D 2, + A quad æquale A quad. + B in A 4 + B quad. 2. Itaque $\frac{\text{D quad.} - \text{B quad. } 2.}{\text{B } 4 + \text{D } 2.}$ æquabitur A. Ergo latus primum fit ſimile D quad — B quad 2. latus ſecundum ſimile D quad. + B quad. 2 + B in D 2. Tertium ſimile D quad. + B quad. 2 + B in D 4.

Sit D 8, B 1. Fit latus primi quadrati 62, ſecundi 82, tertii 98. Ipſa vero ab iis quadrata ſunt 3844, 6724 9604. Et omnibus per aliquot quadratum diviſis, ut pote per 4. 961, 1681, 2401 æquo inter ſe diſtantia intervallo; illa nempe per 2280; hæc per 720.

ZETETICVM III.

Invenire numero tria æquidiſtantia plana, & bina juncta quadratum conficient.

Exponantur per antecedens Zeteticum tria quadrata æquo diſtantia intervallo, ac primum idemque minus ſit B quadratum. Secundum B quad. + D plano. Tertium B quadratum + D plano 2. Primum autem & ſecundum æquidiſtantium trium quæ invenienda proponuntur planorum faciant B quad. Primum & tertium B quad. + D plano. Secundum denique & tertium B quad. + D plano 2. Summa vero trium eſto A planum. Tertium itaque erit A planum, — B quadrato. Secundum A planum, — B quadrato, — D plano. Primum A planum, — B quadrato, — D plano 2. Itaque æquidiſtabunt hæc tria plana. Primi enim & ſecundi differentia eſt D planum, ſicuti ſecundi & tertii. Reſtat igitur ut hæc trium planorum ſumma quæ eſt A planum 3. — B quad. 3, — D plano 3, æquetur A plano, fit $\frac{\text{B quad. } 3, + \text{D plano } 3.}{2}$ æquale A plano.

Primum igitur planum erit $\frac{\text{B quad.} - \text{D plano}}{2}$. Secundum $\frac{\text{B quad.} + \text{D plano.}}{2}$. Tertium $\frac{\text{B quad.} + \text{D plano } 3}{2}$. Et omnibus quadtuplicatis. Fit primum ſimile B quad. 2 — D plano 2. Secundum ſimile B quad. 2 + D plano 2. Tertium ſimile B quad. 2 + D plano 6.

Intervallum eſt D planum 4 ſive inter primum & ſecundum, ſive ſecundum & tertium.

Primum

Primum cum secundo facit B quad. 4. Primum cum tertio B quad. 4 + D plano 4. quadratum ex hypothesi, quoniam B quad. + D plano statuitur quadratum. Secundum cum tertio B quad 4. + D plano 8. quadratum quoque ex hypothesi, quoniam B quad. + D plano 2 statuitur quadratum.

Sit B quad. 961. D planum 720. Primum planum erit 481. Secundum 3361. Tertium 6241. horum intervallum est 2880. Primum cum secundo facit quadratum à latere 62. Cum tertio à latere 82. Secundum denique cum tertio quadratum à latere 98.

ZETETICVM IV.

Invenire numero tria plana, quæ bina juncta, ac etiam ipsa trium summa adscito dato plano, quadratum constituant.

Sit datum Z planum. Adgregatum vero primi quæsiti plani & secundi, sit A quad. + B in A 2, + B quad. — Z plano, ut cum ei adgregato adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + B. Adgregatum autem secundi & tertii sit A quad. + D in A 2 + D quad. — Z plano, ut cum ei adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + D. Summa autem trium A quad. + G in A 2, + G quad. — Z plano, ut cum ei adjungetur Z planum efficiatur quadratum abs A + G. Cum igitur à summa subducetur adgregatum primi & secundi, relinquetur ad tertium planum G in A 2, + G quad. — B in A 2, — B quad. Et cum ab eadem summa subducetur adgregatum secundi & tertii, relinquetur ad primum planum G in A 2, + G quad. — D in A 2 — D quadrato. Adgregatum igitur primi & tertii plani adscito Z plano erit, G in A 4, + G quad. 2. — B in A 2, — B quad. — D in A 2, — D quad. + Z plano, adæquandum quadrato. Sit illud F quadratum. Ergo, $\frac{\text{F quad.} + \text{D quad.} + \text{B quad.} - \text{G quad. 2} - \text{Z plano}}{\text{G 4} - \text{B 2} - \text{D 2}}$ æquabitur A.

Sit Z planum 3, B 1, D 2, G, 3, F, 10. fit A 14. Adgregatum primi & secundi plani est 222, quadratum videlicet abs 15, multatum 3. Adgregatum secundi & tertii est 253, quadratum videlicet à 16, multatum 3. Adgregatum primi & tertii est 97, quadratum videlicet à 10, multatum 3. Summa trium est 286 quadratum videlicet à 17 multatum 3. Primum igitur planum è quæsitis erit 33, Secundum 189, Tertium 64, quæ præstant imperata.

ZETETICVM V.

Invenire numero tria plana, quæ bina juncta, ac etiam ipsa trium summa dempto dato plano, quadratum constituant.

Sit datum Z planum. Summa primi & secundi sit A quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A. Summa secundi & tertii sit eadem causa A quad. + B in A 2. + B quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A + B. Summa denique omnium trium sit eadem causa A quad. + D in A 2, + D quad. + Z plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A + D. Si igitur ab summa trium auferatur adgregatum primi & secundi, relinquetur ad tertium D in A 2 + D quadrato. Et si ab eadem auferatur adgregatum secundi & tertii, relinquetur ad primum D in A 2 + D quad. — B in A 2, — B quad. Adgregatum igitur primi & tertii, dempto Z plano, erit D in A 4 + D quad. 2, — B in A 2, — B quad. — Z plano. Sit illud F quadratum. Ergo $\frac{\text{F quad.} + \text{B quad.} + \text{Z plano} - \text{D quad. 2}}{\text{D 4} - \text{B 2}}$ æquabitur A.

Sit Z planum 3, B 1, D 2, F 8. fit A 10. Adgregatum primi & secundi plani est 103, quadratum videlicet à 10, adfectum adjunctione 3. Adgregatum secundi & tertii 124, quadratum videlicet abs 11, auctum 3. Summa trium 147, quadratum videlicet abs 12, adscito 3. Adgregatum denique primi & tertii 67, quadratum abs 8, auctum 3. Primum igitur planum è quæsitis erit 23, secundum 80, tertium 44, quæ præstant imperata.

ZETETICVM VI.

Invenire numero infinita quadrata, quorum singula adscito dato plano faciant quadratum, & reciproce infinita, quæ eodem dempto.

Sit datum Z planum, cujus subquadruplum resolvitor in duo latera, quæ ipsum conficiant, veluti B in D, & rursus F in G: unde B in D 4 æquetur Z plano, vel etiam F in G 4. Ergo $\overline{\text{B} - \text{D}}$ quad. adscito Z plano, quod est quadruplum rectangulum sub lateribus,

 faciet

faciet quadratum nempe $\overline{\text{B} + \text{D}}$ quadratum. Et rurſus $\overline{\text{F} - \text{G}}$ quadratum adſcito Z plano faciet quadratum, nempe $\overline{\text{F} + \text{G}}$ quad. Idem quoque locum habebit in duobus quibuſcumque lateribus, ad quorum unum cum adplicabitur Z ſubquadruplum planum, alterum ex adplicatione orietur.

Sit Z planum 96. Hujus ſubquadruplum 24 fit ſub 1 & 24, vel ſub 2 & 12, vel ſub 3 & 8, vel ſub 4 & 6 & fractis innumeris aliis. Itaque quadratum abs 23 adſcito 96, facit quadratum abs 25; & quadratum abs 10 adſcito 96, faciet quadratum abs 14; & quadratum abs 5 adſcito 96, faciet quadratum ab 11; & quadratum ab 2 adſcito 96, faciet quadratum abs 10, & ita de reliquis.

Et contra $\overline{\text{B} + \text{D}}$ quadratum, multatum Z plano quod eſt quadruplum rectangulum ſub lateribus, relinquet $\overline{\text{B} - \text{D}}$ quad. & $\overline{\text{F} + \text{G}}$ quadratum, multatum Z plano, relinquet $\overline{\text{F} - \text{G}}$ quadratum.

625 — 96. facit 529, quadratum abs 23. Et 196 — 96, facit 100. quadratum abs 10.

ZETETICVM VII.

Invenire numero tria latera, ſub quibus binis quod fit planum adſcito dato plano, eveniat quadratum.

Sit datum Z planum. Quod autem fit ſub primo & ſecundo latere ſtatuitor B quadratum — Z plano, ut adſcito Z plano ſit quadratum, ipſumque latus ſecundum eſto A. Primum igitur erit $\frac{\text{B quad.} - \text{Z plano}}{\text{A}}$. Quod vero fit ſub ſecundo & tertio latere ea ipſa de cauſa ſit D quad. — Z plano. Stante igitur latere ſecundo A, ſit tertium $\frac{\text{D quad.} - \text{Z plano}}{\text{A}}$. Reſtat igitur ut quod fit à primo in tertium, id eſt, abs $\frac{\text{B quad.} - \text{Z plano}}{\text{A}}$ in $\frac{\text{D quad.} - \text{Z plano}}{\text{A}}$ ſit adſcito Z plano, quadratum. Quod ſi B quad. — Z plano, faceret quadratum, ut pote F quadratum; & D quadratum — Z plano, faceret quadratum, ut pote G quad. expedita eſſet æquatio, eo ſiquidem caſu $\frac{\text{F quad. in G quad.} + \text{Z plano in A quad.}}{\text{A quad.}}$ adæquandum erit quadrato. Quod nō erit negotioſum, velut effingendo illud quadratum abs $\frac{\text{F in G} = \text{H in A}}{\text{A}}$. Unde $\frac{\text{H in F in G 2}}{\text{H quad.} = \text{Z plano}}$ æquabitur A. Et illa effictione præſtat H quadratum ipſi Z plano, hoc cedit. At licet invenire infinita quadrata quæ dempto dato plano quadratum exhibeant, & reciproce infinita quæ eodem adſcito. Itaque non libera quadrata, B quadratum vel D quadratum adſumenda ſunt, ſed quæ conditiones illas impleant, talia videlicet latera F & G eligendo à quibus ſingulis quadrato adſcito Z plano, faciant quadratum; ut hic faciunt B quadratum, & D quadratum, & erit omnino expoſitæ æquationi locus.

Sit Z planum 192, F 8, G 2. Sumitor H 6. fit A $\frac{16}{13}$. Primum latus erit 52. ſecundum $\frac{16}{13}$, tertium $\frac{13}{4}$. Primum in ſecundum, facit 64. Secundum in tertium, facit 4. Primum in tertium 169. Quod fit itaque ſub primo & ſecundo adjunctum 192 eſt 256, quadratum à latere 16. Quod ſub ſecundo & tertio adjunctum 192 eſt 196, quadratum à latere 14. Quod denique ſub primo & tertio adjunctum 192 eſt 361, quadratum à latere 19.

ZETETICVM VIII.

Invenire numero tria latera, ſub quibus binis quod fit planum, detracto dato plano, eveniat quadratum.

Sit datum planum Z planum. Quod autem fit ſub primo & ſecundo latere ſtatuitor B quad. + Z plano, ut dempto Z plano, ſit B quad. Ipſumq; latus ſecundum eſto A. Primum igitur erit $\frac{\text{B quad.} + \text{Z plano}}{\text{A}}$. Quod vero fit ſub ſecundo & tertio latere ea ipſa de cauſa ſit D quad. + Z plano. Stante igitur latere ſecundo A, ſit tertium $\frac{\text{D quad.} + \text{Z plano}}{\text{A}}$. Reſtat igitur ut quod fit à primo in tertium, id eſt, abs $\frac{\text{B quad.} + \text{Z plano}}{\text{A}}$ in $\frac{\text{D quad.} + \text{Z plano}}{\text{A}}$ detracto Z plano ſit quadratum. Quod ſi B quad. + Z plano faceret quadratum, ut pote F quadratum; & D quad. + Z plano faceret quoque quadratum, ut pote G quadratum; expedita eſſet æquatio. Eo quidem caſu $\frac{\text{F quad. in G quad.} - \text{Z plano in A quad.}}{\text{A quad.}}$ adæquandum erit quadrato. Quod non erit negotioſum veluti effingendo illius quadr. abs $\frac{\text{F in G} - \text{H in A}}{\text{A}}$, unde $\frac{\text{H in F in G 2}}{\text{Z planum} + \text{H quad.}}$ æquabitur A. At licet invenire infinita quadrata quæ adſcito dato plano quadratum exhibeant, & reciproce infinita quæ eodem dempto. Itaque non libera adſumenda ſunt B quadratum & D quadratum, ſed quæ conditiones illas impleant, videlicet latera F & G

eligendo

eligendo à quibus singulis quadrato dempto Z plano, faciant quadratum, ut hic faciunt B quadratum & D quadratum, & erit omnino expositæ æquationi locus.

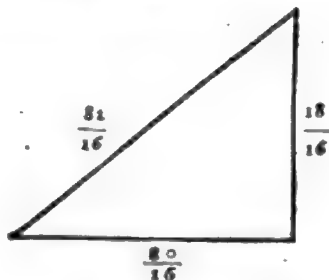
Sit Z planum 40. F 7. G 11. fit B 3. D 9. Sumatur H 24. fit A 6. Primum latus $\frac{49}{6}$. *Secundum 6. Tertium* $\frac{121}{6}$. *Factum ex primo in secundum est 49 & dempto 40 relinquitur 9, numerus quadratus, cujus radix 3. Factum ex secundo in tertium est 121, & dempto 40 relinquitur 81, numerus quadratus, cujus radix 9. Factus ex primo in tertium est* $\frac{5929}{36}$ *& dempto* $\frac{1440}{36}$, *id est 40, relinquitur* $\frac{4489}{36}$, *numerus quadratus, cujus radix* $\frac{67}{6}$.

ZETETICVM IX.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area adjuncta dato plano ex duobus quadratis composito, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z, planum compositum ex B quadrato & D quadrato. Effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B, D, & quadrato differentiæ eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12 + D quad. quad. 2. Basis B in D in Z planum 8. Perpendiculum $\overline{B+D}$ quadrato in $\overline{B-D}$ quadratum 2. Adplicentur omnia ad $\overline{B+D}$ in $\overline{B-D}$ quad. 2, fiet area similis $\frac{Z \text{ plano in } B \text{ in } D\ 2}{\overline{B-D} \text{ quad.}}$. Adde Z planum, quoniam $\overline{B-D}$ quad. + B in D 2 æquatur B quadrato + D quadrato, id est æquatur Z plano. Summa erit $\frac{Z \text{ plano-planum}}{\overline{B-D} \text{ quad.}}$. Quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani}}{B-D}$.

Sit Z planum 5, D 1, B 2. Triangulum rectangulum erit hujusmodi Area $7\frac{20}{36}$ *id est 20. Adde 5. Summa fit 25, cujus radix est 5.*

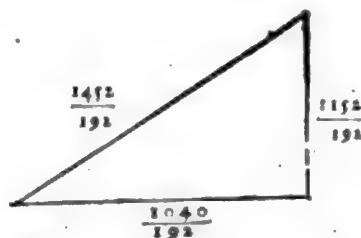


ZETETICVM X.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area diminuta dato plano, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z planum, aliter B in D 2, & effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B, D, & quadrato differentiæ eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12. + D quad. quad. 2. Basis B quad. in Z planum 4 + D quad in Z planum 4. Perpendiculum $\overline{B+D}$ quad. in $\overline{B-D}$ quad. 2. Adplicētur omnia ad $\overline{B+D}$ in $\overline{B-D}$ quad. 2, fiet area similis $\frac{B \text{ quad. in Z plan.} + D \text{ quad. in Z plan.}}{\overline{B-D} \text{ quad.}}$. Aufer Z planum, quoniam B quad. + D quad. $-\overline{B-D}$ quad. valet Z planum. Relinquetur $\frac{Z \text{ plano-planum}}{\overline{B-D} \text{ quad.}}$ quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani.}}{B-D}$.

Sit D 1, B 5. Vnde Z planum 10. Triangulum rectangulum erit hujusmodi. Area $\frac{599040}{36864}$. *Aufer 10. Relinquetur* $\frac{230400}{36864}$ *quadratum abs radice* $\frac{480}{192}$ *seu* $\frac{10}{4}$.

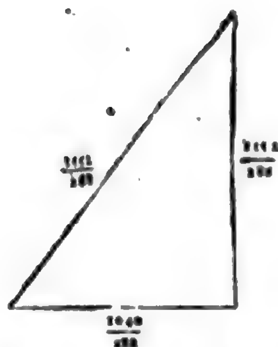


ZETETICVM XI.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area diminutum datum planum, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z planum, aliter B in D 2. Effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B + D & quadrato differentiæ eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12. + D quad. quad. 2. Basis B quad. in Z planum 4. + D quad. in Z planum 4. Perpendiculum $\overline{B+D}$ quad. in $\overline{B-D}$ quad. 2. Adplicentur omnia ad $\overline{B-D}$ in $\overline{B+D}$ quad. 2. Fiet area similis $\frac{B \text{ quad. in Z plan.} + D \text{ quad. in Z plan.}}{\overline{B+D} \text{ quad.}}$. Dematur ex Z plano, quoniam $\overline{B+D}$ quadratum — B quad. — D quad. valet B in D 2. Relinquetur $\frac{Z \text{ plano-planum.}}{\overline{B+D} \text{ quad.}}$ quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani}}{B+D}$.

Sit



Sit D 1, B 5. Unde Z planum 10 triangulum rectangulum erit hujusmodi. Area $\frac{599400}{82944}$ *auferatur à 10, relinquetur* $\frac{230400}{82944}$ *quadratum abs radice* $\frac{480}{288}$ *seu* $\frac{5}{3}$.

ZETETICVM XII.

Invenire numero tria quadrata, ut quod fit sub binis plano-planum, adjunctum ei quod fit ab adgregato binorum in datæ longitudis quadratum, conficiat quadratum.

Data longitudine X. Sit primum quadratum, A quad. — X in A 2 + X quad. cujus radix A — X. Alterum, A quad. cujus radix A. Tertium, A quad. 4 — X in A 4 + X quadrato 4. Ex ductu igitur primi in secundum, adjecta summa primi & secundi ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. — X in A + X quad. Ex ductu vero secundi in tertium, adjecta summa secundi & tertii ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. 2. — X in A, + X quad. 2. Ex ductu denique primi in tertium, adjecta summa primi & tertii ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. 2, — X in A 3, + X quad. 3. Tertii adæquandi radix esto D — A 2. Ergo $\frac{D \text{ quad.} - X \text{ quad.} 4}{D 4 - X 4}$ æquabitur A.

Sit X 3, D 30, fit A 8 Itaque quadrata quæsita sunt, primum 25, secundum 64, tertium 196, & satisfaciunt postulatis. Quod enim fit e primo in secundum adjectis 801 conficit 2401, quadratum abs 49. Et rursus quod fit è secundo in tertium adjectis 2340 facit 14884, quadratum abs 122. Ac denique quod fit è primo in tertium adjectis 1989 facit 6889, quadratum abs 83. Porro eadem quadrata tria cum adsciscent singula duplum data longitudinis quadratum: quod fit sub binis plano planum detracto eo quod fit ab adgregato binorum in data longitudinis quadratum, erit quadratum. Vt in exposita hypothesi duplum longitudinis quadratum est 18, quo addito unicuique trium quadratorum fiunt plana tria, primum 43, secundum 82, tertium 214 & satisfaciunt postulatis. Quod enim fit e primo in secundum ablatis 1125, relinquit ipsa 2401. Et rursus quod fit è secundo in tertium ablatis 1664, relinquit ipsa 14884. Ac denique quod fit è primo in tertium ablatis 2313, relinquit ipsa 6889.

ZETETICVM XIII.

Datam X longitudinem ita secare, ut cum primo segmento addetur B, secundo D, & ita productæ partes ducentur altera in alteram, fiat quadratum.

Primum segmentum esto A — B. Alterum igitur erit X — A + B. Cum itaque primo segmento addetur B, ipsum productum fiet A. Cum vero secundo segmento addetur D, ipsum fiet X — A + B + D. Quare $\overline{B + D + X}$ in $\overline{A}$, — A quad. adæquandū erit quadrato. Sit radix $\frac{S \text{ in } A}{X}$ atque adeo ab ea quadratum, fit $\frac{S \text{ quad. in } A \text{ quad.}}{X \text{ quad.}}$. Ergo $\frac{\overline{B + D + X} \text{ in } X \text{ quad.}}{S \text{ quad.} + X \text{ quad.}}$ æquabitur A. Ad positiones. Primum segmentum erit $\frac{\overline{D + X} \text{ in } X \text{ quad.} - B \text{ in } S \text{ quad.}}{S \text{ quad.} + X \text{ quad.}}$. Alterū $\frac{\overline{B + X} \text{ in } S \text{ quad.} - D \text{ in } X \text{ quad.}}{S \text{ quad.} + X \text{ quad.}}$.
Itaque ut sit subtractioni locus oportebit S quadratum minus esse $\frac{X \text{ quad. in } \overline{D + X}}{B}$, sed majus $\frac{X \text{ quad. in } D}{B + X}$.

Sit X 4, B 12, D 20. Oportebit S quadratum minus esse 32, sed majus 20. Sit 25. fit segmentum primum $\frac{84}{41}$, *Secundum* $\frac{80}{41}$. *hoc dum producetur fit* $\frac{900}{41}$. *Illud* $\frac{576}{41}$. *Factum sub illis* $\frac{518400}{1681}$ *quadratum à radice* $\frac{720}{41}$.

Sit X 3, B 9, D 15. Oportebit S quadratum minus esse 18, sed majus 11 $\frac{1}{4}$. *Sit 16. fit primum segmentum* $\frac{18}{25}$, *alterum* $\frac{57}{25}$ *hoc dum producitur fit* $\frac{432}{25}$. *Illud* $\frac{243}{25}$. *Factum sub illis* $\frac{104976}{625}$ *quadratum abs radice* $\frac{324}{25}$.

ZETETICVM XIV.

A quadratum minus G plano adæquare uni quadrato, quod sit minus quam D in A, sed majus quam B in A.

Effingatur quadratum ab A — F, igitur A quad. — F in A 2, + F quad. æquabitur A

qnad.

quad. — G plano, & consequenter $\frac{F\ quad. + G\ plano}{F\ 2}$ æquabitur A. At quoniam A quad. — G plano est minus quam D in A Ideo A quadratum erit minus quam D in A, + G plano. Et rursus A quad. — D in A cedet G plano. Unde fiet A minor quã $\sqrt{D\ quad.\ \frac{1}{4} + G\ plano} + D\ \frac{1}{2}$ Proponatur autem S æquari vel præstare $\sqrt{D\ quad.\ \frac{1}{4} + G\ plano} + D\ \frac{1}{2}$. Ergo A minor erit quam S. Contra quoniam A quad. — G plano est majus quam B in A. Et rursus A quad. — B in A præstabit G plano. Unde fiet A major quam $\sqrt{B\ quad.\ \frac{1}{4} + G\ plano} + B\ \frac{1}{2}$. Proponatur autem R æquari vel cedere $\sqrt{B\ quad.\ \frac{1}{4} + G\ plano} + B\ \frac{1}{2}$. Ergo A major erit quam R. Quare F quad. + G plano erit minus quam S in F 2, sed majus quam R in S 2. Itaque non quævis F adsumenda est sed quæ non evagetur extra limites constitutos. Ad Zetesin sit illa E. Ergo S in E 2 — E quad. majus erit quam G planum. Unde adsumetur F minor quam S + $\sqrt{S\ quad. - G\ plano}$. Contra R in E 2 — E quad. minus erit quam G planum. Unde adsumetur F major quam R + $\sqrt{R\ quad. - G\ plano}$.

Sit G planum 60, B 5, D 8, A 1 N. 1 N minor erit $\sqrt{76} + 4$, *major vero* $\sqrt{\frac{265}{4}} + \frac{5}{2}$. *At 12 est minor quam* $\sqrt{76} + 4$. *Et 11 est major quam* $\sqrt{\frac{265}{4}} + \frac{5}{2}$. *Sumatur ergo S 13. R 10. eligenda erit F minor quam* $13 + \sqrt{109}$, *sed major quam* $10 + \sqrt{40}$. *At 23 est minor quam* $13 + \sqrt{109}$. *Et 17 est major quam* $10 + \sqrt{40}$. *Quare commode F adsumetur 21 vel 19, vel alia qualibet rationalis intermedia. Adsumatur 20 fit 1 N,* $11\frac{1}{2}$.

Atque hinc solutio Problematis ab Epigrammatario Græco propositi.

,, Ὀκταδράχμους ϗ πενταδράχμους χοέας τις ἔμιξε,
,, Τοῖς προπόλοις πιεῖν χρηστὸν ἐπιταγμένος.
,, Καὶ τιμὴν ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τετράγωνον,
,, Τὰς ἐπιταχθείσας δεξάμενος μονάδας,
,, Καὶ ποιοῦντας πάλιν ἕτερόν σε φέρειν τετράγωνον
,, Κτησάμενον πλευρὰν σύνθεμα τῶν χοέων.
,, Ὥστε διάστειλον, τοὺς ὀκταδράχμους πόσοι ἦσαν,
,, Καὶ πάλι τοὺς ἑτέρους, παῖ, λέγε πενταδράχμους.

σύνθεμα τῶν χοέων	$11\frac{1}{2}$	A
πεντάδραχμοι	$6\frac{7}{12}$	
ὀκτάδραχμοι	$4\frac{11}{12}$	
τιμὴ πενταδράχμων	$32\frac{11}{12}$	B in A
τιμὴ ὀκταδράχμων	$39\frac{1}{3}$	D in A
τιμὴ συμπάσης	$72\frac{1}{4}$ τετράγωνος	A quad. — Z plano.
μονάδες	60	Z planum

πρόσθεσις τιμῆς καὶ μονάδων $132\frac{1}{4}$ τετράγωνος κτησάμενος πλευρὰν $11\frac{1}{2}$ A quad.

Retulit Diophantus quæstione ultima libri V. Quare & Zeteticorum quintus noster finem hic accipito.

FINIS.

FRANCISCI VIETÆ

DE

ÆQVATIONUM RECOGNITIONE

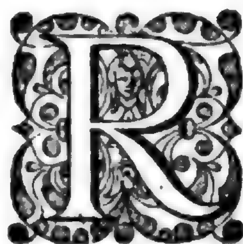
ET

EMENDATIONE

TRACTATUS DUO.



ALEXANDER ANDERSONUS AD MATHESEOS STUDIOSOS.



Estitutam Mathematicam analysin praeceptori Francisco Vietae debetis φιλομαθεῖς, quam suis regulis & praeceptis suo modo concinnatam, in varia digessit opuscula; quorum quidem nomenclaturam Isagogicis praemissam cernitis. Sed quaedam sive praecipiti & immaturo Autoris fato (nobis certe iniquissimo) nondum absoluta vel perpolita; vel etiam, ut erat Authoris ingenium (qui quidem pro singulari qua pollebat animi sagacitate multa apud se praemeditata, debitoque ordine mente digesta, sed nondum scriptis consignata, ob graviora fortassis quae pro Republica incumbebant munia, suis nominibus tanquam confecta insignire solebat) tantum inchoata, vel alicubi etiamnum latentia; nostras nondum manus attigere. Haec autem, quorum jam vobis copia conceditur, licet exactissimam Autoris limam nondum haud dubie passa, à tanto tamen viro etiam vel ruditer procusa, toti Mathematicorum scholae utilissima, &, ut nihil in hoc genere simile aut secundum hactenus visum, gratissima, diutius ab eruditorum hominum conspectu, in latebris delitescere, scelus publico dignum odio duxi. Si quid inde capiunt vestra studia emolumenti, aut animus ex tam varia & jucunda speculatione oblectamenti, quas debituri gratias; Iacobo Alelmo Christianissimi Galliarum & Navarrae Regis LUDOVICI XIII. *Architectonicae militaris ἀρχηγῷ dignissimo, viro in hoc studiorum genere apprime versato, omnes persolvite: qui quidem Vietae adversaria liberrime mecum communicavit, ex quibus haec sunt deprompta; cuique me hoc nomine vobiscum arcte obstrictum profiteor. Nec dubito, nisi gravioribus pro principe & patria distractus esset curis, quibus summa cum laude perfungitur, quin & alia ejusdem viri aeternum victura monumenta in lucem proferret. Non est quod meum ego hic insinuam laborem; qui tamen nonnullus in recensendo quo usus sum exemplari, non paucis in locis depravato, quibusdam etiam mutilo. Singulae namque aequationes, tum exemplorum notae epilogisticae, novo subjiciendae erant examini: quo quidem pluribus, quibus sparsim scatebant mendis sunt expurgatae. Quae vero in textu deesse videbantur qua fieri potuit fide pro sensus exigentia à me restituta sunt. Si quid denique hic parum exactum, aut severiore ipsius Autoris examine minus fortassis probatum; praeproperum & praeceps ejusdem fatum; aut etiam nostram culpate in vos animi propensionem, qui ita haec in vestrum usum evulgare maluimus, quam tot tamque egregia divini ingenii monumenta, hoc solo opere contenta, nostris scriniis in privatum nostrum bonum recondita jacere.* Valete.



FRANCISCI VIETÆ DE RECOGNITIONE ÆQVATIONVM TRACTATVS PRIMVS.

CAPVT I.

De dignoscenda æquationum constitutione ex Zetesi, Plasmate, & Syncrisi.



Eneralem & generaliter traditam de numerosa potestatum resolutione doctrinam, informat & perficit tractatus de recognitione æquationum : præparatione enim indigent æquationes sæpe-numero, antequam fœliciter explicentur: ac præsertim quum potestates de homogeneis magnitudinibus negantur ; vel ita mixtim homogeneæ magnitudines de potestatibus negantur & affirmantur, ut affectiones negatæ adfirmatis præpolleant; ac denique quotquot æquationes fractis numeris vel asymmetris exhibentur.

In Geometricis quidem, accidens fractionis vel asymmetriæ non solet æquationibus officere, quo minus ἀμηχανῶς explicentur ; sicuti neque vitium negationis: est enim certum semper subjectum , sub quo operetur Geometra : at obest πλυπάθεια, & quo elatior est potestas, affectionisque gradus, eo major se prodit in explicando Problemate ἄρρησις ἢ ἀλεγία.

Ecquid vero æquationis, quæ proposita est , agnita constitutione non tentabit Analysta, quo saxa & scopulos refugiat ? num gnarus Anatomices invertet, deprimet, attollet, & undique operabitur secure ? nova, quum res postulaverit, suscepta Zetesi sub alio, quam qui proponebatur, termino, ad propositum tamen habente datam differentiam vel rationem.

Omnino æquationum origo, & prima constitutio scitu digna est, nullaque non solertia ab Analysta capescenda & adsequenda, quo sibi pateat ad eam reductionis via.

Æqualitatum constitutio potissimum deprehenditur Zetesi, Plasmate, & Syncrisi.

CAPVT II.

De Zetesi.

ZEtesin non instituet temere neque ἀτέχνως Analysta, quum pura è puris, affecta ex affectis proficisci dictet ratio : & ideo ad deprehendendum æquationum ad potestates puras pertinentium conditionem, is ex datis duobus lateribus potestates inquiret.

Ad æquationes adfectarum simpliciter potestatum, investigabit ex data diffe-

differentia vel ſumma laterum, vel ſuorum graduum, una cum dato ſub iis aut eorum gradibus paribus vel diſparibus facto, alterutrum ex lateribus.

Ad æquationes denique multipliciter affectarum, affectionem affectioni adjunget ſub diverſis laterum parodicis gradibus.

Aut etiam non ſe adiget uni quæſtionum formulæ, ſed ſe ſub Zeteticis exercebit ſub quocunque effictо vel propoſito themate.

Quæ Geometrico operi aptaturus, recordabitur latera ad extremas lineas rectas in ſerie continue proportionalium referri, facta vero ſub lateribus aut laterum paribus vel diſparibus gradibus ad aliquarum è mediis poteſtates.

Et quum incidet in æquationem Mechanico ſuo bene obviam, de illa condet Theorema ſimile, cujuſcunque æqualitatis Syſtaticum & Exegeticum.

Æquationem æquationi ſimilem regulariter dicimus, quum utrobique par eſt poteſtas, ſeu æque alta, ipſaque affecta afficienſve, ſub pari gradu & eadem affectionis nota.

Quod ſi aliud quiddam præterea requiritur ſpeciale & conditionarium, ſimilitudo anomala eſt.

CAPVT III.

Conſtitutiva æquationum quadraticarum ex Zeteticis.

AFfectorum ſane, quæ adæquantur, quadratorum conſtitutio, ex Zeteticis dignoſcitur probe: ſunt autem æquationum hujuſmodi tres ſpecies: Καταφατική, Ἀποφατική, Ἀμφίβολος.

Tribus itaque Theorematis de earum conſtitutione Analyſta ita poterit ratiocinari.

THEOREMA I.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A quad. + B in A, æquetur Z quad: ſunt tres proportionales radices, quarum media eſt Z, differentia vero extremarum B; & ſit A minor extrema.

Ex Zetetico ſi placet:

Data media trium proportionalium linearum rectarum, & differentia inter extremas, invenire minorem extremam.

Quæ enim in lineis rectis locum habent comparationes, eaſdem ad radices quaſcunque, ſimplices, planas, ſolidaſve, aut ulterioris ordinis homogenas, poſſe aptari, diſſeruit Campanus in libro de proportione.

Sit igitur data Z media trium proportionalium, B differentia extremarum, & oporteat invenire minorem extremam.

Eſto illa A. major igitur erit A + B, ducatur minor in majorem; fit A quad. + B in A. Et vero quando ſunt proportionales, quod fit ſub extremis æquatur mediæ quadrato. igitur A quad. + B in A, æquale eſt Z quad. Id autem ipſum eſt quod ordinatur.

1 Q. + 10. N. æquatur 144. Eſt √144. media inter extremas differentes per 10. & ſit 1 N minor extrema ex ſerie trium proportionalium. 8. 12. 18.

THEOREMA II.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A quad. − B in A, æquetur Z quad: ſunt tres proportionales, quarum media eſt Z, differentia vero extremarum eſt B; & ſit A major extrema.

Ex Zetetico:

Data media trium proportionalium & differentia inter extremas, invenire majorem extremam.

Esto illa A. minor igitur erit A — B. ducatur major in minorem; fit A quad. — B in A, æquale Z quad. Id autem ipsum est quod ordinatur.

1 Q—10 N *æquatur* 144. *est* √144 *media inter extremas differentes per* 10. *& fit* 1 N *major extrema ex ferie trium proportionalium* 8. 12. 18.

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

Si B in A — A. quad. æquetur Z quad: sunt tres proportionales, quarum media est Z, aggregatum extremarum B; & fit A minor, minorve extrema.

Ex Zetetico:

Data media trium proportionalium & aggregato extremarum, invenire alterutram extremam.

Sit enim data Z media, aggregatum vero extremarum B: oportet invenire minorem extremam. Esto illa A. major igitur erit B — A. quare B in A, — A quad. æquabitur Z quadrato.

Sed sit A major extremarum; erit B — A, minor extremarum. itaque rursus B in A, — A quad. æquabitur Z quad. Vnde A sive de minore extremarum, sive de majore potest enunciari.

26 N—1 Q *æquetur* 144. *est* √144 *media inter extremas quarum aggregatum est* 26. *& fit* 1 N. *minor, majorve extrema ex ferie trium proportionalium* 8. 12. 18.

Rursus ex Zeteticis.

CAPVT IV.

Constitutiva æquationum cubicarum: ac primum earum in quibus affectiones existunt sub latere.

Æquationum quoque cubicarum affectionibus sub latere obvolutarum constitutio ex Zeteticis, scitu digna est. quo pertinent tria quæ sequuntur Theoremata.

THEOREMA I.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A cubus + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major minorve inter extremas est B, aggregatum vero secundæ & quartæ est Z, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima, & aggregato secundæ & quartæ in ferie quatuor continue proportionalium, invenire secundam.

Esto secunda A, quarta igitur erit Z — A. Solido autem sub primæ quadrato & quarta, æquatur cubus è secunda: quum sit ut quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita secunda ad quartam. Itaque A cubus, æquabitur B quad. in Z, — B quad. in A; & per antithesin, A cubus + B quad. in A, æquabitur B quad. in Z. ut est ordinatum.

Si 1 C. + 64 N. *æquetur* 2496. *Sunt quatuor continue proportionales, quarum prima minor inter extremas est* √64. *id est* 8. *aggregatum vero secundæ & quartæ* $\frac{2496}{64}$ *id est* 39. *& fit* 1 N. *secunda ex ferie proportionalium* 8. 12. 18. 27.

Et si

Etsi 1 C. + 729 N. æquatur 18954. prima major inter extremas est √ 729, *id est* 17. *aggregatum secundæ & quartæ* $\frac{18954}{729}$ *id est* 26. *& fit 1 N. secunda ex eadem serie.*

THEOREMA II.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A cubus — B quadr. in A, æquetur B quad. in D: sunt quatuor continue proportionales quarum prima minor inter extremas est B, differentia secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima minore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire secundam.

Sit data B prima minor inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire continue proportionales. Sit secunda A quarta igitur erit A + D, solido autem sub quadrato primæ & quarta, æquatur cubus è secunda; quare A cubus æquabitur B quad. in A, + B quad. in D, & per antithesin, A cubus — B quad. in A, æquabitur B quad. in D, ut est ordinatum.

Si 1 C. — 64 N æquetur 960. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima est √ 64. *id est* 8. *differentia vero secundæ & quartæ* $\frac{960}{64}$ *id est* 15. *& fit 1 N. secunda ex serie proportionalium* 8, 12, 18, 27.

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

Si B quad. in A — A cubo, æquetur B quad. in D: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est B. differentia vero secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima majore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium invenire secundam.

Sit data B prima major inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire secundam. Sit secunda A, quarta igitur erit A — D. solido autem sub quadrato primæ & quarta, æquatur cubus è secunda: quare A cubus æquabitur B quad. in A, — B quad. in D & per antithesin, B quad in A — A cubo, æquabitur B quad. in D.

Si 729 N. — 1 C *æquentur* 7290. *sunt quatuor continue proportionales quarum prima est* √ 729. *differentia vero secundæ & quartæ* $\frac{7290}{729}$ *id est* 10. *& fit 1 N. secunda ex serie proportionalium* 27. 18 12. 8.

Potest autem ea secunda duplex esse, ut in duplici quatuor continue proportionalium serie quæ sequitur.

I.	II.	III.	IV.
√ 59319.	195.	√ 24375.	125.
√ 59319.	78.	√ 624.	8.

Stante eadem prima majore inter extremas √ 59319. *& eadem differentia secundæ & quartæ* 70. *secunda hic fit* 78. *illic* 195. *Sic stante eadem prima* 36. *eademque differentia secundæ & tertiæ* 5. *proponitur duplex series trium proportionalium.*

36.	6.	1.
36.	30.	25.

CAPUT V.

Constitutiva æquationum cubicarum in quibus affectiones sunt sub quadrato.

QVæ autem cubicæ affectionibus sub quadrato obvolvuntur æquationes, iisdem fere terminis constant, quibus in affectionibus sub latere, ut ex

ut ex Zeteticis similiter clarum fit: quo pertinebunt trina quoque item enuncianda Theoremata.

Theorema I.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A cubus — B in A quad. æquetur B in Z quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major, minorve inter extremas est B, aggregatum vero secundæ & quartæ est Z, & fit A aggregatum primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima & aggregato secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit data prima B, major minorve inter extremas, aggregatum vero secundæ & quartæ Z, in serie quatuor continuè proportionalium. Oportet invenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit illud A, tertia igitur erit A — B, est autem ut A ad Z, ita B ad $\frac{\text{B in Z}}{\text{A}}$, quare $\frac{\text{B in Z}}{\text{A}}$ erit secunda: quum sit ut aggregatum primæ & tertiæ ad aggregatum secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertia, æquabitur secundæ quadrato. Itaque B in A — B quad. æquabitur $\frac{\text{B quad. in Z quad.}}{\text{A quad.}}$. Omnia multiplicentur per A quad. & dividantur per B: igitur A cubus — B in A quad. æquabitur B in Z quad. id autem est, quod ordinatur.

Si 1 C. — 8 Q. æquetur 12168. sunt quatuor continue proportionales quarum prima inter extremas est 8. aggregatum vero secundæ & quartæ $\sqrt{\frac{12168}{8}}$ *id est 39. & fit 1 N 26. aggregatum primæ & tertiæ. Ex serie proportionalium* I. II. III. IV.

8. 12. 18 27.

Theorema II.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A cubus + B in A quad. æquetur B in D quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima minor inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D, & fit A differentia primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima minore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire differentiam primæ & tertiæ.

Sit data B prima in serie quatuor continue proportionalium eademque minor inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire differentiam primæ & tertiæ.

Esto illa A, tertia igitur erit A + B, est autem ut A ad D, ita B ad $\frac{\text{B in D}}{\text{A}}$, quare $\frac{\text{B in D}}{\text{A}}$, erit secunda: quum sit ut differentia primæ & tertiæ ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertia, æquatur secundæ quadrato, itaque B in A + B quad. æquabitur $\frac{\text{B quad. in D quad.}}{\text{A quad.}}$. Omnia ducantur in A quad. & dividantur per B: igitur A cubus, + B in A quad. æquabitur B in D quad. id autem ipsum est, quod ordinatur.

Si 1 C + 8 Q æquetur 1800. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima inter extremas est 8. differentia vero secundæ & quartæ $\sqrt{\frac{1800}{8}}$ *id est 15. & fit 1 N 10. differentia primæ & tertiæ. Ex serie proportionalium.* I. II. III. IV.

8. 12. 18. 27.

Theo-

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

SI B in A quad. — A cubo æquetur B in D quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D, & fit A differentia primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima majore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire differentiam secundæ & tertiæ.

Sit data B prima in serie quatuor continue proportionalium eademque major inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire differentiam primæ & tertiæ. Esto illa A, tertia igitur erit B — A: erit autem ut A ad D, ita B ad $\frac{B \text{ in } D}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } D}{A}$ erit secunda. Quum sit ut differentia primæ & tertiæ ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertia, æquatur secundæ quadrato. Itaque B quad. — B in A æquabitur $\frac{B \text{ quad. in } D \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia ducantur in A quadratum, & per B dividantur. Igitur B in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad. id autem ipsum est quod ordinatur.

Si 27 Q — 1 C, æquentur 2700. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est 27. differentia vero secundæ & quartæ, $\sqrt{\frac{2700}{27}}$ *id est 10. & fit 1 N. differentia primæ & tertiæ. Ex serie proportionalium.* I. II. III. IV.
27. 18. 12. 8.

CAPVT VI.

Alia insuper constitutio cuborum sub latere affectorum.

Ex Zeteticis.

SEd neque omittenda est ex Zeteticis quoque depromenda singularis quædam constitutio cubi, qui sub latere affirmate, atque etiam ejus qui afficitur negate: quum videlicet (is enim casus præmonendus est) quadruplus cubus è triente coëfficientis plani, cedit solidi datæ mensuræ quadrato. Quocirca bina jam proferuntur Theoremata.

THEOREMA I.

SI A cubus + B plano ter in A æquetur D solido: est B planum quod fit sub lateribus, à quibus qui fiunt cubi, differunt per D solidum, & fit A differentia laterum.

Ex Zetetico:

Data differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus, invenire differentiam laterum.

Si 1 C. + 6 N. æquatur 7. Est $\frac{6}{3}$ *seu 2. rectangulum sub lateribus à quibus cubi differunt per 7. & fit 1 N. differentia laterum: ex hypothesi laterum 1. & 2.*

THEOREMA II.

SI A cubus — B plano ter in A æquetur D solido, præstet autem D solidi quadratum quadruplo B plani cubo: est B planum rectangulum sub lateribus, à quibus qui fiunt cubi componunt D solidum, & fit A aggregatum laterum.

Ex Zetetico:

Dato rectangulo sub lateribus, & aggregato cuborum, invenire latera.

Si 1 C. — 6. N. æquatur 9, est $\frac{6}{3}$ seu 2. rectangulum sub lateribus, à quibus cubi aggregati faciunt 9. & fit 1 N. aggregatum laterum, ex hypothesi laterum 1. & 2.

Eadem autem Theoremata Geometricè ita concipientur:

ALITER,

PRIMVM THEOREMA.

SI A cubus, + B plano ter in A æquetur B plano in D: sunt quatuor continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, differentia vero extremarum est D, & fit A differentia mediarum.

Ex Zetetico.

Data differentia extremarum, & rectangulo sub mediis vel extremis in serie quatuor proportionalium, invenire differentiam mediarum.

Si 1 C + 24 N æquetur 56. sunt quatuor continue proportionales sub quarum mediis vel extremis quod fit planum, æquale est $\frac{24}{3}$ id est 8. differentia vero extremarum est $\frac{56}{8}$ id est 7. & fit 1 N. differentia mediarum, ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ALITER,

SECVNDVM THEOREMA.

SI A cubus — B plano ter in A, æquetur B plano in D, sit autem D semissis quadratum majus B plano: sunt quatuor continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, aggregatum vero extremarum est D, & fit A aggregatum mediarum.

Ex Zetetico.

Dato aggregato extremarum, & rectangulo sub mediis vel extremis; in serie quatuor continue proportionalium, invenire aggregatum mediarum.

Si 1 C — 24 N æquatur 72. sunt quatuor continue proportionales, sub quarum extremis vel mediis quod fit planum, æquale est $\frac{24}{3}$ id est 8, aggregatum vero extremarum est $\frac{72}{8}$ id est 9. & fit 1 N. aggregatum mediarum ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

Quum autem quadruplus cubus è triente coëfficientis plani, præstat solidi datæ mensuræ quadrato: aliam eo casu sortitur æqualitas constitutionem, ambiguæ seu ei quæ negatur inverse communem: quo pertinet sequens Theorema.

THEOREMA III.

SI A cubus — B plano ter in A, æquetur D solido, cedat autem D solidi quadratum, quadruplo B plani cubo: B planum ter in E — E cubo, æquabitur rursus D solido: & enunciatur E de duobus lateribus, à quibus singulis quadrata, adjecta rectangulo sub ipsis lateribus, faciunt B planum.

Quod autem fit ab uno laterum in quadratum reliqui, adjunctum rectangulo: seu aliter quod fit abs aggregato laterum in rectangulum est D solidum. A vero enunciatur de aggregato illorum laterum.

Ex Zetetico.

Dato plano quod constat aggregato quadratorum à duobus lateribus, plus rectangulo sub iisdem, & dato insuper solido quod fit abs aggregato laterum in rectangulum, invenire latera; vel etiam laterum aggregatum.

Si 1 C. — 21. N. æquetur 20. quoniam quadruplus cubus ex 7 major est quam 400. igitur 21 N. — 1 C.

— 1 C. æquabitur 20. & sunt duo latera, a quibus quadrata adjuncta rectangulo à lateribus, faciunt 21. aggregatum autem laterum, ductum in rectangulum est 20. & fit 1 N in æqualitate inverse negata, alterutrum è lateribus, maius minusve; in directe vero negata, aggregatum ipsorum laterum, ex hypothesi laterum. 1. & 4.

Neque vero in Geometrica phrasi hic erit magna dissimilitudo: Enimvero dicet Geometra, B planum esse aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus lineis rectis, D vero solidum quod fit ab aggregato extremarum in mediæ quadratum, seu ab alterutra extrema in aggregatum quadratorum à reliquis, & fieri A aggregatum extremarum, E vero primam vel tertiam.

Sic in exposito themate, 21. est aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus, & solidum 20. est ab aggregato extremarum in media quadratum, seu ab alterutra extrema in quadrata è reliquis ex serie proportionalium 1. 2. 4.

At elegantius & præstantius ex analyticis angularium sectionum hujusmodi æqualitatum constitutio eruitur, & ad Συμχωσίαν accommodatius in hanc formulam:

ALITER,

TERTIVM THEOREMA.

SI A cubus — B quad. 3 in A, æquetur B quad. in D, sit autem B major D semisse: B quad. 3 in E, — E cubo æquabitur B quad in D.

Et sunt duo triangula rectangula æqualis B hypotenusæ, ita ut angulus acutus subtensus à perpendiculo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à perpendiculo secundi; basis vero dupla primi, est D, & fit A dupla basis secundi. E vero basis simpla secundi, contracta, protractave longitudine ejus quæ potest quadrato triplum perpendiculi ejusdem.

1 C — 300 N. æquetur 432. vel etiam 300 N. — 1 C æquetur 432. sunt duo triangula rectangula, quorum hypotenusa communis est 10: ita ut angulus acutus primi, à perpendiculo videlicet subtensus, sit triplus ad acutum secundi, à suo quoque perpendiculo subtensum; basis autem primi dupla, est $\frac{432}{100}$. & 1 N in æqualitate directe negata est basis dupla secundi: in inverse vero negata, est basis simpla secundi, plus minusve ea quæ potest quadrato triplum perpendiculum secundi.

Constituta hypotenusa communi 10. basi secundi trianguli 9. fit perpendiculum ejusdem secundi √ 19.

Primi vero hypotenusa stante 10. fit basis $2\frac{16}{100}$. itaque quum in ea hypothesi dicetur 1 C — 300 N. æquari 432. fiet 1 N 18. vel quum dicetur 300 N. — 1 C æquari 432. Fiet 1 N. 9 + √ 57. vel 9 — √ 57.

Atque hæc ad assequendum ex Zeteticis constitutiones adæquatarum quæ affectæ sunt potestatum, exempla nunc sufficiuntor. Etsi enim de simpliciter affectis Theoremata tantum proposita sunt, tamen quemadmodum ad multipliciter affectas possint trahi, vix ignorabitur, quando præsertim detegetur earum plasma, de quo jam succedit dicendi locus. Ipsorum enim Zeteticorum à quibus antedictæ constitutiones depromptæ sunt, jam patuit processus sufficienter in expositis eclogis, hoc postremo Theoremate excepto, quod par est rejici in peculiarem Zeteticorum ad angulares sectiones pertinentium silvulam.

CAPVT VII.

De generali methodo transmutandarum æquationum.

PLasmatis ratio pendet è doctrina transmutandarum æquationum generaliter imprimis proponenda & demonstranda.

De transmutatione per alterationem radicis.

Æquationum transmutatio instituitur duplici formæ præcautione: aut enim placet alterari radicem de qua primum quæritur, aut manere invariatam.

Qualiscumque autem alteratio sit, primæva radix & nova, datam habent inter se differentiam vel rationem, adeo ut una cognita, altera non possit ignorari.

Ad opus itaque transmutationum, alterata radix quæsititia conceditur alteri quoque inquirendæ esse æqualis, atque adeo ex ea concessione novam induit speciem, sub qua æquatio primum posita dirigitur, & ordinatur nova.

Ac pluribus quidem modis radix de qua quæritur potest artificiose alterari, & nova specie exhiberi: ac dirigendi ratio sub ea nova specie ipsam quæ primum proposita est æquationem, constans est & uniformis, per modos illos quoscunque.

Quæ ut fiant evidentiora, proponatur æquatio quævis de A radice exponenda, & sit Z magnitudo cui adæquetur reliqua; & oporteat propositam illam æquationem alterata radice arte transmutare.

Primum igitur A radix potest alterari, & nova specie exhiberi per additionem: utpote hac concessione & argumentatione A + B esto E. ergo E — B erit A.

Secundo per subductionem, utpote hac concessione & argumentatione A — B esto E. ergo E + B erit A. vel etiam ista B — A esto E. ergo B — E erit A.

Tertio per multiplicationem: utpote hac concessione & argumentatione B in A esto E planum. ergo $\frac{\text{E planum}}{\text{B}}$ erit A.

Quarto per divisionem: utpote concedendo & argumentando $\frac{\text{A planum}}{\text{B}}$ esto E. ergo B in E erit A planum.

Quinto, per analogiam rationis explicitæ: ut pote concedendo esse ut B ad G, ita A ad E, deinde resolvendo analogiam & argumentando, ergo $\frac{\text{B in E}}{\text{G}}$ erit A.

Sexto per analogiam rationis implicitæ: ut pote concedendo esse ut A ad B, ita G ad E, deinde resolvendo analogiam & argumentando, ergo $\frac{\text{B in G}}{\text{E}}$ erit A.

Septimò per Parabolicam Hypostasin in generibus quibuscunque æquationum: ut pote in quadraticis, concedendo E quad. + A in E æquari D plano, quæ æquatio est quadrati affirmate affecti, deinde argumentando, ergo $\frac{\text{D planum} - \text{E quad.}}{\text{E}}$ erit A.

Vel concedendo E quad. — E in A æquari D plano: quæ æquatio est quadrati negate affecti & argumentando, ergo $\frac{\text{E quad} - \text{D plano}}{\text{E}}$ æquabitur A. Vel denique concedendo E in A — E quad. æquari D plano, quæ æquatio est plani sub latere negati de quadrato: & argumentando, ergo $\frac{\text{E quad.} + \text{D plano}}{\text{E}}$ æquabitur A.

Postremo per modos compositos, & excogitanda ab artifice & tentanda, quæ suo fini magis inservire conjiciet, figmenta.

Quam-

Quamcunque autem speciem induit A, æquatio juxta eam transformabitur, & nova de E ordinabitur; si quæ de A enunciantur in æquatione proposita, eadem enuncientur de nova quam A induit specie

Alteretur enim A per additionem, fingendo A + B esse E, ut supra, unde E — B fit A. quum igitur par potestas creabitur abs E — B, quæ proponebatur ab A, & similes quoque parodici gradus, in quos ducantur invariandæ coëfficientes, ad efficienda eadem affectionum homogenea: omnino facta hujusmodi æquabuntur proposito homogeneo. Expurgentur igitur secundum artis præcepta, & ita demum æquatio de E ordinetur: jamque transmutata erit in novam æquationem de E, id est ipsa A producta cremento B enunciandam, quod faciendum erat.

Quod in reliquis quibuscunque alterandi modis, quibus semper A valor exprimitur, locum habere conspicuum est.

De transmutatione invariata radice.

QUod ad secundam præcautionem attinet, invariata radice æquationem transmutare, est gradum æquationis deprimere vel attollere.

Climacticus autem sive adscensus, sive descensus, regulariter fit vel irregulariter.

Climacticus regularis adscensus fit, quum utraque propositæ æquationis pars, distributa ordinate, vel secus ex artificis industria, ducitur quadratice, cubice, & ulterius climactice: descensus contra quum dividitur sub-quadratice, sub-cubice, & depressius sub-climactice: adscito nempe ad id supplemento dato vel inquirendo: omnia autem post ductionem, divisionemve congrue ordinantur.

Irregularis autem adscensus fit, quum omnia quibus proposita æquatio constat, singularia homogenea ducuntur in eundem parodicum gradum, sive purum, sive affectum à datis congruentibus magnitudinibus, vel etiam eas adficientem: & ducta congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Descensus contra, quum omnia singularia illa homogenea applicantur, sive ad radicem quæsititiam, sive radicis gradum potestate inferiorem, vel pure, vel cum adficientibus, adfectisve datis congeneribus magnitudinibus: & divisa, adscito nempè ad id supplemento dato, vel inquirendo, congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Demonstratio vero in quacunque artificiosa transmutandi forma statim evidens fit, quoniam quæ æqualia sunt longitudine, æqualia quoque sunt simili potestate, & contra: neque communis divisor vel multiplicator æqualitatem immutat vel rationem.

Atque hęc ut à nobis generaliter proposita sunt, ita specialibus indigere præceptis, & exemplis concedendum est, quæ diffundentur passim in convenientiores locos, prout edenda artificii transmutatorii exegerint specimina.

CAPUT VIII.

Singularia de Plasmate.

PLasma inesse æquationibus intelligitur, quum deducuntur potestates affectæ à puris, vel minus affectis æque altis, aut etiam altiores à depressioribus.

Itaque plasma potest institui per omnes trausmutationum modos, præter divisionem & climacticum descensum.

Finis plastices ac præcipuus illius usus est, ut agnitæ æquationes plasmaticæ in simpliciores à quibus eductæ sunt, curentur resolvi, si quo id liceat impendio.

Quod quum deprehendet figmentarius, adnotabit sedulo, ac suum tandem proferet symbolum, in artis commendationem & illustrationem.

Omnino & id esto primum animadversione dignum.

Si qua potestas affecta est, vel afficit sub singulis gradibus ad eam parodicis, plasmatica est per modum additionis, vel subductionis: quoniam radix intelligetur adfecta fuisse cremento, vel decremento desumpto ex coëfficiente sub gradu altiore, secundum potestatis conditionem.

In quadratis videlicet, affecta fuisse radix, semisse coëfficientis sub latere. In cubis, triente coëfficientis sub quadrato. In quadrato-quadratis, quadrante coëfficientis sub cubo. In quadrato-cubis quintante coëfficientis sub quadrato-quadrato, & eo continuo progressu.

Sic quadrata quæcunque adfecta, originem sumunt à puris. Cubi affecti sub quadrato & latere, à cubis affectis sub latere. Quadrato-quadrata affecta sub cubo, quadrato, & latere, à quadrato-quadratis affectis sub quadrato vel latere, aut tam sub quadrato quam sub latere. & eo deinceps ordine.

Secundum esto, si qua potestas à radice plana est solidave, vel ulterioris ordinis homogenea, plasmatica est per multiplicationis modum vel implicitæ analogiæ.

Sic quadrato-quadratum affectum sub quadrato, originem sumit à quadrato affecto sub latere: quoniam ducta sunt omnia quibus æquatio constat singularia homogenea, in quadratum coëfficientis sub latere: unde radix effecti quadrato-quadrati intelligitur media proportionalis inter coëfficientem sub lateralem, & eam quæ primum proponebatur radicem.

Sic cubo-cubus adfectus sub cubo, originem sumit à quadrato quoque adfecto sub latere, unde radix effecti cubo-cubi fit secunda continue proportionalium, qualium coëfficiens sublateralis est prima, radix vero quæ primum proponebatur earundem quarta.

Sic cubo-cubus adfectus sub quadrato-quadrato, originem sumit à cubo affecto sub quadrato, ductis omnibus quibus æquatio constat singularibus homogeneis, in cubum coëfficientis sub quadrato: unde radix effecti cubo-cubi media proportionalis est inter coëfficientem subquadraticam, & eam quæ primum proponebatur.

Tertium esto, omne quadrato-quadratum affectum sub parodico ad illud gradu, uno vel pluribus, plasmaticum est, suam videlicet ducens per climacticum adscensum originem, à quadrato affecto sub latere.

Afficiatur quadrato-quadratum sub latere: æquatio affecti quadrati à quo deducta quadrato-quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singularium homogeneorum distributionem, ut quadrati symbolum fecerit partem unam æquationis, planum vero sub latere, una cum data comparationis magnitudine, alteram: & utraque tandem parte ducta quadratice, interpretationem congruam acceperit homogeneum sub quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Adfi-

Adficiatur vero quadrato-quadratum, tam ſub quadrato quam latere: æquatio affecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica eſt, eam paſſa eſt ſuorum quibus conſtat ſingularium homogeneorum diſtributionem, ut quadratica poteſtas, una cum dieſi dati plani comparationis, vel ejuſdem productione, fecerit partem unam æquationis, planum vero ſub latere, una cum apotome dati plani comparationis, vel eodem producto, partem alteram; atque adeo utraque parte ducta quadratice, omnia fuerint ordinata.

Adficiatur denique quadrato-quadratum ſub cubo: æquatio adfecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica eſt, eam ſuorum quibus conſtat ſingularium homogeneorum paſſa eſt diſtributionem, ut quadrati ſymbolum una cum plano ſub latere, fecerit partem unam æquationis, datum vero planum comparationis alteram & utraque parte ducta quadratice, interpretationem congruam acceperint, ut homogenea tam ſub latere quam quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Quarum eſto & poſtremum, cubicas omnes affectiones per climacticum irregularem adſcenſum, è quadraticis poſſe deduci, verum in illis ad primævas non patere reductionis viam, niſi per æquationes poteſtatum ęque-altarum & affectarum: æquationum tamen inde conſtitutarum ſpectata proprietas maxime juvat.

Sed & inter anomalas plaſmaticas, dignæ ſpeciali nota ſunt eæ quæ pertinent ad homogenea affectionum, quę de poteſtatibus negantur: creantur illæ ſua primæva origine à puri quadrati æquatione, inſtituto plaſmate per additionem vel ſubductionem: nam quum ad plaſma adſumitur coëfficiens quælibet major radice propoſita, ſive ea adfirmetur per hypotheſin, ſive negetur, ſemper inciditur in æquationem plani ſub latere negati dę quadrato. Vnde Poriſma.

Quotieſcunque poteſtas negatur de affectonis homogeneo, radicem poteſtatis eſſe ancipitem: quoniam ex ancipite illa quadratica reliquæ omnes fluunt & deducuntur, ſalva radicis primævæ amphibolia.

CAPVT IX.

Deductiva quadratorum affectorum à puris.

QVæ omnia ut fiant evidentiora, Theorematum aliquot, ad plaſmata de quibus monuimus pertinentium, jam ſequitur farrago.

THEOREMA I.

SI A quad. æquetur Z plano. A + B eſto E. E quad. — B in E 2 æquabitur Z plano — B quad.

Quoniam enim A quad. proponitur æquale Z plano, eſt autem A + B radici E æqualis, ergo E — B æquabitur A. Itaque quadratum abs E — B æquabitur Z plano: quadratum autem illud conſtat ſingularibus planis. E quad. — B in E 2 + B quad. Quare omnibus his ordinatis E quad. — B in E 2, æquabitur Z plano — B quad. ut eſt enunciatum.

THEOREMA II.

SI A quad. æquetur Z plano. A — B eſto E. E quad. + B in E 2 æquabitur Z plano — B quad.

Quoniam enim A quad. æquatur Z plano, eſt autem A — B radici E æqualis, ergo E + B æquabitur A. Itaque quadratum abs E + B æquabitur Z plano: quadratum autem iſtud conſtat ſingularibus planis. E quad. + B in E 2 + B quad. Quare omnibus bene ordinatis E quad. + B in E 2, æquabitur Z plano — B quad. ut eſt enunciatum.

THEO-

THEOREMA III.

SI A quad. æquetur Z plano. B — A vel A + B esto E. B in E 2 — E quad, æquabitur B quad. — Z plano.

Quoniam enim A quad. proponitur æquale Z plano, est autem B — A radici E æqualis: igitur B — E æquabitur A. itaque quadratum abs B — E æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat B quad. — B in E 2 + E quad. quare omnibus bene ordinatis, B in E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano. ut est enunciatum.

Et si A + B æquetur E, igitur E — B æquatur A. itaque quadratum abs E — B æquabitur Z plano: quadratum illud constat E quad. — B in E 2 + B quad. quare omnibus bene ordinatis, B in E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano. ut est quoque enunciatum.

CAPUT X.

Deductiva adfectorum aliquot cuborum sub quadrato, à cubis adfectis sub latere.

THEOREMA I.

SI A cubus — B quad. ter in A æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3, æquabitur Z solido + B cubo 2.

Quoniam enim A cubus — B quad. 3 in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Quare cubus ab $\overline{E + B}$ multatus solido abs B quad. 3 in $\overline{E + B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E+B}$ constat, E cubo + B in E quad. 3 + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, — B quad. in E 3 — B cubo 3. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3, æquabitur Z solido + B cubo 2. ut est enunciatum.

ALITER,

THEOREMA I.

SI A cubus — B quad. ter in A æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3, æquabitur Z solido — B cubo 2.

Quoniam enim A cubus — B quad. 3 in A, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Quare cubus abs $\overline{E - B}$ multatus solido abs B quad. 3 in $\overline{E - B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E - B}$ constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, — B quad. in E 3 + B cubo 3. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3, æquabitur Z solido — B cubo 2. ut est enunciatum.

THEOREMA II.

SI B quad. ter in A — A cubo æquetur Z solido. B — A esto E. B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido.

Quoniam enim B quad. 3 in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A: quare solidum abs B quad. 3 in $\overline{B - E}$, minus cubo abs $\overline{B - E}$ æquabitur Z solido. Solidum autem illud affectum constat, B cubo 3 — B quad. in E 3. Cubus vero negatus de solido illo, — B cubo + B quad. in E 3 — E quad. in B 3 + E cubo. Quare omnibus bene ordinatis, B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido. ut est enunciatum.

ALITER,

THEOREMA II.

SI B quad. ter in A — A cubo æquetur Z solido. B + A esto E. B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 + Z solido.

Quo-

Quoniam enim B quad. 3 in A — A cubo, æquatur Z solido, est autem B + A radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A: quare solidum abs B quad. 3 in $\overline{E - B}$, minus cubo abs $\overline{E - B}$, æquabitur Z solido. Solidum autem illud affectum constat, B quad. in E 3 — B cubo 3. Cubus vero negatus de solido illo, — E cub. + B in E quad. 3. — B quad. in E 3 + B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 + Z solido.

CAPVT XI.

Deductiva adfectorum cuborum tam sub quadrato quam sub latere, à cubis adfectis sub latere.

THEOREMA I.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + D plan. in B + B cubo.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, proponitur æquari Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E - B}$, adjunctus solido abs D plano in $\overline{E - B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E - B}$ constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in E — D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + D plano in B + B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA II.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quadr. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B, æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E + B}$ adjunctus solido abs D plano in $\overline{E + B}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E + B}$ constat, E cubo + B in E quad. 3. + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in E, + D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3. + \text{D pl.}}$ in E, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo, ut est enunciatum.

THEOREMA III.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. B — A æquetur E. E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur B cubo + D plano in B — Z solido.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{B - E}$ adjunctus solido abs D plano in $\overline{B - E}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{B - E}$ constat, B cubo — E in B quadr. 3. + E quad. in B 3 — E cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in B, — D plano in E. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3. $\overline{+ \text{B quad. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur B cubo + D plano in B — Z solido. ut est enunciatum.

THEOREMA IV.

Si A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo — D plano in B.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{E - B}$ multatus solido abs D plano in $\overline{E - B}$, æquatur Z solido. Cubus autem abs $\overline{E - B}$ constat. E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in E + D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo — D plano in B. ut est enunciatum.

THEOREMA V.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Itaque cubus abs E + B multatus solido abs D plano in $\overline{\text{E} + \text{B}}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{\text{E} + \text{B}}$ constat, E cubo + B in E quad. 3 + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in E — D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA VI.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. B — A esto E. E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur B cubo — D plano in B — Z solido.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque cubus abs $\overline{\text{B} - \text{E}}$ multatus solido abs D plano in $\overline{\text{B} - \text{E}}$, æquabitur Z solido. Cubus autem abs $\overline{\text{B} - \text{E}}$ constat, B cubo — B quad. in E 3 + B in E quad. 3 — E cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in B + D plano in E. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 $\overline{+ \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur B cubo — D plano in B — Z solido. ut est enunciatum.

THEOREMA VII.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. A + B esto E. $\overline{\text{D planum} - \text{B quad. } 3}$ in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque solidum abs D plano in $\overline{\text{E} - \text{B}}$, multatum $\overline{\text{E} - \text{B}}$ cubo, æquatur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{\text{E} - \text{B}}$ constat, D plano in E, — D plano in B. Cubus vero ablatitius, — E cubo + B in E quad. 3 — B quad. in E 3 + B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\overline{\text{D planum} - \text{B quad. } 3}$. in E, + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA VIII.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. $\overline{\text{D planum} - \text{B quad. } 3}$ in E — B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B + B cubo.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Itaque solidum abs D plano in $\overline{\text{E} + \text{B}}$ multatum $\overline{\text{E} + \text{B}}$ cubo, æquabitur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{\text{E} + \text{B}}$ constat, D plano in E + D plano in B. Cubus vero ablatitius, — E cubo — B in E quad. 3. — B quad. in E 3 — B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\overline{\text{D planum} - \text{B quad. } 3}$ in E — B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B + B cubo. ut est enunciatum.

THEOREMA IX.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. B — A esto E. $\overline{\text{D planum} - \text{B quad. } 3}$ in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur D plano in B — B cubo — Z solido.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque D planum in $\overline{\text{B} - \text{E}}$, minus $\overline{\text{B} - \text{E}}$ cubo, æquabitur Z solido. Solidum autem abs D plano in $\overline{\text{B} - \text{E}}$ constat, D plano in B — D plano in E. Cubus vero ablatitius, — B cubo + B quad. in E 3 — E quad. in B 3 + E cubo. Quare omnibus bene ordinatis, $\overline{\text{D planum} - \text{B quad. } 3}$ in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur D plano in B — B cubo — Z solido. ut est enunciatum.

CAPUT

CAPUT XII.

Deductiva potestatum aliquot, radices planas solidasve habentium, à potestatibus simplicium radicum.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano. B in A esto E quadratum. E quad.quad. + B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{E\ quad.}{B}$ æquabitur A. itaque quadratum abs $\frac{E\ quad.}{B}$ adjunctum plano sub B & $\frac{E\ quadrat.}{B}$. id est $\frac{E\ quad.quad.}{B\ quad.}$ + E quad. æquabitur Z plano. Omnia ducantur in B quadratum, ergo E quad. quad. + B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum. ut est enunciatum. Quum autem ipsum E quad. radix statuetur plana, hæc erit æquationis enunciatio. E plani-quadratum + B quadrato in E planum, æquabitur B quad. in Z planum.

THEOREMA II.

SI A quad. — B in A æquetur Z plano. B in A esto E quadratum, planumve. E quad.quad. — B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum.

ALITER.

B plani-quad. — B quad. in E planum, æquabitur B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA III.

SI B in A — A quad. æquetur Z plano. B in A esto E quadratum, planumve. B q. in E q. — E quad. quad, æquabitur B q in Z planum.

ALITER.

B quad in E planum — E plani quad, æquabitur B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA IV.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. E cubo-cubus + B cubo in E cubum, æquabitur B quad.quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: est autem B quad. in A æquale E cubo, igitur $\frac{E\ cubus}{B\ quad}$ æquabitur A. itaque quadratum abs $\frac{E\ cubo}{B\ quad.}$, plus $\frac{B\ in\ E\ cubum}{B\ quad.}$ id est $\frac{E\ cubo\text{-}cubus.}{B\ quad.quad.}$ + $\frac{E\ cubo}{B}$. æquabitur Z plano. Omnia ducantur in B quad. quad. ergo E cubo-cubus + B cubo in E cubum, æquabitur B quad.quad. in Z planum. ut est enunciatum.

THEOREMA V.

SI A quad. — B in A æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. E cubo-cubus — B cubo in E cubum, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA VI.

SI B in A — A quad. æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. B cubus in E cubum — E cubo-cubo, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

ALITER.

B cubus in E solidum — E solidi quadrato, æquabitur E quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA VII.

SI A cubus + B in A quad. æquetur Z solido. B in A esto E quad. E cubo-cubus. + B quad. in E quad. quad, æquabitur B cubo in Z solidum.

Quoniam enim A cubus + B in A quad. æquatur Z solido: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{\text{E quad.}}{\text{B}}$ æquabitur A. quare ex iis quæ proponuntur. $\frac{\text{E cubo-cubus}}{\text{B cubo.}}$ + $\frac{\text{E quad. quad.}}{\text{B}}$ æquabitur Z solido. Omnia in B cubum ducantur.

Ergo E cubo-cubus, + B quad. in E quad. quad. æquabitur B cubo in Z solidum. ut est enunciatum. Quum autem ipsum E quadratum statuetur radix plana, hæc erit enunciatio. E plani-cubus. + B quad. in E plani quad. æquatur B cubo in Z solidum.

THEOREMA VIII.

SI A cubus. — B in A quad. æquetur Z solido. B in A esto E quadratum, planumve. E cubo-cubus — B quad. in E quad. quad, æquabitur B cubo in Z solidum.

ALITER.

E plani cubus — B quad. in E plani quadratum, æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA IX.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. B in A esto E quadratum, planumve. B quad. in E quad. quad. — E cubo-cubo, æquabitur B cubo in Z solidum.

ALITER.

B quad. in E plani quad. — E plani-cubo, æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in septimo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

CAPUT XIII.

Deductiva adfectorum quadrato-quadratorum ab adfectis quadratis.

De quadrato-quadratis affectis sub latere.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano: A quad. quad. $\overline{\text{+ B cubo + B in Z planum 2}}$ in A, æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: igitur per antithesin, A quad. æquabitur Z plano — B in A. ergo A quad. quad. æquabitur Z plano-plano, — B in A in Z planum 2 + B quad. in A quad. At affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem ex proposita æquatione accipiens, valet B quad. in Z planum — B cubo in A. Quare ea interpretatione adscita, & omnibus bene ordinatis, A quad. quad.

quad. $\overline{\text{+ B cubo + B in Z planum 2}}$ in A æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum. ut est enunciatum.

Si 1 *Q* + 8 N. *æquetur* 20. 1 *Q Q* + 832 N. *æquabitur* 1680.

THEOREMA II.

Si A quad. — B in A æquetur Z plano: A quad. quad. $\overline{\text{— B cubo — B in Z planum 2}}$ in A, æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 *Q* — 8 N. *æquetur* 20. 1 *Q Q* — 832 N. *æquabitur* 1680.

THEOREMA III.

Si B in A — A quad. æquetur Z plano: $\overline{\text{B cubus — B in Z planum 2}}$ in A — A quad. quad, æquabitur B quad. in Z planum — Z plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 *Q. æquetur* 20. 1248 N. — 1 *Q Q. æquabitur* 2480.

De quadrato-quadratis affectis sub latere, & quadrato.

THEOREMA IV.

Si A quad. + B in A æquetur S plano + D plano: A quad. quad. $\overline{\text{— D plano 2 — B quad.}}$ in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur S plano + D plano, igitur per antithesin A quad. — D plano, æquabitur S plano — B in A. utraque pars ita transpositæ æquationis, ducatur quadratice. Ergo A quad. quad, — D plano in A quad. 2 + D plano-plano, æquabitur S plano-plano — B in A in S planum 2 + B quad. in A quad. Et omnibus rite ordinatis, A quad. quad. $\overline{\text{— D plano 2 — B quad.}}$ in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano, — D plano-plano. ut est enunciatum.

Si 1 *Q* + 8 N. *æquetur* 20. *composito ex* 15 *&* 5. 1 *Q Q* — 74 *Q.* + 240 N. *æquabitur* 200.

THEOREMA V.

Si A quad. — B in A æquetur S plano + D plano: A quad. quad. $\overline{\text{— D plano 2 — B quad.}}$ in A quad. — B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 *Q* — 8 N. *æquatur* 20. *composito ex* 15 *&* 5. 1 *Q Q* — 74 *Q* — 240 N *æquabitur* 200.

THEOREMA VI.

Si B in A — A quad. æquetur S plano + D plano: $\overline{\text{B quad. — S plano 2}}$ in A quad. — B in D planum 2 in A — A quad. quad, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 *Q. æquetur* 20. *composito ex* 15 *&* 5. 114 *Q* — 120 N — 1 *Q Q. æquabitur* 200.

De iisdem aliter,

THEOREMA VII.

Si A quad. + B in A æquetur S plano — D plano: A quad. quad. $\overline{+\text{D plano } 2 - \text{B quad.}}$ in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur S plano — D plano: igitur per antithesin, A quad. + D plano, æquabitur S plano — B in A. Vtraque igitur pars ducatur quadratice: ergo A quad. quad. + D plano in A quad. 2 + D plano-plano, æquabitur S plano-plano — B in S planum in A 2 + B quad. in A quad. Et omnibus rite ordinatis, A quad. quad. $\overline{+\text{D plano } 2 - \text{B quad.}}$ in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano. ut est enunciatum.

Si 1 Q + 8 N *æquetur* 20. *differentia inter* 40 & 60. 1 QQ + 16 Q + 960 N, *æquabitur* 2000.

THEOREMA VIII.

Si A quadr. — B in A æquetur S plano — D plano: A quadr. quadr. $\overline{+\text{D plano } 2 - \text{B quad.}}$ in A quad. — B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N *æquetur* 20. *differentia inter* 40 & 60. 1 QQ + 16 Q — 960 N, *æquabitur* 2000.

THEOREMA IX.

Si B in A — A quad. æquetur S plano — D plano: B in D planum 2 in A $\overline{+\text{B quad.} - \text{S plano } 2}$ in A quad. — A quad.-quad, æquabitur S plano plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in septimo hujus Theorematis capite exposita est demonstratio.

Si 12 N — 1 Q *æquetur* 20. *differentia inter* 40 & 60. 960 N + 24 Q — 1 QQ, *æquabitur* 2000.

De quadrato-quadratis affectis sub cubo.

THEOREMA X.

Si A quad. + B in A æquetur Z plano: A quad. quad. $\frac{+\text{B in Z planum } 2 + \text{B cubo}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ in A cubum, æquabitur $\frac{\text{Z plano-plano-plano}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$.

Quoniam enim A quad. + B in A æquatur Z plano, igitur per antithesin, A quad. æquabitur Z plano — B in A. Omnia ducantur in A, ergo A cubus æquatur Z plano in A — B in A quad. seu aliter ex designato A quadrati valore, A cubus æquatur Z plano in A — B in Z planum + B quad. in A. Et utraque parte hujus æquationis divisa per Z planum + B quad. $\frac{\text{A cubus} + \text{Z plano in B}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ æquabitur A. Quod igitur dicitur, A quad. æquari Z plano — B in A, idipsum ex designato A valore ita exprimitur. A quad. æquatur, $\frac{\text{Z plano-plano} - \text{B in A cubum}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$. Rursus venio ad primam propositam æquationem: A quad. + B in A, æquari Z plano. Vtraque pars ducitor quadratice: igitur A quad. quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad, æquabitur Z plano-plano. Iam affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem accipito ex postremum designato A quadrati valore, ipsa erit $\frac{\text{B quad. in Z plano-planum} - \text{B cubo in A cubum}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$. Qua interpretatione adscita, & omnibus rite ordinatis; A quad. quad. $\frac{+\text{B in Z planum } 2 + \text{B cubo}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ in A cubum, æquabitur $\frac{\text{Z plano-plano-plano}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ ut est ordinatum.

Si 1 Q + 14 N *æquatur* 147. 1 QQ + 20 C, *æquabitur* 9261.

THEO-

THEOREMA XI.

SI A quad. — B in A, æquetur Z plano. A quad. quad. $\overline{\frac{-\text{B in Z planum}, -\text{B cubo}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}}$ in A cubum, æquabitur $\frac{\text{Z plano-plan. plan.}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 14 N, *æquetur* 147. 1 Q Q — 20 C, *æquabitur* 9261.

THEOREMA XII.

SI B in A — A quadrato, æquetur Z plano. $\overline{\frac{\text{B cubus} - \text{B in Z planum}}{\text{B quad.} - \text{Z plano}}}$, æquabitur $\frac{\text{Z plano-plano-plano}}{\text{B quad.} - \text{Z plano}}$.

Nec dissimilis est ab ea quæ in decimo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 21 N — 1 Q, *æquetur* 98. 15 C — 1 Q Q, *æquabitur* 2744.

CAPUT XIV.

Deductiva affectorum aliquot cuborum ab affectis quadratis.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A, æquetur Z plano. $\overline{\text{B quad.} + \text{Z plano}}$ in A — A cubo, æquabitur B in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano. Omnia ducantur in A: igitur A cubus + B in A quad, æquabitur Z plano in A. Sed & ex iis quæ proposita sunt, A quad. æquatur Z plano — B in A. Quare adscita ea interpretatione in æquatione cubica, ad exprimendum valorem solidi B in A quadratum, A cubus + B in Z planum — B quad. in A, æquabitur Z plano in A, & omnibus rite ordinatis, $\overline{\text{Z planum} + \text{B quadr.}}$ in A — A cubo, æquabitur B in Z planum. ut est enunciatum.

Si 1 Q + 8 N, *æquetur* 20. 84 N — 1 C, *æquabitur* 160.

THEOREMA II.

SI A quad. — B in A, æquetur Z plano. A cubus $\overline{-\text{B quadr.} - \text{Z plano}}$ in A, æquabitur B in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N, *æquetur* 20. 1 C — 84 N, *æquabitur* 160.

THEOREMA III.

SI B in A — A quad, æquetur Z plano. $\overline{\text{B quadr.} - \text{Z plano}}$ in A — A cubo, æquabitur B in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N — 1 Q, *æquetur* 20. 124 N — 1 C, *æquabitur* 240.

THEOREMA IV.

SI A quad. + B in A, æquetur B in D. A cubus + $\overline{\text{B} + \text{D}}$ in A quad, æquabitur B in D quadratum.

Quoniam enim A quad. — B in A, æquatur B in D. Omnia ducantur in A, igitur A cubus

bus + B in A quad., æquabitur B in D in A. Sed ex iis quæ proponuntur $\frac{B \text{ in } D - A \text{ quad.}}{B}$ æquatur A. Quare ea interpretatione adſcita ad exprimendum valorem ſolidi B in D in A: A cubus + B in A quad., æquabitur B in D quad. — D in A quad. & adhibita congrua metatheſi. A cubus + $\overline{B + D}$ in $\overline{A}$ quad., æquabitur B in D quad. ut eſt ordinatum.

Si 1 Q. + 16 N, æquatur 80. facto ex 16 in 5. 1 C. + 21 Q, æquabitur 400.

THEOREMA V.

SI A quad. — B in A, æquetur B in D. $\overline{B + D}$ in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad.

Nec diſſimilis eſt ab ea quæ in antecedente Theoremate expoſita eſt demonſtratio.

Si 1 Q. — 16 N, æquetur 80. facto ex 16 in 5. 21 Q. — 1 C, æquabitur 400.

THEOREMA VI.

SI B in A — A quad., æquetur B in D. $\overline{B - D}$ in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad.

Nec diſſimilis eſt ab ea quæ in quarto hujus capitis Theoremate expoſita eſt demonſtratio.

Si 9 N — 1 Q, æquetur 18. facto ex 9 in 2. 7 Q. — 1 C, æquabitur 36.

CAPUT XV.

Ambiguitates radicum, quarum poteſtates de homogeneis adfectionum in adæquationibus negantur, demonſtratæ.

THEOREMA.

OStendendum eſt quum in æquationibus poteſtates de homogeneis adfectionum negantur, radices eſſe ancipites.

Proponatur differentia inter B & A eſſe æqualis S: & ſit B major quam S. aut igitur exceſſus eſt penes B, vel penes A. Primo caſu, B — A æquetur S: itaque B — S fit A. Secundo caſu A — B æquetur S: itaque B + S fit A. Quoniam autem primo caſu B — A æquatur S, utraque pars æqualitatis ducatur quadratice, igitur B quad. — B in A 2 + A quad, æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, B in A 2 — A quad, æquale fit B quad. — S quad. Quoniam vero ſecundo caſu, A — B æquatur S, utraque pars æqualitatis ducatur quadratice, igitur B quad. — B in A 2 + A quad. æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, B in A 2 — A quad. rurſus æquale fit, Bq. — Sq. Utroque igitur caſu in eandem inciditur æquationis formulam: eſt autem radix duplex; ipſa vero formula æquationis eſt, ut planum ſub latere, adficiatur multa quadrati.

Sit B 6. S 4. A 1 N. 12 N — 1 Q, æquatur 20. & fit 1 N. 6 — 4 vel + 4.

Quam amphiboliam in omnibus ſimilibus æquationibus locum habere ſatis intelligitur, ut ſi proponatur D in A — A quad, æquari Z plano: ipſa D dicetur eſſe B 2, & Z planum eſſe B quad. — S. quad.

Porro, per ſextum Theorema antecedentis capitis, apparet ab ea quadrati ambigui æquatione, derivari cubos negatos de ſolidis ſub paradico gradu; & per tertium, ſextum, & nonum capitis duodecimi, ab eadem derivari quadrato-quadrata negata de plano-planis ſub parodico gradu, quod ad ulterioris ordinis æquationes poſſe extendi ſatis fit manifeſtum.

CAPUT XVI.

De Syncriſi.

SYncriſis eſt duarum æquationum correlatarum mutua inter ſe ad deprehendendum earum conſtitutionem collatio.

Duę

Duę autem ęquationes correlatę intelliguntur, quum ambę similes sunt, & præterea iisdem datis magnitudinibus constant, sive adfectionum parabolis, sive adfectionum homogeneis. Radices tamen ideo diversæ sunt, quoniam vel ipsæ æquationum formulæ de duabus pluribusve radicibus, ex sui constitutione sunt explicabiles, vel in iis diversa est adfectionum qualitas, seu nota.

Ac de simplicioribus quidem correlatis sufficiet doctrina; id est una tantum adfectione obvolutis, ut pote quarum vi, de iis quæ passionibus abundant, plastices peritus ratiocinabitur secure.

Correlatarum igitur simpliciorum æquationum, tres sunt differentiæ.

Prima est ancipitum, in quarum utraque potestas negatur de homogenea adfectionis.

Altera est contradicentium, in quarum una potestas adficitur adfirmate, in altera negate.

Tertia est inversarum, in quarum una, potestas adficitur multa homogeneæ adfectionis, in altera è contra, homogenea adfectionis multatur potestate.

Sive autem ancipitum, sive contradicentium, sive inversarum æquationum constitutio, syncrisi cognoscetur probe: ineundæ siquidem syncriseos hæc est ratio. Quoniam enim quæ uni æquantur inter se æqualia sunt: proponuntur autem potestates duæ adficientes, adfectævæ, eidem datæ omnino magnitudini homogeneæ comparari; ipsum autem adfectum, adficiensve homogeneum, utrivis potestati immixtum, fieri sub parodicis iisdem gradibus, eademque parabola. Ergo potestas radicis una cum homogeneo sub suo gradu parodico, æquabitur potestati alterius una cum homogeneo sub suo quoque gradu parodico; & translatis ad unam ita constitutæ quoque æquationis partem potestatibus; ad alteram vero, iis quæ sub gradibus fiunt adfectionum homogeneis, erit rursum æqualitas. Unde quum differentia aut aggregatum potestatum, applicabitur ad differentiam vel aggregatum laterum, (uter vero terminus, opus indicabit.) faciet oriri magnitudinem parabolæ æqualem: cujus ideo evidens erit constitutio.

Quod si postea utravis positarum æquationum, syncrisi expositarum, non jam sub ipsamet parabola exhibeatur, seu sub æquo parabolæ (prout ejus constitutio agnita fuit) valore: quod ordinabitur, erit consequenter dato comparationis homogeneo æquale, cujus ideo constitutio non poterit ignorari: quoniam orietur illud ex facti ab aggregato vel differentia radicum, aut graduum, in planum sub radicibus applicatione ad eundem cui antecedens applicatio facta est terminum, sive differentiam, sive aggregatum.

Secundum quæ, proficiscuntur parabolæ adfectionum in ancipitibus, ex applicatione differentiæ potestatum ad differentiam eorum quos metitur parabola graduum.

Homogenea vero comparationum, ex applicatione differentiæ factorum reciproce, à potestate unius radicis in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est, graduum differentiam.

Id autem obiter est demonstrandum.

PROBLEMA I.

DUarum ancipitum æquationum constitutionem, ex syncrisi dignoscere.

Proponatur B parabola in A gradum — A potestate, æquari Z homogeneæ. & rursus eadem B parabola in E gradum — E potestate, æquari Z homogeneæ.

Vnde par existit gradus & par potestas. Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere.

Quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se: manifestum est B parabolam in A gradum — A potestate, æquari B parabolę in E gradum — E potestate. & per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter præsuppositam radicum ἀμφιβολίαν. A potestas — E potestate, æquabitur B parabolę in A gradum — B parabola in E gradum. Et omnibus per A gradum — E gradu divisis, $\frac{\text{A potestas} - \text{E potestate.}}{\text{A gradus} - \text{E gradu.}}$ æquabitur B parabolæ.

Oritur ergo B parabola, ex applicatione differentiæ potestatum ad differentiam graduum: ut est constitutum.

Porro, quum B parabola in A gradum — A potestate, æquetur Z homogeneæ: in locum B paraboles subrogetur jam agnitus ejus valor, & ea subrogatione æquatio reformetur: ergo $\frac{\text{A potestas in E gradum} - \text{E potestate in A gradum}}{\text{A gradus} - \text{E gradu}}$, æquabitur Z homogeneæ.

Oritur ergo Z homogenea ex applicatione differentiæ factorum reciproce, à potestate unius radicis in gradum alterius, ad differentiam graduum: ut est quoque constitutum.

In specie.

Proponatur B in A — A quad, æquari Z plano. Et rursus B in E — E quadr, æquari Z plano.

Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est B in A — A quad., æquari B in E — E quad. Et per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositam radicum ἀμφιβολίαν. A quad. — E q., æquabitur B in A — B in E, & omnibus per A — E divisis. $\frac{\text{A quad} - \text{E quad.}}{\text{A} - \text{E.}}$ id est A + E, æquabitur B.

Est igitur B summa duorum de quibus quęritur laterum, oriunda ex applicatione differentię quadratorum, ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quum B in A — A quad., æquetur Z plano: si in locum B, subrogetur jam agnitus ipsius valor $\frac{\text{A quad.} - \text{E quad.}}{\text{A} - \text{E}}$ seu A + E. $\frac{\text{A quad. in E} - \text{E quad. in A.}}{\text{A} - \text{E}}$ id est E in A, æquabitur Z plano.

Est igitur Z planum, id quod fit sub duobus de quibus quęritur lateribus, ortum ex differentię factorum reciproce à quadrato unius in radicem alterius applicatione, ad differentiam laterum: ut est quoque generaliter constitutum.

Aliud.

Proponatur B planum in A — A cubo, ęquari Z solido, & rursus B planum in E — E cubo, æquari Z solido.

Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est B planum in A — A cubo, æquari B plano in E — E cubo. Et per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositam radicum ἀμφιβολίαν. A cubus — E cubo, æquabitur B plano in A — B plano in E. Et omnibus per A — E divisis $\frac{\text{A cubus} - \text{E cubo}}{\text{A} - \text{E}}$ id est A quad. + E quad. + A in E, æquabitur B plano.

Est igitur B planum aggregatum quadratorum à duobus de quibus quæritur lateribus, adjunctum ei quod sub iis fit plano: & oritur ex applicatione differentiæ cuborum ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quum B planum in A — A cubo, æquetur Z solido: si in locum B plan. subrogetur, agnitus ejus valor, nempe $\frac{\text{A cubus} - \text{E cubo}}{\text{A} - \text{E}}$ seu A q. + E q. + A in E. $\frac{\text{A cubus in E} - \text{E cubo in A}}{\text{A} - \text{E}}$ id est, + A q. in E + E q. in A. æquabitur Z solido. Est igitur Z solidum quod fit ab aggregato laterum in planum sub lateribus, & oritur ex differentię ipsorum factorum, reciproce à cubo unius lateris in latus alterius, applicatione ad differentiam ipsorum laterum: ut est quoque constitutum.

Constitutio igitur propositarum æquationum tandem ex syncrisi agnita est: ut faciendum erat.

Placeat exhibere formulam æquationis ancipitis quadraticę, de radice F & G, hac minore, illa majore explicabilis. dixero $\overline{\text{F} + \text{G}}$ in A — A q, æquari F in G: & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit 12 N — 1 Q, æquabitur 20. explicabilis de 10 vel 2.

Placeat

Placeat exhibere formulam æquationis cubi negati de homogeneo adfectionis sub latere, ut sit radix de F vel G explicabilis. dixero $\overline{\text{F quad.} + \text{G quad.} + \text{F in G}}$ in A — A cubo, ęquari F in G quad. + G in F quad. & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. *A* 1 N. *formula æquationis erit* 124 N — 1 C, *æquabitur* 240. *explicabilis de* 10, *vel* 2.

In contradicentibus, coëfficientes sub graduales proficiscuntur ex applicatione differentię potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinent coëfficientes graduum.

Homogenea vero datę mensurę, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à potestate radicis unius in gradum alterius, ad prędictum cui altera applicatio facta est graduum aggregatum: id autem quoque obiter est demonstrandum.

PROBLEMA II.

DVarum contradicentium ęquationum constitutionem ex syncrisi agnoscere.

Proponatur A potestas + B coëfficiente in A gradum, ęquari Z homogeneo. Et rursus E potestas — eadem B coëfficiente in E gradum, ęquari eidem Z homogeneo.

Vnde par existit gradus & par potestas. Oportet ex syncrisi earum ęquationum constitutionem agnoscere.

Quoniam igitur quę uni ęquantur ęqualia sunt inter se, manifestum est. A potestatem + B coëfficiente in A gradum, ęquari E potestati — B coëfficiente in E gradum. & per antithesin E potestatem — A potestate, ęquari B coëfficienti in E gradum + B coëfficiente in A gradum. Itaque omnibus per E gradum + A gradu divisis. $\frac{\text{E potestas} - \text{A potestate}}{\text{E gradui} + \text{A gradu.}}$ æquabitur B coëfficienti.

Oritur ergo B coëfficiens subgradualis, ex applicatione differentiæ potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinet coëfficiens graduum: ut est constitutum.

Porro quum A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquetur Z homogeneo.

In locum B coëfficientis, subrogetur jam agnitus ejus valor, videlicet $\frac{\text{E potestas} - \text{A potestate}}{\text{E gradui} + \text{A gradu}}$ & ea subrogatione æquatio reformetur. ergo A potestas + $\frac{\text{E potestate} - \text{A potestate}}{\text{E gradui} + \text{A gradu.}}$ in A gradum, æqu. Z homogeneo, hoc est omnibus rite ordinatis $\frac{\text{A potestas in E grad.} + \text{E potestate in A grad.}}{\text{E gradui} + \text{A gradu.}}$ æqu. Z homogeneo.

Oritur ergo Z homogenea, ex applicatione aggregati factorum reciproce à potestate radicis unius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum aggregatum: ut est secundo loco enunciatum.

In inversis plane negatis, coëfficientes subgraduales proficiscuntur ex applicatione aggregati potestatum, ad aggregatum eorum in quos coëfficiens est graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione differentiæ factorum reciproce à potestate radicis unius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum in quos coëfficiens subgradualis est, aggregatum.

Idem quoque obiter est demonstrandum.

PROBLEMA III.

DVarum inversarum æquationum constitutionem, ex syncrisi agnoscere.

Proponatur A potestas — B coëfficiente in A gradum, æquari Z homogeneo. Et rursus eadem B coëfficiens in E gradum — E potestate, æquari eidem Z homogeneo.

Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares potestates. Oporteat autem æqualitatum harum constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum fit ex iis quæ proponuntur. A potestatem — B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in gradum — E potestate, & per antithesin A potestatem + E potestate, ęquari B coëfficienti in A gradum + B coëfficiente in E gradum.

Itaque omnibus per E gradum + A gradu divisis. $\frac{\text{A potestas} + \text{E potestate}}{\text{A gradui} + \text{E grad.}}$ ęquabitur B coëfficienti.

Id ipsum autem est quod primo loco enunciatur. Porro quum A potestas — B coëfficiente subgraduali in A grad, æquetur Z homog. In locum B coëfficientis, subrogetur æquus valor, videlicet. $\frac{\text{A potestas} - \text{E potestate.}}{\text{A gradu} - \text{E gradu.}}$ igitur A potestas — $\frac{\text{A potestate in A grad.} - \text{E potestate in A grad.}}{\text{A gradu} - \text{E gradu.}}$ æquabitur Z homogeneo: hoc est omnibus rite ordinatis, $\frac{\text{A potestas in E grad.} - \text{E potestate in A grad.}}{\text{A gradu,} - \text{E gradu.}}$ æquabitur Z homogeneo. Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

In inversis autem quarum una per adfirmationem adficitur, altera per negationem, coëfficientes subgraduales proficiscuntur ex applicatione aggregati potestatum ad differentiam eorum, in quos coëfficiens est graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à potestate radicis unius in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est graduum in quos coëfficiens est, differentiam. Id autem quoque obiter est demonstrandum.

Proponatur siquidem A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquari Z homogeneo. Et rursus eadem B coëfficiens in E gradum — E potestate, æquari eidem Z homogeneo. Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares potestates. Oporteat autem æqualitatum harum constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quæ uni æquantur, æqualia sunt inter se, manifestum fit ex iis quæ proponuntur. A potestatem + B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in E gradum — E potestate, & per antithesin A potestatem + E potestate, æquari B coëfficienti in E gradum — B coëfficiente in A gradum. Itaque omnibus per E gradum — A gradu divisis, $\frac{\text{E potestas} - \text{A potestate.}}{\text{E gradu} - \text{A gradu.}}$ æquabitur B coëfficienti. Quod ipsum est quod primo loco enunciatur. Porro quum A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquetur Z homogeneo: in locum B coëfficientis sub gradualis, subrogetur æquus valor, videlicet $\frac{\text{E potestas} - \text{A potestate}}{\text{E gradu} - \text{A gradu.}}$ igitur A potestas + $\frac{\text{E potestate} - \text{A potestate}}{\text{E gradu} - \text{A gradu.}}$ in A gradum, æquari Z homog. hoc est omnibus rite ordinatis $\frac{\text{A potestas in E grad.} + \text{E potestate in A grad.}}{\text{E gradu} - \text{A gradu.}}$ æquari Z homogeneo. Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

Et ancipites quidem dicimus omnino & in omni potestatum ordine efficaces, quoniam agnita semel magistra, liberior est ad comitem transitus, ut ex Zeteticis clarum est.

At contradicentes & inversæ, interdum efficaces sunt, interdum minime, idque è gradu potestatis definitur, ut pote contradicentes sub latere, ita demum sunt efficaces, si hærent in quadrato, vel potestatibus exinde alternis, videlicet, quadrato-quadrato, cubo-cubo: & eo continuo ordine.

In base autem & potestatibus exinde alternis, videlicet cubo, & quadrato-cubo, & eo continuo ordine, censemus pigras & inefficaces: quoniam nihil solatii præsidiive afferunt Analystæ, quo sibi pateat ad ἀντιβαλλομένας facilior fæliciorve aditus.

Vt contra, inversæ sub latere, quum utraque negata est, efficaces sunt si hærent sub cubo, quadrato-cubo, &c.

Causa est, quod quando differentia potestatum applicatur ad differentiam radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continue proportionalibus ab radicibus iisdem, serie undique affirmata, in quocunque potestatum ordine, secundum ea quæ exposita sunt in capite de genesi potestatum à binomia radice.

At quum differentia potestatum applicatur ad adgregatum radicum, quæ inde oritur magnitudo, æqua fit effectis continue proportionalibus prostaphæretice alterne tantummodo, quum potestates sunt cubi, quadrato-cubi, & eo deinceps ordine incedentes alterne.

Cæterum dum aggregatum potestatum applicatur ad differentiam radicum, nulla inde occurrit magnitudo æqua proportionalibus continue effectis, sive per gradus scalæ numero pares, sive impares, climacticæ magnitudines procedant.

Caput XVII.

Syncriticæ doctrinæ Geometrica phrasis.

HÆc autem syncritica judicia, exornantur & expoliuntur per aliquot analogias, quibus excitatur Geometrica Mechanice, ac evidentior fit & paratior.

Theo-

THEOREMA I.

Si fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita quadratum è prima ad quadratum è secunda.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita cubus è prima ad cubum è secunda.

Et si quinque: est ut prima ad quintam; ita quadrato-quadratum è prima ad quadrato-quadratum è secunda.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita quadrato-cubus è prima ad quadrato-cubum è secunda.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita cubo-cubus è prima ad cubo-cubum è secunda.

Nam quadratum est potestas rationis duplicatæ, cubus triplicatæ, quadrato-quadratum quadruplicatæ, &c. ut alibi annotatum est: itaque potestatibus singulis, suæ addicuntur proportionalium series, secundum earum conditionem.

THEOREMA II.

Si fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita aggregatum quadratorum à singulis duabus primis ad aggregatum quadratorum à singulis duabus postremis.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita aggregatum cuborum à singulis tribus primis ad aggregatum cuborum à singulis tribus postremis.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita aggregatum quadrato-quadratorum à singulis quatuor primis ad aggregatum quadrato-quadratorum à singulis quatuor postremis.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita aggregatum quadrato-cuborum à singulis quinque primis ad aggregatum quadrato-cuborum à singulis quinque postremis.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita aggregatum cubo-cuborum à singulis sex primis ad aggregatum cubo-cuborum à singulis sex postremis.

Quoniam enim ut prima ad tertiam, ita est quadratum primæ ad quadratum secundæ, ut vero quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita quadratum secundæ ad quadratum tertiæ. Ergo per synæresin, est ut prima ad tertiam, ita quadratum primæ plus quadrato secundæ ad quadratum secundæ plus quadrato tertiæ. Nec dissimiliter in reliquis seriebus proportionalium & conditionariis secundum rationem extremarum potestatibus, licet arguere & ratiocinari.

THEOREMA III.

Si fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita quadratum compositæ è duabus primis ad quadratum compositæ è duabus postremis.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita cubus compositæ ex tribus primis ad cubum compositæ ex tribus postremis.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum compositæ è quatuor primis ad quadrato-quadratum compositæ è quatuor postremis.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita quadrato-cubus compositæ è quinque primis ad quadrato-cubum compositæ è quinque postremis.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita cubo-cubus compositæ ex sex primis ad cubo-cubum compositæ ex sex postremis.

Per ſynęreſin enim, eſt ut prima ad ſecundam, ita compoſita ex omnibus minus prima ad compoſitam ex omnibus minus altera extrema, quotcunque proportionalium ſit ſeries. In unaquaque autem ſerie exponitur ſua poteſtas conditionaria: id eſt tantuplicatæ rationis, quam extremarum comparatio exigit.

THEOREMA IV.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita differentia quadratorum à duabus primis ad differentiam quadratorum à duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita differentia cuborum à tribus primis alterne ſumptis ad differentiam cuborum à tribus poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita differentia quadrato-quadratorum à quatuor primis alterne ſumptis ad differentiam quadrato-quadratorum à quatuor poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita differentia quadrato-cuborum à quinque primis alterne ſumptis ad differentiam quadrato-cuborum à quinque poſtremis alterne ſumptis.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita differentia cubo-cuborum à ſex primis alterne ſumptis ad differentiam cubo-cuborum à ſex poſtremis alterne ſumptis.

THEOREMA V.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum differentiæ duarum primarum ad quadratum differentiæ duarum poſtremarum

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita cubus differentiæ trium primarum alterne ſumptarum ad cubum differentiæ trium poſtremarum alterne ſumptarum.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum differentiæ quatuor primarum alterne ſumptarum ad quadrato-quadratum differentiæ quatuor poſtremarum alterne ſumptarum.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita quadrato-cubus differentiæ quinque primarum alterne ſumptarum ad quadrato-cubum differentiæ quinque poſtremarum alterne ſumptarum.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita cubo-cubus differentiæ ſex primarum alterne ſumptarum ad cubo-cubum differentiæ ſex poſtremarum alterne ſumptarum.

THEOREMA VI.

Si fuerint quatuor continue proportionales: ſolidum compoſitum ex cubo quartæ, & triplo cubo ſecundæ, differt à ſolido compoſito ex cubo primæ & triplo cubo tertiæ, per cubum differentiæ extremarum.

Sint quatuor continue proportionales B, D, F, G. & ſit G major extrema. Dico G cubum + D cubo 3 — B cubo — F cubo 3, ęquari $\overline{G - B}$ cubo. Enimvero $\overline{G - B}$ cubus, conſtat G cubo — B in G quad. 3 + B quad. in G 3 — B cubo, comparetur autem G cubo + D c. 3 — B c. — F c. 3. Supereſt ut B quad. in G 3 — B in G quad. 3, ęquetur D cubo 3 — F cubo 3.

Id autem ita ſe habet, nam B quad. in G eſt D cubus, & B in G quad. F cubus.

THEOREMA VII.

Si fuerint quatuor continue proportionales: ſolidum compoſitum ex cubo quartæ & triplo cubo ſecundæ, adjunctum ſolido compoſito ex cubo primæ

primæ & triplo cubo tertiæ, æquatur cubo aggregati extremarum.

Eadem enim viget quę in antecedente Theoremate demonstratio.

CAPVT XV.

Æquationum ancipitum constitutiva.

AGnitæ per syncrisin ancipites æquationes, aut plasmatis resolutione, aut denique Zeteseos vi, isto modo fere se habent.

De affectis sub depressiore gradu, seu latere.

THEOREMA I.

SI B in A — A quad., æquetur Z plano: est B composita è duobus lateribus, sub quibus quod fit rectangulum, æquum est Z plano: & fit A latus majùs minusve.

Sunt duo latera 2 & 10. dicetur 12 N — 1 Q, *æquari* 20. *& fiet* 1 N 2, *vel* 10.

THEOREMA II.

SI B planum in A—A cubo, æquetur Z solido: est B planum compositum ex quadratis trium proportionalium: & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadratorum à reliquis: & fit A prima vel tertia.

Sunto proportionales. 2. √20. 10. *dicetur* 124 N— 1 C, *æquari* 240. *& fit* 1 N 2, *vel* 10.

THEOREMA III.

SI B solidum in A—A quad.-quad., æquetur Z plano-plano: est B solidum compositum ex cubis quatuor continue proportionalium: & Z plano-planum quod fit ductu alterius extremæ, in aggregatum cuborum à tribus reliquis: & fit A prima vel quarta.

Sunto continue proportionales. 2. √C 40. √C 200. 10. *Dicetur* 1 248 N— 1 QQ. *æquari* 2480. *& fiet* 1 N 2, *vel* 10.

THEOREMA IV.

SI B plano-planum in A—A quad.-cubo, æquetur Z plano solido: est B plano-planum compositum ex quad.-quadratis quinque continue proportionalium: & Z plano solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-quadratorum à quatuor reliquis: & fit A prima vel quinta.

Sunto continue proportionales 2. √√80. √20. √√1000. 10. *Dicetur* 12496 N— 1 Q C, *æquari*. 24960. *& fiet* 1 N 2, *vel* 10.

THEOREMA V.

SI B plano-solidum in A — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B plano-solidum compositum ex quadrato-cubis sex continue proportionalium: & Z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-cuborum à quinque reliquis: & fit A prima vel sexta.

Sunto continue proportionales 2. √QC.160. √QC.800. √QC. 4000. √QC.20000. 10. *Dicetur*, 124992 N—1 CC, *æquari* 249920. *& fit* 1 N 2, *vel* 10.

De affectis sub elatiore gradu, seu lateri reciproco.

THEOREMA VI.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido: est B composita ex tribus proportionalibus, & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadratum compositæ è duabus reliquis: & fit A composita è duabus primis, vel è duabus postremis.

Sint proportionales, 1. 2. 4. *Dicetur* 7 Q—1 C, *æquari* 36. *& fit* 1 N 3, *vel* 6.

THEOREMA VII.

SI B in A cubum — A quad. quad. æquetur Z plano-plano: est B composita ex quatuor continue proportionalibus: & Z plano-planum, quod fit ductu alterius extremæ in cubum compositæ è tribus reliquis: & fit A composita è tribus primis, vel è tribus postremis. *Sint*

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. *Dicetur* 15 C — 1 QQ, *aequari* 1744. *& fiet* 1 N 7, *vel* 14.

THEOREMA VIII.

SI B in A quad. quad. — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: est B composita ex quinque continue proportionalibus, & Z plano-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-quadratum compositæ è quatuor reliquis: & fit A composita ex quatuor primis, vel quatuor postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 31 QQ — 1 QC, *aequabitur* 810000. *& fit* 1 N 15, *vel* 30.

THEOREMA IX.

SI B in A quadrato-cubum — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B composita ex sex continue proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-cubum compositæ à reliquis: & fit A composita ex quinque primis, vel è quinque postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. 63 QC — 1 CC, *aequatur* 916132832. *& fit* 1 N 31, *vel* 62.

De affectis sub gradibus intermediis quae per interpretationem deprimuntur.

THEOREMA X.

SI B planum in A quad. — A quad. quad, æquetur Z plano-plano: est B planum compositum ex duobus quadratis duorum laterum, quorum primi ductu in secundum fit Z plano-planum: & fit A quadratum majus duorum, minusve.

Sint latera 1. 4. *Dicetur* 17 Q — 1 QQ, *aequari* 16. *& fit* 1 N 1, *vel* 4. *Quod si unus numerus intelligatur quadratum, radixve plana.* 17 N — 1 Q, *aequabitur* 16. *& fit* 1 N 1, *vel* 16.

THEOREMA XI.

SI B solidum in A cubum — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B solidum compositum ex duobus cubis, quorum primi ductu in secundum fit Z solido-solidum, & fit A cubus major duorum, minorve.

Sunto latera 1. 8. *Dicetur* 513 C — 1 CC, *aequari* 512. *& fit* 1 N 1, *vel* 8. *Quod si* 1 N *intelligatur cubus radixve solida,* 513 N — 1 Q, *aequabitur* 512. *& fit* 1 N 1, *vel* 512.

THEOREMA XII.

SI B plano-planum in A quad. — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B planum compositum ex quadratis trium planorum proportionalium, & Z solido-solidum quod fit ab uno plano in aggregatum quadratorum à duobus reliquis planis: & fit A quadratum majus, minusve.

Sunto tria plana proportionalia. 1. 2. 4. *Dicetur* 21 Q — 1 CC, *aequari* 20. *& fit* 1 N 1, *vel* 2. *Quod si* 1 N *intelligatur quadratum radixve plana,* 21 N — 1 C, *aequabitur* 20. *& fiet* 1 N 1, *vel* 4.

THEOREMA XIII.

SI B planum in A quad. quad. — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B planum compositum à tribus planis proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ab uno plano, in quadratum compositi ex duobus reliquis: & fit A quadratum majus duorum, minusve.

Sint

Sint tria proportionalia plana 5. 20. 80. Dicetur 105 QQ — 1 CC, æquari 50000. & fit 1 N 5, vel 10.

Inventio autem trium planorum proportionalium, quorum medium adſcito ſive primo ſive poſtremo, ſit quadratum numero, patet ex hac ſerie.

$$\frac{\text{B quadrato-quadratum.}}{\text{B quadr.} + \text{G quadr.}} \quad \frac{\text{B quad. in G quad.}}{\text{B quad.} + \text{G quad.}} \quad \frac{\text{G quadrato-quadratum.}}{\text{B quad.} + \text{G quad.}}$$

Dictante videlicet Zeteſi. Sit enim medium planorum E planum: & primum ſtatuatur B quad. — E plano, poſtremum G quad. — E plano: quum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe B quadratum: & quum poſtremo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum: reſtat igitur ut ea tria plana proportionalia ſint, & conſequenter quod à medio fit in ſe, æquetur ei quod fit ab extremis, qua comparatione ſecundum artem inita, $\frac{\text{B quad. in G quad.}}{\text{B quad.} + \text{G quad.}}$ invenitur æquari E plano.

Sit B 1. G 2. plana quæſita erunt $\frac{1}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{16}{5}$. Medium adſcito primo facit 1. adſcito vero poſtremo facit 4. eadem plana ducantur in aliquod quadratum ut pote 25. fiunt 5. 20. 80. qualia ad exemplum adſumpta ſunt.

De reliquis.

THEOREMA XIII.

SI B ſolidum in A quad. — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido: eſt B ſolidum conſtans cubo compoſitæ è duabus primis in ſerie trium proportionalium, plus cubo compoſitæ è duabus poſtremis, & inſuper ſolido, quod fit ductu alterius extremarum in quadratum compoſitæ ex ſecunda & tertia.

Et Z plano-ſolidum quod fit à B ſolido minus cubo à duabus primis in quadratum compoſitæ ex prima & ſecunda; vel à cubo compoſitæ ex ſecunda & tertia, plus ſolido ſub tertia, & quadrato compoſitæ ex prima & ſecunda in quadratum compoſitæ ex prima & ſecunda.

Et fit A compoſita ex duabus primis, vel compoſita ex duabus poſtremis.

Sint proportionales 1. 2. 4. 279 Q — 1 QC, æquabitur 2268. & fit 1 N 3, vel 6.

THEOREMA XV.

SI B planum in A cubum — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido: eſt B planum conſtans quadrato compoſitæ à tribus primis in ſerie quatuor continue proportionalium, plus quadrato compoſitæ è tribus poſtremis, minus plano quod fit à tertia in compoſitam ex tertia, ſecunda, & prima; vel à ſecunda in compoſitam ex ſecunda, tertia & quarta.

Et Z plano-ſolidum quod fit à B plano, minus quadrato compoſitæ ex tribus poſtremis in cubum compoſitæ è tribus poſtremis; vel abs B plano, minus quadrato compoſitę ex tribus primis in cubum compoſitę ex tribus primis, & fit A compoſita ex tribus primis, vel compoſita ex tribus poſtremis.

Sint proportionales continue 1. 2. 4 8. 217 C — 1 QC, æquabitur 57624. & fit 1 N 7, vel 14.

CAPVT XIX.

Æqualitatum contradicentium conſtitutiva.

Contradicentium autem conſtitutio eſt hujuſmodi.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A, æquetur Z plano, & rurſus E quad. — B in E, æquetur Z plano: ſunt duo latera quorum differentia eſt B, quod autem ſub eis fit, æquum eſt Z plano, & fit A minus latus & E majus.

P *Sunto*

Sunto latera 1. 2. 1 Q + 1 N, *æquatur* 2. *& fit* 1 N 1. *Rursus* 1 Q — 1 N, *æquabitur* 2. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA II.

SI A quad. quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & rursus E quad. quad. — B solido in E, æquetur Z plano-plano: sunt quatuor continue proportionales, à quibus cubi alterne sumpti differunt per B solidum. Fit autem Z plano-planum, ductu alterius extremę in differentiam cuborum à reliquis alterne sumptorum: & est A prima minor inter extremas, E quarta.

Sunto continue proportionales 1. √C. 2. √C. 4. 2. 1 QQ + 5 N, *æquabitur* 6. *& fit* 1 N 1. *Rursus* 1 QQ — 5 N, *æquabitur* 6. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA III.

SI A cubo-cubus + B plano-solido in A, æquetur Z solido-solido, & rursus E cubo-cubus — B plano-solido in E, æquetur Z solido-solido: sunt sex continue proportionales, à quibus quadrato-cubi alterne sumpti differunt per B plano-solidum. Fit autem Z solido-solidum, ductu alterius extremę in differentiam quadrato-cuborum à reliquis alterne sumptorum, & est A prima minor inter extremas, E sexta.

Sunto proportionales continuæ 1. √QC. 2. √QC. 4. √QC. 8. √QC. 16. 2. 1 CC + 21 N, *æquatur* 22. *& fit* 1 N 1. *Et rursus* 1CC — 21 N, *æquabitur* 22. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA IV.

SI A quad. quad. + B in A cubum, æquetur Z plano-plano, & rursus E quad. quad. — B in E cubum, æquetur Z plano-plano: sunt quatuor continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Et fit Z plano-planum ex ductu utriusvis extremę in cubum differentię reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta trium primarum, E differentia trium postremarum.

Sunto proportionales continuæ 1. 2. 4. 8. 1 QQ + 5 C, *æquabitur* 216. *& fit* 1 N 3. *Et rursus* 1 QQ — 5 C, *æquabitur* 216. *& fit* 1 N 6.

THEOREMA V.

SI A cubo-cubus + B in A quadrato-cubum, æquetur Z solido-solido, & rursus E cubo-cubus — B in E quadrato-cubum, æquetur Z solido-solido: sunt sex continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Fit autem Z solido-solidum, ductu utriusvis extremę in quadrato-cubum differentię reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima minor inter extremas, fit A differentia alterne sumpta quinque primarum, & E differentia quinque postremarum.

Sunto continue proportionales, 1. 2. 4. 8. 16. 32. 1 CC + 21 QC, *æquatur* 5153632. *& fit* 1 N 11. *Et rursus* 1 CC — 21 QC, *æquabitur* 5153632. *& fit* 1 N 22.

CAPUT XX.

Æqualitatum inversarum constitutiva.

Inversarum denique systatica sunt hæc.

THEOREMA I.

SI B planum in A — A cubo, æquetur Z solido, & rursus E cubus — B plano in E, æquetur Z solido: sunt tres proportionales, à quibus quadrata alter-

alterne ſumpta, differunt per B planum. Fit autem Z ſolidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadratorum à reliquis, & eſt A prima minor inter extremas, E tertia.

Sunto proportionales 1. √2. 2. 3 N — 1 C, *æquabitur* 2. *& fit* 1 N 1. *Et rurſus* 1 C — 3 N, *æquabitur* 2. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA II.

Si B plano-planum in A — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido, & rurſus E quadrato-cubus — B plano plano in A, æquetur Z plano-ſolido: ſunt quinque continue proportionales longitudines, à quibus quadrato-quadrata alterne ſumpta, differunt per B plano-planum. Fit autem Z plano-ſolidum, ductu alterius extremæ in differentiam quadrato-quadratorum à reliquis alterne ſumptis : & fit A prima minor inter extremas, E quinta.

Sint continue proportionales 1. √√2. √√4. √√8. 2. 11 N—1 QC, *æquatur* 10. *& fit* 1 N 1. *Et rurſus* 1 QC — 11 N, *æquatur* 10. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA III.

Si B in A quad. + A cubo, æquetur Z ſolido, & rurſus B in E quad. — E cubo, æquetur Z ſolido: ſunt tres proportionales, quarum alterne ſumptarum differentia eſt B. Fit autem Z ſolidum ductu alterutrius extremæ in quadratum differentiæ reliquarum alterne ſumptarum: & dum intelligitur prima minor inter extremas, eſt A differentia alterne ſumpta duarum primarum, E differentia duarum poſtremarum.

I. II. III.
Sunto proportionales 1. 2. 4. 3 Q + 1 C, *æquatur* 4. *& fit* 1 N 1. *Et rurſus* 3 Q — 1 C, *æquatur* 4. *& fit* 1 N 2.

THEOREMA IV.

Si B in A quad. quad. + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido, & rurſus B in E quad. quad. — E quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido: ſunt quinque proportionales, quarum alterne ſumptarum differentia eſt B. Fit autem Z plano ſolidum ductu alterutrius extremæ in quadrato-quad. differentiæ reliquarum alterne ſumptarum: & dum intelligitur prima minor inter extremas, eſt A differentia alterne ſumpta quatuor primarum, E differentia quatuor poſtremarum.

I. II. III. IV. V.
Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 11 QQ + 1 QC, *æquatur* 10 000. *& fit* 1 N 5. *Et rurſus* 11 QQ — 1 QC, *æquatur* 10000. *& fit* 1 N 10.

THEOREMA V.

Si B planum in A cubum + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-ſolido, & rurſus B planum in E cubum — E quadr-cubo, æquetur Z plano-ſolido: ſunt ſex proportionales continue, quarum extremæ ductæ in differentiam quartæ & primæ, faciunt B planum. Fit autem Z plano-ſolidum ex cubo differentiæ quartæ & primæ in B planum plus ejuſdem differentiæ quadrato-cubo; vel ex cubo differentiæ quintæ & ſecundæ in B planum multatum illius differentiæ inter quintam & ſecundam quadrato-cubo: & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A differentia quartæ & primæ, & E differentia quintæ & ſecundæ.

I. II. III. IV. V. VI.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. 231C+1QC, *æquatur* 96040. *& fit* 1N7. *Et rursus* 231C—1QC, *æquatur* 96040. *& fit* 1N 14.

THEOREMA VI.

SI B solidum in A quad. + A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido, & rursus B solidum in E quad.—E quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: sunt sex proportionales continue, quarum extremæ ductæ in quadratum à differentia tertiæ & primæ, faciunt B solidum. Fit autem Z plano-planum à B solido plus cubo à differentia tertię & primę in quadratum differentię ejusdem; vel à B solido minus cubo à differentia secundæ & quartæ in quadratum differentiæ illius inter secundam & quartam: & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A tertia minus prima, E quarta minus secunda.

I. II. III. IV. V. VI.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. 297Q+1QC, *æquatur* 2916. *& fit* 1N3. *Et rursus* 297Q—1QC, *æquatur* 2916. *& fit* 1N 6.

CAPVT XXI.

Alia rursus æqualitatum inversarum constitutiva.

THEOREMA I.

SI B planum in A — A cubo, æquetur Z solido, & rursus E cubus — B plano in E, æquetur Z solido: sunt tres proportionales, quarum quadrata juncta, conficiunt B planum, summa autem extremarum ducta in mediæ quadratum, vel altera extremarum in aggregatum quadratorum à duabus reliquis, facit Z solidum. & fit A alterutra extremarum, E vero earundem summa.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 21N—1C, *æquatur* 20. *& fit* 1N1 *vel* 4. *Et rursus* 1C—21N, *æquatur* 20. *& fit* 1N5.

THEOREMA II.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. + E cubo, æquetur Z solido: sunt tres proportionales radices, quarum summa est B, composita autem è duabus primis adjecta compositæ à duabus reliquis, dum ducitur in mediæ quadratum, vel altera extremarum in quadratum compositæ à duabus reliquis, facit Z solidum. & fit A alterutra prædictarum compositarum, E media inter extremas.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 7Q—1C, *æquatur* 36. *& fit* 1N3 *vel* 6. *Et rursus* 7Q+1C, *æquatur* 36. *& fit* 1N2.

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ DE EMENDATIONE ÆQVATIONVM TRACTATUS SECUNDUS.

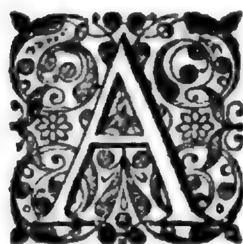
CAPVT I.

De solennibus quinque modis præparandarum æquationum, adversus earum in numeris

ΑΥΣΜΗΧΑΝΙΑΝ.

Ac primum.

De expurgatione per uncias, quæ remedium est adversus Πολυπάθειαν.



Gnita æquationum constitutione, Analysta ad præparandum eas quę suam alioquin Mechanicen respuant, aut demum ægre subeunt, tuto se confert, & sua præparatione efficit εὐμηχάνας. & præparandi quidem generalis doctrina est, ut nova Zetesis instituatur, vel plasmatis, aut syncriseos vestigia repetantur, ac denique nullus non tentetur transmutandi modus: sed non desunt Analystæ singularia & topica remedia, adversus vicia quæque æquationum, impedimentave, quo minus fœliciter sive re, sive numero explicentur: fere autem quæ prosunt Geometræ ad εὐμηχανίαν, prosunt & Arithmetico, vel etiam è contra. At etiam de effectionibus Geometricis dicetur specialius suo loco: nunc autem circa numerosam Analysin magis esse intentum, nostri est instituti.

Præparationum igitur præsertim in numeris, solennes & speciales modi sunt fere quinque.

I. Expurgatio per uncias.
II. Transmutatio πρῶτον-ἔσχατον.
III. Anastrophe.
IV. Isomœria.
V. Climactica Paraplerosis.

Omnino adversus πολυπάθειαν tutissimum ac paratissimum remedium est, expurgatio per uncias.

Est autem species transmutationis per additionem, vel subductionem. Hac æquationes potestatum adfectarum sub extremo paradico gradu, quem sustinet coëfficiens radici homogenea, regulariter ea adfectione liberantur, salva numerorum symmetria: & in quadratis est diahemisy, in cubis diatritemorion, in quadrato-quadratis diatetartemorion, in quadrato cubis diapentemorion, in cubo-cubis diectemorion, & eo in infinitum

 ordine

ordine: quoniam adfectiones ſub eo gradu, proficiſcuntur à cremento, decrementove, quo intelligitur adfecta radix de qua, cujuſve poteſtate, pura vel adfecta, primum proponebatur æquatio.

Hujus autem crementi decrementive duplum, eſt coëfficiens ſub latere in quadratis; & triplum, coëfficiens ſub quadrato in cubis; & quadruplum, coëfficiens ſub cubo in quadrato-quadratis; & quintuplum coëfficiens ſub quadrato-quadrato, in quadrato-cubis; & ſextuplum denique, coëfficiens ſub quadrato-cubo, in cubo-cubis, & eo in infinitum ordine.

Itaque ad delendum plaſma, contraria retrogradaque via ſumuntur unciæ conditionariæ coëfficientium radici homogenearum; in quadratis videlicet, ſemis; in cubis triens; in quadrato-quadratis quadrans; in quadrato-cubis quintans; in cubo-cubis ſextans; & eo continuo ordine: atque illis unciis conditionariis adficitur radix, atque adeo arte fit tranſmutatio.

Totius itaque operis ſtructura, tres caſuum differentias admittit.

Primo, ſit A poteſtas adfecta per adjunctionem homogenei ſub B coëfficiente, & A parodico extremo gradu: quoniam igitur ea adfectio affirmata eſt, adficietur radix affirmate à conditionariis B coëfficientis unciis, & ita adfecta, ſtatuetur E, unde E minus conditionariis B coëfficientis unciis, æquabitur A. Sub qua nova ſpecie, æquatio primum propoſita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione ſub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Secundo, ſit A poteſtas adfecta per multam homogenei ſub B coëfficiente, & A extremo parodico gradu: quoniam igitur ea adfectio negata eſt, adficietur A negate à conditionariis B coëfficientis unciis, & ita adfecta ſtatuetur eſſe E, unde E plus conditionariis illis B coëfficientis unciis, æquabitur A. Sub qua nova ſpecie, æquatio primum propoſita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione ſub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Poſtremo, ſit homogeneum ſub B coëfficiente, & A extremo gradu, adfectum per multam A poteſtatis: quoniam igitur poteſtas potius adficit quam adficitur, ut pote quæ negatur de homogeneo adfectionis, conditionariæ B coëfficientis unciæ multabuntur A poteſtate, & ſtatuentur eſſe E, unde eædem B coëfficientis unciæ minus radice E, æquabuntur A. Sub qua nova ſpecie, æquatio primum propoſita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione ſub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Exemplum in quadrato.

PRoponatur A quad. + B in A 2, æquari Z plano: quoniam igitur in climacticarum magnitudinum ordine, latus quadrato proxime ſuccedit, proponitur autem hic quadratum adfectum ſub latere, omnino æqualitas plaſmatica eſt, aliundeve efficta. eſt autem affectio illa adfirmata, itaque plaſma fuit per additionem ſemiſſis coëfficientis ſub latere, prout conditio quadrati, quæ poteſtas eſt rationis duplicatæ expoſcit.

Ad tollendum igitur plaſma, fiat expurgatio diahemiſy: & idcirco A + B eſto E, ergo E — B erit A, & conſequenter quadratum abs $\overline{E - B}$ adjunctum plano ſub B 2 in $\overline{E - B}$, æquabitur Z plano, per ea quę proponuntur. Æqualitas igitur de E ſecundum artem ordinetur, omnibus rite peractis, deprehendetur E quad., æquari Z plano + B quad: quæ quidem nova æquatio, pura eſt ab adfectione ſub latere, qua primum propoſita æquatio obruebatur: quum autem innoteſcet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præſtat ſiquidem E ipſi A per longitudinem B. Quare factum eſt quod oportuit.

Exem-

Exemplum in cubo.

PRoponatur A cubus + B in A quad. 3 + D plano in A, æquari Z solido: quoniam igitur in magnitudinum climacticarum ordine, quadratum cubo proxime succedit, proponitur autem hic cubus adfectus utique sub quadrato, omnino æqualitas plasmatica est, aliundeve efficta. est autem adfectio illa adfirmata, quare plasma fuit per additionem trientis B coëfficientis, prout conditio cubi, quæ potestas est rationis triplicatę, exposcit. Ad tollendum igitur plasma, fiat expurgatio diatritemorion: & idcirco A + B esto E. ergo E — B valebit A: & consequenter, effectus abs $\overline{E - B}$ cubus, adjunctus solido abs B 3 in effingendum quoque abs $\overline{E - B}$ quadratum, ac denique adjunctus solido abs D plano in $\overline{E - B}$, æquabitur Z solido per ea quæ proponuntur. Æqualitas igitur de E secundum artem ordinetur, omnibus rite peractis deprehendetur, E cubus $\overline{+ D \text{ plano} - B \text{ quad. } 3}$ in E, æquari Z solido + D plano in B — B cubo 2. Quæ quidem nova æquatio pura est ab adfectione sub quadrato, qua primum proposita obruebatur: quum autem innotescet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præstat siquidem E ipsi A, per longitudinem B. Quare factum est quod oportuit.

Quod si proponitur æqualitas potestatis adfectæ per negationem directe, ut quum A quad. — B in A 2. æquatur Z plano: vel A cubus — B in A quad. 3, adæquatur Z solido: A — B statuetur esse E, & æqualitas de E, ex positis vestigiis ordinabitur.

Si denique proponitur æqualitas potestatis adfectæ per negationem inverse, ut quum B in A 2 — A quad., adæquatur Z plano: vel B in A quad. 3 — A cubo, adæquatur Z solido: B — A statuetur esse E, & æqualitas de E, similiter ex positis vestigiis ordinabitur.

Sic quadrata omnia adfecta, reducuntur ad pura: adfecti qualitercunque cubi, ad cubos adfectos tantum sub latere: adfecta qualitercunque quadrato-quadrata, ad quadrato-quadrata adfecta duntaxat sub latere & quadrato: adfecti qualitercunque quadrato-cubi, ad quadrato-cubos adfectos duntaxat sub latere, quadrato & cubo: & eo deinceps ordine.

Credebant autem antiqui, quoniam hac reductione, æquationes quadraticas omnino expurgabant, & fœliciter explicabant, in ulterioribus quoque climacticis accidere ut omnino expurgarentur, & à canonica purarum resolutione negocium omne Mechanicum derivare tentarunt, adeo obstinate, ut aliunde methodum explicandi æquationes adfectas, non exquisierint.

Itaque excruciarunt se frustra & bonas horas Mathematices quam colebant, dispendio absumpserunt. In summa methodus illa explicandi æquationes adfectas quadraticas, non est catholica: catholica quidem est methodus expurgandarum æquationum adfectione singulari, salva numerorum symmetria, sed non adfectione omni, ut deinceps veterum pertinaciæ non sit inhærendum.

Juvat autem de singulis istiusmodi reductionum formulis, singula concepisse Theoremata, & ea in artem & usum proferre, qualia sunt quæ sequuntur.

De reductione quadratorum adfectorum ad pura.

Formulæ tres.

I.

SI A quad. + B 2 in A, æquetur Z plano. A + B esto E. Igitur E quad., æquabitur Z plano + B quad.

Consectarium.

Itaque, $\sqrt{Z \text{ plani} + B \text{ quad.}}$ — B fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N. 1 Q + 2 N, æquatur 20. & fit 1 N. $\sqrt{}$ 21 — 1.

II. Si

II.

Si A quad. — B in A 2, æquetur Z plano. A — B esto E. Igitur E quad, æquabitur Z plano + B quad.

Consectarium.

Itaque $\sqrt{\text{Z plani} + \text{B quad.}}$ + B fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N. 1 Q — 2 N, æquabitur 20. & fit 1 N. $\sqrt{21}$ + 1.

III.

Si D 2 in A — A quad., æquetur Z plano. D — E, vel D + E esto A. E quad., æquabitur D quad. — Z plano.

Consectarium.

Itaque, D minus, plusve $\sqrt{\text{D quad.} - \text{Z plano}}$ fit A, de qua primum quærebatur.

Sit D 5. Z planum 20. A 1 N. 10 N — 1 Q, æquatur 20. & fit 1 N. 5 — $\sqrt{5}$, vel 5 + $\sqrt{5}$.

De reductione cuborum simpliciter adfectorum sub quadrato, ad cubos simpliciter adfectos sub latere.

Formulæ tres.

I.

Si A cubus + B 3 in A quad., æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B quad. 3 in E, æquabitur Z solido — B cubo 2.

1 C + 6 Q, *æquatur* 1600. *est* 1 N 10. 1 C — 12 N, *æquatur* 1584. *est* 1 N 12.

Ad Arithmetica non incongrue σημεῖον aliquod superimponitur notis alteratæ radicis, ad differentiam notarum ejus, de qua primum quærebatur.

II.

Si A cubus — B 3 in A quad., æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus — B quad. 3 in E, æquabitur Z solido + B cubo 2.

1 C — 6 Q, *æquetur* 400. *est* 1 N 10. 1 C — 12 N, *æquatur* 416. *est* 1 N 8.

III.

Si B 3 in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. B quad. 3 in E. — E cubo, æquabitur Z solido — B cubo 2. Vel B — A esto E. B quad. 3 in E. — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido.

21 Q — 1 C, *æquetur* 972. & *est* 1 N 9, *vel* 18. 147 N — 1 C, *æquatur* 286. & *est* 1 N 2, *vel* 11.

9 Q — 1 C, *æquetur* 28. & *est* 1 N 2. 27 N — 1 C, *æquatur* 26. & *est* 1 N 1.

De reductione cuborum adfectorum tam sub quadrato quam latere, ad cubos adfectos simpliciter sub latere.

Formulæ septem.

I.

Si A cubus + B 3 in A quad. + D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus $\overline{+ \text{D plano} - \text{B quad. } 3}$ in E æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo 2.

1 C + 30 Q + 330 N, *æquetur* 788. & *est* 1 N 2. 1 C + 30 N, *æquatur* 1088. & *est* 1 N 12.

1 C +

1 C + 24 Q + 132 N, *aequetur* 368. *& est* 1 N 2. 1 C — 60 N, *aequatur* 400. *& est* 1 N 10.

1 C + 30 Q + 4 N, *aequetur* 1320. *& est* 1 N 6. 296 N — 1 C, *aequatur* 640. *& est* 1 N 16.

II.

Si A cubus + B 3 in A quad. — D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus $\overline{- \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido — B cubo 2 — D plano in B.

1 C + 6 Q — 48 N, *aequetur* 512. *& est* 1 N 8. 1 C — 60 N, *aequatur* 400. *& est* 1 N 10.

1 C + 30 Q — 48 N, *aequetur* 32. *& est* 1 N 2. 348 N — 1 C, *aequatur* 2448. *& est* 1 N 12.

III.

Si A cubus — B 3 in A quad. + D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus $\overline{- \text{B quadr. } 3 + \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo 2 — D plano in B.

1 C — 30 Q + 330 N, *aequetur* 1368. *& est* 1 N 12. 1 C + 30 N, *aequabitur* 68. *& est* 1 N 2.

1 C — 12 Q + 28 N, *aequetur* 80. *& est* 1 N 10. 1 C — 20 N, *aequatur* 96. *& est* 1 N 6.

1 C — 18 Q + 88 N, *aequetur* 80. *& est* 1 N 10. 20 N — 1 C, *aequatur* 16. *& est* 1 N 4.

Vel B — A esto E. $\overline{\text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E — E cubo, æquabitur Z solido + B cubo 2 — D plano in B.

1 C — 30 Q + 200 N, *aequetur* 336. *& est* 1 N 6. 100 N — 1 C, *aequatur* 336. *& est* 1 N 4.

1 C — 30 Q + 280 N, *aequetur* 704. *& est* 1 N 4. 1 C — 20 N, *aequatur* 96. *& est* 1 N 6.

1 C — 30 Q + 330 N, *aequetur* 1232. *& est* 1 N 8. 1 C + 30 N, *aequatur* 68. *& est* 1 N 2.

IV.

Si A cubus — B 3 in A quad. — D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus $\overline{- \text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E, æquabitur Z solido + B cubo 2 + D plano in B.

1 C — 6 Q — 28 N, *aequetur* 120. *& est* 1 N 10 1 C — 40 N, *aequatur* 192. *& est* 1 N 8.

V.

Si D planum in A — B 3 in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. A + B esto E. $\overline{\text{D planum} + \text{B quad. } 3}$ in E — E cubo, æquabitur Z solido + B cubo 2 + D plano in B.

100 N — 30 Q — 1 C, *aequetur* 72. *& est* 1 N 2. 400 N — 1 C, *aequatur* 3072. *& est* 1 N 12.

VI.

Si B 3 in A quad. + D plano in A — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. $\overline{\text{D planum} + \text{B quad. } 3}$ in E — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo 2.

18 Q + 92 N — 1 C, *aequetur* 1720. *& est* 1 N 10. 200 N — 1 C, *aequatur* 736. *& est* 1 N 4.

Vel B — A esto E. $\overline{\text{D planum} + \text{B quad. } 3}$ in E — E cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B — Z solido.

30 Q + 100 N — 1 C, *aequetur* 1464. *& est* 1 N 6. 400 N — 1 C, *aequatur* 1536. *& est* 1 N 4.

VII.

Si B 3 in A quad. — D plano in A — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. $\overline{\text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo 2.

18 Q — 78 N — 1 C, æquetur 20. & est 1 N 10. *30 N — 1 C, æquabitur 56. & est 1 N 4.*

12 Q — 18 N — 1 C, æquetur 20. & est 1 N 10. *1 C — 30 N, æquabitur 36. & est 1 N 6.*

Vel B — A esto E. $\overline{\text{B quad. } 3 - \text{D plano}}$ in E — E cubo, æquabitur B cubo 2 — D plano in B — Z solido.

30 Q — 100 N — 1 C, æquetur 264. & est 1 N 6. *200 N — 1 C, æquabitur 736. & est 1 N 4.*

Ut autem expurgatione per uncias easque simplices, liberantur æquationes adfectione sub gradu qui in climacticorum ordine potestatem proxime subsequitur, sic interdum per uncias triangulares & pyramidales & ex iis compositas, possunt æquationes liberari adfectione sub gradibus inferioribus reliquis, considerata coëfficiente subgraduali, ut potestate, suæque radicis tot uncias adsumendo, quot requirit dicta genesis potestatum purarum à binomia radice. Ut enim coëfficientes radici de qua quæritur homogeneæ, per uncias simplices taxantur; sic homogeneæ radicis quadrato, per uncias triangulares; cubo, per pyramidales; & eo continuo ordine.

Proponatur A cubus adfectus sub A & B quadrato, sumetur ad expurgationem triens B.

Et si proponatur A quadrato-quadratum adfectum sub A quadrato & B quadrato, sumetur ad expurgationem illius adfectionis sextans B.

Et si proponatur A quadrato-cubus adfectus sub A cubo & B quadrato, sumetur ad expurgationem decima pars B: nempe sunt numeri triangulares. 3. 6. 10. 15.

Proponatur autem A quadrato-quadratum adfectum sub A & B cubo, sumetur ad expurgationem illius adfectionis quadrans B.

Et si proponatur A quadrato-cubus, adfectus sub A quadrato & B cubo, sumetur ad expurgationem decima pars B: nempe sunt numeri pyramidales 4. 10. 20. 35.

Quæ quemadmodum ad ulteriora possint aptari, satis fit manifestum. Valet autem illa unciarum triangularum, pyramidalium & ex iis compositarum expurgatio, dum illa ea adfectione qua liberanda proponitur, obruitur æqualitas: in ejus autem adfectionis deletæ locum, succedunt adfectiones singulæ sub aliis gradibus reliquis.

CAPUT II.

De transmutatione Πρῶτον-ἔσχατον, quæ remedium est adversus vitium negationis.

ÆQuationes in quibus homogenea adfectionum validiora negantur de potestate, utiliter per transmutationem Πρῶτον-ἔσχατον, emendantur: ea fit per analogiam rationis implicitæ, applicando homogeneum comparationis ad ipsam radicem de qua quæritur. Unde oritur incerta alia radix, sub cujus specie, æquationem primum propositam liceat dirigere, & novam ordinare.

Sic enim adfectiones illic negatæ, transeunt hic in affirmatas, & è contra, salva numerorum symmetria. prodest etiam interdum ad asymmetrias.

Nomen autem Πρῶτον-ἔσχατον sortita est, ab eo ad quem proposita primum æquatio revocatur, analogismo: quoniam in ejus formula, terminus de quo primum quærebatur, est primus; is qui post metamorphosin primus, fit

fit postremus; vel è converso. quæ quoniam ex ipsa operis formula, facilius percipiuntur.

Proponatur A cubus — B plano in A, æquari Z solido. Sit autem explicanda æqualitas. Quoniam igitur Z solidum, potestas est adfecta negate, de negatis autem ars non statuitur, quæ proponitur æquatio in explicabilem primum transmutanda est, qualis quæ adficietur adfirmate. Quocirca $\frac{\text{Z solidum}}{\text{A}}$ esto E planum, ergo $\frac{\text{Z solidum}}{\text{E plano}}$ erit A. unde ex iis quæ proponuntur. $\frac{\text{Z solido-solido-solidum}}{\text{E plano-plano-plano}} - \frac{\text{B plano in Z solidum}}{\text{E plano}}$, æquabitur Z solido. Ducantur omnia in E plano-plano-planum, Z solido-solido-solidum — B plano in Z solidum in E plano-planum, æquabitur Z solido in E plano-plano-planum. Et omnibus per Z solidum divisis, adhibitaque congrua antithesi, E plano-plano-planum + B plano in E plano-planum, æquabitur Z solido-solido.

ALITER.

E plani-cubus + B plano in E plani-quad.; æquabitur Z solidi-quadrato. Quæ æquatio omnino explicabilis est, ex tradita analysi potestatum cubicarum, quæ adficiuntur sub data coëfficiente adfirmate. Innotescit igitur E planum, ad quod quum applicabitur Z solidum, exurget A de qua primum quærebatur.

Analogismus autem æqualitatis de A enunciativus, erat

Ut A ad √c. Z solidi, ita √c. Z solido-solidi ad A quadratum — B plano, hoc est ad E planum, quo pertinet nominis Πρῶτον-ἔσχατον notatio.

Proponatur 1 C — 96 N, æquari 40. Effecta $\frac{40}{1\,N}$ esse 1 N. 1 C + 96 Q, æquabitur 1600. & fit 1 N 4. Quare $\frac{40}{4}$ seu 10. est radix primum quæsita.

Et si accidat in proposita primum æquatione cubica, homogeneum comparationis esse in sua soliditate irrationale, sed facultate velut quadratica rationale, ea asymmetria in æquatione nova evanescet.

Proponatur 1 C — 10 N, æquari √ 48. Effecta $\frac{\surd 48}{1\,N}$ esse 1 N. 1 C + 10 Q, æquabitur 48. & fiet 1 N 2. Quare $\frac{\surd 48}{2}$ seu √ 12. est radix primum quæsita.

Rursus proponatur A quad.-quad. — B in A cubum — D plano in A quad., æquari Z plano-plano. Sit autem explicanda æqualitas. Quoniam igitur Z plano-planum est, potestas adfecta negate, de negatis autem ars non statuitur; quæ proponitur æquatio in explicabilem transmutanda est qualis quæ adficietur adfirmate. Quocirca $\frac{\text{Z plano-planum}}{\text{A}}$ esto E solidum. Ergo $\frac{\text{Z plano-planum}}{\text{E solido}}$ erit A. Itaque ex iis proponuntur.

$\frac{\text{Z plano-plano-plano-plano-plano-plano-plano-planum}}{\text{E solido-solido-solido-solido.}} - \frac{\text{B in Z plano-plano-plano-plano-plano-planum}}{\text{E solido-solido-solido}} - \frac{\text{D plano in Z plano-plano-plano-planum}}{\text{E solido-solido}}$

æquabitur Z plano-plano. Ducantur omnia in E solido-solido-solido-solidum. Z plano-plano-plano-plano-plano plano-plano-planum — B in Z plano-plano-plano-plano-plano-planum in E solidum — D plano in Z plano-plano-plano planum in E solido-solidum, æquabitur Z plano plano in E solido-solido-solido solidum. Et omnibus per Z plano-planum divisis, adhibitaque antithesi. E solidi quad.-quad. + D plano in Z plano-planum in E solidi-quad. + B in Z plano-plano-plano-planum in E solidum, æquabitur Z plano-plani cubo.

Proponatur 1 QQ — 5 C — 8 Q, æquari 50. Effecta $\frac{50}{1\,N}$ esse 1 N. 1 QQ + 400 Q + 7500 N, æquabitur 125000. & fiet 1 N 10. Quare $\frac{50}{10}$ seu 5, est radix primum quæsita.

Et si accidat in proposita primum æquatione quadrato-quadratica, homogeneum comparationis esse in sua plano-planitie irrationale, sed facultate veluti cubica rationale, ea asymmetria in æquatione nova evanescit.

Proponatur 1 QQ — 8 N, æquari √ c. 80. Effecta $\frac{\surd c.\,80}{1\,N}$ esse 1 N. 1 QQ + 8 C, æquabitur 80. & fit 1 N 2. Quare $\frac{\surd c.\,80}{2}$ seu √ c 10. est radix primum quæsita.

Transmutationis Πρῶτον-ἔσχατον opus dum retexitur in has prorsus recidit, ideo retinendas & ordinandas præceptiones.

I.

In quadratis affectis, homogeneum comparationis invariatum consistito: in cubis ducitor quadratice: in quadrato-quadratis, cubice: in quadrato-cubis, quadrato-quadratice: in cubo-cubis, quadrato cubice: & ita deinceps.

II.

Homogenea sub gradibus adficientia negate, in homogenea sub gradibus reciprocis adficientia affirmate transeunto: & è contra, adficientia adfirmate in afficientia negate.

III.

Coëfficiens adfectionis sub latere, invariata consistat.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato, ducitor in homogeneum comparationis.

Coëfficiens adfectionis sub cubo, in homogenei comparationis quadratum.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato-quadrato, in homogenei comparationis cubum.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato-cubo, in homogenei comparationis quadrato-quadratum. & ita deinceps.

IV.

Atque ad cognitam radicem potestatis ita noviter adæquatæ, dum applicabitur homogeneum comparationis pertinens ad æquationem quæ proponebatur, restituere latus de quo primum quęrebatur pronunciato.

Plane quęcunque magnitudo ad novam quærendam radicem applicetur, ita ut ex ea applicatione oriatur radix de qua primum quęritur, si sub ea specie dirigatur proposita æquatio, & secundum artem transmutetur, semper adfectiones quę erant negatę, transibunt in adfirmatas salva numerorum symmetria: sed ideo convenientior est applicatio homogenei comparationis, ne forte accidens fractionis novam rursus exigat reductionem in Arithmeticis, at in Geometricis, fœlicius applicatur magnitudo homogenea quadrato radicis de qua quærirur.

Proponatur A cubus — B in A quad., æquari B in Z quad. $\frac{B \text{ in } Z}{B}$ esto A. E cubus + B quad. in E, æquabitur B quad. in Z.

CAPVT III.

De Anastrophe.

Aut quemadmodum adversus vocum ἀμφιβολίας in æquationibus correlatis, ex data radice unius habetur alterius notitia.

ANastrophe est æquationum inverse negatarum in suas correlatas transmutatio, ita instituta, ut quæ prima proponitur æquatio, ea ope suæ correlatæ per irregularem climacticum descensum, reducatur ad depressiorem, ideoque magis explicabilem. pertinet ad vitandum tanquam in æqualitatibus inverse negatis accidere diximus, amphiboliam, & dysmechanian, in cubicis, quad. cubicis & exinde per binos alternos gradus climacticis. Quod enim ad quadraticas, quadrato-quadraticas, & exinde per binos alternos gradus climacticos attinet, earum reductioni non proficit anastrophe, verum recurrendum est ad Climacticam Paraplerosin, de qua dicetur suo loco.

Ana-

Anastrophes opus ita perficitur: primum potestati radicis de qua quæritur, adjicitur potestas radicis æque-alta, talium enim potestatum aggregatum, commode divisionem recipit in prædicto climactericarum ordine. deinde homogeneum comparationis, una cum translatis adfectionum homogeneis & addita potestate, comparatur effictæ magnitudini, quæ eandem divisionem recipiat: qua comparatione inciditur in æqualitatem correlatam, vel affirmatam, vel negatam directe. Cæterum addititię potestatis radice cognita, oriundę magnitudines ex una parte, oriundis magnitudinibus ex altera comparantur commode, & æqualitas alioquin δυσμηχάνη, per medium εὐμηχανωτέρης, deprimitur in εὐμηχανίστως: quod ut exemplis fiat apertius, primum ad anastrophen cubicarum.

PROBLEMA I.

PRoponatur B planum in A — A cubo, æquari Z solido.

Quoniam igitur de solido negatur cubus, anceps æquatio est, neque ad Analysin idonea: vitanda igitur ambiguitas est & dysmechania: quocirca fiat anastrophe, atque idcirco ex iis quæ proponuntur, adhibita metathesi, A cubus æquatur B plano in A — Z solido. Vtrique parti addatur E cubus. ergo A cubus + E cubo, æquabitur B plano in A + E cubo — Z solido.

Prima autem æquationis pars commode divisionem recipit ab A + E, ad aggregatum enim laterum, dum applicatur aggregatum cuborum, oritur aggregatum quadratorum, minus rectangulo à lateribus, quare orietur ex ea applicatione, A quad. — E in A + E quad. Restat igitur ut altera æqualitatis pars, applicata ad A + E, faciat aliquod datum planum jam ortis reliquis comparandum, id autem commode fiet, si in locum E cubi — Z solido, substitueretur B planum in E, nascetur enim B planum. Æquivaleat igitur ut substituatur: quoniam igitur E cubus — Z solido, adæquatur ex hypothesi B plano in E. ergo per antithesin E cubus — B plano in E, æquabitur Z solido.

Itaque A quad. — E in A + E quad., æquabitur B plano. Nota igitur sit E ex Analysi, adhibita per antecedens caput decenti pręparatione, utpote esto illa D, ergo. A q. — A in D + D quad., æquabitur B plano. & ordinando, D in A — A quad., æquabitur D quad. — B plano.

Æquatio igitur inverse negata, in negatam directe, ejusdem ordinis transmutata est, ita ut data radice novę æquationis, fiat climacticus irregularis descensus in depressiorem, de radice primum proposita explicabilem: quod opus dicitur anastrophe, & faciendum erat. Hinc ordinatur

THEOREMA I.

SI B planum in A — A cubo, æquatur Z solido, igitur E cubus — B plano in E, æquabitur Z solido. E autem innotescat esse D: D in A — A quad., æquabitur D quad. — B plano.

39 N — 1 C, æquatur 70. Igitur 1 C — 39 N, æquabitur 70, & fit tum 1 N 7. Itaque 7 N — 1 Q, æquabitur 10. & ista est radix primum quæsita, & fit 2 vel 5.

PROBLEMA II.

SEd proponatur B in A quad. — A cubo, æquari Z solido. Oportet anastrophen facere.

Ex iis igitur quæ proponuntur, adhibita congrua metathesi. A cubus, æquabitur B in A quad. — Z solido, & utrique æqualitatis parti addendo E cubum, A cubus + E cubo, æquabitur B in A quad. + E cubo — Z solido.

At vero Z solidum — E cubo, æquetur B in E quad., id est E cubus + B in E quad., æquetur Z solido. A cubus + E cubo, æquabitur B in A quad. — B in E quad.

Consequenter oportet solidum adfectum adjunctione cubi reducere: omnia dividantur per A + E. igitur, A quad. — E in A + E quad., æquabitur B in $\overline{A - E}$.

Innotescat autem E esse D ex analysi, atque adeo ordinetur quadratica æquatio. Ergo B in A + D in A — A quad., æquabitur D quad. + B in D.

Æquatio igitur inverse negata, in adfirmatam ejusdem ordinis transmutata est, ita ut data radice novę æquationis, fiat irregularis descensus, in depressiorem, quod opus dicitur anastrophe, & faciendum erat. Hinc ordinatur

Theorema II.

Si B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido, & E cubus + B in E quad., æquetur Z solido. E autem innotescat esse D. $\overline{D + B}$ in A — A quad., æquabitur B in D + D quad.

7 Q — 1 C, æquatur 36. igitur 7 Q + 1 C, æquatur 36. & fit hic 1 N 2. quare 9 N — 1 Q, æquabitur 18. & ista 1 N, est radix primum quæsita, & fit 3 vel 6.

Secundo ad anastrophen quadrato-cubicarum.

Problema III.

Proponatur B plano-planum in A — A quadrato-cubo, æquari Z plano-solido. Oportet anastrophen facere.

Ab E — A effingatur quadrato-quadratum, singularia effecta plano-plana simpliciter sumpta nec repetita, erunt E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in E + A quad. quad. Ducantur in E + A, fit E quad.-cubus + A quad.-cubo.

At ex iis quę proponuntur, A quad. cubus valet B plano-planum in A — Z plan. solido, quare E quad.-cubus + A quad.-cubo, æquabitur E quad.-cubo + B plano-plano in A — Z plano-solido.

Vtraque pars applicetur ad E + A. Ex prima igitur æquationis parte oritur, E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in E + A quad. quad. ut ratio compositionis indicat.

At quid oriatur ex secunda non liquet: sed sane comparetur tali plano-solido, ut plano-planum ortivum non possit ignorari.

Quare B plano-planum in E + B plano-plano in A, æquetur alteri ejus parti, videlicet, E quad.-cubo + B plano-plano in A — Z plano-solido.

Ergo deleta utrinque affectione sub A gradu, & facta congrua antithesi, E quad.-cubus — B plano-plano in E, æquabitur Z plano-solido.

Et quum innotescet E esse D: pronunciabitur D quad. quad. — D cubo in A + D q. in A quad. — D in A cubum + A quad. quad., æquari B plano-plano. & æqualitate secundum artem ordinata. D cubus in A — D quad. in A quad. + D in A cubum — A quad. quad., æquari D quad. quad. — B plano-plano.

Facta est igitur anastrophe sicut imperabatur. Hinc ordinatur

Theorema III.

Si B plano-planum in A — A quad.-cubo, æquetur Z plano-solido, & E quad. cubus — B plano-plano in E, æquetur Z plano-solido. E autem innotescat esse D: D cubus in A — D quad. in A quad. + D in A cubum — A quad. quad., æquabitur D quad. quad. — B plano-plano.

11 N — 1 QC, æquetur 10. Igitur 1 QC — 11 N, æquabitur 10. & hic fit 1 N 2. Quare 8 N — 4 Q + 2 C — 1 QQ, æquabitur 5. & ista 1 N est radix primum quæsita, & fit 1.

Problema IV.

Si proponatur B in A quad. quad. — A quad.-cubo, æquari Z plano-solido. Oportet rursus anastrophen facere.

Ergo per congruam metathesin, & E quadrato-cubi communem adjunctionem A quad. cubus

cubus + E quad.-cubo, æquatur B in A quad.quad. — Z plano-solido + E quad.-cubo. Vtraque pars applicetur ad A + E: illic oritur E quad.quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in E + A quad. quad. Quod si B in A quad. quad. — B in E quad. quad., æquetur alteri parti.

Ea quoque commodam divisionem recipiet ab A + E, orietur enim, B in A cubum —B in A quad. in E + B in E quad. in A — B in E cubum. Adæquetur ergo, & ea propter ut æqualitas rite ordinetur, E quad.-cubus + B in E quad. quad. statuitor Z plano-solido æquale, & E innotescat esse D. tandem igitur, D quad.-quad.— D cubo in A + D quad. in A quad. —D in A cubo + A quad. quad., æquatur B in A cubum— B in A quad. in D + B in D quad. in A—B in D cubum, & omnia ordinando, B in D quad. in A + D cubo in A— B in D in A quad. — D quad. in A quad. + B in A cubum + D in A cubum — A quad.-quad., æquatur B in D cubum + D quad. quad.

Itaque facta est anastrophe, sicut imperabatur. Hinc ordinatur

THEOREMA IV.

SI B in A quad.quad. — A quad. cubo, æquetur Z plano-solido, & E quad. cubus + B in E quad. quad., æquetur Z plano-solido. E autem innotescat esse D: $\overline{\text{B in D quad.} + \text{D cubo}}$ in A $\overline{- \text{B in D} - \text{D quad.}}$ in A quad. $\overline{+ \text{B} + \text{D}}$ in A cubum — A quad. quad., æquabitur B in D cubum + D quad.quadrato.

11QQ—1QC, æquetur 10000. Igitur 11QQ + 1QC, æquabitur 10000. & fit 1 N 5. Quare 400 N — 80Q + 16 C — 1QQ. æquabitur 2000. & ista 1 N. est radix primum quæsita, & fit 10.

Vsurpatur quoque anastrophe contraria interdum via, ut quum in æquatione ambigua, contingit unam radicum darì duabus pluribusve, de quibus æquatio potest explicari: repetuntur anastrophes vestigia ad assequendum radicem correlatę, variaque fluunt inde & ordinantur Theoremata, qualia sunt in cubis.

THEOREMA V.

SI A cubus — B plano in A, æquetur Z solido, & rursus B plan. in E — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D: A quad. — D in A, æquabitur B plano—D quadrato.

Quoniam enim A cubus — B plano in A, æquatur Z solido. Et rursus B planum in D — D cubo, æquatur Z solido. Ergo A cubus — B plano in A, æquabitur B plano in D — D cubo, & per metathesin A cubus + D cubo, æquabitur B plano in A + B plano in D. Vtraque pars æquationis dividitor per A + D, fit A quad. + D quad. — D in A, æquale B plano.

Qua æquatione secundum artem concepta, A quad. — D in A, æquatur B plano—D quad. Vt est ordinatum.

Si 1C — 8 N, æquetur 7. Igitur 8 N — 1C, æquabitur 7. & quoniam 1 N potest esse 1. 1Q — 1 N, æquabitur 7. unde radix primum quæsita fit $\sqrt{\frac{29}{4}} + \frac{1}{2}$.

THEOREMA VI.

SI B in A quad. + A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D: A quad. $\overline{+ \text{B} - \text{D}}$ in A, æquabitur, B in D — D quadrato.

Quoniam enim B in A quad. + A cubo, æquatur Z solido, & rursus B in D quad.—D cubo, æquatur Z solido.

Ergo B in A quad. + A cubo, æquabitur B in D quad. — D cubo, & per metathesin D cubus + A cubo, æquabitur $\overline{\text{B}}$ in $\overline{\text{D quad.} - \text{A quad.}}$ utraque pars æquationis dividitor per D + A, fit D quad. + A quad. — D in A, æquale B in $\overline{\text{D} - \text{A}}$. qua æquatione secundum artem concepta, A quad. $\overline{+ \text{B} - \text{D}}$ in A, æquabitur B in D — D quad. Vt est ordinatum.

Si 9Q + 1C, æquetur 8. Igitur 9Q — 1C, æquabitur 8. & quoniam 1 N potest esse 1. 1Q + 8 N, æquatur 8. unde radix primum quæsita fit $\sqrt{24} - 4$.

Quibus

Quibus Theorematis finitima sunt ea, quibus ex data una ambiguarum radicum, habetur alterius comitis notitia: nempe

THEOREMA VII.

Si B planum in A — A cubo, æquetur Z solido, & rursus B planum in E — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D: A quad. + D in A, æquabitur B plano — D quadrato.

Quoniam enim B planum in A — A cubo, æquatur Z solido, & rursus B planum in D — D cubo, æquatur Z solido. Igitur B planum in A — A cubo, æquabitur B plano in D — D cubo, & per metathesin, A cubus — D cubo, æquabitur B plano in A — B plano in D, & utraque æquationis parte per A — D divisa, fit A quad. + D quad. + D in A, æquale B plano. Qua æquatione secundum artem concepta, A quadr. + D in A, æquatur B plano — D quadrato.

Si 8 N — 1 C, æquetur 7. potest 1 N esse 1. Quare 1 Q + 1 N, æquatur 7. & rursus fit 1 N $\sqrt{\frac{29}{4}} - \frac{1}{2}$.

THEOREMA VIII.

Si B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D. A quad. + $\overline{\text{D} - \text{B}}$ in A, æquabitur B in D — D quad.

Quoniam enim B in A quadr. — A cubo, æquatur Z solido, & rursus B in D quadr. — D cubo, æquatur Z solido: igitur B in A quad. — A cubo, æquatur B in D quad. — D cubo, & per metathesin, A cubus — D cubo, æquabitur B in $\overline{\text{A quadr.} - \text{D quadr.}}$ Vtraque pars æquationis dividitor per A — D, fit A quad. + D quad. + D in A, æquale B in A + B in D. Qua æquatione rite concepta, A quad. + D in A — B in A, æquabitur B in D — D quadrato. ut est ordinatum.

Si 9 Q — 1 C, æquetur 8. potest 1 N esse 1. Quare 1 Q — 8 N, æquabitur 8. & rursus fit 1 N $\sqrt{24} + 4$.

CAPUT IV.

De Isomœria, adversus vitium fractionis.

Isomœria est species transmutationis per multiplicationem, ita instituta, ut æqualitates à fractis numeris quibus laborant liberentur.

Reducuntur videlicet fractiones ad eandem denominationem, ex lege Logistices.

Deinde fit ductio homogenei communis denominatoris, vel ortorum ab eo graduum, in datas coëfficientes, datumque homogeneum comparationis.

Radices ducantur in coëfficientes longitudines, quadrata in coëfficientes planas homogeneave datæ mensuræ plana, cubi in parabolas solidas homogeneave datæ mensuræ solida, & eo constanti ordine.

Quodque fit ex denominatore communi, & radice æqualitatis propositæ, est radix æqualitatis ita præparatæ.

Interdum etiam evenit, ut multiplicatione isomœrica non opus sit, sed divisione: applicantur videlicet coëfficientes longitudines ad radices coëfficientis planæ, homogeneæque datæ mensuræ solidæ ad cubos, & eo constanti ordine, quodque oritur ex applicatione radicis ad communem denominatorem, est radix æqualitatis ita præparatæ: fundamentum autem suum habet & demonstrationem, ex symbolo æqualitatum, quo cavetur, si æqua-

si æqualia per æqualia multiplicentur vel dividantur, facta vel orta esse æqualia.

Ita enim fecisse isomœriam in summa nihil aliud est, quam propositæ æqualitatis potestatem, & adfectionum & comparationis homogenea per eundem terminum multiplicasse, aut divisisse; multiplicationis autem paratior usus est quam divisionis.

Proponatur siquidem, A cubus + $\frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$, æquari Z solido. Oportet jam æqualitatem à fractionibus quibus laborat, liberare. D in A esto E planum, ergo $\frac{\text{E planum}}{\text{D}}$ erit A. Quare $\frac{\text{E plani cubus} + \text{B solido in D in E planum}}{\text{D cubo}}$, æquabitur Z solido. Omnia per D cubum ducantur, ergo E plani cubus + B solido in D in E planum, æquabitur Z solido in D cubum.

1 C + $\frac{3}{2}$ N, æquetur 225. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν 1 C + 6 N, æquabitur 1800. & radix præparata ad radicem propositæ se habet ut 2 ad 1. Itaque quum sit hic 12, illic erit 6.

Et si proponatur A cubus + $\frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$, æquari $\frac{\text{Z plano-plano}}{\text{D}}$. Ipsismet vestigiis E plani cubus + B solido in D in E planum, æquabitur Z plano-plano in D quadratum.

1 C + $\frac{3}{2}$ N, æquetur $\frac{265}{2}$. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, 1 C + 6 N, æquabitur 1060. & quum sit hic 1 N 10, illic erit 5.

Et si proponatur A cubus + $\frac{\text{B plano in A quad.}}{\text{D}}$, æquari Z solido. Iisdem vestigiis E plani cubus + B plano in E plani quad., æquabitur Z solido in D cubum.

1 C + $\frac{3}{2}$ Q, æquetur 270. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, 1 C + 3 Q, æquabitur 2160. & quum sit hic 1 N 12, illic erit 6.

Et si proponatur A cubus + $\frac{\text{B plano in A quad.}}{\text{D}}$, æquari $\frac{\text{Z plano-plano.}}{\text{D}}$ Iisdem vestigiis E plani cubus + B plano in E plani quad., æquabitur Z plano-plano in D quadratum.

1 C + $\frac{3}{2}$ Q, æquetur $\frac{325}{2}$. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν, 1 C + 3 Q, æquabitur 1300, & quum sit hic 1 N 10, illic erit 5.

Sed proponatur A cubus + $\frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$, æquari $\frac{\text{Z plano-solido.}}{\text{H plano.}}$ D in H planum in A, esto E plano-planum, ergo $\frac{\text{E plano-planum}}{\text{D in H planum}}$ erit A.

Quare E plano-plani cubus + $\frac{\text{D in H plano-planum in B solidum in E plano-planum}}{\text{D cubo in H plano-plano-planum}}$ æquabitur $\frac{\text{Z plano-solido.}}{\text{H plano}}$ Omnia per D cubum in H plano-plano-planum ducantur, ergo E plano-plani cubus + B solido in D in H plano-planum in E plano-planum, æquabitur Z plano-solido in D cubum in H plano-planum.

1 C + $\frac{11}{12}$ N, æquetur $\frac{19}{4}$. Igitur κατ' ἰσομοιρίαν 1 C + 2112 N, æquabitur 525312. & radix præparata ad radicem propositæ se habet ut 48 ad 1. Itaque quum sit hic 1 N 72, illic erit $\frac{3}{2}$.

Poterit autem ad eandem fractionem quoque reduci.

1 C + $\frac{11}{12}$ N, æquetur $\frac{57}{12}$. Vnde per opus ἰσομοιρίαν, 1 C + 132 N, æquabitur 8208. & radix præparata ad radicem propositæ, se habet ut 12 ad 1. Itaque quum sit hic 1 N 18, illic erit $\frac{3}{2}$. Quod est præparatam primum æqualitatem divisisse ἰσομοιρικῶς per 4.

1 C + 2112 N, æquetur 525312. igitur isomœrica divisione, 1 C + $\frac{2112}{16}$ N, æquabitur $\frac{525312}{64}$ id est 1 C + 132 N, æquabitur 8208, & quum sit illic 1 N 72, hic erit 18. quia radix isomœricæ divisionis est 4.

Opus isomœricæ divisionis ita evidens fit.

Proponatur E plani-cubus + G in D in E plani-quad. + B plano in D quad. in E planum, æq Z sol. in D cub. $\frac{\text{E planum}}{\text{D}}$ esto A. igitur D in A erit E planum. Quare D cubus in A cubum + G in D in D quad. in A quad. + B plano in D quad. in D in A, æquabitur Z solido in D cubum. Omnia dividantur per D cubum, ergo A cubus + G in A quad. + B plano in A, æquabitur Z solido.

1 C + 12 Q + 8 N, æquetur 2280. & fit 1 N 10. Dividantur omnia ἰσομοιρικῶς per 2. & congrua ab ea radice scansilia, ergo 1 C + $\frac{12}{2}$ Q + $\frac{8}{4}$ N, æquabitur $\frac{2280}{8}$ & fit 1 N $\frac{10}{2}$, id est 1 C + 6 Q + 2 N, æquabitur 285. & fiet 1 N 5.

Sic in potestatibus non adfectis 1 C, æquetur 1728. & fit 1 N 12. 1 C æquabitur $\frac{1728}{216}$. & fiet 1 N $\frac{12}{6}$. Id est 1 C, æquabitur 8. & fiet 1 N 2.

Est autem in Analysibus opus illud magni interdum compendii.

CAPUT V.

De Symmetrica Climactismo adversus vitium asymmetriæ.

SYmmetrica Climactismus est species adscensus climactici: adscensum autem climacticum regulariter fere exposuimus, quum utraque propositæ æqualitatis pars attollitur climactice, quadratica quum quadratice, cubica quum cubice, & eo in infinitum ordine secundum gradus potestatum. & quum aliqui æqualitatis propositæ numeri sunt asymmetri, & ita disponuntur, ut quæ irrationali numero concepta est magnitudo, faciat unam æqualitatis partem, reliquæ reliquam, idque si res postulaverit iteratur, omnis tandem asymmetria evanescit, & æqualitas interea manet illibata, quum facta ab æqualibus sint æqualia: quod opus, id ipsum est quod vocatur symmetrica climactismus.

Prosunt tamen alia quoque multa adversus asymmetriam, ut pote ipsa interdum isomœria, variæque transmutandarum æqualitatum, ex ipsamet constitutione per Zetesin ediscendæ & ordinandæ formulæ.

De symmetrica climactismo exemplum.

PRoponatur A cubus — B plano in A, æquari √ Z solido-solidi. Oportet eam æqualitate asymmetria expurgare.

Quoniam igitur asymmetria est in planitie, quadrentur omnia, igitur A cubo-cubus + B plano-plano in A quad — B plano in A quad. quad. 2, æquatur Z solidosolido. Ergo factum est quod oportuit.

1 C — 2 N, *æquetur* √ 1200. *Igitur* 1 C + 4 N — 4 Q, *æquabitur* 1200. *& fit* 1 N 12. *quadratum radicis de qua quæritur.*

Poterat autem reduci ad symmetriam per Πρῶτον-ἔσχατον.

1 C — 2 N, *æquetur* √ 1200. *Igitur* 1 C + 2 Q, *æquatur* 1200. *& fit* 1 N 10. *unde radix proposita est* √ 12.

Aliud.

Proponatur A cubus — √ c. B solido-solidi in A, æquari Z solido. Oportet eam æqualitatem asymmetria expurgare.

Quoniam igitur asymmetria est in soliditate, per ea autem quæ proponuntur adhibita metathesi, & per A divisione facta: $\frac{\text{A cubus} - \text{Z solido}}{\text{A}}$, æquatur √ C. B solido-solidi. Omnia ducantur cubice, $\frac{\text{A cubo-cubo-cubus} - \text{Z solido in A cubo-cubum 3} + \text{Z sol. solido in A cubum 3} - \text{Z solido-solido-solido}}{\text{A cubo}}$ æquatur B solid. solido. Et omnibus in A cubum ductis & rite ordinatis, A cubo-cubo-cubus — Z solido 3 in A cubo-cubum $\overline{+ \text{Z solido-solido 3} - \text{B solido-solido}}$ in A cubum, æquabitur Z solido-solido-solido. Ergo factum est quod oportuit.

1 C — √ C 18 *in* 1 N, *æquatur* 6. 1 C — 18 Q + 90 N, *æquatur* 216. *& fit* 1 N 12. *cubus radicis de qua quæritur.*

CAPUT VI.

Quemadmodum æquationes quadrato-quadraticæ deprimuntur ad quadraticas, per medium cubicarum à radice plana.

Seu *de Climactica Paraplerosi.*

ATque hi quinque modi ad præparandum æqualitates quomodocunque adfectas, ut illæ tandem explicentur numero secundum canonica Analyseos præcepta fere sufficiunt: nam etsi radices sint asymmetræ, exhibebuntur

buntur ea methodo veris proximæ, accuratas autem exhibere, eſt Geometræ potius quam Arithmetici: ſæpe tamen in radicum aſymmetriis, juvabit Arithmeticum ea cubicarum æquationum conſtitutio, quæ tradita eſt de differentia vel aggregato mediarum, ex data differentia vel aggregato extremarum, præter rectangulum ſub mediis vel extremis; vel etiam jam tradenda doctrina de depreſſione æquationum quadrato-quadraticarum ad quadraticas, per medium cubicarum à radice plana: poterat autem negotium abſolvi ex quadrato-quadraticarum conſtitutione per plaſma agnita, ſuſcepta nova Zeteſi, at non minus fœliciter, ac fortaſſis etiam elegantius, per opus quod dicitur climactica paraplerosis, tribus quatuorve ſequentibus exemplificanda Problematis.

Omnino climactica paraplerosi, non etiam anaſtrophe, reduci quadraticas, quadrato-quadraticas, cubo-cubicas, & exinde per binos gradus alternos climacticas æqualitates, jam ante animadverſum eſt. Eſt autem ſpecies irregularis deſcenſus, adſumpto nempe ſupplemento, quo pertinet verbi parapleroſeos notatio.

PROBLEMA I.

ÆQuationem quadrato-quadrati adfecti ſub latere, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur A quad.-quad. + B ſolido in A, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum eſt. Ex iis igitur quæ proponuntur, A quad.-quad., æquabitur Z plano-plano — B ſolido in A. Vtrique æqualitatis parti addatur A quad. in E quad., + E quad. quad. $\frac{1}{4}$. Igitur A quad.-quad. + A quad. in E quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$, æquabitur Z plano-plano — B ſolido in A + A quad. in E quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$. Omnia dividantur ſubquadratice, illic orietur A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Idcirco enim de induſtria A quad.-quadrato, adjecta fuerunt in ſupplementum duo illa plano-plana A quad in E quad., & E quad.-quadrati $\frac{1}{4}$, quæ alioqui deficiebant à canonica geneſi quadrati, inſtituta à duabus radicibus planis: quod ſi altera æqualitatis pars poſſet quoque dividi ſubquadratice, quod oriretur foret æquale A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Effingendum igitur quadratum à radice plana, cui altera illa æqualitatis pars commode comparetur, ut ei tandem radici planæ adæquetur A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Sit igitur abs $\frac{\text{B ſolido}}{\text{E 2}}$ — E in A. ſic enim in comparatione evaneſcent adfectiones ſub A vel gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum eſt.

Effictum igitur quad. erit $\frac{\text{B ſolido-ſolidum}}{\text{E quad. 4.}}$ + E quad. in A quad. — B ſolido in A, æquandum Z plano-plano — B ſolido in A + E quad. in A quad. + E quad.-quad. $\frac{1}{4}$.

Et deletis utrinque adfectionibus E quadr. in A quadr. — B ſolido in A. Omnibuſque in E quad. 4. ductis, E cubo-cubus + Z plano-plano 4. in E quad., æquabitur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E quad. eſſe D quad. Ergo $\frac{\text{B ſolidum}}{\text{D 2}}$ — D in A, æquabitur A quad. + D quad. $\frac{1}{2}$, & ordinata ſecundum artem æqualitate A quad. + D in A, æquabitur $\frac{\text{B ſolido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$.

Et ſi proponatur A quad.-quad. — B ſolido in A, æquari Z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati ſtatuetur $\frac{\text{B ſolidum}}{\text{E 2}}$ + E in A, comparanda A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Idem in æqualitate negata inverſe convertendo, & ſub contraria adfectionis nota argumentando. A quad.-quad. — B ſolido in A, æquari — Z plano plano.

Quod erit æqualia æqualibus auferre: cedet autem E quad. ſemiſſis $\frac{\text{B ſolido}}{\text{E 2}}$, quum alioqui præſtet in negata directe.

Hinc poterant ordinari tria reductionis Theoremata.

THEOREMA I.

SI A quad.-quad. + B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E quadr. cubus + Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B\ solido}{D\ 2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$.

THEOREMA II.

SI A quadr.-quadr. — B ſolido in A, æquetur Z plano-plano, & E quadrati-cubus + Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D: A quadr. — D in A, æquabitur $\frac{B\ solido}{D\ 2}$ — D quadr. $\frac{1}{2}$.

Conſtitutione autem tum hujus tum antecedentis æquationis bene agnita: ſunt duo latera, à quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum laterum, facit B ſolidum, id eſt factum duplum ex rectangulo ſub lateribus in differentiam, adjunctum differentiæ cubo.

Differentia vero ipſorum laterum eſt E ſeu D. & fit Z plano-planum, à quadrato differentiæ laterum plus rectangulo ſub lateribus in ipſum rectangulum. & A eſt latus unum; hic majus; illic minus.

In ſerie vero quatuor continue proportionalium: fit D differentia extremarum: B ſolidum, differentia cuborum à ſingulis alterne ſumptorum: Z plano-planum quod fit ex utravis extremarum in differentiam cuborum à reliquis alterne ſumptorum: & fit A prima; hic major inter extremas; illic minor.

Sint proportionales continue 2. √ C 40. √ C 200. 10. 1 *Q Q* + 832 N, *æquetur* 1680. *Igitur* 1 *Q* + 8 N, *æquabitur* 20. *&* *fit* 1 N 2.

Et ſi 1 *Q Q* — 832 N, *æquetur* 1680. *Igitur* 1 *Q* — 8 N, *æquabitur* 20. *&* *fit* 1 N 10.

Nota autem eſt 8 *differentia inter* 2 *&* 10. *quoniam* 1 C + 6720 N, *æquatur* 692224. *Unde fit* 1 N 64. *quantum eſt quadratum abs* 8.

THEOREMA III.

SI B ſolidum in A — A quadr.-quadr., æquatur Z plano-plano, & E quadrati-cubus — Z plano-plano 4 in E quadr., æquetur B ſolido-ſolido. Innoteſcat autem E eſſe D: D in A — A quad., æquabitur D quadr. $\frac{1}{2}$ — $\frac{B\ solido}{D\ 2}$.

Conſtitutione autem æqualitatis bene agnita: eſt B ſolidum quod fit ſub aggregato quadratorum in aggregatum laterum, ſeu aliter, cubus aggregati duorum laterum, multatus facto duplo abs rectangulo ſub lateribus, in aggregatum laterum: & Z plano-planum factum abs quadrato aggregati laterum minus rectangulo, in ipſum rectangulum: & fit E ſeu D aggregatum ipſorum laterum, A majus ipſorum minuſve.

In ſerie autem quatuor continue proportionalium: eſt B ſolidum aggregatum cuborum à quatuor ſingulis: Z plano-planum quod fit ſub utravis extremarum in aggregatum cuborum à reliquis: D aggregatum extremarum: & fit A prima, vel quarta.

Sint proportionales continue. 2. √ C 40. √ C 200. 10. 1248 N — 1 *Q Q*, *æquetur* 2480. *Igitur* 12 N — 1 *Q*, *æquabitur* 20. *&* *fit* 1 N 2, *vel* 10. *Nota autem eſt* 12. *aggregatum* 2 *&* 10.

1 C — 9920 N, *æquabitur* 1557504 *&* *fit* 1 N 144. *quantum eſt quadratum abs* 12.

PROBLEMA II.

ÆQualitatem quadrato-quadrati affecti ſub cubo, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Pro-

Proponatur A quad. quad. + B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est. Sane si quadratum effingatur abs A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$, erit illud A quad.quad + B in A cubum 2 + B quad. in A quad. + E plan. plan. $\frac{1}{4}$ — E plan. in A quad. — E plan. in B in A.

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effecto à statuta radice plana quadrato, concludetur ex illa æqualium æqualibus additione. A quad.quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A, æquari Z plano-plano + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A.

Vtraque pars dividatur subquadratice, illic revocata ad analysin genesi, orietur manifesto, A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$.

Quod si altera æqualitatis pars posset quoque dividi subquadratice, quod oriretur foret æquale radicibus illis planis è prima parte ortivis.

Effingendum est igitur quadratum à radice plana, & illud alteri æqualitatis parti, id est Z plano-plano una cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, ut radices quoque comparentur & adęquentur inter se: statuitor idcirco radix illa plana effingendi quadrati $\frac{\text{E planum in B}}{\sqrt{\text{B q. 4} - \text{E plano 4}}} - \sqrt{\text{B quad.} - \text{E plano}}$ in A.

Sic enim in comparatione evanescent adfectiones sub A vel ejus gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est. Effictum igitur quadratum erit $\frac{\text{E plano-plano in B q.}}{\text{B q. 4} - \text{E pl. 4}}$ + B quad. in A quad. — E plano in A quad. — E plano in B in A.

Adęquandum Z plano-plano una cum reliquis quæ illud comitantur & adficiunt expositis plano-planis, & deletis utrinque adfectionibus sub A, & A quadrato. $\frac{\text{E plano-plan. in B q.}}{\text{B quad. 4} - \text{E plan. 4}}$, æquabitur Z plano-plano + E plano-plano $\frac{1}{4}$.

Et omnibus ductis in B quad. 4. — E plano 4. E plano-planum in B quad., æquabitur Z plano-plano in B quad. 4. + E plano-plano in B quad. — Z plano-plano in E planum 4. — E plano-plano-plano.

Et deleto utrinque E plano-plano in B quad., omnibusque rite ordinatis. E plani cubus + Z plano-plano 4 in E planum, æquabitur Z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum. Ergo A quad. + B in A — D plano $\frac{1}{2}$, æquabitur $\frac{\text{D plano in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4} - \text{D plano 4}}} - \sqrt{\text{B quad.} - \text{D plano}}$ in A.

Et æqualitate secundum artem ordinata A quad. + $\overline{\text{B} + \sqrt{\text{B quad.} - \text{D plano}}}$ in A, æquabitur D plano $\frac{1}{2}$ + $\frac{\text{D plano in B.}}{\sqrt{\text{B quad. 4} - \text{D 4 plano}}}$.

Et si proponatur A quad. quad. — B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{\text{E planum in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4} - \text{E plano 4}}} + \sqrt{\text{B quad.} - \text{E plano}}$ in A, comparanda A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur B in A cubum 2 — A quad. quad., æquari Z plano-plano. Licebit argumentari. A quad. quad. — B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Quod erit auferre æqualia ab æqualibus. Et radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{\text{E planum in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4} - \text{E plano 4}}} - \sqrt{\text{B quad.} + \text{E plano}}$ in A, comparanda B in A + E plano $\frac{1}{2}$ — A quad. Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est. Hinc ordinabuntur tria reductionis Theoremata.

THEOREMA I.

SI A quad.quad. + B in A cubum 2, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum.

A quad. + $\overline{\text{B} + \sqrt{\text{B quad.} - \text{D plano}}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{D plano in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4} - \text{D pl. 4}}}$ + D plano $\frac{1}{2}$.

THEOREMA II.

SI A quad.quad. — B in A cubum 2, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum.

A quad. — $\overline{\text{B} - \sqrt{\text{B quad.} - \text{D plano}}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{D plano in B}}{\sqrt{\text{B quad. 4} - \text{D plano 4}}}$ + D plano $\frac{1}{2}$.

Conſtitutione autem tum hujus tum antecedentis æqualitatis bene agnita : ſunt duo latera, à quibus quadrato quadratorum differentia, applicata ad aggregatum cuborum, facit B 2 : quadratum vero differentiæ laterum multatæ ipſa B, ablatum ex ejuſdem B quadrato, relinquet D planum, ſive E planum : & fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad differentiam quadruplam quadratorum à D & B. & A eſt latus unum ; hic majus ; illic minus.

In ſerie vero quatuor continue proportionalium: B 2 eſt differentia illarum omnium alterne ſumptarum: Z plano-planum quod fit ab utravis extremarum in cubum differentiæ reliquarum trium alterne ſumptarum: & fit E planum ſive D planum differentia ſub quadrupla, inter quadratum differentiæ omnium alterne ſumptarum, & quadratum differentiæ extremarum multatæ tripla differentiæ mediarum.

Vnde $\sqrt{B\ quad. 4 - D\ plano\ 4.}$ eſt differentia extremarum minus tripla differentia mediarum: & quum prima intelligitur minor inter extremas ; illic fit A differentia trium primarum alterne ſumptarum ; hic trium poſtremarum.

Sunto proportionales continue. 1. 2. 4. 8. 1 Q Q + 5 C, æquatur 216. Igitur 1 Q + 3 N, æquabitur 18. & fit 1 N 3. Et ſi 1 Q Q — 5 C, æquatur 216. Igitur 1 Q — 3 N, æquabitur 18. & fit 1 N 6. Nota eſt autem 3. quoniam 1 C + 86 4 N, æquatur 5400. & fit 1 N 6. differentia ſubquadrupla inter quadratum abs dato latere 5 & quadratum abs 1. unde dignoſcitur ipſa longitudo quæ adjecta longitudini 5. facit 6. duplum ipſius 3.

Theorema III.

Si B in A cubum 2 — A quad. quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4. Innoteſcat autem E planum eſſe D planum.

$\overline{B + \sqrt{B\ quad. + D\ plano}}$ in A — A quad., æquabitur $\frac{D\ plano\ in\ B}{\sqrt{B\ quad. 4. + D\ plano\ 4.}}$ + D plano $\frac{1}{2}$.

Conſtitutione autem æqualitatis bene agnita: ſunt duo latera, à quibus differentia quadrato-quadratorum, applicata differentiæ cuborum, facit B 2 : differentia vero inter quadratum aggregati laterum multati B, & ipſum B quadratum, relinquit D planum : & fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad aggregatum quadruplum quadratorum à B & D. & eſt A latus majus, minuſve.

In ſerie quatuor continue proportionalium : B 2 eſt compoſita ex illis omnibus : Z plano-planum quod fit ab utravis extremarum, in cubum compoſitæ ex tribus reliquis.

Et fit E planum ſeu D planum differentia ſubquadrupla, inter quadratum aggregati extremarum adjuncti triplo aggregati mediarum, & quadratum aggregati omnium.

Vnde $\sqrt{B\ quad. 4. + D\ plano\ 4.}$ eſt aggregatum extremarum, plus triplo aggregati mediarum : & fit A compoſita ex tribus primis, ſive ex tribus poſtremis.

Sint proportionales continue 1. 2. 4. 8. 15 C — 1 Q Q, æquatur 2744. Igitur 21 N — 1 Q, æquabitur 98. & fit 1 N 7, vel 14. Nota eſt autem 21. quoniam 1 C — 10976 N, æquatur 617400. Et fit 1 N 126. differentia ſubquadrupla inter 225 & 729. Vnde dignoſcitur √ 729, id eſt longitudo 27, quæ adjecta longitudini 15. facit 42, duplum ipſius 21.

Problema III.

Æqualitatem quadrato-quadrati adfecti tam ſub latere quam quadrato, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur A quad. quad. + G plano in A quad. 2 + B ſolido in A, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum eſt.

Sane ſi quadratum effingatur abs A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$: erit illud A quad. quad. + G plano plano + G plano in A quad. 2. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$ + E quad. in A quad. + G plan. in E quadratum.

Quoniam igitur ex iis quæ propoſita ſunt, adhibita metatheſi, A quad. quad. + G plano in A quad. 2, æquatur Z plano plano — B ſolido in A.

Vtri-

Vtrique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effecto à statuta radice plana quadrato, ergo hac æqualium æqualibus additione, rursus pars parti æqualis erit.

Jam utraque pars dividitor subquadratice, illic revocata ad analysin genesi, orietur manifesto A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Quod si altera quoque æqualitatis pars posset dividi subquadratice, quod orjretur, foret radicibus illis planis ex prima parte ortivis æquale.

Effingendum est igitur quadratum à radice plana, & illud alteri æqualitatis parti, id est Z plano-plano una cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, ut radices quoque comparentur & adæquentur inter se; & statuatur idcirco radix illa plana effingendi quadrati $\frac{\text{B solidum}}{\text{E 2}}$ — E in A, sic enim in comparatione evanescent adfectiones sub A & gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est.

Effictum igitur quadratum erit. $\frac{+\text{B solido-solidum}}{\text{E quad. 4.}}$ + E quad. in A quad. — B solido in A, æquale Z plano-plano — B solido in A + G plano-plano + E quad.quad. $\frac{1}{4}$ + E quad. in A quad. + G plano in E quad.

Et deletis utrinque adfectionibus sub A & A quad. $\frac{\text{B solido-solidum}}{\text{E quad. 4.}}$, æquabitur Z plano-plano + G plano-plano + E quad.quad. $\frac{1}{4}$ + G plano in E quad.

Et omnibus in E quad. 4. ductis & rite ordinatis, E quadrati-cubus + G plano 4 in E quad. quad. $\overline{+\text{Z plano plano 4.} + \text{G plano-plano 4.}}$ in E quad., æquabitur B solido-solido. Innotescat autem E esse D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\text{D 2.}}$ — G plano + D quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad.quad. + G plano in A quad. 2 — B solido in A, æquari Z plano-plano: radix effingendi quadrati statuetur. $\frac{\text{B solidum}}{\text{E 2.}}$ — E in A, comparanda A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad. quad. — G plano in A quad. 2 — B solido in A, æquari Z plano-plano: radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{\text{B solidum}}{\text{E 2.}}$ + E in A, comparanda A quad. — G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur G planum in A quad. 2 + B solido in A — A quad.quad., æquari Z plano-plano. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur quoque. $\frac{\text{B solidum}}{\text{E 2.}}$ + E in A, comparanda A quad. — G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur G plan. in A quad. 2 — B solido in A — A quad. quad., æquari Z plano-plano. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur E in A + $\frac{\text{B solido}}{\text{E 2}}$, comparanda A quad. — G plano — E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur denique B solidum in A — G plano in A quad. 2 — A quad.quad., æquari Z plano-plano. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur E in A + $\frac{\text{B solido}}{\text{E 2.}}$, comparanda A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$. Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

ALITER.

ÆQualitatem quadrato-quadrati affecti tam sub latere quam quadrato, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam reducere.

Proponatur A quad. quad. + G plano in A quad. + B solido in A, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est.

Quoniam per ea quæ proponuntur, facta metathesi, A quad.quad., æquatur Z plano-plano — G plano in A quad. — B solido in A.

Vtrobique addatur E planum in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$. Pars igitur parti rursus adæquabitur, & ab illa quidem quum dividitur subquadratice, oritur A quad. + E plano $\frac{1}{2}$, dividitor igitur quoque altera pars subquadratice, & idcirco effingatur quadratum abs commoda radice, & illud comparetur, & adæquetur altera illi pars, utpote statuitor radix.

$\frac{\text{B solidum.}}{\sqrt{\text{E plan. 4} - \text{G plan 4}}}$ — $\sqrt{\text{E plani} - \text{G plano}}$ in A. Igitur $\frac{\text{B solido-solidum}}{\text{E plano 4.} - \text{G pl. 4.}}$ $\overline{+\text{E plano} - \text{G plano}}$ in A quad. — B solido in A, æquabitur Z plano-plano — G plano in A quad. — B solido in A + E plano in A quad. + E plano-plano. $\frac{1}{4}$.

Itaque

Itaque E plani cubus — G plano in E plani quad. + Z plano-plano 4. in E plan., æquabitur B solido-solido + Z plan.-plan. in G plan. 4. E planum autem innotescat esse F planum. Igitur $\frac{\text{B solidum.}}{\sqrt{\text{F plani 4} - \text{G plano 4}}} - \sqrt{\text{F plani} - \text{G plano}}$ in A, æquabitur A quadr. + F plano $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad.-quad. + G plano in A quad. — B solido in A, æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati statuetur $\sqrt{\text{E plani} + \text{G plano}}$ in A — $\frac{\text{B solido.}}{\sqrt{\text{E pl. 4} - \text{G pl. 4}}}$, comparanda E plano $\frac{1}{2}$ + A quadrato.

Et si proponatur denique B solidum in A — G plano in A quadr. — A quadr.-quadr., æquari Z plano-plano. Radix plana effingendi quadrati statuetur, $\sqrt{\text{E plani} - \text{G plano}}$ in A + $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{E plani 4} - \text{G plano 4}}}$, comparanda E plano $\frac{1}{2}$ + A quadrato.

Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

Ac secundum priorem quidem formulam, ordinata sunt Theoremata hæc

Theorema I.

Secundum priorem formulam.

Si A quad.-quad. + G plano 2 in A quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quadr.-quad. $\overline{+ \text{Z plano-plano 4} + \text{G plano-plano 4}}$ in E quad., æquetur B solido-solido. Innotescat autem E esse D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano.

1 Q Q + 6 Q + 880 N, æquatur 1800. & fit 1 N 2. 1 C + 12 Q + 7236 N, æquatur 774400. fit 1 N 64. quadratum à radice 8. 1 Q + 8 N, æquabitur 20. fit 1 N 2.

Theorema II.

Si A quadr.-quadr. + G plano 2 in A quadr. — B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quad.-quad. $\overline{+ \text{Z plano-plano 4} + \text{G plano-plano 4}}$ in E quadr., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D: A quad. — D in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano.

1 Q Q + 6 Q — 880 N, æquatur 1800. fit 1 N 10. 1 C + 12 Q + 7236 N, æquatur 774400. fit 1 N 64, quadratum abs 8. 1 Q — 8 N, æquatur 20, fit 1 N 10.

Theorema III.

Si A quad.-quad. — G plano 2 in A quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quad.-quad. $\overline{+ \text{Z plano-plano 4} + \text{G plano-plano 4}}$ in E quadr., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano.

1 Q Q — 4 Q + 800 N, æquatur 1600 fit 1 N 2. 1 C — 8 Q + 6416 N, æquatur 640000. fit 1 N 64. quadratum abs 8. 1 Q + 8 N, æquatur 20. fit 1 N 2.

Theorema IV.

Si A quad.-quad. — G plano 2 in A quad. — B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quadr.-quadr. $\overline{+ \text{Z plano-plan. 4} + \text{G plano-plano 4}}$ in E quadr., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D: A quad. — D in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\text{D 2}}$ — D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano.

1 Q Q — 4 Q — 800 N, æquatur 1600, fit 1 N 10. 1 C — 8 Q + 6416 N, æquatur 640000. fit 1 N 64. quad. abs 8. 1 Q — 8 N, æquatur 20. & fit 1 N 10.

Theorema V.

Si G planum 2 in A quad. + B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E quadr. cubus — G plano 4 in E quadr.-quadr. $\overline{+ \text{G plano-plano 4}}$

plano 4 — Z plano-plano 4 in E quadr., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D. D in A — A quad., æquabitur D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano $\frac{-\text{B solido}}{\text{D 2}}$.

44 Q + 720 N — 1 QQ, æquatur 1600. fit 1 N 10 vel 2. 1 C — 88 Q — 4464 N, æquatur 518400. fit 1 N 144. quadratum abs 12. 12 N — 1 Q, æquatur 20. fit 1 N 10 vel 2.

THEOREMA VI.

Si G planum 2 in A quadr. — B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus — G plano 4 in E quad.-quad. $\overline{\text{+ Z plano plano 4 — G plano-plano 4}}$ in E quad., æquetur B solido solido. Et E innotescat esse D. D in A — A quad., æquabitur D quad. $\frac{1}{2}$ — G plano $\frac{+\text{B solido}}{\text{D 2}}$.

114 Q — 120 N — QQ, æquatur 200. & fit 1 N 2 vel 10. 1 C — 228 Q + 12196 N, æquatur 14400. fit 1 N 144. quad. abs 12. 12 — 1 Q, æquatur 20. fit 1 N 10 vel 2.

THEOREMA VII.

Si B solidum in A — G plano 2 in A quad. — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E quad. cubus + G plano 4 in E quad.-quad. $\overline{\text{— Z plano-plano 4 + G plano-plano 4}}$ in E quad., æquetur B solido-solido. Et E innotescat esse D. D in A — A quad., æquabitur D quad. $\frac{1}{2}$ + G plano $\frac{-\text{B solido}}{\text{D 2}}$.

1440 N — 16 Q — 1 QQ, æquatur 2800. & fit 1 N 10 vel 2. 1 C + 32 Q — 10944 N, æquatur 2073600. & fit 1 N. 144 quadratum abs 12. 12 N — 1 Q, æquatur 20. & fit 1 N 10 vel 2.

Ad posteriorem autem formulam pertinent quæ sequuntur.

THEOREMA I.

Secundum posteriorem formulam.

Si A quad.-quad. + G plano in A quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — G plano in E plani quad. + Z plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum. A quad. + $\sqrt{\text{F plani — G plano}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4 — G plan. 4}}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

1 QQ + 6 Q + 880 N, æquatur 1800. fit 1 N 2. 1 C — 6 Q + 7200 N, æquatur 817600. fit 1 N 70. 70 — 6 est quadratum abs 8. 1 Q + 8 N, æquabitur 20. fit 1 N 2.

THEOREMA II.

Si A quad.-quad. + G plano in A quad. — B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani cubus — G plano in E plani-quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum. A quad. — $\sqrt{\text{F plani — G plano}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{E plani 4 — G plano 4}}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

1 QQ + 6 Q — 880 N, æquatur 1800. fit 1 N 10. 1 C — 6 Q + 7200 N, æquatur 817600. fit 1 N 70. 70 — 6 est quadratum abs 8. 1 Q — 8 N, æquabitur 20. fit 1 N 10.

THEOREMA III.

Si A quad.-quad. — G plano in A quad. + B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido — Z plano-plano 4 in G planum. Innotescat autem E planum esse F planum. A quad. + $\sqrt{\text{F plani + G plano}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4 + G plano 4}}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

1 QQ — 4 Q + 800 N, æquatur 1600. fit 1 N 2. 1 C + 4 Q + 6400 N, æquatur 614400. fit 1 N 60. 60 + 4 facit quadratum abs 8. 1 Q + 8 N, æquatur 20. fit 1 N 2.

THEOREMA IV.

SI A quad.-quad. — G plano in A quad. — B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quad. + Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido — Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum: A quad. — $\sqrt{\text{F plani} + \text{G plano}}$ in A, æquabitur $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} + \text{G plano 4}}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

1 QQ — 4 Q — 800 N, æquatur 1600. fit 1 N 10. 1 C + 4 Q + 6400 N, æquatur 614400. fit 1 N 60. 60 + 4 est quadratum abs 8. 1 Q — 8 N, æquatur 20. fit 1 N 10.

THEOREMA V.

SI G planum in A quadr. + B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum: $\sqrt{\text{F plani} + \text{G plano}}$ in A — quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} + \text{G plano 4}}}$.

44 Q + 720 N — 1 QQ, æquatur 1600. fit 1 N 10 vel 2. 1 C + 44 Q — 6400 N, æquatur 800000. fit 1 N 100. 100 + 44 est quadratum abs 12. 12 N — 1 Q, æquabitur 20. fit 1 N 10 vel 2.

THEOREMA VI.

SI G planum in A quadr. — B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et E planum innotescat esse F planum: $\sqrt{\text{F plani} + \text{G plano}}$ in A — A quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ + $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} + \text{G plano 4}}}$.

114 Q — 120 N — 1 QQ, æquatur 200. fit 1 N 2 vel 10. 1 C + 114 Q — 800 N, æquatur 105600. fit 1 N 30. 30 + 114 facit quadratum abs 12. 12 N — 1 Q, æquatur 20. fit 1 N 2 vel 10.

THEOREMA VII.

SI B solido in A — G plano in A quad. — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — G plano in E plani quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido — Z plano-plano 4 in G planum. Et E planum innotescat esse F planum: $\sqrt{\text{F plani} - \text{G plano}}$ in A — A quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — $\frac{\text{B solido}}{\sqrt{\text{F plani 4} - \text{G plano 4}}}$.

1440 N — 16 Q — 1 QQ, æquatur 2800. fit 1 N 2 vel 10. 1 C — 16 Q — 11200 N, æquatur 1894400. fit 1 N 160. 160 — 16 facit quadratum abs 12. 12 N — 1 Q, æquatur 20. fit 1 N 2 vel 10.

Et quid attinet reliquas metatheses persequi, quum adfectiones sub cubo evanescant expurgatione per uncias quadrantes: Hæc itaque sunto satis superque.

CAPUT

CAPVT VII.

Quemadmodum æquationes cubicæ deprimuntur ad quadraticas à radice solida.

SEV

De Duplicata Hypostasi.

ÆQue modus transmutandi qui dicitur duplicata hypostasis, non minus elegans est & impendiosus, ad exhibendas radicum asymmetrias in cubis aliquot sub latere affectis, ac Zetesin novam instituendi cura, ex agnita singulari de qua initio præcedentis capitis monuimus; cuborum illorum constitutione.

Sequentia itaque juvabit subjunxisse Problemata.

PROBLEMA I.

CUbum adfectum sub latere adfirmate, ad quadratum radicem habens solidam, idemque adfectum, reducere.

Proponatur A cubus + B plano 3 in A, æquari Z solido 2. Oportet facere quod propositum est. E quad. + A in E, æquetur B plano.

Vnde B planum ex hujusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus quorum minus est E, differentia à majore A. igitur $\frac{\text{B planum} - \text{E quad.}}{\text{E}}$ erit A.

Quare $\frac{\text{B plano-plano-planum} - \text{E quad. in B plano-planum 3} + \text{E quad.quad. in B planum 3} - \text{E cubo-cubo}}{\text{E cubo}}$ $\frac{+ \text{B pl.pl. 3} - \text{B pl. in E q. 3}}{\text{E}}$, æquabitur Z solido 2.

Et omnibus per E cubum ductis & ex arte concinnatis. E cubi quad. + Z solido 2 in E cubum, æquabitur B plani-cubo.

Quæ æquatio est quadrati affirmate affecti, radicem habentis solidam. Facta itaque reductio est quæ imperabatur.

Consectarium.

Itaque si A cubus + B plano 3, æquetur Z solido 2, & $\sqrt{\text{B plano-plano-plani} + \text{Z solido-solido}}$ − Z solido, æquetur D cubo. ergo $\frac{\text{B planum} - \text{D quad.}}{\text{D}}$, fit A de qua quæritur.

Si 1C + 81 N, æquetur 702. quoniam $\sqrt{19683 + 123201}$, *seu* $\sqrt{142884}$, *seu denique 378. multatus solido 351. est 27 cubus à latere 3. Ideo* $\frac{27-9}{3}$ *seu 6, est 1 N. de qua quæritur.*

Aliter & secundo.

E quad. − A in E, æquetur B plano. Vnde B planum ex hujusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum majus est E, excessus vero ejusdem supra minorem A. igitur $\frac{\text{E quad.} - \text{B plano}}{\text{E}}$, æquabitur A. Quare per ea quæ proponuntur, omnibus ex arte concinnatis. E cubi-quadratum − Z solido 2 in E cubum, æquabitur B plani cubo. Quæ æquatio est quadrati negate adfecti, radicem habentis solidam. Facta itaque est rursus reductio quæ imperabatur.

Consectarium secundum.

Itaque si A cubus + B plano 3 in A, æquetur Z solido 2, & $\sqrt{\text{B plano-plano plani} + \text{Z sol. solido}}$ + Z solido, æquetur G cubo. ergo $\frac{\text{G quad.} - \text{B plano}}{\text{G}}$, æquabitur A.

Si 1C + 81 N, æquetur 702. quoniam 378 + 351, est 729. cubus à latere 9. Ideo $\frac{81-27}{9}$ *seu 6. est 1 N. de qua quæritur.*

Consectarium

E duobus antedictis consectariis.

Denique sunt duo latera, unum idemque minus D, alterum idemque majus G, quorum differentia est A de qua quæritur.

Itaque $\sqrt{C.\ \sqrt{B\text{ plano-plano-plani} + Z\text{ solido-solido}} + Z\text{ solido}} - \sqrt{C.\ \sqrt{B\text{ plano-plano-plani} + Z\text{ solido-solido}} - Z\text{ solido}}$.
Est A quæsita.

Si 1C + 6N, *æquetur* 2. $\sqrt{C\,4} - \sqrt{C\,2}$. *est* 1 N. *de qua quæritur.*

PROBLEMA II.

CUbum adfectum sub latere negate, ad quadratum sub radice solida negatum de plano, reducere.

Oportet autem in æquatione proposita, cubum è triente coëfficientis adfectionis, cedere solidi comparationis sub-quadruplo quadrato.

Proponatur A cubus — B plano 3 in A, æquari Z solido 2. Oportet facere quod propositum est. A in E — E quad., æquetur B plano.

Vnde B planum ex hujusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum majus minusve est E, summa vero minoris ac majoris A. Igitur $\frac{B\text{ planum} + E\text{ quad.}}{E}$, æquabitur A. Quare $\frac{B\text{ plano-plano-planum} + E\text{ q. in } B\text{ pl.planum } 3 + E\text{ q. quad. in } B\text{ planum } 3 + E\text{ cubo-cubo}}{E\text{ cubo}} - B\text{ plano-plano } 3. - \frac{B\text{ plano in } E\text{ quad. } 3.}{E}$, æquabitur Z solido 2.

Et omnibus per E cubum ductis & ex arte concinnatis. Z solidum 2 in E cubum — E cubi-quadrato, æquabitur B plani-cubo.

Quæ æquatio est quadrati inverse negata, radicem habentis solidam. Facta itaque est reductio quæ imperabatur.

Apparet autem ex æquationis illius ad quam reductio facta est proprietate, Z solidi quadratum præstare debere B plani-cubo: quo pertinet apposita lex Problemati.

Consectarium.

Itaque si A cubus — B plano 3 in A, æquetur Z solido 2.
$\sqrt{C.\ Z\text{ solidi} + \sqrt{Z\text{ solido-solidi} - B\text{ plano-plano-plano}}} + \sqrt{C.\ Z\text{ solidi} - \sqrt{Z\text{ solido-solidi} - B\text{ plano-plano-plano}}}$. Est A de qua quæritur.

Si 1C — 81 N, *æquetur* 756. *Quoniam* 378 + 351 *est* 729, *cubus à latere* 9. & 378 — 351 *est* 27, *cubus à latere* 3. *Ideo* 9 + 3 *id est* 12. *est* 1 N. *de qua quæritur.*

CAPUT VIII.

De canonica æquationum transmutatione, ut coëfficientes subgraduales sint quæ præscribuntur.

AD impendia quoque Logistica confert æquationes ita præparare, ut coëfficientes æquationum vel comparationum homogenea sint quæ præscribuntur, quod libere licet ex canonica transmutandi doctrina. Statuitor coëfficiens unitas, usus igitur impendii vel ex eo liquet, quod potestates adfectæ sub unitate & gradu quocunque, (si modo radix est numerus) non aliter resolvuntur ac si essent puræ. neque enim negotium conturbat habenda alioqui (sed quæ ex isthoc opere salva fit) parabolarum quarum quæque unitas est, ratio.

Et si radix inventa non est numerus, ipsam radicem de qua quæritur non esse numerum statim convincitur.

I C + 1 N, æquetur 10. quoniam proximus cubus est 8, cujus radix est 2, quæ ducta in unitatem & adjuncta 8, facit 10. ideo radix quæsita est 2.

Æque 1 C — 1 N, æquetur 24. quoniam proxime minor cubus est 8, cujus radix est 2 & adscita unitate 3 : sub qua & unitate facto solido quum multatur cubus ex 3, relinquitur 24. ideo radix quęsita est 3.

Proponatur autem 1 C + 1 N, æquari 9. quoniam proximus cubus est 8, cujus

cujus radix est 2 qua ducta in unitatem & adjuncta 8, facit 10, non etiam 9. ideo 1 N est radix irrationalis.

Æque 1C − 1N; æquetur 25. quoniam proxime minor cubus est 8, cujus radix est 2 & adscita unitate 3: sub qua & unitate facto solido quum multatur cubus ex 3, relinquitur 24, non etiam 25. ideo 1 N est irrationalis.

Oportet autem ad hujusmodi instituendæ transmutationis opus, coëfficientem quæ imperatur coëfficienti æquationis propositæ esse congenerem, & si quidem radix æquationis propositæ est ejusdem quoque generis, concedetur esse ut coëfficiens propositæ æquationis ad coëfficientem imperatam, ita radix de qua quærebatur ad novam statuendam radicem.

Sin coëfficiens gradui radicis genere communicet, concedetur esse ut coëfficiens propositæ æquationis ad coëfficientem imperatam, ita gradus æque-altus radicis de qua quærebatur ad gradum æque altum novæ statuendæ radicis.

Et per resolutionem concessi analogismi, exhibebitur sub nova specie valor radicis quæsitæ, & sua proposita æqualitas dirigetur, & ordinabitur nova.

Quod, ut uno aut altero exemplo fiat apertius.

Proponatur A cubus + B in A quad., æquari Z solido. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut adfectio maneat quidem sub quadrato, ipsaque adfirmetur, sed coëfficiens sit X, non etiam B. Esto ut B ad X, ita A ad E. ergo $\frac{\text{B in E}}{\text{X}}$ erit A.

Quare secundum ea quæ proponuntur $\frac{\text{B cubus in E cubum}}{\text{X cubo.}}$ $\frac{+\text{B cubo in E quad.}}{\text{X quad.}}$, æquabitur Z solido. Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum divisis. E cubus + X in E quad., æquabitur $\frac{\text{X cubo in Z solidum}}{\text{B cubo.}}$. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur 1C + 20 *Q. æquari* 96000. 1C + 1*Q, æquabitur* 12. *& fit* 1N 2. *Vnde fit radix primum quæsita* 40.

ALIVD.

Proponatur A cubus − B quad. in A, æquari Z solido. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut affectio quidem maneat sub latere, ipsaque negetur, sed coëfficiens sit X quadratum, non etiam B quadratum. Esto ut B quad. ad X quad., ita A quad. ad E quad., & consequenter ut B ad X ita A ad E. ergo $\frac{\text{B in E}}{\text{X}}$ erit A.

Quare secundum ea quæ proponuntur $\frac{\text{B cubus in E cubum}}{\text{X cubo}}$ $\frac{-\text{B cubo in E}}{\text{X}}$, æquabitur Z solido. Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum divisis. E cubus − X quad. in E, æquabitur $\frac{\text{X cubo in Z solidum}}{\text{B cubo}}$. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur 1C − 144N, *æquari* 10368. 1C − 1N, *æquabitur* 6. *& est* 1N 2. *Vnde fit radix primum quæsita* 24.

Neque vero opus aliter fit in præscriptis comparationum homogeneis, conceditur nimirum esse, ut magnitudo æqualis potestati quę proponitur adfectę ad magnitudinem pręscriptam æque-altam & homogeneam, ita potestas radicis de qua quęrebatur ad potestatem novę statuendę radicis: & per resolutionem concessi analogismi, exhibetur sub nova specie valor radicis quęsitę, & proposita æqualitas dirigetur, & ordinabitur nova. Exempli causa:

Proponatur A cubus + B plano in A, æquari Z cubo. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut potestas adfirmate adfecta sub latere & coëfficiente plano, comparetur D cubo. conceditor esse ut Z ad D, ita A ad E. ergo $\frac{\text{Z in E}}{\text{D}}$ erit A.

Quare $\frac{\text{Z cubus in E cubum}}{\text{D cubo.}}$ $\frac{+\text{B plano in Z in E}}{\text{D}}$, æquabitur Z cubo. Et omnibus in D cubum ductis, & per Z cubum diuisis. E cubus $\frac{+\text{B plano in D quad. in E}}{\text{Z quad.}}$, æquabitur D cubo. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur 1C+860N, *æquari* 1728. 1C+215N, *æquabitur* 216. *& est* 1 N 1. *Unde fit radix primum quæsita* 2.

Caput IX.

Anomala æquationum aliquot cubicarum ad quadraticas aut etiam simpliciores reductio.

PRæparandarum igitur æquationum solennes modi ita se habent. De irregularibus autem non statuuntur præcepta, quoniam anomalia illa non magis finita est quam artificis in indagando vis & solertia. ad excitandum tamen eam vim & solertiam, oportunum est singularia aliquot æquationum constitutiva & reductiva Theoremata adnotasse, insignem aliquam emphasin vel elegantiam præ se ferentia; qualia jam sequuntur.

Theorema I.

SI A cubus — B quad. 2 in A, æquetur B cubo. A quad. — B in A, æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin: A cubum, æquari B cubo + B quad. 2 in A, & addendo utrique parti B cubum: A cubum + B cubo, æquari B cubo 2 + B quad. 2 in A. Omnia applicentur ad A + B; illic oritur, A quad — B in A + B quad.; hic B quad 2. & consequenter abjecto utrinque B quadrato. A quad. — B in A, æquabitur B quadrato.

Si 1C—18N, *æquetur* 27. *igitur* 1Q—3 N, *æquabitur* 9.

Theorema II.

SI B quad. 2 in A — A cubo, æquetur B cubo. A quad. + B in A, æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin: A cubum, æquari B quad. 2 in A — B cubo, & auferendo utrique parti B cubum. A cubum — B cubo, æquari B quad. 2 in A — B cubo 2. Omnia applicentur ad A—B; illic oritur A quad. + B in A + B quad.; hic B quad. 2 & consequenter abjecto utrinque B quadrato. A quad. + B in A, æquabitur B quadrato.

Si 18N—1C, *æquetur* 27. *igitur* 1Q + 3 N, *æquabitur* 9.

Theorema III.

SI A cubus — B quad. 3 in A, æquetur B cubo 2. B dupla est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B dupla, est ipsa A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur B cubus 8 — B quad. in B 6, æquabitur B cubo 2. quod quidem ita se habet.

1 C — 12 N, *æquetur* 16. *fit* 1 N 4.

Theorema IV.

SI B quad. 3 in A — A cubo, æquetur B cubo 2. B est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B est ipsa A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur B quad. in B 3 — B cubo, æquabitur B cubo 2. quod quidem ita se habet.

6 N — 1C, *æquatur* √32. *fit* 1 N √2.

Theorema V.

SI A cubus — B in A quad. + D plano in A, æquetur B in D planum. Ipsa B est A de qua quæritur.

Quo-

Quoniam enim B est A de qua quæritur: ergo ex iis quæ proponuntur B cubus — B in B quad. + D plano in B, æquabitur B in D planum. quod quidem manifesto ita se habet.

1 C — 4 Q + 5 N, æquatur 20. facto ex 4 in 5. ergo 1 N est 4.

THEOREMA VI.

SI A cubus + B in A quad. — D quadr. in A, æquetur B in D quadratum. Ipsa D est A de qua quæritur.

Quoniam enim ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur, D cubus + B in D quad. — D quadr. in D, æquabitur B in D quadratum. Quod quidem manifesto ita se habet.

1 C + 5 Q — 4 N, æquatur 20. facto ex 5 in 4. ergo 1 N fit √ 4 vel 2.

THEOREMA VII.

SI B in A quadr. + D quad. in A — A cubo, æquetur D quadrato in B. Ipsa B vel D, est A de qua quæritur.

Quoniam enim ipsa B est A de qua quæritur ergo ex iis quæ proponuntur B cubus + D quad. in B — B cubo, æquabitur B in D quadratum. Quod quidem ita manifesto se habet.

Rursus quoniam ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur, B in D quad. + D cubo — D cubo, æquabitur D quadrato in B. Quod quidem ita quoque manifesto se habet.

6 Q + 4 N — 1 C, æquatur 24. fit 1 N 6 vel 2.

THEOREMA VIII.

SI D in A quad. + B in D in A — A cubo, æquetur B cubo; $\overline{B+D}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur, manifestum fit per antithesin. B cubum + A cubo, æquari D in A quad. + D in B in A. Vtraque pars applicetur ad A + B, ergo A quadr. — B in A + B quad., æquabitur D in A.

Et per antithesin $\overline{D + B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Si 10 Q + 20 N — 1 C, æquetur 8. quia latus cubicum ex 8 ductum in 10, facit 20. Igitur 12 N — 1 Q, æquabitur 4. & fit 1 N 6 — √ 32, vel 6 + √ 32.

THEOREMA IX.

SI A cubus — D in A quadr. + D in B in A, æquetur B cubo: $\overline{D - B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin, quum A intelligitur major quam B, A cubum — B cubo, æquari D in A quadr. — D in A in B. Vtraque pars æqualitatis applicetur ad A — B. Igitur A quad. + B in A + B quad., æquabitur D in A.

Et per antithesin $\overline{D - B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato. Atqui quum B intelligitur major quam A, B cubus — A cubo, æquabitur D in A in B — D in A quad. Vtraque pars æqualitatis applicetur ad B — A, itaque B quad. + A quadr. + B in A, æquabitur D in A. ut ante.

Si 1 C — 10 Q + 20 N, æquetur 8. quia √ C. 8 ductum in 10, facit 20. Igitur 8 N — 1 Q, æquabitur 4. & fit 1 N 4 — √ 12, vel 4 + √ 12.

THEOREMA X.

SI A cubus — B pl. 3 in A, æquetur √ B plano-plano-plani 2. $\frac{\sqrt{\text{B plani } 3} + \sqrt{\text{B plani } 1}}{\sqrt{2}}$ fit A de qua quæritur.

Quo-

Quoniam enim $\frac{\sqrt{\text{B plani } 3} + \sqrt{\text{B plani } 1}}{\sqrt{2}}$ est ipsa A de qua quæritur. Ideo ex iis quæ proponuntur $\frac{\sqrt{\text{B plano-plano-plani } 27} + \sqrt{\text{B plano-plano-plani } 81} + \sqrt{\text{B plano-plano-plani } 27} + \sqrt{\text{B plano-plano-plani } 1}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{\text{B plano-plano-plani } 27} - \sqrt{\text{B plano-plano-plani } 9}}{\sqrt{2}}$, æquatur $\sqrt{}$ B plano-plano-plani 2. Quod quidem ita se habet, subducendo in prima æqualitatis parte ab æqualibus æqualia.

1 C — 6 N, *æquatur* 4. *Igitur* $\sqrt{}$ 3 + 1. *fit* 1 N.

THEOREMA XI.

SI B plan. 3 in A — A cubo, æquetur $\sqrt{}$ B plano-plano-plani 2. $\frac{\sqrt{\text{B plani } 3} - \sqrt{\text{B pl. } 1}}{\sqrt{2}}$ fit A de qua quæritur.

Vt apparet, insequendo vestigia antecedentis demonstrationis.

6 N — 1 C, æquatur 4. Igitur $\sqrt{}$ *3 — 1. fit 1 N, eaque minor, altera est 2.*

CAPVT X.

Similium reductionum continuatio.

THEOREMA I.

SI A cubus + B in A quadr. 3 + D plano in A, æquetur B cubo 2 — D plano in B. A quad. + B in A 2, æquabitur B quad. 2 — D plano.

Quoniam enim A quadr. + B in A 2, æquatur B quadr. 2 — D plano. Ductis igitur omnibus in A. A cubus + B in A quad. 2, æquabitur B quad. in A 2 — D plano in A.

Et iisdem ductis in B. B in A quad. + B quadr. in A 2, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Iungatur ducta æqualia æqualibus. A cubus + B in A quad. 3 + B quad. in A 2, æquabitur B quad in A 2 — D plano in A + B cubo 2 — D plano in B.

Et deleta utrinque adfectione B quad. in A 2, & ad æqualitatis ordinationem, translata per antithesin D plani in A adfectione. A cubus + B in A quadr. 3 + D plano in A, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

1 C + 30 Q + 44 N, *æquatur* 1560. *Igitur* 1 Q + 20 N, *æquabitur* 156. *& fit* 1 N 6.

THEOREMA II.

SI A cubus + B in A quad. 3 — D plano in A, æquetur B cubo 2 + D plano in B. A quad. + B in A 2, æquabitur B quad. 2 + D plano.

Quoniam enim A quadr. + B in A 2, æquatur B quadr. 2 + D plano. Ductis igitur omnibus in A. A cubus + B in A quad. 2, æquabitur B quad. in A 2 + D plano in A.

Et ductis iisdem in B. B in A quad. + B quad in A 2, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Iungantur ducta æqualia æqualibus. A cubus + B in A quadr. 3 + B quadr. in A 2, æquabitur B quad. in A 2 + D plano in A + B cubo 2 + D plano in B.

Et deleta utrinque affectione B quadrati in A 2, & ad ordinationem æqualitatis, translata per antithesin D plani in A adfectione. A cubus + B in A quadr. 3 — D plano in A, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

1 C + 30 Q — 24 N, *æquetur* 2240. *Igitur* 1 Q + 20 N, *æquatur* 224. *& fit* 1 N 8.

THEOREMA III.

SI A cubus — B in A quad. 3 + D plano in A, æquetur D plano in B — B cubo 2. Et sit B quadr. 3 majus D plano. B in A 2 — A quadr., æquabitur D plano — B quad. 2.

Quoniam enim B in A 2 — A quad., æquatur D plano — B quad. 2. Ductis omnibus in B — A. B quad. in A 2 — B in A quad. — B in A quad. 2 + A cubo 2, æquabitur B quad. in A 2 — D plano in A + D plano in B — B cubo 2.

Et ordinata æqualitate A cubus — B in A quad 3 + D plano in A, æquabitur D plano in B — B cubo 2. Quod quidem ita se habet.

1 C —

1 C — 30 Q + 236 N, æquetur 360. Igitur 20 N — 1 Q, æquatur 36. & fit 1 N 2 vel 18.

Iisdem positis, ipsa A fit quoque B, sive B triplum quadratum præstet, sive cedat D plano. Quoniam enim proponitur A cubus — B in A quadr. 3 + D plano in A, æquari D plano in B — B cubo 2. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus — B cubo 3 + D plano in B, æquabitur D plano in B — B cubo 2. Quod quidem ita se habet.

1 C — 30 Q + 236 N, æquatur 360. & ostensa est 1 N 2 vel 18. eadem quoque est 10. 1 C — 30 Q + 264 N, æquatur 640. fit 1 N 4 vel 16. Nam 20 N — 1 Q, æquatur 64. & fit 1 N 4 vel 16.

THEOREMA IV.

Si B in A quadr. 3 + D plano in A — A cubo, æquetur B cubo 2 + D plano in B. A quad. — B in A 2, æquabitur B quad. 2 + D plano.

Quoniam enim A quad. — B in A 2, æquatur B quad. 2 + D plano. Ductis omnibus in B — A. B in A quad. — B quadr. in A 2 — A cubo + B in A quad. 2, æquabitur B cubo 2 + B in D planum — B quad. in A 2 — D plano in A.

Et æqualitate ordinata, B in A quad. 3 + D plano in A — A cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

30 Q + 24 N — 1 C, æquatur 2240. Igitur 1 Q — 20 N, æquatur 224. & fit 1 N 28.

Iisdem expositis, fit A quoque B. Quoniam enim proponitur B in A quad. 3 + D plano in A — A cubo, æquari B cubo 2 + D plano in B. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus 3 + D plano in B — B cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

30 Q + 24 N — 1 C, æquatur 2240. fit 1 N 10.

THEOREMA V.

Si B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, æquetur B cubo 2 — D plano in B. A quad. — B in A 2, æquabitur B quad. 2 — D plano.

Quoniam enim A quad. — B in A 2, æquatur B quad. 2 — D plano. Ductis omnibus in B — A. B in A quad. — B quadr. in A 2 — A cubo + B in A quad. 2, æquabitur B cubo 2 — D plano in B — B quad. in A 2 + D plano in A.

Et æqualitate ordinata. B in A quad. 3 — D plano in A — A cubo, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

30 Q — 156 N — 1 C, æquatur 440. Igitur 1 Q — 20 N, æquabitur 44. & fit 1 N 22.

Iisdem positis, fit A quoque B.

Quoniam enim proponitur B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, æquari B cubo 2 — D plano in B. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus 3 — D plano in B — B cubo, æquabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

30 Q — 156 N — 1 C, æquatur 440. fit 1 N 10.

THEOREMA VI.

Ad quadrato-quadraticam pertinens.

Si A quad.-quad. — X in A cubum 2 + X cubo in A 4, æquetur X quad. quad. 2. X quad. in A quadr. 2 — A quadr.-quadr., æquabitur X quadr. quad. 4 — X cubo 2 in √ X quad. 3.

Quoniam enim X quad. in A quad. 2 — A quad.-quad., æquatur X quad.-quad. 4 — X cubo 2 in √ X quad. 3: ergo per antithesin, & ad X cubum 2 communem adplicationem. $\frac{\text{X quad.-quad. 4 — A quad.-quadr. — X quadr. in A quadr. 2}}{\text{X cubo 2}}$, æquabitur √ X quad. 3.

Et omnibus quadratis, & per X cubo-cubum 4 ductis, adhibitaq; congruenter metathesi, X cubo-cubus in A quad. 16 + X quadr. in A cubo-cubum 4 — A quad.-quad. quad.-quad. — X quad.-quad. in A quad.-quad. 12, æquabitur X quad.-quad.-quad. — quad. 4. Quod quidem ita se habet: enimvero secundum primam æquationem. X cubus in A 4

— X in A cubum 2, æquatur X quad.-quadr. 2 — A quad. quad. Cujus æqualitatis parte utravis quadrata, omnibusque rite ordinatis, in eam ipsam æqualitatem inciditur quadrato-cubica-cubicam, quæ ex posita est.

Itaque A quadratum fit X quadratum plus minusve latere binomiæ residuæ, seu negatæ √ X quad.-quad. 12 — X quad. 3.

Sit X 1. A 1 N. 1 Q Q — 2 C + 4 N, æquatur 2. Igitur 2 Q — 1 Q Q, æquabitur 4 — √ 12. & 1 Q fit 1 plus minusve latere binomina negata √ 12 — 3.

CAPUT XI.

Singularium aliquot constitutionum, ad æqualitates multipliciter adfectas pertinentium, collectio.

THEOREMA I.

Si A quad. + B in A, æquetur B quadrato: est B dupla longitudo, secta in tria proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione semel sumpta.

THEOREMA II.

Si A cubus + B in A quad. + B quad. in A, æquetur B cubo: est B dupla longitudo, secta in quatuor continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione duplicata.

THEOREMA III.

Si A quad.-quad. + B in A cubum + B quadr. in A quadr. + B cubo in A, æquetur B quad.-quadrato: est B dupla longitudo, secta in quinque continue proportionalia segmenta; quorum primum idemq; majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione triplicata.

THEOREMA IV.

Si A quad.-cubus + B in A quad.-quad. + B quadr. in A cubum + B cubo in A quad. + B quad.-quad. in A, æquetur B quadrato-cubo: est B dupla longitudo, secta in sex continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quadruplicata.

THEOREMA V.

Si A cubo-cubus + B in A quadr.-cubum + B quadr. in A quadr.-quadr. + B cubo in A cubum + B quadr.-quadr. in A quadr. + B quad. cubo in A, æquetur B cubo-cubo: est B dupla longitudo, secta in septem continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quintuplicata.

CAPUT XII.

Earundem collectio altera.

THEOREMA I.

Si A quad. + B in A, æquetur B in Z: est B prima minor inter extremas in serie trium proportionalium; aggregatum vero reliquarum duarum est Z, & fit A secunda.

THEO-

THEOREMA II.

Si A cubus + B in A quad. + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: est B prima in serie quatuor continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum trium est Z, & fit A secunda.

THEOREMA III.

Si A quad.quad. + B in A cubum + B quad. in A quad. + B cubo in A æquetur B cubo in Z: est B prima in serie quinque continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum quatuor est Z, & fit A secunda.

THEOREMA IV.

Si A quad.-cubus + B in A quad.quad. + B quad. in A cubum + B cubo in A quad. + B quad. quad. in A, æquetur B quad.quad. in Z: est B prima in serie sex continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum quinque est Z, & fit A secunda.

THEOREMA V.

Si A cubo-cubus + B in A quad.-cubum + B quad. in A quad.quad. + B cubo in A cubum + B quad.quad. in A quad. + B quad.-cubo in A, æquetur B quadrato-cubo in Z: est B prima in serie septem continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum sex est Z, & fit A secunda.

CAPVT XIII.

Earundem collectio tertia.

THEOREMA I.

Si B in A — A quad., æquetur B in Z: est B prima major inter extremas in serie trium proportionalium; differentia vero duarum reliquarum est Z, & fit A secunda. potest autem esse duplex, nam est etiam differentia inter primam & secundam.

Sed si A quad. — B in A, æquetur B in Z: est B prima minor inter extremas; differentia vero duarum reliquarum est Z, & fit A similiter secunda.

Sunto proportionales 4. 6. 9. 9N — 1Q, *æquatur* 18. *fit* 1 N 6, *atque etiam* 3. *Sed si* 1Q — 4 N, *æquetur* 12. *fit* 1 N 6.

THEOREMA II.

Si A cubus — B in A quad. + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: est B prima in serie quatuor continue proportionalium; differentia vero trium reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 1C — 8Q + 64 N, *æquatur* 192. *fit* 1 N 4. *Vel* 1C — 1Q + 1 N, *æquatur* 6. *fit* 1 N 2.

THEOREMA III.

Si B cubus in A — B quad. in A quad. + B in A cubum — A quad. quad., æquetur B cubo in Z: est B prima major in serie quinque continue proportionalium; differentia vero quatuor reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda major inter medias. potest autem esse duplex.

Sed si A quad.quad. — B in A cubum + B quad. in A quad. — B cubo in A, æquetur B cubo in Z: est B prima minor inter extremas; differentia vero quatuor reliquarum sumptarum alterne est Z, & fit A secunda minor inter medias:

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 16. 4096N — 256Q + 16C — 1QQ, *æquatur* 20480. *fit* 1 N 8. *Vel* 1QQ — 1C + 1Q — 1N, *æquatur* 10. *fit* 1 N 2.

T 2 THEO-

THEOREMA IV.

SI A quad.-cubus — B in A quad. quad. + B quad. in A cubum — B cubo in A quad. + B quad. quad. in A, æquetur B quad. quad. in Z: est B prima major in serie sex continue proportionalium; differentia vero quinque reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. 16. 32. 1QC — 32QQ + 1024C — 32768Q + 1048576N, *aequatur* 11534336. *fit* 1N 16. *Vel* 1QC — 1QQ + 1C — 1Q + 1N, *aequatur* 22, *& fit* 1N 2.

Et hæc singula suam habent ex Zetesi demonstrationem: at quæ jam sequitur collectio, sua analytico examini subjicienda libere relinquit Theoremata. pertinet autem ad æqualitates de multiplicibus radicibus mire explicabiles.

CAPUT XIV.

Collectio quarta.

THEOREMA I.

SI $\overline{B+D}$ in A — A quad., æquetur B in D: A explicabilis est de qualibet illarum duarum B vel D.

3N — 1Q, *aequatur* 2. *fit* 1N 1, *vel* 2.

THEOREMA II.

Si A cubus $\overline{-B-D-G}$ in A quad. $\overline{+B\text{ in }D+B\text{ in }G+D\text{ in }G}$ in A, æquetur B in D in G: A explicabilis est de qualibet illarum trium B, D, vel G.

1C — 6Q + 11N, *aequatur* 6. *Fit* 1N 1, 2, *vel* 3.

THEOREMA III.

Si $\overline{B\text{ in }D\text{ in }G+B\text{ in }D\text{ in }H+B\text{ in }G\text{ in }H+D\text{ in }G\text{ in }H}$ in A $\overline{-B\text{ in }D-B\text{ in }G}$ $\overline{-B\text{ in }H-D\text{ in }G-D\text{ in }H-G\text{ in }H}$ in A quad. $\overline{+B+D+G+H}$ in A cubum — A quad. quad., æquetur B in D in G in H: A explicabilis est de qualibet illarum quatuor B, D, G H.

50N — 35Q + 10C — 1QQ. *aequatur* 24. *fit* 1N 1, 2, 3, *vel* 4.

THEOREMA IV.

Si A quadrato-cubus $\overline{-B-D-G-H-K}$ in A quad. quad. $\overline{+B\text{ in }D+B\text{ in }G}$ $\overline{+B\text{ in }H+B\text{ in }K+D\text{ in }G+D\text{ in }H+D\text{ in }K+G\text{ in }H+G\text{ in }K+H\text{ in }K}$ in A cubum $\overline{-B\text{ in }D\text{ in }G-B\text{ in }D\text{ in }H-B\text{ in }D\text{ in }K-B\text{ in }G\text{ in }H-B\text{ in }G\text{ in }K}$ $\overline{-B\text{ in }H\text{ in }K-D\text{ in }G\text{ in }H-D\text{ in }G\text{ in }K-D\text{ in }H\text{ in }K-G\text{ in }H\text{ in }K}$ in A quad. $\overline{+B\text{ in }D\text{ in }G\text{ in }H+B\text{ in }D\text{ in }G\text{ in }K+B\text{ in }D\text{ in }H\text{ in }K+B\text{ in }G\text{ in }H\text{ in }K}$ $\overline{+D\text{ in }G\text{ in }H\text{ in }K}$ in A, æquetur B in D in G in H in K: A explicabilis est de qualibet illarum quinque B, D, G, H, K.

1QC — 15QQ + 85C — 225Q + 274N, *aequatur* 120. *Fit* 1N 1, 2, 3, 4, *vel* 5.

Atque hæc elegans & perpulchræ speculationis sylloge, tractatui alioquin effuso, finem aliquem & Coronida tandem imponito.

FINIS.

APPENDIX,

AB

ALEXANDRO ANDERSONO

OPERI SUBNEXA.



Quandoquidem Theoremate tertio Capitis ſexti, Tractatus prioris de æquationum recognitione, cubicarum æquationum inverſarum, in quibus homogenea adfectionis eſt ſub latere, conſtitutionem, elegantius & (ſuo more) acutius, in peculiarem Zeteticorum ad angulares ſectiones pertinentium, ſilvulam, rejecit Autor noſter: quæ quidem an inter alia ejus ſcripta hic uſpiam lateat, an adhuc

Trans Indos Eurumque virens, mortalibus oras
Occupet ignotas,

nobis nondum conſtitit; placuit (ſuadente ſubtiliſſimi judicii viro & mihi amiciſſimo Renato Bouclier Juriſconſulto, tum Mathematico peritiſſimo) hoc admetiri ἐπίμετρον, ex iis quæ à me ad hanc rem demonſtrata ſunt: quamvis male feriati quidam homines, infrugi & inſulſi, plagii me inſimulare velint, quaſi Vietæ Theoremata, & demonſtrationes, pro meis venditaſſem: quum nihil in hoc genere præter nuda & demonſtrationibus orba Theoremata, libro octavo variorum, & in reſponſo ad Problema Adriani Romani à Vieta editis, mihi viſum ſit. quin & omnium illarum circulationum, & progreſſionum rectarum circuli circumferentiis in ratione Arithmetica ſubtenſarum, ut firmiſſima ita & præclariſſima fundamenta, Theorematis 4, 5, & 7 mei Tractatus ad Sectiones angulares, demonſtrata, ex quibus Theorematum à Vietæ propoſitorum conſtat veritas, à me excogitata & primum edita ſunt. Loquantur qui Vieta familiariter uſi ſunt, (qui magno meo diſpendio mihi nunquam notus) quibuſque adverſariis ſuis inſcripta ſchediaſmata, communicare ſolitus. Sed talpas iſtos loquaces non moror, qui in re non adeo jam obſcura, (niſi Bœoticis fortaſſis iſtiuſmodi ingeniis) prorſus cæcutientes, ſuſceptos à me ad publica promovenda ſtudia labores, (ne mihi fortaſſis cedere videantur) alii adſcribere malunt, quam à me profectos probando, ad meliora incitare. at viderint iſti Bembices quantum à propoſito ſibi aberrarint ſcopo, dum meas lucubrationes, ſummo, & nunquam ſatis laudando viro Franciſco Vietæ attribuunt, quam inde ampla & opima referam ſpolia:

Dum culpare volunt, ſtulti, in contraria currunt.

Sed ſic non vincitis: imbellis animi eſt ex alieni nominis injuria ſibi laudes quærere; quin potius quum alat æmulatio ingenia, & nunc invidia nunc admiratio incitationem accendat, agite mecum viri umbratiles, & ſi quod inde mihi laudis accedit, id vobis detractum putatis, veſtris (ſi quid luce dignum poteſtis) laboribus, id damni reſarcire conemini.

ἐν δὲ πείρᾳ, τέλος διαφαίνεται ὧν τις ἐξοχώτερος γένηται.

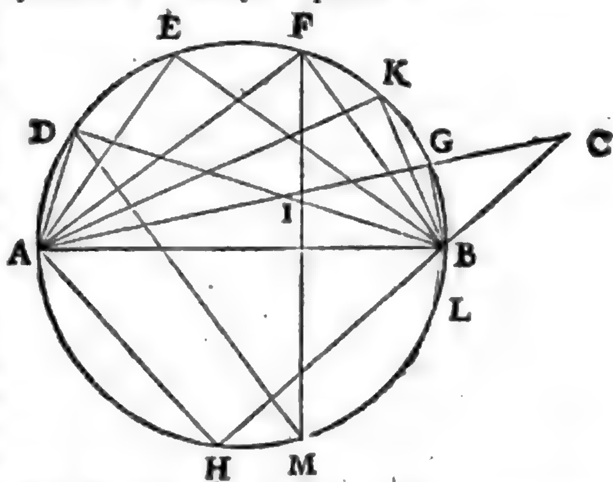
THEOREMA SYSTATICUM

Æqualitatum quarundam cubicarum adfectarum, in quibus potestati homogenea est sub latere.

Si fuerint duo triangula rectangula æqualis hypotenusæ, & angulus acutus subtensus à perpendiculo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à perpendiculo secundi: cubus ex dupla base secundi, minus solido sub triplo quadrato hypotenusæ in eandem basin duplam secundi, æquabitur solido sub quadrato hypotenusæ, in duplam basin primi.

Rursus: solidum sub quadrato triplo hypotenusæ, in basin simplam secundi, contractam protractamve longitudine ejus rectæ, quæ potest quadrato triplum perpendiculi ejusdem, minus ejusdem basis ita contractæ protractæve cubo, æquabitur eidem solido sub quadrato hypotenusæ communis; in basin duplam primi.

Sit circulus cujus diameter A B, eique inscribantur utcunque duo triangula rectangula A F B, A G B, quorum communis hypotenusa erit ipsa diameter: & sit angulus F A B, triplus anguli G A B. Primi igitur trianguli basis sit F A, perpendiculum FB. (ut in Analyticis constitutum est.) Secundi basis G A, perpendiculum G B.
Dico primo; cubum ex dupla ipsius G A, minus solido sub triplo quadrato ipsius B A in duplam ipsius G A, æquari solido sub quadrato B A in duplam ipsius F A.



Quoniam enim peripheria F B tripla est ipsius G B peripheriæ. Si secetur peripheria G F bifariam in K, erunt segmenta B G, G K, K F æqualia. ducatur jam recta A K. Erit igitur ex demonstratis à nobis Theoremate 5to ad Sectiones Angulares, ut semidiameter ad rectam A G, ita recta A G ad compositam ex A B, A K: ac proinde ut diameter A B ad duplam ipsius A G, ita A G dupla ad duplam compositam ex A B, A K. Igitur A G quadratum quater, æquabitur aggregato quadrati dupli à diametro, & rectanguli sub diametro A B, & A K bis.

Iterum: est ut AB ad AG bis, ita AK bis ad duplam compositam ex AG, AF, ac proinde aggregatum rectangulorum A B in A G bis, A B in A F bis, æquabitur rectangulo quater sub AG, AK. & adhibita in priori æqualitate congrua antithesi, AG quadratum quater minus AB quadrato bis, æquabitur AB in A K bis. Quare adsumpta communi altitudine A K bis, erit A G quadratum quater, minus A B quadrato bis ad rectangulum quater sub A G, A K; id est ad rectangulum sub A G bis in A K bis; vel ex secundæ æqualitatis analogismo, ad aggregatum rectangulorum AB in A G bis, AB in AF bis, ut AB ad AG bis. est autem & A B quadratum ad A B in A G bis, ut A B ad A G bis: ergo si à similibus similia auferantur, nempe ab AG quadrato quater minus A B quadrato bis, ablato A B quadrato, & ab aggregato A B in AG bis, AB in A F bis, ablato A B in A G bis. Relinquentur; illic quidē AG quadratum quater minus AB quadrato ter; hic vero AB in AF bis, quæ inter se erunt ut A B ad A G bis: quare A G cubus octies, sive cubus duplæ ipsius A G, minus AB quadrato ter in A G bis, æquabitur A B quadrato in A F bis. Quod erat primo loco demonstrandū.

Secundo: à puncto B educatur recta B I, sitque segmentum B I inter B punctum, & rectam A G interceptum, æquale ipsius B G duplæ: occurrat autem ipsa B I producta circumferentiæ circuli in D puncto, & ducatur recta A D. Quoniam igitur in triangulo rectangulo G B I, latus B I recto subtensum angulo, duplum est lateris B G. erit angulus G B I duarum tertiarum unius recti, sive triens duorum rectorum, & latus G I poterit triplum lateris G B, perpendiculi scilicet trianguli A G B.

Dico igitur solidum sub A B quadrato ter in A I, minus cubo ipsius A I, æquari solido sub A B quadrato in A F bis.

Est

Est primum circumferentia G D, angulo G B D subtensa, triens totius circularis peripheriæ; est quoque & G B triens peripheriæ B F: quare tota peripheria B D ter metietur totam peripheriam circularem, & præterea segmentum B G segmentum B F ter metietur, ducantur autem subtensæ B D, D M, M F. Quoniam igitur B D, D M æquales sunt, & est A D circumferentia quæ relinquitur sublata B D circumferentia ex semicirculo, & M B ea quæ relinquitur sublata dupla ipsius B D ex integro circulo, est igitur M B circumferentia dupla ipsius A D; atqui, ipsi M B circumferentiæ, æqualis est circumferentia F D, (æquales siquidem sunt subtensæ B D, D M, ipsis D M, M F.) quare circumferentia F D, dupla erit ipsius D A. Secetur itaque circumferentia F D, bifariam in E: erunt igitur circumferentiæ A D, D E, E F æquales, & circumferentia A F ipsius A D tripla. subtendantur jam rectæ A E, B E. Quoniam igitur triangula rectangula G I B, A D I, similia sunt, erit ut B I ad B G, ita A I ad A D. est autem B I dupla ipsius B G, igitur & A I ipsius A D dupla erit. Est autem ex demonstratis à nobis Theoremate 5to ad Angulares Sectiones, ut semidiameter ad ipsam A D, id est ut diameter A B ad ipsam A I, ita A D ad A B minus B E, quare A B quadratum minus A B in B E, æquabitur A I in A D, hoc est A I quadrati semissi: & adhibita congrua metathesi, A B quadratum minus A I quadrati semisse, æquabitur A B in B E. Iterum ex iisdem est, ut A B ad A I, ita B E ad A F minus A D, rectangulum igitur A B in A F minus A B in A D, æquabitur A I in B E, ergo eâdem adsumpta altitudine B E, erit ut A B ad A I, ita A B quadratum minus A I quadrati semisse ad A I in B E, id est ex secundæ æqualitatis analogismo, ad A B in A F minus A B in A D: & omnibus duplatis, A B quadratum bis minus A I quadrato erit ad A B in A F bis minus A B in A D bis, ut A B ad A I.

Est quoque ut A B ad A I, ita A B quadratum ad A B in A I, vel A B in A D bis: quare si similibus similia addantur, erit A B quadratum ter minus A I quadrato ad A B in A F bis, ut A B ad A I. Ac proinde A B quadratum ter in A I minus A I cubo, æquabitur A B quadrato in A F bis. Quod erat secundo loco ostendendum.

Tertio: protrahatur ipsa A G quantum satis in C, & fiat B C dupla ipsius B G, quare quum rectangulum sit triangulum B G C, & latus B C recto subtensum angulo, duplum ipsius B G lateris alterius circa rectum, poterit G C quadrato triplum lateris B G, perpendiculi scilicet trianguli A G B.

Dico rursus, solidum triplum sub A B quadrato in A C, minus cubo ipsius A C, æquari solido sub A B quadrato & dupla ipsius A F.

Protrahatur enim C B donec iterum circumferentiam secet in H, & ducatur A H. Quoniam itaque angulus A B H exterior trianguli A B C, æquatur duobus interioribus oppositis C A B, A C B, est autem A C B tertia pars unius recti, sive semiperipheriæ, (quandoquidem in triangulo rectangulo G C B, latus C B oppositum recto, statuitur duplum lateris B G circa rectum.) & angulus B A C tertia pars est ipsius anguli B A F, seu peripheriæ B F, erit angulus A B H, sive peripheria A H tertia pars peripheriæ A H F. & quoniam triangula C H A, C G B similia sunt, erit C A ad A H, ut C B ad B G, est autem C B dupla ipsius B G quare C A ipsius A H dupla quoque erit. Secetur jam peripheria H F bifariam in L, & ducatur recta B L. erunt segmenta A H, H L, L F æqualia, igitur ex demonstrato à nobis sæpius citato Theoremate, erit ut semidiameter ad A H, id est A B ad A C, ita A H ipsius A C semissis ad B A minus B L. Quare A B quadratum minus A B in B L, æquabitur rectangulo A C in A H, id est A C quadrati semissi. Rursus ex eodem Theoremate, ut A B ad A C, ita B L ad A F minus A H, & rectangulum A B in A F minus A B in A H, æquale erit rectangulo A C in B L. & adhibita congrua metathesi in priore æqualitate, A B quadratum minus A C quadrati semisse æquabitur A B in B L. Ergo adsumpta communi altitudine B L, erit A B quadratum minus A C quadrati semisse ad A C in B L, id est ex posterioris æqualitatis analogismo, ad A B in A F minus A B in A H, ut A B ad A C. & omnibus duplatis, erit A B quadratum bis minus A C quadrato ad A B in A F bis minus A B in A H bis, ut A B ad A C. est quoque A B quadratum ad A B in A C, vel A B in A H bis, ut A B ad A C, quare similibus, si addantur similia, erit A B quadratum ter minus A C quadrato ad A B in A F bis, ut A B ad A C. Solidum ergo sub A B quadrato ter in A C, minus A C cubo, æquale erit solido sub A B quadrato in A F bis. Quod erat tertio & ultimo loco ostendendum.

Atq; hinc constat lex ab Autore ejusmodi æqualitatum constitutioni apposita: est enim A B diameter, inscriptarum maxima.

FRANCISCI VIETÆ

DE

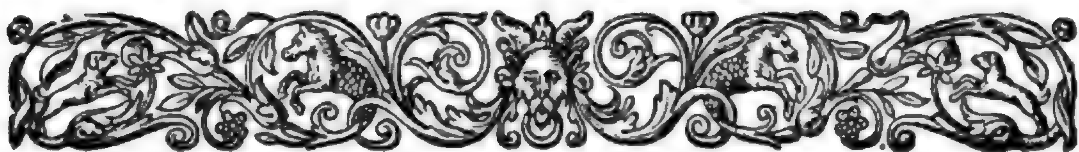
NVMEROSA POTESTATVM

PVRARUM, atque ADFECTARUM

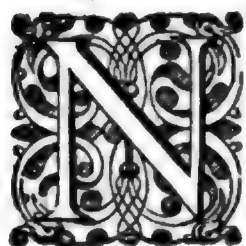
Ad Exegesin

RESOLUTIONE

TRACTATUS.



DE NUMEROSA POTESTATUM PURARUM RESOLUTIONE.



NIHIL tam naturale est, secundum Philosophos omnes, quam unumquodque resolvi eo genere quo compositum est. Purum autem quadratum, purus cubus, pura denique in quocumque magnitudinum proportionaliter scandentium gradu potestas componitur manifesto, operante Arithmetico, à tot singularibus lateribus, quot radix ipsa universalis constat numeralibus figuris in genesi, pro singularium valore distribuendis, & exprimendis.

Sit radix una numerali contenta figura 7, à qua sit componenda potestas. Ergo 7 ducetur in se, sive in sui gradum, qualem genus potestatis efflagitaverit.

Constet autem radix duabus figuris veluti 12. creatur potestas à 10, & 2.

Et si constet radix tribus figuris ut pote 124. creatur potestas ab 100 20 & 4. Et si pluribus, pluribus.

Quare resolutio quoque potestatis in tot singularia latera instituitur, quot constat radix universalis figuris numeralibus in genesi, ipsaque pro singularium valore distribuenda, & exprimenda.

Nec tamen resolutio illa uno eodemque momento perficitur, quoniam via simplicissimæ compositionis refragatur, quæ circa duo tantum est. Sed itur per subdivisiones. Id est, primum resolutio totius suscipitur in duo latera majus & majori proximum. Deinde majus & majori proximum adgregantur, & æstimantur latus unum. Et quod sequitur, latus alterum, & eo deinceps ordine.

Artificium itaque omne in his quæ sequuntur præceptis fere consistit.

1.

Primum, extrema potestatis resolvendæ figura, quæ alioqui prima est pergendo à dextra ad lævam, sedes esto unitatum metientium potestatem lateris ex singularibus extremi & minimi, & adposito puncto subtus adnotator.

2.

Succedens figura pergendo à dextra ad lævam sedes esto gradus ad potestatem paradoci primi, quod & sua N seu S, id est simplicis nota commode designator.

3.

Succedens figura paradico gradu secundo addicitor, & sua quoque Q nota designator, & ea deinceps serie, donec deveniatur ad potestatem.

V 4. Et

4.

Et ubi deventum est ad potestatem, punctum rursus adponitor symbolum unitatum metientium potestatem lateris penultimi, & rursus post punctum progrediendo in anteriora collocantor notæ suo parodicorum graduum ordine: Et ita fiat continue, donec perveniatur ad potestatem lateris ex singularibus primi & maximi.

5.

Itaque quot punctis singularium potestatum constat resolvendo numero potestas, tot figuris numeralibus radicem, de qua quæritur, constare pronunciato.

6.

Vnitates metientes primam singularem potestatem, eandemque majorem danto primum latus, idemque majus, ex communi sensu vel tabula oculis ideo exposita, quoniam potestatum, quarum latera sunt numeralis unius figuræ, negligit ars resolutionem.

7.

Lateris primi singularis gradus parodici, secundum potestatis conditionem, tantuplantor, & sede sua collocantor singuli, & subjiciuntor resolvendæ magnitudini, postquam ab ea potestas singularis prima fuerit adempta. Et quod ex adplicatione oritur, latus secundum statuitor, adplicatione inquam non omnino accurata. Nam ad ipsum quoque latus adplicationem fieri subaudiendum est. Sed ita, ut homogenea, quæ fient ex singulari illo secundo latere, suisque parodicis gradibus in latus primum, laterisque primi gradus reciprocos, æquentur magnitudini resolvendæ, aut ei demum cedant.

8.

Et si æquent, opus absolutum pronunciato. Sin cedant, & supersit aliquod punctum potestati addictum, duo jam elicita latera fungantur unius vice, & sunto tanquam primum & majus, & eadem omnino via, qua ante, pergatur ad sequentis, ut minoris & secundi, inventionem, & eo deinceps continuo ordine.

9.

Quod si dum cedunt non supersit aliquod addictum potestati punctum, argumentum est magnitudinis resolvendæ latus esse irrationale. Collecto itaque lateri adjungitur fragmentum cujus numerator est numerus è magnitudine resoluta reliquus. Divisores iidem, qui essent si aliquod punctum potestati addictum superesset resolvendum, & tale fragmentum singularium laterum summæ adjunctum, facit latus potestatis resolutæ majus vero. Et in quadratis si denominatori addatur unitas, facit latus minus vero. In divisoribus enim inest implicite latus, quod alioqui proxime esset eliciendum, ut pote producta per numerales circulos ea quæ resolvitur, potestate, & continuato opere. At illud constat necesse est intra denarii metam, alioquin rite non fuit operatum.

Quæ, ut specialius illustrentur, imprimis proponitur ad eductiones radicum una contentarum numerali figura

TABEL-

TABELLA.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	1	4	9	16	25	36	49	64	81
C	1	8	27	64	125	216	343	512	729
QQ	1	16	81	256	625	1, 296	2, 401	4, 096	6, 561
QC	1	32	243	1,024	3,125	7. 776	16,807	32.768	59 , 049
CC	1	64	729	4, 096	15,625	46, 656	117,649	262,144	531, 441
QQC	1	128	2187	16,384	78, 125	279,936	823,543	2,097,152	4. 782,969
QCC	1	256	6561	65,536	390,625	1679.616	5.764,801	16,777.216	43, 046.721
CCC	1	512	19, 683	262,144	1,953,125	10,077, 696	40.353,607	134,217, 728	387.420, 489

Deinde de singulis potestatibus singula concipiuntur Problemata.

PROBLEMA I.

E Dato in numeris quadrato puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q, æquari 2916. Quæritur quanta magnitudo sit 1 N, radix-ve propositi puri quadrati. Propositum igitur numero quadratum intelligetur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universum, de quo quæritur, constabat in genesi, seu efformatione quadrati. Ad quem figurarum numerum arguendum, propositi numero quadrati figura (dum à læva ad dextram pergitur) extrema signabitur puncto, & reliquæ (in anteriora pergendo) figuræ binæ alternæ: quoniam uno gradu scansili ad quadratum pervenitur. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadratum omne singularibus quadratis, latusve omne tot singularibus lateribus pronunciabitur, cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis. Quando autem componitur quadratum à duobus lateribus singularibus: quadratum lateris primi, plus plano à duplo lateris primi in secundum, plus quadrato lateris secundi, æquatur composito quadrato. Ideo instituetur resolutio secundum syntheticum expositum Theorema. Itaque figura puncto primo ad lævam signata; dicetur sedes unitatum metientium quadratum lateris primi, ejusdemque majoris; & succedens sedes plani sub N. ac denique extrema sedes; unitatum metientium quadratum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non ideo minus institueretur resolutio, quoniam quadratum intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ cum elicita forent fungerentur vice unius. & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere & sequente ut secundo, eoque continuo ordine.

Primi igitur quadrati latus in proposito Theoremate elicitur ex 29. qui quidem numerus non est quadratus, sed cum major sit 25 numero proxime quadrato: dicetur latus primum esse 5, si cætera consentiant. quod eventus operis statim indicabit, & una quidem figura exprimitur, sed quam sequantur (id enim subaudiendum est) tot numerales circuli quot superérunt puncta quadratica. Quando vero 25 auferentur ex 29, relinquetur 4. Vnde totus numerus residuus erit 4, 16. constans plano sub duplo lateris primi & latere secundo, plus quadrato secundi.

Latus igitur primi quadrati bis sumptum constituetur tanquam divisor sedem habens sub figura plano sub N addicta, proruptúrus in anteriora si duplatio id exigat. Duplum 5 est 10, ad quod dum adplicatur 41, facit latitudinem 4. Quod si non fecisset latitudinem aliquam intra 10, argumentum fuisset latus primum elicitum 5 fuisse minus æquo, & opus de novo inchoandum, quadratique proxime majoris latus eligendum, eaque deinceps methodo.

Porro cum ducetur 4 in 10, facit 40 duplum planum sub primo & secundo lateribus. Quadratum denique à secundo latere 4 est 16, & cum illud quadratum lateris secundi sub puncto ei addicto collocabitur, planum vero sub sede plani, uti etiam consentaneum esse adparet, quandoquidem primum latus intellectu (ut adnotatum est) comitantur numerales circuli: Ea addita facient 4, 16. numerum æqualem residuo proposito quadrato. Itaque concludetur 54 latus esse quadrati 29, 16.

Paradigma analyseos quadrati puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Quadratum resolvendum	2 9	1 6	
	·	N ·	*Sedes singularium*
	Q j	*Q ij*	*quadratorum planorumque sub lateribus*
Planum ablatitium	2 5		*Quadratum lateris primi*
Reliquum resolvendi quadrati	4	1 6	

	0 0	*Tot numerales circuli, quot puncta quadratica, laterave singularia.*
N	5 4	
Q	25 16	

I I Eductio lateris singularis secundi.

	4	1 6	
Divisor, duplum lateris primi	1	0	
Plana ablatitia	4	0	*A latere secundo in duplum latus primum*
		1 6	*Quadratum lateris secundi*
Summa planorum ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo quadrato.	4	1 6	

Itaque si 1 Q. æquetur 2,916. fit 1 N 54, ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si summa planorum non fuisset æqualis residuo, sed eo minor, argumentum esset quadrati latere asymmetri. Ideo non explicabitur, sed notam asymmetriæ exhibendo, quando 1 Q æquabit 2 & quæretur 1 N, dicetur esse $\sqrt{}$ *2.*

Sed si quæratur proxima vero radix ex 2, elicietur latus proximum vero, & est 1 & residuum adplicabitur ad duplum lateris inventi, & uti fragmentum adjicietur lateri invento. Itaque numeri 2 radix dicetur esse $1\frac{1}{2}$ *eaque major vera. Vel denominatori adjicietur unitas. Itaque dicetur radix esse* $1\frac{1}{3}$ *eaque minor vera. Media autem radix inter utramque* $1\frac{5}{12}$ *bene proxima veræ.*

Vel etiam proposito quadrato adiungentur bini numerales circuli in infinitum, & ex ita extenso eruetur radix, tanquam ex accurato numero quadrato. Vt si quæratur de latere quadrati 2.

Ex quadrato si places 2 |00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00|00 *elicietur latus* 141,421,356,237,309,505. *Itaque latus 2 dicetur adæquare proxime* $\frac{141,421,356,237,309,505}{100,000,000,000,000,000}$. *Sic latus 3 adæquat proxime* $\frac{173,205,080,756,887,720}{100,000,000,000,000,000}$.

PROBLEMA II.

E Dato in numeris cubo puro latus analytice elicere.

Proponatur 1 C, æquari 157,464. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri cubi. Propositus igitur numero cubus intelligetur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universum, de quo quæritur, constabat in genesi, seu efformatione cubi. Ad quem figurarum numerum arguendum, propositi numero cubi figura, dum à læva ad dextram pergitur, extrema signabitur puncto, & reliquæ, in anteriora pergendo, figuræ ternæ alternæ. duabus videlicet intermediis relictis, quia ab unitatibus duo sunt gradus scansiles N. Q. Cum itaque duo puncta sint, tot constare cubus omnis singularibus cubis, latusve tot singularibus lateribus pronunciabitur. Et cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis; quando autem componitur cubus à duobus lateribus singularibus: cubus lateris primi, plus solido à triplo lateris primi in quadratum secundi, plus solido à triplo quadrato lateris primi in latus secundum, plus cubo

bo lateris secundi, æquatur composito cubo. Instituetur resolutio secundum syntheticum expositum Theorema. Itaque figura puncto, quod primum ad lævam occurrit signata, dicetur sedes unitatum metientium cubum lateris primi & majoris. Figura sequens, sedes tripli solidi sub quadrato ejusdem. Figura succedens, sedes tripli solidi sub ipso latere. Ac denique extrema, sedes unitatum metientium cubum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non ideo minus institueretur resolutio, quoniam cubus intelligeretur ab initio componi tantum abs duobus illis lateribus, quæ cum elicita forent fungerentur vice unius. Et post intelligeretur componi ex illo adgregato tanquam primo latere, & sequente ut secundo, & eo in infinitum ordine. Primi igitur cubi latus in proposito themate elicietur 157, qui quidem numerus non est cubus, sed cum major sit 125 numero proxime cubo: dicetur latus primum esse 5, si cætera consentiant. Quod eventus operis statim indicabit. Et una quidem figura exprimitur, sed quam sequantur (id enim subaudiendum est) tot numerales circuli, quot supererunt puncta cubica. Quando vero 125 auferetur ex 157, relinquet 32. Unde totus numerus residuus 32, 464 constans solido sub lateris secundi quadrato & triplo primi, plus solido sub triplo quadrato primi & latere secundo inveniendo, plus cubo secundi. Triplum igitur quadratum lateris primi collocabitur sub sede gradui secundo addicta, id est à puncto cubi primi proxima. Triplum ipsum latus primum sub succedente gradui primo addicta, tanquam divisores numeri prorupturi in anteriora si res exigat. Triplum quadrati è 5 est 75, ad quod adplicatum 324, facit latitudinem 4. Itaque 4 erit latus secundum si cæteri divisores consentiant. hoc autem eventus operis statim indicabit. Quod si ita adplicatum 324 non fecisset latitudinem aliquam numeri intra 10, argumentum fuisset latus primum 5 elicitum fuisse minus æquo, & opus de novo inchoandum, cubique proxime majoris latus eligendum, eaque deinceps methodo. Porro cum ducetur 4 in 75, facit 300. triplum solidum sub quadrato lateris primi & secundo. Quadratum vero è 4 faciens 16, cum ducetur in 15 triplum lateris primi sequenti sede collocatum, facit 240. triplum solidum sub quadrato lateris secundi & primo. Cubus denique ex 4, est 64. Et cum cubus iste lateris secundi sub puncto ei addicto collocabitur; solidum vero triplum sub quadrato lateris secundi & latere primo sub nota gradus primi; solidum denique triplum sub latere secundo & quadrato lateris primi sub nota gradus secundi, ut etiam consentaneum esse adparent, quandoquidem primum latus intellectu, ut adnotatum est, comitatur numeralis circulus: Addita hæc omnia solida, facient 32, 464 numerum æqualem residuo proposito cubo. Itaque concludetur 54 latus esse cubi 157, 464.

Paradigma analyseos cubi puri.

I. Eductio lateris singularis primi.

Cubus resolvendus	157	464	
	C j	Q N C ij	*Sedes singularium cuborum & solidorum sub gradibus.*
Solidum ablatitium	125		*Cubus lateris primi.*
Reliquum resolvendi cubi	32	464	

	0	0	*Tot numerales circuli, quot puncta cubica, lateve singularia.*
N.	5	4.	
Q.	25.	16.	
C.	125.	64.	

II Eductio lateris singularis secundi.

Reliquum resolvendi cubi	32	464
Divisores { *Triplum quadratum lateris primi*	7	5
Divisores { *Triplum latus primum.*		15
Summa divisorum	7	65

Solida ablatitia	30	0	*Solidum à latere secundo in triplum quadratum lateris primi.*
	2	40	*Solidum à quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		64	*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum solidorum, æqualis residuo resolvendo cubo.	32	464	

Itaque si 1 C, æquetur 157, 464. fit 1 N 54. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si summa solidorum non fuisset æqualis residuo, sed eo minor, argumentum esset cubi latere asymmetri. Ideo non explicabitur sed notam asymmetriæ exhibendo, quando 1 C, æquabitur 2 & quæritur 1 N, dicetur esse $\sqrt{C}\,2$.

Sed si quæratur radix proxima veræ, adjungentur proposito cubo terni numerales circuli in infinitum, & ex ita extenso eruetur radix tanquam ex accurato numero cubo. Vt si quæratur de latere cubi 2. Ex cubo 2, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000. 000, 000 elicietur latus 125, 992, 104, 989. Itaque $\sqrt{C}\,2$. *dicetur adæquare proxime* $1\frac{25,992,104,989}{100,000,000,000}$ *& amplius. Sic* $\sqrt{C}\,4$. *adæquat* $1\frac{58,740,105,196}{100,000,000,000}$ *& amplius.*

PROBLEMA III.

E Dato in numeris quadrato-quadrato puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 *Q Q*, æquari 331, 776. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri quadrato-quadrati.

Propositum igitur numero quadrato-quadratum intelligitur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universale, de quo quæritur, constabat in genesi, seu efformatione quadrato-quadrati. Ad quem figurarum numerum arguendum propositi numero quadrato-quadrati, figura (dum à læva ad dextram pergitur) extrema signabitur puncto, & reliquæ in anteriora regrediundo figuræ quaternæ alternæ, tribus videlicet intermediis relictis, quia ab unitatibus ad quadrato-quadratum tres sunt scansiles gradus N, *Q*, C. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadrato-quadratum universale singularibus quadrato-quadratis, latusque similiter universale tot singularibus lateribus, pronunciabitur.

Et cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis, quando autem componitur quadrato-quadratum à duobus singularibus lateribus
Quadrato-quadratum lateris primi
Plus latere secundo in cubum quadruplum lateris primi
Plus lateris secundi quadrato in quadratum sextuplum lateris primi
Plus lateris secundi cubo in latus quadruplum primi
Plus lateris secundi quadrato quadrato,
æquatur quadrato-quadrato aggregati laterum. Instituetur resolutio secundum syntheticum illud Theorema.

Itaque figura puncto quod primum ad lævam occurrit signata, dicetur sedes unitatum metientium quadrato-quadratum lateris primi, & majoris. Figura sequens, sedes plano-plani sub cubo ejusdem lateris primi quadruplando. Succedens, sedes plano-plani sub quadrato ejusdem lateris primi sextuplando. Succedens rursus, sedes plano-plani sub ipso primo latere quadruplando. Ac denique extrema, sedes unitatum metientium quadrato-quadratum lateris secundi.

Quod si plura superfuissent puncta, non idcirco minus institueretur resolutio, quoniam quadrato quadratum intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ, cum elicita forent, fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere, , & sequente, ut secundo. Et eo in infinitum ordine.

Totam autem πραγματείαν construxisse in propositis quadratis & cubis non fuit fortassis absonum, sed eandem in ulterioribus potestatibus inculcare supervacaneum videtur, quoniam deinceps non erit negotiosum eam in paradigmatis arguere, & intueri.

Para-

Paradigma analyseos quadrato-quadrati puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Quadrato-quadratum resolvendum	33	1776		
	QQ j	CQN · QQ ij	*Sedes singularium quadrato-quadratorii & plano-planorii sub gradibus.*	
Plano-planum ablatitium.	16	*Quadrato-quadratum lateris primi.*		
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati	17	1776		

	0	0	*Tot numerales circuli quot puncta quadrato-quadratica, lateraue singularia.*
N	2.	4.	
Q.	4.	16.	
C.	8.	64.	
QQ.	16.	256.	

II Eductio lateris singularis secundi,

Reliquum resolvendi quadrato-quadrati	17	1776	
Divisores: *Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2	
Sextuplum quadratum ejusdem.		24	
Quadruplum idem latus.		8	
Summa divisorum	3	448	
Plano-plana ablatitia:	12	8	*à latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	3	84	*à quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.*
		512	*à cubo secundi in quadruplum lateris primi.*
		256	*quadrato-quadratum lateris secundi.*
Summa plano-planorum, æqualis residuo resolvendo quadrato-quadrato.	17	1776	

Itaque si 1 Q Q, æquetur 33, 1776. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si 1 Q Q, æquetur 20000. Quoniam 20000 non est quadrato-quadratus numerus accurate, latus elicietur proximum vero, adjectis quaternis numeralibus circulis in infinitum, & erit 11 $\frac{8,917}{10,000}$ latus minus vero, vel 11 $\frac{8,918}{10,000}$ latus majus vero. Medium satis propinquum 11 $\frac{3,567}{4,000}$.

PROBLEMA IV.

E dato in numeris quadrato-cubo puro latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q C, æquari 7, 962, 624. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi puri quadrato-cubi.

Propositus igitur numero quadrato-cubus intelligitur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universale, de quo quæritur, constat in genesi quadrato-cubi. Ad quem figurarum numerum arguendum, extrema numeralis figura quadrato-cubi, incipiendo à læva & ad dextram pergendo, signabitur puncto, & reliquæ in anteriora regrediundo figuræ quinæ alternæ, quatuor videlicet intermediis relictis, cum ab unitatibus ad quadrato-cubum quatuor sint gradus scansiles N, Q, C, Q Q. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadrato-cubus universalis singularibus quadrato-cubis, latusque similiter universale tot singularibus lateribus pronunciabitur.

Et cum eadem sit resolutionis via quæ compositionis, quando autem componitur quadrato-cubus à duobus singularibus lateribus:

Qua-

Quadrato-cubus lateris primi·
Plus latere secundo in quadrato-quadratum quintuplum lateris primi
Plus lateris secundi quadrato in cubum decuplum lateris primi
Plus lateris secundi cubo in quadratum decuplum lateris primi.
Plus lateris secundi quadrato-quadrato in latus primum quintuplum
Plus quadrato-cubo lateris secundi,

æquatur quadrato-cubo adgregati laterum. Instituetur resolutio secundum syntheticum illud Theorema.

Itaque figura puncto, quod primum ad lævam occurrit signata, dicetur sedes unitatum metientium quadrato-cubum lateris primi & majoris. Sequens numeralis figura, sedes plano-solidi sub quadrato-quadrato ejusdem lateris primi, quintuplandi. Succedens, plano-solidi sub cubo decuplandi. Succedens rursus, plano-solidi sub quadrato rursus decuplandi. Reliqua intermedia, plano-solidi sub ipso primo latere quintuplandi. Extrema tandem, sedes unitatum metientium quadrato-cubum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non idcirco minus institueretur resolutio, quoniam quadrato-cubus intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ cum elicita forent, fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere, & sequente ut secundo, & eo in infinitum ordine.

Paradigma analyseos quadrato-cubi puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Quadrato-cubus resolvendus	79	6 2 6 2 4
	QQC,Q.N	
	QCj	QCij
Plano-solidum ablatitium	3 2	*Quadrato-cubus lateris primi.*
Reliquum resolvendi quadrato-cubi	47	6 2 6 2 4

Sedes singularium quadrato-cuborum & plano-solidorum sub gradibus.

	0	0	*Tot numerales circuli, quot puncta quadrato-cubica, laterave singularia.*
N.	2.	4	
Q.	4.	16	
C.	8.	64	
QQ.	16.	256	
QC.	32,	1024	

II Eductio lateris singularis secundi.

Reliquum resolvendi quadrato-cubi	47	62624
Divisores { *Quintuplum quadrato-quadratum lateris primi.*	8	0
Decuplus cubus ejusdem.		80
Decuplum quadratum ejusdem.		40
Quintuplum latus primum.		10
Summa divisorum	8	8 4 1 0
Plano-solida ablatitia {	3 2	0 *à latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.*
	1 2	8 0 *à quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.*
	2	5 6 0 *à cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.*
		2 5 6 0 *à quadrato-quadrato secundi in quintuplum latus primum.*
		1 0 2 4 *quadrato-cubus lateris secundi.*
Summa plano-solidorum, æqualis residuo resolvendo quadrato-cubo.	47	62624

Itaque si 1 QC, æquetur 79, 62624. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod

Quod si 1 Q C, æquetur 200,000, quoniam 200,000, non est quadrato-cubicus numerus accurate, latus elicietur proximum vero, adscitis quinis numeralibus circulis in infinitum, & erit 11 $\frac{48,697}{100,000}$ latus minus vero. Vel 11 $\frac{48,698}{100,100}$ latus majus vero. Medium satis propinquum 11 $\frac{19,479}{40,000}$.

PROBLEMA V.

E Dato in numeris cubo-cubo puro, latus analyticè elicere.

Proponatur 1 C C, æquari 191,102,976. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi cubo-cubi puri.

Sub extrema numerali figura 6, ponatur punctum cubo-cubicum, designans unitates cubo-cubum extremum metientes. Et quia ab unitatibus ad cubo-cubum sunt quinque gradus N, Q, C, Q Q, Q C. quinque figuræ intermediæ relinquentur 7, 9, 2, 0, 1. & quæ occurrit rursus signabitur puncto. Est autem 1. Deinde Theorema geneseos expendetur, secundum quod

Cubo-cubus lateris primi
Plus latere secundo in quadrato-cubum primi SEXTVPLVM
Plus lateris secundi quadrato in quadrato-quadratum primi DECVQVINTVPLVM
Plus lateris secundi cubo in cubum primi VIGECVPLVM
Plus lateris secundi quadrato-quadrato in quadratum primi DECVQVINTVPLVM
Plus lateris secundi quadrato-cubo in latus primum SEXTVPLVM
Plus lateris secundi cubo-cubo,

æquatur cubo-cubo adgregati laterum. Et secundum Theorema illud instituetur resolutio, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos cubo-cubi puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Cubo-cubus resolvendus	191	1 0 2 9 7 6		
	CCj	QC, QQ. C, Q. N. CCij	*Sedes singulariū cubo-cuborū, & solido-solidorum sub gradibus.*	
Solido-solidum ablatitium	6 4		*Cubo-cubus lateris primi.*	
Reliquum resolvendi cubo-cubi	127	1 0 2 9 7 6		

	9	0	*Tot numerales circuli, quot puncta cubo-cubica, laterave singularia.*
N.	2.	4.	
Q.	4.	16.	
C.	8.	64.	
QQ.	16	256.	
QC.	32.	1024.	
CC.	64.	4096.	

II Eductio lateris singularis secundi.

Reliquum resolvendi cubo-cubi.		127	102976
Divisores	*Sextuplus quadrato-cubus lateris primi.*	19	2
	Decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem.	2	40
	Vigecuplus cubus ejusdem.		160
	Decuquintuplum quadratum ejusdem.		60
	Sextuplum latus primum.		12
Summa divisorum.		21	76612

Solido-solida ablatitia	76	8	*A latere secundo in sextuplum quadrato cubum lateris primi.*
	38	40	*à quadrato secundi in decuquintuplum quadrato-quadratum primi.*
	10	240	*à cubo secundi in vigecuplum cubum primi.*
	1	5360	*à quadrato-quadrato secundi in decuquintuplum quadratum primi.*
		12288	*à quadrato-cubo secundi in sextuplum latus primum.*
		4096	*cubo-cubus secundi.*
Summa solido-solidorum, æqualis residuo resolvendo cubo-cubo.	127	102976	

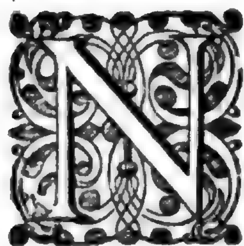
Itaque si 1 C C, æquetur 191,102976. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si 1 C C, æquetur 2,000,000. Quoniam 2,000,000 non est numerus cubo-cubus accurate, elicietur latus proximum vero, adscitis senis numeralibus circulis & erit 11 $\frac{224,175}{1,000,000}$ *latus minus vero. Vel* 11 $\frac{224,176}{1,000,000}$ *latus majus vero. Medium autem bene propinquum* 11 $\frac{448,351}{2,000,000}$.



DE

DE NVMEROSA POTESTATVM ADFECTARUM RESOLVTIONE.



Vmerosam resolutionem potestatum purarum imitatur proxime resolutio adfectarum potestatum, præsertim cum potestates adfectæ decenter præparatæ fuerint.

Tunc autem decenter præparari intelliguntur, cum parcissime fuerint adfectionibus obrutæ, iisque omnino adfirmatis, aut negatis omnino, ita tamen ut potestas adfirmata sit, non etiam ab homogenea vel homogeneis gradu insignitis avellatur, ac denique mixtim ita negatis & adfirmatis, ut non insit ambiguitas.

Adfectæ enim hujusmodi potestates, ut tandem cornicum oculi configantur, componuntur, & resolvuntur ad purarum instar, habita duntaxat datarum insuper magnitudinum, quæ cum designato gradu faciunt adficientem homogeneam, & subgraduales dicuntur, ea qua decet ratione.

Intelliguntur videlicet componi adfectæ potestates à duobus quoque lateribus, immiscentibus se subgradualibus magnitudinibus, una vel pluribus, & in eadem resolvuntur contraria compositionis via, observato coëfficientium subgradualium, sicut potestatis, & parodicorum graduum, congruente situ, ordine, lege, & progressu.

Rationemque compositionis, & de ea in artis etiam firmitudinem concipienda Theoremata, ut in potestatibus puris, edocet & præmonstrat inspectio & ἀνακεφαλαίωσις operis per Logisticen speciosam effecti, & traditum secundum eam multiplicationis præceptum.

Et laterum ex resolutione ortorum adgregatum est radix potestatis propositæ adfectæ.

Plane impossibilitatem in resolutionibus non inducit πλυπάθεια: at difficultatem parit & anxietatem, sub elatioribus præsertim parodicis gradibus.

Sciendum autem est adfectione sub elatiore gradu quamcumque potestatem posse liberari.

Adfecta item quadrato-quadrata ad quadrata per medium cuborum à radice plana reduci.

Et potestates à radice plana, vel ulterius climactica ad potestates à radice simplici revocari.

At cum de homogenea sub gradu negatur potestas, radix est anceps.

Quæ etiam amphibolia inest aliquando in potestatibus, quæ adfectionibus partim negatis & partim adfirmatis obvolvuntur, quando coëfficientes sub gradu elatiore homogeneas negatas, coëfficientibus adfirmatas præpollent.

Omnis itaque dubitatio primum tollenda est, ne sit divinationi locus potius quam arti. Neque enim de ambiguis ars certa statuitur.

Cæterum, ut in puris, sic etiam in adfectis exigimus numeros proponi integros & symmetros, non etiam fractos & asymmetros.

Minus autem resolutorio operi idoneæ ad magis idoneas arte ita revocantur, ut harum resolutione illarum resolutio obvia fiat ex nota inter ambarum radices differentia vel ratione.

His igitur præmissis ad rem accedo, ac primum ad ANALYTICA potestatum adfectarum adfirmate.

PROBLEMA I.

E dato in numeris quadrato adfecto adjunctione plani sub latere & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q + 7 N, adæquari 60, 750. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi adfecti quadrati.

Id est. Quidam numerus ductus in se & in 7, facit 60, 750. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 60, 750 quadratum non purum sed adfectum sub latere & data longitudine 7.

Ac adfectum quidem omne quadratum ad purum reduci adnotatum est. Sed ars generalis generaliter proponenda est, ne incidatur in errorem veterum Analystarum.

Quadrati autem adfirmate adfecti ordinata genesis, genesi quadrati puri, hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficientem longitudinem; deinde latus quoque secundum ducatur in eandem.

Ex adfecto igitur quadrato ut eruantur latera, sedes unitatum quadrata singularia metientium per binas alternas, ut in analysi puri quadrati, distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus collocatis.

Et quot numerantur sedes quadratorum punctave, tot laterum simpliciumve sedes, coëfficiens longitudo constituentur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur, & in ultima laterum sede, quæ prima fit dum pergitur à læva ad dextram, coëfficiens longitudo consistet. Quæ si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera singularia elicientur non aliter quam in analysi puri quadrati, nisi quod ipsa coëfficiens in divisorum numerum adscribitur.

Et elicita singularia latera ducuntur in eandem, plano quod inde fit sub sede coëfficientis desinente, & auferendo ex adfecto proposito quadrato.

Denique coëfficiens in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrati adfecti sub latere adfirmate.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo		7 ·	· ·	*sublateralis.*
	6 · *Qj*	0 N 7 · *Qij*	5 N 0 · *Qiij*	*Puncta quadratica.*
Plana ablatitia	4			*Quadratum lateris primi.*
		1 4		*Planum à latere primo in coëfficientem.*
Summa planorum ablatitiorum	4	1 4		
Reliquum resolvendi quadrati adfecti	1	9 3	5 0	

Tot puncta lateralia, quot quadratica.

	0	0	0
N.	2	4.	
Q.	4	16.	

Tot numerales circuli, quot puncta quadratica, laterave singularia.

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo*			7
Reliquum resolvendi quadrati adfecti	1	9 3	5 0
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi.*		4	
Summa divisorum		4 0	7
Plana ablatitia	1	6	
		1 6	
		1	8
Summa planorum auferenda	1	7 8	8
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		1 4	7 0

A latere secundo in duplum primi.
Quadratum lateris secundi.
A latere secundo in coëfficientem.

Jam duo elicita latera funguntur vice unius seu primi, & fit

III. Eductio lateris singularis tertii tanquam secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo*		7
Reliquum resolvendi adfecti quadrati	1 4	7 0
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris eliciti*	4	8
Summa divisorum	4	8 7
Plana ablatitia	1 4	4
		9
		2 1
Summa planorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi quadrati adfecti	1 4	7 0

A latere secundo in duplum primi.
Quadratum lateris secundi.
A latere secundo in coëfficientem.

	00	0
N	24	3
Q	576	9

Itaque si 1 Q + 7 N, æquetur 60, 750. fit 1 N 243. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coëfficientem magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadratum, aut eo saltem loci, ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est non tam adfici quadratum quam adficere, quoniam minus sit adficiente plano.

Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est.

Et quot figuris retrocedet coëfficiens, tot delebuntur quoque subtus quadratorum loca & puncta, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Vt in Quæstione.

Quidam numerus ductus in se, & in 954, facit 18, 487. In notis 954 N + 1 Q, æquatur 18, 487. Quæritur quis sit numerus ille.

18, 487 est quadratum adjunctum plano sub latere & coëfficiente 954. Majus autem est planum quadrato, ut indicat situs coëfficientis eo loci, ut cum ipsa sit è divisoribus à divi-

dividendo non possit tolli. Itaque in proxime succedentem locum devolvetur. Sed & punctum quoque quadraticum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur à divisione potius inchoandum, eo quod coëfficiens principalius dividat, quam ipsum latus quadrati. ut videre est in paradigmate.

Paradigma dum planum adfectionis majus est quadrato.

I Eductio lateris primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens longitudo	9	5 4 ·	· ·	*sublateralis. Tot puncta lateralia quot quadratica.*
Quadratum adficiens resolvendum	1 · Q	8 4 N · Q	8 7 N · Q	*Puncta quadratica.*

Quoniam 9 major est unitate, fit devolutio.

II Eductio lateris primi post devolutionem.

Coëfficiens longitudo		9 5	4 · ·	*sublateralis*
	1	8 4 · Q I	8 7 N · Q ÿ	
Plana auferenda		9 5	4	*A latere primo in coëfficientem longitudinem.*
		1		*Quadratum lateris primi.*
Summa planorum ablatitiorum		9 6	4	
Reliquum resolvendi adficientis quadrati		8 8	4 7	

Tot numerales circuli quot puncta quadratica, lateraue singularia. N: 0 1 / 0 9; Q: 1. 81.

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo*	9	5 4 ·	
Reliquum resolvendi adficientis quadrati	8 8	4 7 ·	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi*		2	
Summa divisorum.	9	7 4	
Plana ablatitia	8 5	8 6	*A latere secundo in coëfficientem.*
	1	8	*A latere secundo in duplum primi.*
		8 1	*Quadratum lateris secundi.*
Summa planorum auferenda, equalis reliquo resolvendi adficientis quadrati.	8 8	4 7	

Itaque si 954 N + 1 Q, *aequetur* 18, 487. *fit* 1 N 19. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

PROBLEMA II.

E Dato in numeris cubo adfecto adjunctione solidi sub latere & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Propo-

Proponatur 1 C + 30 N, æquari 14, 356, 197. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi adfecti cubi.

Id est, quidam numerus ductus in sui quadratum & in 30, facit 14, 356, 197. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 14, 356, 197 cubus non purus, sed adfectus adjunctione solidi sub latere & dato plano 30.

Cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens planum. Deinde in idem quoque ducatur latus secundum.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo ut eruantur latera, sedes unitatum cubos singulares metientium per ternas alternas, ut in analysi cubi puri, distinguentur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus adnotatis. Et quot numerantur sedes cuborum, punctave: tot laterum simplicium (cum coëfficiens planum sit sublaterale) constituentur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur. & in ultima simplicium sede, quæ prima fit dum tenditur à læva ad dextram, coëfficiens planum consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, protrumpent in anteriora reliquæ. Hisque ita constitutis, latera elicientur non aliter quam in analysi puri cubi, hoc addito, quod ipsum coëfficiens planum in divisorum numerum adscribitur. Et elicita singularia latera ducuntur in illud, solido quod inde fit sub sede coëfficientis ipsius desinente, & auferendo ex adfecto proposito cubo. Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti adjunctione solidi sub coëfficiente plano & latere.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum		3	0 · · ·	*sublaterale* *Tot puncta laterum simplicium quot cubica sedesve cuborum.*
Cubus adfectus resolvendus	1 4 · Cj	3 5 6 QN · Cij	1 9 7 QN · Ciij	*Puncta cubica.*
Solida imprimis auferenda	8			*Cubus lateris primi.*
		6	0	*A latere primo in coëfficiens planum.*
Summa solidorum ablatitiorum	8	0 0 6	0	
Reliquum resolvendi cubi adfecti.	6	3 5 0	1 9 7	

	0	0 0	*Tot numerales circuli*
N.	2 .	4	*quot puncta*
Q.	4 .	16	*cubica, lateraive singularia.*
C.	8 .	64	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens planum*	·		3 0 · ·
Reliquum resolvendi cubi adfecti	6	3 5 0 ·	1 9 7 ·
Divisorum pars inferior { *Triplum quadratum lateris primi.*	1	2	
Triplum latus primum		6	

Summa

Summa divisorum	1	260	30	
Solida ablatitia	4	8		*à latere secundo in quadratum triplum lateris primi.*
		96		*à quadrato lateris secundi in triplum lateris primi.*
		64		*Cubus lateris secundi.*
		1	20	*à latere secundo in coëfficiens planum.*
Summa solidorum auferenda	5	825	20	
Reliquum resolvendi cubi adfecti		524	997	

Iam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii, ut secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens planum.*		30	
Reliquum resolvendi cubi adfecti	524	997	
Divisorum pars inferior { *Triplum quadratum lateris primi.*	172	8	
Triplum latus primum.		72	
Summa divisorum	173	550	
Solida ablatitia	518	4	*à latere secundo in quadratum triplum lateris primi.*
	6	48	*à quadrato lateris secundi in triplum lateris primi.*
		27	*Cubus lateris secundi.*
		90	*à latere secundo in coëfficiens planũ.*
Summa solidorum auferenda, aequalis residuo resolvendo cubo adfecto.	524	997	

	00 0
N	24 3.
Q	576.9.
C	27.

Itaque si 1 C + 30 N, aequetur 14, 356, 197. fit 1 N 243. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coëfficientem subgradualem magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum cubum, aut eo saltem loci ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est non tam cubum adfici quam adficere, quoniam minor sit adficiente solido. Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est, & quot figuris retrocedet illa, tot delebuntur quoque subtus cuborum loca & puncta, à quibus alioqui ducendum fuerit operis initium, ut in quaestione,

Quidam numerus ductus in sui quadratum, & in 95, 400, facit 1, 819, 459. In notis 95, 400 N + 1 C, aequantur 1,819,459. Quaeritur quis sit numerus ille.

1,819,459 est cubus adjunctus solido sub latere & 95, 400 dato plano. Majus autem est solidum cubo ut indicat situs coëfficientis eo loci, ut cum ipsa sit è divisoribus, à suo dividendo non possit tolli. Itaque in proxime succedentem locum devolvitur. sed & punctum quoque cubicum, quod ad laevam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur. à divisione potius inchoandum, quàm radicis eductione, cum coëfficiens principalius dividat, quam ipsius lateris cubus, laterisve quadratum. Vt videre est in paradigmate.

Para-

Paradigma cum solidum adfectionis sub latere majus est cubo.

I Eductio lateris primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens planum	9	540	0 . . .	*sublaterale. Tot puncta simplicium laterum quot cubica, sedesve cuborum.*
Cubus adficiens resolvendus	1 . Cj	819 QN . Cij	459 QN . Ciij	*puncta cubica.*

Quoniam 9 major est unitate, fit devolutio.

II Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens planum principalius dividens	954	00 . .	
Cubus adficiens resolvendus	1819 . Cj	459 QN . . Cij	
Solida ablatitia	954	00	*A latere primo in coëfficiens planum.*
	1		*Cubus lateris primi.*
Summa solidorum ablatitiorum	955		
Cubi adfecti resolvendi reliquum	864	459	

	00
N	19
Q	181
C	1729

III Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior. Coëfficiens planum	95	400 .	
Cubi adfecti resolvendi reliquum	864 .	459 .	
Divisorum pars inferior. Triplum quadratum lateris primi.		3	
Triplum latus primum.		3	
Summa divisorum	95	730	
Solida ablatitia	858	600	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
	2	7	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	2	43	*A lateris secundi quadrato in triplum latus primum.*
		729	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum, æqualis residuo resolvendo adficiente cubo.	864	459	

Itaque si 95, 400 N + 1 C, *æquentur* 1, 819, 459. *fit* 1 N 19. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

Problema III.

E Dato in numeris cubo adfecto adjunctione solidi sub lateris quadrato & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 C + 30 Q, æquari 86,220,288. Quæritur quanta magnitudo sit 1 N, radixve propositi adfecti cubi: id est quadratum cujusdam numeri ductum in latus & in 30, facit 86, 220, 288. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 86, 220, 288 cubus non purus, sed adfectus adjunctione solidi sub lateris quadrato & data coëfficiente longitudine 30. Cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi cubi puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi quadratum ducatur in coëfficientem longitudinem. Deinde latus secundum ducatur in duplum rectangulum sub latere primo & coëfficiente longitudine. Lateris denique ejusdem secundi quadratum in ipsam quoque coëfficientem longitudinem.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo, ut eruantur latera, sedes unitatum singulares cubos metientium constituentur solita arte, punctis subtus collocatis designandæ; & quot numerantur sedes cuborum, punctave, tot quadratorum sedes per binas videlicet alternas figuras (cum sit coëfficiens subquadratica) collocabuntur desuper. Et in ultima quadratorum sede, quæ alioqui prima sit dum tenditur à læva ad dextram, ipsa consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

His ita constitutis, latera non secus elicientur quam in analysi cubi puri, hoc addito, quod ipsa coëfficiens è divisorum numero est, ac insuper, post eductionem lateris singularis primi, planum sub coëfficiente & duplo singularis lateris primi, eam sedem occupaturum, quæ in anteriora proxima est à puncto in quo coëfficiens consistit. Vocetur autem planum expletionis, congruensve scansorium. Et elicitorum laterum quadrata quidem ducuntur in ipsam coëfficientem, ipsa vero latera in planum expletionis, solidis quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & auferendis cum solidis reliquis ex proposito adfecto cubo.

Coëfficiens denique in succedentia quadratorum loca, plano suæ expletionis semper præeunte, ordine subjicitur, cum subtus diuisores quoque movebuntur reliqui. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti adjunctione solidi sub coëfficiente longitudine & lateris quadrato.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo		3 0		*subquadratica.*
		·	· ·	*Tot sedes punctorum quadratorum, quot cuborum.* { 0 0 0 / N 4 3 / Q 16 9 / C 64 27 } *Tot numerales circuli quot puncta cubica.*
Cubus adfectus resolvendus	8 6	2 2 0	2 8 8	
	·	*QN* .	*QN* ·	
	Cj	Cij	Ciij	
Solida ablatitia {	6 4			*Cubus lateris primi.*
	4	8 0		*Solidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.*
Summa solidorum ablatitiorum	6 8	8 0		
Reliquum resolvendi cubi adfecti	1 7	4 2 0	2 8 8	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior {	*Planum expletionis, à coëfficiente in duplum lateris primi.*	2 4 0	
	Coëfficiens longitudo.	3	0
			· ·

Cubi

Cubi adfecti reliquum resolvendi	17	420	288	
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	4	8		
Triplum latus primum.		12		
Summa divisorum	5	163		
Solida ablatitia facta à divisoribus — *inferioribus & præcipuis*	14	4		*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	1	08		*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		27		*Cubus lateris secundi.*
superioribus		720		*Solidum à latere secundo in planum expletionis.*
		27	0	*A quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem.*
Summa solidorum auferenda	16	254	0	
Reliquum resolvendi cubi adfecti	1	166	288	

Iam duo elicita latera funguntur vice unius seu primi, & fit

III. Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

	00	0
N	43	2
Q	1849	4
C		8

Divisorum pars superior — *Planum expletionis, à coefficiente in duplum lateris primi.*		25	80	
Coefficiens longitudo			30	
Cubi adfecti resolvendi reliquum	1	166	288	
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*		554	7	
Triplum latus primum.		1	29	
Summa divisorum		581	810	
Solida ablatitia facta à divisoribus — *inferioribus*	1	109	4	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
		5	16	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
			8	*Cubus lateris secundi.*
superioribus		51	60	*A latere secundo in planum expletionis.*
			120	*A quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa solidorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi cubi adfecti.	1	166	288	

Itaque si 1 C + 30 Q, æquetur 86,220,288. fit 1 N 432. Ex retrograda quæ omnino observata cernitur compositionis via.

Interdum accidit coëfficientem sub gradu magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum cubum, aut eo saltem loci, ut cum ipsa sit è divisoribus, ab adfecto cubo auferri non possit. Quod argumentum est cubum non tam adfici, quam adficere, quoniam minor sit adficiente solido. Coëfficiens itaque ad succedentia quadratorum loca, seu puncta quadratica desuper adnotata ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua magis consentaneum est, ut opus tunc inchoetur, lege homogeneorum bene observata. Et quot punctis retrocedet coëfficiens subgradualis, tot delebuntur subtus puncta cubica, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Vt in quæstione,

Quadratum numeri cujusdam ductum in latus & in 10,000, facit 57,732,824. In notis 10,000 N + 1 C, æquatur 57,732,824. Quæritur quis sit numerus ille.

Numerus 57,732,824 est cubus adjunctus solido sub lateris quadrato & data longitudine 10,000. Majus autem est solidum cubo, ut indicat situs coëfficientis longitudinis, qua quidem prorumpit in anteriora. Itaque devolvenda est in proxime succedens quadraticum punctum. Sed & punctum quoque cubicum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur, à divisione magis inchoandum quàm à radicis eductione, ita tamen ut cum solidum dividatur per longitudinem, quod inde oritur non intelligatur radix ipsa, sed radicis quadratum. Illud enim est legi homogeneorum attendisse. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma cum solidum adfectionis sub quadrato majus est cubo.

I. Eductio lateris singularis primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens longitudo	1 0 0	0 0		*subquadratica.*
		·	· ·	*Puncta quadratica.*
Cubus adficiens resolvendus	5	7 7 3	8 2 4	
	·	Q N ·	Q N ·	
	Cj	Cij	Ciij	*Puncta cubica.*

Quoniam prorumpit coëfficiens subquadratica longitudo extra figuras adficientis cubi, ideo fit devolutio in sequens quadraticum punctum, deleto quoque puncto cubico.

II Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coefficiens longitudo	1	0 0 0	0	
			· ·	
Cubus adficiens resolvendus	5	7 7 3	8 2 4	
		·	Q N ·	
		Cj	Cij	
Solida ablatitia	4	0 0 0	0	*A quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.*
		8		*Cubus lateris primi.*
Summa solidorum ablatitiorum	4	0 0 8	0	
Reliquum resolvendi adficientis cubi	1	7 6 5	8 2 4	

	0		0
N	2		4
Q	4	*Parabola,*	16
C	8		64

III Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior, eaque præcipua	*Planum expletionis, à coëfficiente in duplũ lateris primi*	4 0 0	0 0
	Coefficiens longitudo.	1 0	0 0 0
			·

Cubi

Cubi adficientis resolvendi reliquum	1	7 6 5	8 2 4	
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*		1	2	
Triplum latus primum.			6	
Summa divisorum		4 1 1	1 6 0	
Solida ablatitia facta à divisoribus — *superioribus*	1	6 0 0	0 0	*A latere secundo in planum expletionis.*
		1 6 0	0 0 0	*A quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem.*
inferioribus		4	8	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
			9 6	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
			6 4	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi adficientis cubi.	1	7 6 5	8 2 4	

Itaque si 10,000 Q. + 1 C, aequetur 5,773, 824. fit 1 N 24. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA IV.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto adjunctione plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, latus analytice elicere.

Quamquam quadrato-quadrata adfecta possint per medium adfectorum cuborum à radice plana reduci ad quadrata adfecta, ut adnotatum est; tamen interdum ipsa quadrato-quadrati adfecti resolutio non minus impendiosa est. Nam raro contigit radicem planam cuborum esse rationalem. Sed & cubi dupliciter adficiuntur, cum quadrato-quadrata simpliciter adfecta sunt.

Proponatur igitur 1 Q Q + 1, 000 N, aequari 355,776. Quaeritur quanta sit 1 N, radixve propositi adfecti quadrato-quadrati.

Id est, quidam numerus ductus in sui cubum & in 1,000, facit 355,776. Quaeritur quis sit numerus ille.

Est 355, 776 quadrato-quadratum non purum, sed adfectum adjunctione plano-plani sub latere quadrato-quadrati, & dato 1,000 solido. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut latus singulare quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens solidum. Deinde latus quoque secundum ducatur in illud ipsum.

Ex adfecto hujusmodi quadrato-quadrato ut eruantur latera, sedes unitatum quadrato-quadrata singularia metientium, per quaternas, ut in analysi quadrato-quadrati puri, distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad laevam subtus adnotatis. Et quot numerantur sedes quadrato-quadratorum, punctave, tot laterum simplicium sedes, cum coëfficiens solidum sit sublaterale, constituuntur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur, & in ultima eorum sede, quae prima sit dum tenditur à laeva ad dextram, ipsum coëfficiens solidum consistat. Unde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquae.

Hisque ita constitutis, latera elicientur non aliter quam in analysi quadrato-quadrati puri, hoc addito, quod ipsum coëfficiens solidum in divisorum numerum adscribitur.

Et elicita singularia latera ducuntur in illud ipsum, plano-plano quod inde fit sub sede ejusdem coëfficientis solidi desinente, & auferendae ex adfecto proposito quadrato-quadrato.

Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati adfecti sub latere.

I. Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens solidum	1	0 0 0	*sublaterale*
		· ·	*Tot puncta simplicium laterum, quot*
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum	3 5	5 7 7 6	*sedes punctave quad. quadratorum.*
	·	C QN ·	
	QQj	QQij	*Puncta quadrato-quadratica.*
Plano-plana ablatitia	1 6		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
	2	0 0 0	*A latere primo in coëfficiens solidum.*
Summa planoplanorum ablatitiorum.	1 8	0 0 0	
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati adfecti	1 7	5 7 7 6	

	0	0	*Tot numerales circuli*
N	2	4	*quot puncta*
Q	4	16	*quadrato-*
	8	64	*quadratica.*
	16	256	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior — *coëfficiens solidum.*		1 0 0 0	
Quadrato-quadrati adfecti resolvendi reliquum.	1 7	5 7 7 6	
Divisorum pars inferior — *Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2	
Sextuplum quadratum ejusdem.		2 4	
Quadruplum latus primum.		8	
Summa divisorum	3	5 4 8 0	
Plano-plana ablatitia	1 2	8	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	3	8 4	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
		5 1 2	*A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.*
		2 5 6	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
		4 0 0 0	*A latere secundo in coefficiens solidum.*
Summa plano-planorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	1 7	5 7 7 6	

Itaque si 1 QQ + 1,000 N, aequetur 355,776 fit 1 N 24. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coëfficientem subgradualem magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadrato-quadratum, aut eo loci saltem, ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est quadrato-quadratum non tam adfici, quam adficere, quoniam minus sit adficiente plano-plano. Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est. Et quot punctis retrocedet coëfficiens, tot delebuntur subtus quadrato-quadratorum loca, punctave, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Sed & si ultra adfe-

adfectam poteſtatem non producatur coëfficiens ſubgradualis longitudo, tamen quod oritur ex diviſione per coëfficientem minus eſt lateris quod primum elicitur poteſtate; homogeneum adfectionis majus eſt poteſtate, & diviſor præcipuus eſt coëfficiens ſubgradualis.

Quidam numerus ductus in ſui cubum & in 100, 000, facit 2, 731, 776.

In notis 100, 000 N + 1 Q Q, æquantur 2, 731, 776. Quæritur quis ſit numerus ille.

2, 731, 776 eſt quadrato-quadratum adjunctum plano-plano ſub latere, & dato ſolido 100, 000. Majus autem eſt plano-planum quadrato-quadrato, quoniam eo loci ſitum eſt ſolidum, ut eo dividente oriatur 2. At quadrato-quadrati ultimi limes conſiſtit in 273. ex quo latus eliciendum eſſet 4. Itaque in iſto caſu & ſimilibus, à diviſione quoque potius eſt inchoandum, cum principalius dividat coëfficiens ſubgradualis magnitudo, quàm ipſum latus quadrato-quadrati. Vt videre eſt in paradigmate.

Paradigma cum plano-planum maius eſt quadrato-quadrato.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens ſolidum	1 0 0	0 0 0 · ·	*ſublaterale. Tot puncta ſimplicia, quot quadrato-quadratica.*
Quadrato-quadratum adficiens reſolvendum.	2 7 3 · QQj	1 7 7 6 C Q N· QQij	*Puncta quadrato-quadratica.*
Plano ablatitia	2 0 0	0 0 0	*A latere primo in coëfficiens ſolidum.*
	1 6		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	2 1 6	0 0 0	
Reliquum reſolvendi adficientis quadrato-quadrati.	5 7	1 7 7 6	

	0	0
N.	2.	4
Q.	4.	16
C.	8.	64
QQ.	16.	256

Tot numerales circuli, quot puncta quadrato-quadratica, laterave ſingularia.

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior	*Coëfficiens ſolidum*	1 0	0 0 0 0 ·
Quadrato-quadrati reſolvendi reliquum.		5 7	1 7 7 6 ·
Diviſorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2
	Sextuplum quadratum ejuſdem.		2 4
	Quadruplum latus primum.		8
Summa diviſorum		1 3	4 4 8 0

Plano-plana ablatitia	4 0	0 0 0 0	*A latere ſecundo in coëfficiens ſolidum.*
	1 2	8	*A latere ſecundo in quadruplum cubum primi.*
	3	8 4	*A quadrato ſecundi in ſextuplum quadratum primi.*
		5 1 2	*A cubo lateris ſecundi in quadruplum primi.*
		2 5 6	*Quadrato-quadratum lateris ſecundi.*
Summa plano-planorum auferenda, æqualis reliquo reſolvendi adficientis quadrato-quadrati.	5 7	1 7 7 6	

Itaque ſi 100, 000 N + 1 Q Q, æquentur 2, 731, 776. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino obſervata cernitur, compoſitionis via.

PROBLEMA V.

E dato in numeris quadrato-quadrato, adfecto adjunctione plano-plani ſub lateris cubo, & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 QQ + 10 C, æquari 470, 016. Quæritur quanta ſit magnitudo 1 N, radixve propoſiti adfecti quadrato-quadrati. Id eſt, cubus cujuſdam numeri ductus in ſui radicem & in 10, facit 470, 016, Quæritur quis ſit numerus ille.

Eſt 470, 016 quadrato-quadratum non purum, ſed adfectum adjunctione plano-plani ſub lateris cubo, & data coëfficiente longitudine 10. Quadrato-quadrati autem hujuſmodi adfecti ordinata geneſis, geneſi quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut lateris ſingularis primi cubus ducatur in coëfficientem longitudinem, deinde latus ſecundum ducatur in ſolidum, ſub triplo quadrato lateris primi & coëfficiente. Lateris ſecundi quadratum in planum ſub triplo lateris primi & coëfficiente longitudine longitudine. Lateris denique ejuſdem ſecundi cubus in ipſam quoque coëfficientem longitudinem.

Ex adfecto igitur hujuſmodi quadrato-quadrato, ut eruantur latera, ſedes unitatum ſingularia quadrato-quadrata metientium conſtituentur ſolita arte, punctis ſubtus collocatis deſignandæ. Et quot numerantur ſedes quadrato-quadratorum, punctave, tot cuborum ſedes per ternas videlicet alternas figuras (cum ſit coëfficiens longitudo ſubcubica) collocabuntur deſuper. Et in ultima cuborum ſede, quæ alioqui prima ſit dum tenditur à læva ad dextram, ipſa conſiſter. Vnde ſi conſtet pluribus figuris, quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

His ita conſtitutis, latera non ſecus elicientur, quam in analyſi quadrato-quadrati puri, hoc addito, quod ipſa coëfficiens è diviſorum numero eſt, ac inſuper, poſt eductionem lateris ſingularis primi, magnitudines expletionum, ſcanſoriave congruentia. Planum videlicet ſub coëfficiente & triplo latere primo, & ſolidum ſub eadem coëfficiente & triplo lateris primi quadrato. Illud eam ſedem occupaturum, quæ in anteriora proxima eſt à puncto, in quo ipſa coëfficiens longitudo conſiſtit. hoc eſt, eam quæ in anteriora proxima eſt à puncto in quo deſinit planum prædictum. Et elicitorum laterum cubi ducuntur in ipſam quidem coëfficientem longitudinem, quadrata in planum expletionis, ipſa vero latera in ſolidum expletionis. Plano-planis quæ inde fiunt, ſub congrua ſede, qualem ratio multiplicationis exigit, deſinentibus, & auferendis, cum plano-planis reliquis, ex propoſito adfecto quadrato-quadrato. Coëfficiens denique in ſuccedentia cuborum loca plano ſuæ expletionis, & ſolido præeunte ordine ſubjicitur, cum ſubtus diviſores quoque movebuntur reliqui. Vt videre eſt in paradigmate.

Paradigma analyſeos quadrato-quadrati, adfecti adjunctione plano-plani ſub coëfficiente longitudine, & lateris cubo.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens longitudo.	1	0	*ſubcubica*
		·	*Tot ſedes punctave cuborum, quot quadrato-quadratorum.*
Quadrato-quadratum adfectum reſolvendum.	4 7	0 0 1 6	0 0 *Tot numerales circuli, quot puncta quadrato-quadratica.*
	·	C Q N ·	N. 2. 4; Q. 4. 16; C. 8. 64; QQ 16. 256
	QQj	QQij	
Plano-plana inprimis auferenda.	1 6		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
	8	0	*Plano-planum à lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	2 4	0	
Reliquum reſolvendi adfecti quadrato-quadrati	2 3	0 0 1 6	

II. Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior: *Solidum expletionis à coëfficiente longitudine in triplum quadratum lateris primi.*	1 | 2 0	
Planum expletionis à coëfficiente longitudine in triplum latus primum.	6 0	
Coëfficiens longitudo.	1 0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	2 3 | 0 0 1 6	
Divisorum pars inferior ac præcipua: *Quadruplus cubus lateris primi.*	3 | 2	
Sextuplum quadratum lateris primi.	| 2 4	
Quadruplum latus primum.	8	
Summa divisorum	4 | 7 0 9 0	
Plano-plana facta à divisoribus inferioribus	1 2 | 8	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	3 | 8 4	*A quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.*
	| 5 1 2	*A cubo secundi in quadruplum latus primum.*
	2 5 6	*Quadrato-quadratum secundi.*
Plano-plana facta à divisoribus superioribus	4 | 8 0	*A latere secundo in solidum expletionis.*
	| 9 6 0	*A quadrato secundi in planum expletionis.*
	6 4 0	*A cubo secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum auferenda, æqualis residuo resolvendo quadrato-quadrato.	2 3 | 0 0 1 6	

Itaque si 1 QQ + 10 C, æquentur 470,016. fit 1 N 24. Ex retrogradâ, quæ omnino observata teritur, compositionis via.

PROBLEMA VI.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto adjunctione duplicis plano plani, unius sub latere & dato coëfficiente solido, alterius sub lateris quadrato & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Quadratum cujusdam numeri ductum in ipsum quadratum & in 200, facit 446,976. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 QQ + 200 Q. æquatur 446, 976, & fit 1 N unitatum quot?

Tale non indiget particulari explicatione Problema. Quoniam si 1 QQ + 200 Q. æquatur 446, 976. Igitur 1 Q + 200 N, æquabitur 446, 976. Et intelligetur 1 N quadratum lateris, de quo primum quærebatur.

At cum adfectioni plano-plani sub quadrato lateris, & dato coëfficiente plano, permiscetur adfectio plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, opus est particulari analysi, ut in Thesi.

Quidam numerus ductus in sui cubum & in 100, addito facto sui quadrati in 200, facit 449, 376. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 Q Q + 200 Q + 100 N, æquatur 449,376. Et fit 1 N unitatum quot?

Est 449,376 quadrato-quadratum adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius sub latere ipsius quadrato-quadrati & dato solido 100, alterius sub quadrato ipsius lateris & dato plano 200. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut latus singulare quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens solidum; lateris vero ejusdem primi quadratum in coëfficiens planum. Deinde latus secundum ducatur in solidum sub duplo lateris primi & coëfficiente plano; lateris vero secundi quadratum in ipsum coëfficiens planum; latus quoque idem secundum ducatur in coëfficiens solidum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-quadrato ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-quadratorum distinguuntur solita arte punctis subtus collocatis designandæ. Et quot numerantur sedes quadrato quadratorum, punctave, tot in primis sedes laterum simplicium, per singulas figuras constituuntur desuper. Tot deinde sedes quadratorum per binas videlicet alternas. & in ultima quidem laterum sede coëfficiens solidum, quod quidem sublaterale est, consistet. In ultima vero quadratorum sede coëfficiens planum, quod quidem est subquadraticum.

Latera non secus eliciuntur quam in analysi quadrato-quadratorum purorum, nisi quod ipsæ coëfficientes magnitudines è divisorum numero sunt. Ac insuper post eductionem lateris singularis primi, solidum expletionis, quod fit videlicet à coëfficiente plano in duplum lateris singularis primi, sedem occupans in anteriora, proximam à puncto, in quo coëfficiens ipsum planum consistit.

Et elicitorum laterum quadrata quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum. Longitudines vero in coëfficiens solidum, & insuper in solidum expletionis: plano-planis quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus & auferendis, cum plano-planis reliquis, ex adfecto proposito quadrato-quadrato. Coëfficiens denique planum, ipsumque subquadraticum ad succedentia quadratorum loca, solido suo expletionis semper præeunte, & coëfficiens solidum, ipsumque sublaterale, ad succedentia simplicium ordine devehetur, cum inferiores quoque divisores movebuntur reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati adfecti tam sub latere quam quadrato.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum.		2	0	0			*subquadraticum.*
				·		·	*Tot puncta quadratica, quot quadrato-quadratica.*
Coëfficiens solidum.			1	0	0		*sublaterale*
					·	·	*Tot puncta simplicium laterum, quot quadrato-quadratica*
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	4	4	9	3	7	6	
		·	C	Q	N	·	*Puncta quadrato-quadratica.*
	QQi				*QQii*		
Plano-plana ablatitia	1	6					*Quadrato-quadratum lateris primi.*
		8	0	0			*A quadrato lateris primi in coëfficiens planum.*
			2	0	0		*A latere primo in coëfficiens solidum.*
Summa planorum ablatitiorum	2	4	2	0	0		
Reliquum quadrato-quadrati adfecti resolvendi.	2	0	7	3	7	6	

	0	0	*Tot numerales circuli, quot puncta quadrato quadratica.*
N	2	4	
Q	4	16	
C	8	64	
QQ	16	256	

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior — *Solidum expletionis à coëfficiente plano in duplum lateris primi.*		8 0 0	
Coëfficiens planum.		2 0 0	
Coëfficiens solidum.		1 0 0	
Reliquum quadrato-quadrati adfecti resolvendi.	2 0	7 3 7 6	
Divisorum pars inferior — *Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2	
Sextuplum quadratum ejusdem.		2 4	
Quadruplum latus primum.		8	
Summa omnium divisorum.	4	2 7 8 0	
Plano-plana facta à divisoribus — *inferioribus*	1 2	8	*A latere secundo in quadruplum cubum primi.*
	3	8 4	*A lateris secundi quadrato in quadratum sextuplum primi.*
		5 1 2	*A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.*
		2 5 6	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
superioribus	3	2 0 0	*A latere secundo in solidum expletionis.*
		3 2 0 0	*A quadrato lateris secundi in coëfficiens planum.*
		4 0 0	*A latere secundo in coëfficiens solidum.*
Summa plano-planorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi quadrato-quadrati adfecti	2 0	7 3 7 6	

Itaque si 1 Q Q + 200 Q + 100 N, *aequetur* 449,376 *fit* 1 N 24. *Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.*

Quod si contingat adfectionum plano-plana quadrato-quadrato ipso esse majora, coëfficientes magnitudines principalius divident, & eadem prorsus ratio observabitur, quae in reliquis potestatibus ante est exposita, ut nihil opus sit verbosius eam tradere, & exemplis ostentare.

Caeterum ex his adparet quo consilio fuerit proposita analysis simplex puri quadrato-quadrati. Etsi enim solebat negligi ab Arithmeticis, quia illud tanquam quadratum resolvebant, & ex latere ut quadrato rursus latus eliciebant, at via ista resolutionis ad adfecta quadrato-quadrata inepta est. Sic in cubo-cubis & ulterioribus reliquis magnitudinibus per pares numeros in ordine climacticarum adscendentibus deveniendum semper est ad simplicissimam analysin, quando adfectae sunt.

De quadrato-quadratis porro adfectis sub cubo praecepta tradere parum refert, quoniam ea adfectio potest tolli.

PROBLEMA VII.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto adjunctione plano-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-plano, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-quadratum & in 500, facit 254, 832. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 Q C + 500 N, æquatur 254, 832 & fit 1 N unitatum quot?

Est 254, 832 quadrato-cubus adfectus adjunctione plano-solidi sub latere quadrato-cubi, & dato plano-plano. Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur ducatur in coëfficiens plano-planum: deinde latus quoque secundum ducatur in idem ipsum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo ut eruantur latera, sedes quadrato-cuborum, ut in analysi quadrato-cubi puri, per quinas alternas distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus collocatis.

Et quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave, tot laterum simplicium sedes constituentur per singulas figuras superne adscitis etiam punctis, & in ultima simplicium sede coëfficiens plano-planum, quod quidem sublaterale est, consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera non aliter eliciuntur quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsum coëfficiens plano-planum è divisorum numero est, & elicita singularia latera ducuntur in illud, plano-solido, quod inde fit, sub sede ipsius coëfficientis desinente, & auferendo ex adfecto proposito quadrato-cubo.

Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subjicitur, cum inferiores quoque divisores moventur reliqui. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub latere.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens plano-planum			5	0	0		*sublaterale.*
					·	·	*Tot puncta simplicium laterum, quot quadrato-cubica.*
Quadrato-cubus adfectus resolvendus.	2 ·	5	4	8	3	2	
	·	$Q$$Q$C		Q	N	·	*Puncta quadrato-cubica.*
	QCj					QCij	
Plano-solida ablatitia	1						*Quadrato-cubus lateris primi.*
			5	0	0		*A latere primo in coëfficiens plano-planum.*
Summa plano-solidorum ablatitiorum.	1	0	5	0	0		
Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi.	1	4	9	8	3	2	

	0	0	*Tot numerales circuli, quos puncta quadrato-cubica.*
N	1	2	
Q	1	4	
C	1	8	
$Q$$Q$	1	16	
QC	1	32	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens plano-planum.*		5	0	0
			·	

Reliquum

Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi	1	4	9	8	3	2	
Divisorum pars inferior & præcipua — *Quintuplum quadrato-quadratum lateris primi.*		5					
Decuplus cubus ejusdem.		1	0				
Decuplum quadratum ejusdem.			1	0			
Quintuplum latus primum.					5		
Summa divisorum omnium		6	1	5	5	0	
Plano-solida ablatitia facta à divisoribus — *inferioribus*	1	0					*A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.*
		4	0				*A quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.*
			8	0			*A cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.*
				8	0		*A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplũ latus primũ.*
					3	2	*Quadrato cubus lateris secundi.*
superiore			1	0	0	0	*A latere secundo in coëfficiens plano-planum.*
Summa plano-solidorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	4	9	8	3	2	

Itaque si 1 QC + 500 N, æquatur 254,832. fit 1 N 12. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si contingat coëfficientem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadrato-cubum, aut eum situm tenere, ut non possit à quadrato-cubo auferri, devolvetur ea in sequentia sibi addicta puncta, & quot punctis retrocedet, tot delebuntur subtus puncta quadrato-cubica. Neque res videtur novo indigere exemplo, si bene examinentur ea quæ in reliquis inferioribus superius sunt exposita. quoniam methodus generalis est ad potestates quascumque, quam ante adnotavimus, nosque etiam de industria, quo id magis conspicuum fiat, tradidimus præcepta eadem fere verborum textura & conceptione.

Sic de quadrato-cubis adfectis adjunctione quadratorum non damus Problema. Coëfficiens enim, suo præeunte expletionis solido, non aliter se geret, quàm ostensum est in tertio & quinto Problematis.

PROBLEMA VIII.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto adjunctione plano-solidi sub lateris cubo & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Cubus cujusdam numeri ductus in sui quadratum & in 5, facit 257, 472.

In notis 1 Q C + 5 C, æquatur 257, 472. Quæritur quis sit numerus ille.

257, 472 est quadrato-cubus adfectus adjunctione plano-solidi sub cubo lateris quadrato-cubi & dato plano.

Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-cubi puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi cubus ducatur in coëfficiens planum. Deinde latus secundum ducatur in plano-planum sub coëfficiente plano & triplo quadrato lateris primi. Lateris vero ejusdem secundi quadratum in solidum sub coëfficiente plano & triplo lateris primi. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsum quoque coëfficiens planum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo, ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-cuborum distinguuntur solita arte à punctis subtus collocatis designandæ.

Et quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave, tot cuborum sedes, per ternas videlicet alternas figuras, constituuntur desuper, adscitis etiam punctis, & in ultima cuborum sede coëfficiens planum, quod quidem subcubicum est, consistit. Vnde si constet pluribus figuris, proturnpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera non secus eliciuntur quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsum coëfficiens planum è divisorum numero est, ac insuper, post eductionem lateris singularis primi, solidum expletionis, quod fit videlicet sub ipso coëfficiente plano & triplo lateris ejusdem primi, ac denique plano-planum expletionis, quod fit videlicet sub ipso coëfficiente plano & triplo quadrato ejusdem lateris. Illud sedem occupans laterum simplicium, hoc quadratorum post ipsum coëfficiens planum inter puncta cubica desuper adfixa.

Et eliciendorum laterum cubi quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum, quadrata in solidum sub eo plano coëfficiente & lateris primi triplo, longitudines vero in plano-planum quod sub eodem plano coëfficiente fit & triplo primi quadrato: plano-solidis quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis arguit, desinentibus, & auferendis una cum plano-solidis reliquis ex adfecto proposito quadrato-cubo. Coëfficiens denique una cum suis scansoriis solido & plano-plano, iisque præeuntibus, ad succedentia cuborum loca ordine devehitur, quoties subtus moventur quoque divisores reliqui. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum			5 ·			·	*subcubicum.* *Tot puncta cubica quot quadrato-cubica.*
Quadrato-cubus adfectus resolvendus	2 · QCj	5 QQ	7 C	4 Q	7 N	2 · QCij	*Puncta quadrato-cubica.*
Plano-solida ablatitia	1						*Quadrato-cubus lateris primi.*
			5				*A cubo lateris primi in coëfficiens planum.*
Summa plano-solidorum ablatitiorum	1	0	5				
Reliquum resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	5	2	4	7	2	

	0	0	*Tot numerales circuli,*
N	1	2	*quot puncta*
Q	1	4	*quadrato-*
C	1	8	*cubica.*
QQ	1	16	
QC	1	32	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Plano-planum expletionis, à coëfficiente plano in triplum quadratum lateris primi.*			1	5		
	Solidum expletionis, à coëfficiente plano in triplum latus primum.				1	5	
	Coëfficiens planum.						5 ·

Reliquum

Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi.		1	5	2	4	7	2	
Divisorum pars inferior & præcipua	*Quintuplum quadrato-quadratũ lateris primi.*		5					
	Decuplus cubus ejusdem.		1	0				
	Decuplum quadratum ejusdem.			1	0			
	Quintuplum latus primũ.					5		
Summa divisorum			6	2	7	0	5	
Plano-solida ablatitia facta à divisoribus.	*Inferioribus*	1	0					*A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.*
			4	0				*A quadrato lateris secundi in decuplum cubum primi.*
				8	0			*A cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.*
					8	0		*A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplum primi.*
						3	2	*Quadrato-cubus lateris secundi.*
	Superioribus			3	0			*A latere secundo in plano-planum expletionis.*
					6	0		*A quadrato secundi in solidum expletionis.*
						4	0	*A cubo secundi in coëfficiens planum.*
Summa plano-solidorum ablatitiorum, æqualis residuo resolvendi quadrato-cubi adfecti.		1	5	2	4	7	2	

Itaque si 1 QC + 5 C, æquatur 257, 472. fit 1 N 12. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA IX.

E Dato in numeris cubo-cubo adfecto adjunctione solido-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-solido, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-cubum & in 6000, facit 191,246,976. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 CC + 6000 N, æquatur 191,246,976 & fit 1 N unitatum quot?

Est 191,246, 976 cubo-cubus adfectus adjunctione solido-solidi sub suo latere & dato plano-solido 6000. Cubo-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi cubo-cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens plano-solidum. Deinde latus secundum ducatur in idem ipsum.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo-cubo, ut eruantur latera, collocabuntur puncta subtus, ut in analysi puri cubo-cubi, & supra tot laterum simplicium sedes numerabuntur eadem prorsus methodo, quæ exposita est in inferioribus potestatibus, ut videre est in paradigmate.

Para-

Paradigma analyseos cubo-cubi adfecti sub latere.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens plano-solidum		6 0 0 0 · ·	*sublaterale.* *Tot puncta lateralia simpliciave, quot cubo-cubica.*
	191 · CCj	2 4 6 9 7 6 · QC QQ C Q N · CCij	*Puncta cubo cubica.*
Solido-solida ablatitia	64		*Cubo-cubus lateris primi.*
		1 2 0 0 0	*A latere primo in coëfficiens plano-solidum.*
Summa solido-solidorum ablatitiorum	64	1 2 0 0 0	
Reliquum resolvendi cubo-cubi adfecti.	127	1 2 6 9 7 6	

	o	o	
N	2	4	*Tot numerales circuli, quot puncta cubo-cubica.*
Q	4	16	
C	8	64	
QQ	16	256	
QC	32	1024	
CC	64	4096	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Coëfficiens plano-solidum.*		6 0 0 0 ·	
Reliquum resolvendi cubo-cubi adfecti.		127	1 2 6 9 7 6 ·	
Divisorum pars inferior	*Sextuplus quadrato-cubus lateris primi.*	19	2	
	Decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem.	2	4 0	
	Vigecuplus cubus ejusdem.		1 6 0	
	Decuquintuplum quadratum ejusdem.		6 0	
	Sextuplum latus primum.		1 2	
Summa divisorum		21	7 7 2 1 2 0	
Solido-solida ablatitia, facta à divisoribus	*inferioribus*	76	8	*A latere secundo in sextuplum quadrato-cubum primi.*
		38	4 0	*A quadrato lateris secundi in decuquintuplum quadrato-quadratum primi.*
		10	2 4 0	*A cubo lateris secundi in vigecuplum cubum primi.*
		1	5 3 6 0	*A quadrato-quadrato lateris secundi in decuquintuplum quadratum primi.*
			1 2 2 8 8	*A quadrato-cubo secundi in sextuplum latus primum.*
			4 0 9 6	*Cubo-cubus lateris secundi.*
	superiore		2 4 0 0 0	*A latere secundo in coëfficiens plano-solidum.*
Summa solido-solidorum auferenda, aequalis residuo resolvendi cubo-cubi adfecti.		127	1 2 6 9 7 6	

Itaque

Itaque si 1 CC + 6000 N, æquatur 191,246,976. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

ANALYTICA potestatum adfectarum negate.

PROBLEMA X.

E Dato in numeris quadrato adfecto multa plani sub latere & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q — 7 N, æquari 60,750. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radix ve propositi adfecti quadrati.

Ex quadrato igitur 60,750 negate adfecto, ut eruantur latera, idem (arguente genesi) erit omnino processus, qui in analysi quadrati adfirmate adfecti. nisi quod in divisionibus attenditur ipsius coëfficientis, & regularium in puro quadrato divisorum differentia, non etiam summa, ut in adfecto adfirmate quadrato. Est autem excessus penes divisores inferiores.

Et cum elicita singularia latera ducentur in coëfficientem, planum quod inde fit, sub sede coëfficientis desinens, quod alioqui subducebatur, addetur proposito negate adfecto quadrato. Vt in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrati adfecti sub latere negate.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo		7 ·	· ·	*sublateralis*
Quadratum adfectum resolvendum	6 · Qj	07 N. Qij	50 N· Qiij	*Tot lateralia puncta, quot quadratica. Puncta quadratica.*
Plana prostaphæretica — *Ablatitium*	4			*Quadratum lateris primi.*
Plana prostaphæretica — *Addititium*		14		*A latere primo in coëfficientem.*
Excessus planorum ablatitiorum.	3	86		
Reliquum resolvendi quadrati.	2	21	50	

000
N 150
Q 4 25

Tot numerales circuli, quot puncta quadratica, laterave singularia.

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior. — *Coëfficiens longitudo*			7 · ·	
Reliquum resolvendi quadrati.	2	21 ·	50 ·	
Divisorum pars inferior. — *Duplum lateris primi*		4		
Excessus divisorum inferiorum		39	30	
Plana ablatitia	2	0		*A latere secundo in duplum primi.*
Plana ablatitia		25		*Quadratum lateris secundi.*

Summa planorum ablatitiorum.	2	2 5		
Planum additium.		3	5	*A latere secundo in coëfficientem.*
Excessus planorum ablatitiorum.	2	2 1	5	
Reliquum resolvendi quadrati adfecti			0	

Quod quanquam nihilum sit, ac superest punctum quadraticum, ideo cum duo elicita latera fungentur vice unius & quaretur reliquum, ipsum erit 0. *Itaque si* 1 *Q* — 7 N, *aequetur* 60,750. *fit* 1 N 250. *Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.*

Interdum accidit ut coëfficiens longitudo pluribus abundet singulis figuris, quam quadratum negate adfectum binis. Quod argumentum est planum adficiens majus esse resolvendo adfecto negate quadrato. Vocetur sane acephalum quadratum. Itaque ut resolutioni sit locus, praeponetur mutilo proposito quadrato ea numeralium circulorum multitudo, ut illud tot puncta quadratica sibi praefigenda vendicet, quot simplices figuras coëfficiens longitudo. Et prima coëfficientis longitudinis figura pergendo à laeva ad dextram constituetur latus singulare primum ipsius resolvendi quadrati negate adfecti, non immutata caeteroquin exposita antecedente methodo, ut in quaestione.

Quidam numerus ductus in se deminutum 240, facit 484. Quaeritur quis sit numerus ille. Est 484 quadratum multatum plano sub latere & 240. Majus autem est planum 240 N resolvenda plana magnitudine 484 quoniam coëfficiens longitudo 240, tribus constat figuris, plano autem 484 praefiguntur duo tantum quadratica puncta. Itaque plano 484, praeponentur duo numerales circuli, & tunc demum coëfficienti sua sedes addicetur, cujus prima figura, si caetera consentiant, aut alioqui proxime major, adsumetur ad latus primum mutili quadrati.

Paradigma analyseos acephali quadrati.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens longitudo	2	4 0		*sublateralis.*
Quadratum resolvendum acephalum	0	0 4 N	8 4 N	0·0 0 / *N.* 2. 4 / *Q.* 4.16
Plana prostaphaeretica — *Ablatitium*	4			*Quadratum lateris primi.*
Plana prostaphaeretica — *Addititium*	4	8 0		*A latere primo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus addititii.		8 0		
Reliquum restituti mutili quadrati.		8 4	8 4	

II Eductio lateris secundi.

Divisorum pars superior — *Coëfficiens*		2 4	0	
Reliquum restituti resolvendi mutili quadrati		8 4	8 4	
Divisorum pars inferior. — *Duplum lateris primi.*		4		
Excessus divisorum inferiorum.		1 6		
Plana ablatitia	1	6		*A latere secundo in duplum primi.*
Plana ablatitia		1 6		*Quadratum lateris secundi.*

Summa

Summa planorum ablatitiorum.	1	7 6		
Planum addititium		9 6		*A latere secundo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus ablatitiorum.		8 0	.	
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		4	8 4	

Iam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris tertii ut secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens*	2	4 0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrati	4	8 4	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi.*	4	8	
Excessus divisorum inferiorum	2	4 0	
Plana ablatitia {	9	6	*A latere secundo in duplum primi.*
		4	*Quadratum lateris secundi.*
Summa planorum ablatitiorum.	9	6 4	
Planum addititium.	4	8 0	*A latere secundo in coëfficientem.*
Excessus addititii, æqualis reliquo resolvendo quadrato.	4	8 4	

0 0 0
N 24 2
Q 576 4

Itaque si 1 *Q* — 240 N, *æquetur* 484. *Fit* 1 N 242. *Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.*

Sed etsi negate adfectum quadratum, de cujus resolutione agitur, tot constet binis figuris, quot coëfficiens longitudo singulis, interdum tamen eo loci prorumpit coëfficiens, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludetur non raro in exquirenda radice. Quare magis est ut eo casu ipsius longitudinis coëfficientis quadrato adaugeri subintelligatur propositum negate adfectum quadratum. Ac ex eo ita adaucto latus eliciatur, quod quidem erit vel consentaneum, aut consentaneo proxime minus.

Ut si proponatur 1 *Q* — *60* N, æquari *1600*. Ordinatis ad opus ut ars exigit figuris, nimirum

6 0

1 6 0 0

Quoniam quadratum ex *6* adjunctum 16, facit 52. Latere autem quadrati 52 proxime majus est 8, constituam latus 8. Quod quidem bene consentaneum operis continuatio arguet.

At ex divisione longitudo ortiva erat tantum 2 aut demum 5. Est itaque artificium illud parabolæ epanorthicum, quo in quadratis quoque adfectis adfirmate, si utantur Logistæ, quando præsertim coëfficientes in anteriora prorumpent, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint. At tunc non adgregatum sumetur factorum, sed differentia.

Proponatur 1 *Q* + 8 N, æquari 128. Ordinatis ad opus ut ars post devolutionem exigit figuris, nimirum

8

1 2 8

Quoniam differentia inter planum 128, & *64* quadratum à coëfficiente 8, est *64*, ideo sumetur radix 8.

PROBLEMA XI.

E Dato in numeris cubo adfecto multa ſolidi ſub latere & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Proponatur 1 C — 10 N, æquari 13, 584. Quæritur quanta ſit magnitudo 1 N, radixve propoſiti adfecti cubi.

Ex cubo igitur 13, 584 negate adfecto ſub latere, ut eliciantur latera, idem arguente Zeteſi erit omnino proceſſus, qui in analyſi cubi adfirmate adfecti, niſi quod in diviſionibus attendetur coëfficientis plani & regularium in cubo puro diviſorum differentia, non etiam ſumma, ut in adfecto adfirmate cubo. Et cum elicita ſingularia latora ducentur in idem coëfficiens planum, ſolidum quod inde fit ſub ſede coëfficientis deſinens (quod quidem in cubo adfirmate adfecto ſubducebatur) addetur propoſito negate adfecto cubo, vel auferetur à ſolidis ablatitiis. Vt in paradigmate.

Paradigma analyſeos cubi adfecti multa ſolidi ſub coëfficiente plano & latere.

I Eductio lateris ſingularis primi.

Coëfficiens planum		1 0	*ſublaterale.*
		· ·	*Tot puncta laterum ſimplicium, quot cuborum.*
Cubus adfectus reſolvendus	1 3	5 8 4	
	·	Q N ·	*Puncta cubica.*
	Cj	Cij	
Solida proſtapheretica — *Ablatitium*	8		*Cubus lateris primi.*
Solida proſtapheretica — *Addititium*		2 0	*A latere primo in coëfficiens planum.*
Exceſſus ſolidi ablatitii	7	8 0	
Cubi adfecti reſolvendi reliquum	5	7 8 4	

	0 0	*Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave ſingularia.*
N	2 4	
Q	4 16	
C	8 64	

II Eductio lateris ſingularis ſecundi.

Diviſorum pars ſuperior — *Coëfficiens planum.*		1 0	
		·	
Cubi adfecti reſolvendi reliquum.	5	7 8 4	
		·	
Diviſorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	1	2	
Diviſorum pars inferior — *Triplum latus primum.*		6	
Differentia diviſorum.	1	2 5 0	
Solida ablatitia	4	8	*A latere ſecundo in triplum quadratum primi.*
		9 6	*A quadrato lateris ſecundi in triplum latus primum.*
		6 4	*Cubus lateris ſecundi.*
Summa ablatitiorum.	5	8 2 4	
Solidum addititium.		4 0	*A latere ſecundo in coëfficiens planum.*
Exceſſus ablatitiorum, æqualis reliquo reſolvendi cubi adfecti.	5	7 8 4	

Itaque

Itaque si 1 C — 10 N, aequetur 13, 584. fit 1 N 24. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coëfficiens planum pluribus abundet binis figuris, quam cubus negate adfectus sub latere ternis. Quod argumentum est solidum adficiens majus esse resolvendo adfecto negate cubo. Vocetur sane cubus acephalus. Itaque ut resolutioni sit locus, praeponetur mutilo proposito cubo ea numeralium circulorum multitudo, ut tot puncta cubica possint ei praefigi, quot quadratica plano coëfficienti. Et educta è plano coëfficiente tanquam quadrato radix, si caetera consentiant, sin minus proxime major, constituetur latus singulare primum ipsius resolvendi cubi negate adfecti, non immutata caeteroquin exposita antecedente methodo, ut in quaestione,

Quidam numerus ductus in sui quadratum deminutum 116,620, facit 352,947. In notis 1 C — 116,620 N, aequatur 352,947. Quaeritur quis sit numerus ille.

Est 352,947 cubus multatus solido sub latere & plano 116,620. Majus autem est solidum 116,620 N solido resolvendo 352,947, quoniam coëfficienti plano 116,620 praefigi possunt puncta quadratica tria; solido autem 352,947 cubica tantum duo. Itaque solido 352,947 resolvendo praeponetur numeralis circulus, & tunc demum coëfficienti sua sedes addicetur, opere ab extractione radicis quadraticae inchoato, quae consentiat lateri cubi resolvendi. Vt videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi acephali sub latere adfecti.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	1 1	6 6 2	0 . . .
Cubus adfectus resolvendus, mutilus.	0 . Cj	3 5 2 Q N . Cij	9 4 7 Q N . Ciij
Solida prostapharetica — *Addititium*	3 4	9 8 6	
Solida prostapharetica — *Ablatitium*	2 7		
Excessus addititii	7	9 8 6	
Reliquum restituti resolvendi mutili cubi.	8	3 3 8	9 4 7

A latere primo in coëfficiens planum
Cubus lateris primi.

	0 0 0
N	3 4
Q	9 16
C	27 64

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior. — *Coëfficiens planum.*	1	1 6 6	2 0 . .
Reliquum resolvendi cubi adfecti.	8	3 3 8 .	9 4 7 .
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi*	2	7	
Divisorum pars inferior — *Triplum latus primum.*		9	
Excessus divisorum inferiorum	1	6 2 3	8 0

Solida ablatitia	1 0	8		*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	1	4 4		*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		6 4		*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum	1 2	3 0 4		
Solidum addititium	4	6 6 4	8 0	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
Excessus ablatitiorum	7	6 3 9	2 0	
Reliquum resolvendi adfecti cubi		6 9 9	7 4 7	

Jam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens planum*	1 1 6	6 2 0	
Reliquum resolvendi cubi adfecti	6 9 9	7 4 7	
Divisorum pars inferior { *Triplum quadratum lateris primi.*	3 4 6	8	
{ *Triplum latus primum*	1	0 2	
Excessus divisorum inferiorum.	2 3 1	2 0 0	
Solida ablatitia	1 0 4 0	4	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	9	1 8	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		2 7	*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum	1 0 4 9	6 0 7	
Solidum addititium	3 4 9	8 6 0	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
Excessus ablatitius, aequalis reliquo resolvendo cubo adfecto.	6 9 9	7 4 7	

	00	0
N	34	3
Q	1156	9
C		27

Itaque si 1 C—116,620 N, aequetur 352,947. fit 1 N 343. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed etsi negatus adfecte cubus de cujus resolutione agitur, tot constet ternis figuris, quot planum coëfficiens binis, interdum tamen eo loci prorumpit, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludatur non raro in exquirenda radice. Quare magis est eo casu, ut ab ipso plano coëfficiente, ut quadrato, eruatur sub congruente puncto radix, cujus cubus subintelligatur adjungi proposito cubo adfecto, atque adeo ex eo ita adaucto latus eliciatur. Erit enim illud vel consentaneum, vel consentaneo proxime minus.

Vt si proponatur 1C—6400 N, aequari 153,000, ordinatis ad opus, ut ars exigit, figuris, nimirum

64	00
153	000

Quoniam radix quadrata numeri 64 est 8, cubus autem ab ea est 512, qui additus ad 153, facit 665, latere autem cubi 665 proxime majus est 9, sumetur latus 9. Quod quidem consentaneum esse operis continuatio arguet. At ex divisione longitudo ortiva erat tantum 2, aut demum 3. Itaque artificium illud parabolae epanorthicum est, quo in cubis quoque adfe-

adfectis sub latere adfirmate si utantur Logistæ, quando præsertim coëfficientia plana in anteriora prorumpent, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint. Ac tunc non adgregatum sumetur factorum, sed differentia. Proponatur 1 C + 64 N, æquari 1024, ordinatis ad opus, ut ars post devolutionem exigit, figuris, nimirum

64
1024

Quoniam radix plani 64, ut quadrati, est 8, à qua cubus 512 ablatus è 1024, relinquit 512, cujus cubica radix est 8: Ideo sumetur radix 8.

PROBLEMA XII.

E Dato in numeris cubo adfecto multa solidi sub quadrato & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 C — 7 Q, æquari 14,580. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi adfecti cubi.

Ex cubo igitur 14,580 negate adfecto sub quadrato ut eliciantur latera, idem arguente Zetesi erit omnino processus, qui in analysi cubi adfirmate adfecti, nisi quod in divisionibus attenditur ipsius coëfficientis longitudinis & regularium in cubo puro divisorum differentia, non etiam summa, ut in adfecto adfirmate cubo. Et cum elicita singularia latera ducuntur in idem coëfficiens planum, ipsa vero latera in planum expletionis, solida quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentia, quæ quidem in cubo adfirmate adfecto subducebantur, addentur proposito negate adfecto cubo, vel auferentur solidis ablatitiis. Vt in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti sub quadrato negate.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens longitudo		7 · ·	*subquadratica. Tot puncta quadratica quot cubica.*
	1 4 · Cj	5 8 0 QN · Cij	0 0; N. 2. 7; Q. 4. 49; C. 8. 343 — *Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave singularia.*
Solida prostaphæretica — *Ablatitium*	8		*Cubus lateris primi.*
Solida prostaphæretica — *Addititium*	2	8	*A lateris primi quadrato in coëfficientem.*
Excessus solidi ablatitii	5	2	
Reliquum resolvendi adfecti cubi	9	3 8 0	

II Eductio lateris secundi.

Divisorum pars superior — *Planum expletionis à coëfficiente in duplum lateris primi.*		2 8
Divisorum pars superior — *Coëfficiens longitudo.*		7 ·
Reliquum resolvendi adfecti cubi.	9	3 8 0 ·
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	1	2
Divisorum pars inferior — *Triplum latus primum.*		6
Excessus divisorum inferiorum		9 7 3

Solida

Solida ablatitia	8	4	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	2	9 4	*A lateris secundi quadrato in triplum latus primum.*
		3 4 3	*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum.	1 1	6 8 3	
Solida addititia	1	9 6	*A latere secundo in planum expletionis.*
		3 4 3	*A lateris secundi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Summa addititiorum.	2	3 0 3	
Excessus ablatitiorum, æqualis reliquo resolvendo adfecto cubo.	9	3 8 0	

Itaque si 1 C — 7 Q, *æquetur* 14,580. *fit* 1 N 27. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

Interdum accidit ut coëfficiens longitudo pluribus abundet simplicibus figuris, quam cubus negate adfectus sub quadrato, ternis. Quod argumentum est solidum adficiens majus esse resolvendo adfecto negate cubo. Vocetur autem cubus acephalus. Itaque ut resolutioni sit locus, præponetur mutilo cubo ea numeralium circulorum multitudo, ut tot puncta cubica possint ei præfigi, quot simplices figuræ longitudini coëfficienti. Et prima coëfficientis longitudinis figura, pergendo à læva ad dextram constituetur si cætera consentiant, sin minus figura proxime major, latus singulare primum ipsius resolvendi cubi negate adfecti sub quadrato, non immutata cæteroquin exposita antecedente methodo, ut in quæstione,

Proponatur 1 C — 10 Q, æquari 288. Quæritur quanta sit 1 N, latusve propositi adfecti cubi.

Est 288 cubus multatus solido sub quadrato & coëfficiente longitudine 10. Majus est autem solidum 10 Q solido 288: quoniam coëfficiens longitudo constat simplicibus figuris duabus, solidum vero 288, uno cubico puncto. Itaque solido 288 resolvendo præponetur numeralis circulus, & tunc demum sua coëfficienti sedes addicetur, cujus prima figura, si cætera consentiant, sin minus, proxime major adsumetur ad latus primum mutili cubi. Vt in paradigmate.

Paradigma cum solidum majus est cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	1	0	*subquadratica.*
Cubus resolvendus acephalus	0	2 8 8	
Solida prosthaphæretica — Ablatitium	1		*Cubus lateris primi.*
Solida prosthaphæretica — Addititium	1	0	*A lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Excessus	0	0	
Reliquum restituti mutili cubi		2 8 8	

	0	0
N	1	2
Q	1	4
C	1	8

II. Edu-

II. Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Planum expletionis, à coëfficiente longitudine in duplum lateris primi.*	20	
{ *Coëfficiens longitudo.*	10	
Reliquum restituti mutili cubi.	288	
Divisorum pars inferior { *Triplum quadratum lateris primi.*	3	
{ *Triplum latus primum.*	3	
Excessus divisorum inferiorum.	120	
Solida ablatitia	6	*A latere secundo in triplum quadratum lateris primi.*
	12	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
	8	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum ablatitiorum.	728	
Solida addititia	40	*A latere secundo in planum expletionis.*
	40	*A lateris secundi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Summa solidorum additiorum.	440	
Excessus ablatitiorum, æqualis proposito resolvendo cubo adfecto.	288	

Itaque si 1 C — 10 Q, æquetur 288. fit 1 N 12. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed etsi negatus adfecte cubus, de cujus resolutione agitur, tot constet ternis figuris, quot coëfficiens longitudo singulis, interdum tamen eo loci prorumpit coëfficiens , ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludetur non raro in exquirenda radice. Quare magis est, ut eo casu ipsius coëfficientis longitudinis cubo adaugeri subintelligatur adfectus propositus cubus, atque adeo ex ita adaucto eliciatur latus. Aut enim illud erit consentaneum, aut consentaneo proxime minus. Itaque si latus ita sumptum duabus deprehendetur constare figuris , erit argumentum cubi acephali, & fiet, si placuerit, devolutio in antecedentia. Vt in paradigmate.

Paradigma rursus analyseos cubi acephali sub quadrato adfecti.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	7	*subquadratica*
Cubus adfectus resolvendus	720	

Quoniam solidum 720 adjunctum cubo ex 7. facit solidum 1063, cujus, ut cubi, latus est major 9, ideo fit devolutio in antecedentia, & cubus est acephalus.

Coëfficiens longitudo		7	N 1 2; Q 1 4; C 1 8
Cubus acephalus resolvendus	0	720	
Solida prostaphaeretica — *Ablatitium*	1		*Cubus lateris primi.*
Solida prostaphaeretica — *Addititium*		7	*A lateris primi quadrato in coëfficientem.*
Excessus ablatitii.		3	
Reliquum resolvendi cubi.		420	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior — *Planum expletionis, à coëfficiente longitudine in duplum lateris primi.*	14	
Coëfficiens longitudo.	7	
Reliquum resolvendi cubi.	420	
Divisorum pars inferior. — *Triplum quadratum lateris primi.*	3	
Triplum latus primum.	3	
Excessus divisorum inferiorum.	183	
Solida ablatitia	6	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	12	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
	8	*Cubus lateris secundi.*
Summa ablatitiorum	728	
Solida addititia	28	*A latere secundo in planum expletionis.*
	28	*A lateris secundi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Summa addititiorum	308	
Excessus ablatitiorum, aequalis reliquo resolvendi cubi adfecti.	420	

Itaque si 1 C — 7 Q, aequetur 720. fit 1 N 12. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Quo etiam artificio parabolae epanorthico si utantur Logistae in cubis adfectis adfirmate sub quadrato, quando praesertim coëfficientes longitudines in anteriora prorumpunt, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint.

Proponatur 1 C + 8 Q, aequari 1024. Ordinatis ad opus, ut ars post devolutionem exigit, figuris, nimirum

$$\frac{8}{1024}$$

Quoniam cubus ex 8 est 512, qui ablatus ex 1024, relinquit 512 cujus radix cubica est 8: Ideo sumetur radix 8.

ANALYTICA potestatum adfectarum negate mixtim & adfirmate.

PRO-

PROBLEMA XIII.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto, adjunctione quidem plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, multa vero plano-plani sub cubo, & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 QQ — 68 C + 202,752 N, æquari 5,308,416. Quæritur quanta sit 1N, latusve propositi adfecti negate sub cubo, & adfirmate sub latere quadrato-quadrati.

Ex magnitudine igitur proposita 5, 308, 416, ut eliciantur latera, resolvendi quadrato-quadrati adfecti, idem arguente genesi erit omnino processus, qui esset in analysi quadrato-quadrati puri, eo addito ut latus singulare quod primum elicitur ducatur in coëfficiens solidum. Deinde in illud quoque coëfficiens ducatur latus secundum. Idem latus singulare secundum ducatur in solidum expletionis, quod videlicet fit sub coëfficiente longitudine, & triplo lateris primi quadrato. Ejusdem lateris quadratum in planum expletionis, quo[illegible]idelicet fit sub coëfficiente longitudine & triplo latere primo. Ejusdem denique lateris [illegible]us ducatur in coëfficientem longitudinem. Ac facta quidem homogenea à coëffici[illegible]e solido sint ablatitia, ut & facta regularia; ea vero quæ fiunt à coëfficiente longitudine, additiția.

Elicietur itaque latus pr[illegible]um, coëfficientibus solita arte sitis & adnotatis. Divisores autem inferiores statuent[illegible] iidem, qui in analysi puri quadrato-quadrati. Superiores, iidem qui in exposita analysi quadrato-quadrati adfecti adfirmate sub latere, & analysi exposita quadrato-quadrati adfecti adfirmate sub cubo. Et sumpto divisorum ad facta ablatitia supra divisores ad facta additiția excessu, & instituta per eum divisione educetur latus secundum, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati dupliciter adfecti, sub latere per adfirmationem, & cubo per negationem.

I Eductio lateris singularis primi.

— Coëfficiens longitudo	6	8	*subcubica*
+ Coëfficiens solidum	2 0 2	7 5 2	*sublaterale.*
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	5 3 0	8 4 1 6	
	·	C Q N ·	
	QQ i	QQ ij	
Plano-plana ablatitia	8 1		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
	6 0 8	2 5 6	*A latere primo in coëfficiens solidum.*
Summa ablatitiorum.	6 8 9	2 5 6	
Plano-planum additițium.	1 8 3	6	*A lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus ablatitiorum	5 0 5	6 5 6	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	2 5	1 8 5 6	

	0	0
N	3	2
Q	9	4
C	27	8
QQ	81	16

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	— *Solidum expletionis à coëfficiente longitudine in triplum quadratum laterii primi*	18	36	
	— *Planum expletionis à coëfficiente in triplum latus primum.*		612	
	— *Coëfficiens longitudo.*		68	
	+ *Coëfficiens solidum.*	20	2752	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.		25	1856	
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	10	8	
	Sextuplum quadratum ejusdem.		54	
	Quadruplum latus primum.		12	
Summa divisorum adfectionis adfirmatae.		31	6272	
Summa divisorum adfectionis negatae.		18	9788	
Excessus divisorum adfectionis adfirmatae.		12	6484	
Plano-plana ablatitia à divisoribus.	*Inferioribus*	21	6	*A latere secundo in quadruplum cubum primi.*
		2	16	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
			96	*A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.*
			16	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
	Superiore	40	5504	*A latere secundo in coëfficiens solidum.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.		64	4080	
Plano-plana addititia		36	72	*A latere secundo in solidum expletionis.*
		2	448	*A quadrato lateris secundi in planum expletionis.*
			544	*A cubo lateris secundi in coëfficientem.*
Summa plano-planorum addititiorum.		39	2224	
Excessus ablatitiorum, aequalis residuo resolvendi adfecti quadrato-quadrati.		25	1856	

Itaque si 1 QQ — 68 C + 202,752 N, aequetur 5,308,416. fit 1 N 32. Ex retrograda quae omnino observata cernitur, compositionis via.

PRO-

PROBLEMA XIV.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto, multa quidem plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, adjunctione vero plano-plani sub cubo & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur 1 QQ + 10 C — 200 N, æquari 1,369,856. Quæritur quanta sit 1 N, latusve propositi adfecti adfirmate sub cubo, & negate sub latere quadrato-quadrati.

Ex magnitudine igitur proposita 1,369,856, ut eliciatur latus resolvendi quadrato-quadrati ita adfecti idem arguente genesi, erit omnino processus, qui in analysi quadrato-quadrati adfecti negate sub cubo & adfirmate sub latere, idem ordo, eadem punctorum sedes & coëfficientium. Sed quæ facta homogenea à coëfficiente solido erant ablatitia, à coëfficiente vero longitudine addititia; hic contra facta à coëfficiente longitudine erunt ablatitia, sicut & facta regularia. Facta vero à coëfficiente solido addititia, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati dupliciter adfecti, sub cubo per adfirmationem, & latere per negationem.

I Eductio lateris singularis primi.

+ *Coëfficiens longitudo*	1	0	*subcubica.*
— *Coëfficiens solidum*		2 0 0	*sublaterale.*
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	1 3 6	9 8 5 6	
		C Q N	
	QQ j	QQ ij	
Plano-plana ablatitia	8 1		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
	2 7	0	*A lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	1 0 8	0	
Plano-planum addititium.		6 0 0	*A latere primo in coëfficiens solidum.*
Excessus ablatitiorum.	1 0 7	4 0 0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	2 9	5 8 5 6	

	0	0
N	3	2
Q	9	4
C	27	8
QQ	81	16

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	+ *Solidum expletionis, à coëfficiente longitudine in triplum quadratum lateris primi.*	2	7 0
	+ *Planum expletionis, à coëfficiente longitudine in triplum latus primum.*		9 0
	+ *Coëfficiens longitudo.*		1 0
	— *Coëfficiens solidum.*		2 0 0

 Reliquum

Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.		29	5856	
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	10	8	
	Sextuplum quadratum ejusdem.		54	
	Quadruplum latus primum.		12	
Summa divisorum adfectionis adfirmatæ.		14	1430	
Divisor adfectionis negatæ.			200	
Excessus divisorum adfectionis adfirmatæ.		14	1230	
Plano-plana ablatitia à divisoribus	*Inferioribus*	21	6	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
		2	16	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
			96	*A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.*
			16	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
	Superioribus	5	40	*A latere secundo in solidum expletionis.*
			360	*A lateris secundi quadrato in planum expletionis.*
			80	*A lateris secundi cubo in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.		29	6256	
Plano-planum adititium.			400	*A latere secundo in coëfficiens solidum.*
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo adfecto quadrato-quadrato.		29	5856	

Itaque si 1 QQ + 10 C — 200 N, æquetur 1,369,856. fit 1 N 32. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA XV.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto, adjunctione quidem plano-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-plano, multa vero plano-solidi sub lateris cubo & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-quadratum, & in 500, dempto facto sui cubi in 5, facit 7,905,504. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis 1 QC — 5 C + 500 N, æquatur 7,905,504. & fit 1 N unitatum quot?

Est 7,905,504 quadrato-cubus adfectus, adjunctione quidem plano-solidi sub suo latere, & dato plano-plano 500, multa vero plano-solidi sub cubo lateris ipsius quadrato-cubi, & plano 5

Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti genesis, genesi quadrato-cubi puri hoc insuper addit & subtrahit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in plano-planum coëfficiens adfirmate. Lateris vero ejusdem primi cubus ducatur in coëfficiens planum negate. Deinde latus secundum ducatur quoque in coëfficiens plano-planum adfirmate. Idem vero latus secundum ducatur in plano-planum sub triplo quadrato lateris primi

primi, & coëfficiente plano negate. Lateris vero ejusdem secundi quadratum in solidum sub triplo lateris primi, & coëfficiente plano. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsum coëfficiens planum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo, ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-cuborum constituentur solita methodo, à punctis subtus collocatis designandæ.

Et quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave, tot inprimis sedes laterum simplicium per singulas figuras constituentur desuper. Tot deinde sedes cuborum, per ternas videlicet alternas, & in ultima quidem simplicium sede coëfficiens plano-planum, quod quidem sublaterale est, consistet. In ultima vero cuborum coëfficiens planum, quod quidem est subcubicum.

Latera non secus elicientur, quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsæ coëfficientes divisoribus addunt, vel minuunt. Addit coëfficiens sub latere adfirmate, aufert coëfficiens sub cubo negate: sicuti etiam auferunt solidum sub plano coëfficiente subcubico, & triplo lateris jam eliciti. Et plano-planum sub eodem & triplo quadrato lateris prædicti. Illud sedem occupans solidorum, hoc plano-planorum, post ipsum coëfficiens planum, inter puncta cubica desuper adfixa.

Et eliciendorum laterum cubi quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum. Quadrata in solidum sub coëfficiente plano & triplo lateris jam eliciti. Longitudines vero tam in plano-planum sub coëfficiente eodem, & triplo lateris jam eliciti quadrato, quam in ipsum coëfficiens plano-planum; plano-solidis, quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & iis quidem quæ fiunt à coëfficiente plano & suis scansoriis expletionum, solido videlicet, & plano-plano alioquin addititiis, comparandis cum reliquis plano-solidis ablatitiis, quæ videlicet fiunt tum abs coëfficiente plano-plano, tum abs divisoribus reliquis in solita purorum quadrato-cuborum analysi, ac demum ablatitiorum excessu auferendo ex adfecto proposito quadrato-cubo.

Coëfficiens denique utravis magnitudo, una cum superioribus divisoribus reliquis, in succedentia loca suo ordine devehetur, cum inferiores quoque divisores movebuntur reliqui. Vt in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub latere adfirmate, & sub cubo negate.

I Eductio lateris singularis primi.

— *Coëfficiens planum*		5 . .	*subcubicum.*
+ *Coëfficiens plano-planum*		5 0 0 . .	*sublaterale.*
Quadrato-cubus adfectus resolvendus.	7 9 . QCj	0 5 5 0 4 QQCQN. QCij	
Plano-solida — *Ablatitia*	3 2		*Quadrato-cubus lateris primi.*
		1 0 0 0	*A latere primo in plano-planum coëfficiens.*
Plano-solida — *Additititum*		4 0	*A cubo lateris primi in coëfficiens planum.*
Excessus ablatitiorum.	3 1	7 0 0 0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-cubi.	4 7	3 5 5 0 4	

	0	0
N	2	4
Q	4	16
C	8	64
QQ	16	256
QC	32	1024

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior — *Plano-planum expletionis, à coëfficiente plano in triplum quadratum lateris primi.*		60	
— *Solidum expletionis, à coëfficiente plano in triplum latus primum.*		30	
— *Coëfficiens planum.*		5	
+ *Coëfficiens plano-planum.*		500	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-cubi.	47	35504	
Divisorum pars inferior *Quintuplum quadrato-quadratum lateris primi.*	8	0	
Decuplus cubus ejusdem.		80	
Decuplum quadratum ejusdem.		40	
Quintuplum latus primum.		10	
Summa divisorũ adfectionis adfirmatæ.	8	8460	
Summa divisorum adfectionis negatæ.		6305	
Excessus divisorũ adfectionis adfirmatæ.	8	78295	
Plano-solida ablatitia, à divisoribus *Superioribus*	32	0	*A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.*
	12	80	*A lateris secundi quadrato in decuplum cubum primi.*
	2	560	*A lateris secundi cubo in decuplum quadratum primi.*
		2560	*A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplum latus primum.*
		1024	*Quadrato-cubus lateris secundi.*
Inferiore		2000	*A latere secundo in coëfficiens plano-planum.*
Summa plano-solidorum ablatitiorũ.	47	64624	
Plano-solida addititia		240	*A latere secundo in plano-planum expletionis.*
		480	*A quadrato lateris secundi in solidum expletionis.*
		320	*A cubo lateris secundi in coëfficiens planum.*
Summa plano-solidorum addititiorum.		29120	
Excessus ablatitiorum, equalis residuo resolvendo adfecto quadrato-cubo.	47	35504	

Itaque si 1 QC — 5 C + 500 N, *æquetur* 7, 905, 504. *fit* 1 N 24. *Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.*

Ad

Ad analysin potestatum avulsarum,

PRÆCAVTIO.

In potestatibus avulsis, quas ambiguas esse monuimus, præfiniendi sunt ex arte limites, intra quos radices, de quibus quæritur, consistant. Atque idcirco potestatum illarum constitutio imprimis dignoscenda est. Et tum demum primum singulare latus majus, minusve occurret: vel ex divisione magnitudinis resolvendæ per coëfficientem, si divisioni est locus: vel ex radicis congruæ à coëfficiente pro suo magnitudinis genere eductione, ut feret præfiniendorum limitum coarctatio. Ac primus quidem casus omnino locum habet, cum de radice minore quæritur. Primus vel secundus, cum de majore.

Addita autem potestas lateris singularis primi resolvendæ propositæ magnitudini, restituit potestatem avulsam. Quæ quidem auferenda est ei, à qua avellitur, homogeneæ sub gradu Vel contra, homogenea sub gradu auferenda est à potestate restituta. Ac postremo quidem casui locus est omnino, cum de radice minore quæritur. Primo vel secundo, cum de majore. At cum aliqua accideret dubitatio in electione radicis majoris, ex arte est, ut coëfficiens reducatur ad genus magnitudinis resolvendæ, & ex reducta auferatur magnitudo resolvenda, ac demum ex residua eliciatur radix illa major, cujus potestas avulsæ sit restitutoria.

Ad eductionem vero lateris singularis secundi, differentia quidem divisorum attenditur, ut in potestatibus adfectis per negationem directam. Est autem excessus penes divisores superiores. At divisio ut plurimum climactice instituenda est.

Quid vero est climactice dividere? In resolutionibus potestatum, sive puratum sive adfectarum promiscue permiscentur ad divisorum inferiorum summam longitudines, plana, solida, plano-plana, plano-solida, & cujuscumque generis magnitudines. Vnde parabola (sic enim eam, quæ ex divisione oritur, magnitudinem Diophantus appellat) sæpe elusoria est. Sic immiscentur in divisoribus superioribus coëfficientes longitudines, magnitudinibus expletionum, planis, solidis, & reliquis ulterioris generis scansoriis.

Adplicandum esto solidum ad divisorum hujusmodi differentiam. Quoniam igitur divisores diversæ sunt adfectionis, accidet aliquando inter planum expletionis adfectionis addititiæ, & triplum quadratum lateris eliciti, adfectionis ablatitiæ nullam esse aut exiguam differentiam. Omnem aut præcipuam esse circa longitudines, ad quas ideo solidum adplicatum, facit parabolam planum, non longitudinem. Cum igitur parabola ex hujusmodi adplicatione duarum erit figurarum, censebitur plana, & ex ea tanquam quadrato radix educta proxime, si modo consenserint reliqua, latus erit secundum. Sic plano-plano adplicato ad differentiam, si contingat parabolam esse trium figurarum, censebitur solida & ex ea tanquam cubo radix educta proxime, si modo consenserint reliqua, erit latus secundum, & ea per quæcumque genera magnitudinum perpetua arte & methodo.

ANALYTICA potestatum avulsarum.

PROBLEMA XVI.

E Dato in numeris plano sub latere & data coëfficiente longitudine, adfecto multa quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur 370 N − 1 Q, æquari 9,261. Quæritur quanta magnitudo sit 1 N, radix-ve propositi quadrati avulsi.

Est 9,261 planum sub latere & data coëfficiente longitudine 370, adfectum multa quadrati. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unum majus est semisse coëfficiente, alterum minus. Immo vero unum est minus radice quadrati 9,261, alterum majus. Ac proinde cum adplicabitur duplum planum 9,261 ad 370, orietur latitudo major radice minore, minor autem radice majore. Atque adeo utravis radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos quadrati avulsi, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	3 7	0	*sublateralis.*
		· ·	N 2 7
			Q 4 49
Planum sub latere, multatum lateris resolvendi quadrato.	9 2	6 1	
	·	N ·	
	Qi	Qii	
Planum restituens.	4		*Quadratum lateris primi.*
Planum restitutum.	9 6	6 1	
Planum principale minuens.	7 4	0	*A latere primo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus plani restituti, reliquumve resolvendi avulsi quadrati.	2 2	6 1	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior. { *Coëfficiens longitudo.*	3	7 0	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.	2 2	6 1	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi.*		4	
Excessus divisorum superiorum	3	3 0	
Plana addititia {	2	8	*A latere secundo in duplum primi.*
		4 9	*Quadratum lateris secundi.*
Summa planorum addititiorum.	3	2 9	*A latere secundo in coëfficientem longitudinem.*
Planum ablatitium.	2 5	9 0	
Excessus plani ablatitii, aequalis residuo resolvendo avulso quadrato.	2 2	6 1	

Itaque si 370 N—1 Q, aequetur 9,261. fit 1 N 27 latus unum è duobus, de quibus aequalitas potest explicari, ipsumque minus ut indicat limitum praefinitio. Cum autem adplicatur planum 9,261, ad longitudinem 27, oritur 343, vel ablata longitudo 27 ex 370, relinquit 343. Itaque latus majus erit 343.

Paradigma alterum analyseos quadrati avulsi, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Quoniam radix quaesita est major 185, & idcirco pluribus figuris, quam duabus, exprimenda, ideo planum sub latere majore multatum lateris quadrato acephalum esse arguitur, & prima coëfficientis figura constituetur radix, consentientibus reliquis.

Coëfficiens

Coëfficiens longitudo	3	7 0		*sublateralis.*
* *Planum sub latere multatum lateris resolvendo quadrato.*	0	9 2 N	6 1 N	
	Q i	Q ij	Q iij	
Planum restituens	9			*Quadratum lateris primi.*
Planum restitutum	9	9 2	6 1	
Planum principale minuendum.	1 1	1 0		*A latere primo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus plani principalis, reliquumve resolvendi quadrati avulsi.	1	1 7	3 9	

	0 0 0
N.	3. 4
Q.	9.16

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo*		3 7	0	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.	1	1 7	3 9	
Divisorum pars inferior. { *Duplum lateris primi.*		6		
Excessus divisorum inferiorum.		2 3	0	
Plana ablatitia	2	4		*A latere secundo in duplum primi*
		1 6		*Quadratum lateris secundi.*
Summa planorum ablatitiorum.	2	5 6		
Planum addititium.	1	4 8		*A latere secundo in coëfficientem longitudinem.*
Excessus ablatitiorum.	1	0 8		
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.		9	3 9	

Jam duo latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens longitudo.*	3	7 0	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.	9	3 9	
Divisorum pars inferior { *Duplum lateris primi.*	6	8	
Excessus divisorum inferiorum.	3	1 0	
Plana ablatitia	2 0	4	*A latere secundo in duplum primi.*
		9	*Quadratum lateris secundi*
Summa planorum ablatitiorum.	2 0	4 9	
Planum addititium.	1 1	1 0	*A latere secundo in coëfficientem.*
Excessus addititiorum, aequalis residuo resolvendo quadrato avulso.	9	3 9	

	0 0 0
N	34 3
Q	9

Itaque si 370 N — 1 Q, *aequetur* 9,261. *fit* 1 N 343 *latus unum è duobus, de quibus aequalitas potest*

test explicari, ipsumque majus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem adplicabitur planum 9,261 ad longitudinem 343, oritur 27. vel ablata longitudo 343 ex 370, relinquit 27. Itaque latus minus erit 27.

PROBLEMA XVII.

E Dato in numeris solido sub latere, & data coëfficiente plana magnitudine, adfecto multa cubi, latus analytice elicere.

Proponatur 13,104N— 1 C, æquari 155,520, Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi cubi avulsi.

Est 155.520 solidum sub latere & dato coëfficiente plano 13,104, adfectum multa cubi. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unius quadratum minus est triente 13,104, alterum majus. Ac proinde cum adplicabitur triplum solidi 155, 520 ad duplum plani 13,104, orietur longitudo major radice minore, & minor radice majore. Atque adeo utravis radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos cubi avulsi à solido sub latere, ad inveniendum radicem minorem.

I. Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	1 3 1	0 4	*sublaterale.*
Solidum sub latere multatum lateris resolvendo cubo.	1 5 5	5 2 0	.00 / N 1 2 / Q 1 4 / C 1 8
	Cj	QN· Cij	*Cubus lateris primi.*
Solidum restituens.	1		
Solidum restitutum.	1 5 6	5 2 0	
Solidum principale minuens.	1 3 1	0 4	*A latere primo in coëfficiens planum.*
Excessus solidi restituti, reliquumve resolvendi cubi avulsi.	2 5	4 8 0	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens planum.*	1 3	1 0 4
Reliquum resolvendi cubi avulsi.	2 5	4 8 0
Divisorum pars inferior { *Triplum quadratum lateris primi.*		3
Triplum latus primum.		3
Excessus divisorum superiorum.	1 2	7 7 4

Solida

Solida addititia		6	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
		1 2	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
		8	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum addititiorum.		7 2 8	
Solidum ablatitium.	1 6	2 0 8	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
Excessus solidi ablatitii, aequalis residuo resolvendo cubo avulso.	2 5	4 8 0	

Itaque si 13,104 N — 1 C, aequetur 155,520. fit 1 N 12 latus unum è duobus, de quibus aequalitas potest explicari, ipsumque minus, ut indicat limitum praefinitio. Cum autem adplicabitur solidum 155,520 ad 12: Orietur planum 12,960, compositum ex quadrato majoris & rectangulo sub majore & minore. Idem planum 12,960 relinquetur, si abs plano 13,104, auferatur 144 quadratum è 12. Itaque latus majus esto 1 N, ergo 1 Q + 12 N, aequabitur 12,960. & fiet 1 N 108 latus majus.

Paradigma secundum cubi avulsi à solido sub latere, ad inveniendum radicem majorem.

I. Eductio lateris singularis primi.

Quoniam radix quaesita est major latere plani 4,368, trientis 13,104, nisi autem coëfficiens in anteriora erumpat, orietur 1 duntaxat ex congrua divisione, argumentum est solidum sub latere multatum resolvendo lateris cubo esse acephalum. Et quoniam radix quadrata coëfficientis plani est 1, commode latus singulare primum constituetur 1.

Subtiliore calculo, quoniam 115 est proxime radix quadrata coëfficientis plani, à cujus cubo 1,520,875, cum subducetur ea quae proponitur resolvenda magnitudo, superest 1,365,355, ideo radix solidi illius est trium figurarum, quarum prima est √C 1.

Coëfficiens planum	1	3 1 0	4 · · ·	*sublaterale.*
Solidum sub latere multatum lateris cubo, acephalum.	0 · Cj	1 5 5 Q N · Cij	5 2 0 Q N · Ciij	N 1 0 (0 00); Q 1 0; C 1 0
Solidum restituens.	1			*Cubus lateris primi.*
Solidum restitutum.	1	1 5 5	5 2 0	
Solidum principale minuendum	1	3 1 0	4	*A latere primo in coëfficiens planum.*
Excessus solidi principalis, reliquumve resolvendi cubi.		1 5 4	8 8 0	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens planum*	131	0 4 · ·
Reliquum resolvendi cubi avulsi.	1 5 4 ·	8 8 0 ·

Divisorum pars inferior	*Triplum quadratum lateris primi.*	3	
	Triplum latus primum.	3	
Excessus divisorum inferiorum, dividendo, parabola fit o.		198	960

Qui quoniam major est numero dividendo, parabola fit o.

III Eductio lateris singularis tertii, ut secundi.

Divisorum pars superior	*Coëfficiens planum.*	13	104	
Reliquum resolvendi cubi avulsi		154	880	
Divisorum pars inferior.	*Triplum quadratum lateris primi.*	30	0	
	Triplum latus primum.		30	
Excessus divisorum inferiorum.		17	196	
Solida ablatitia.		240	0	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
		19	20	*A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.*
			512	*Cubus lateris secundi.*
Summa solidorum ablatitiorum.		259	712	
Solidum adtititium.		104	832	*A latere secundo in coëfficiens planum.*
Excessus ablatitiorum, aequalis residuo resolvendo cubo.		154	880	

	00	0
N	10	8
Q	100	64
C	1000	512

Itaque si 13, 104 N — 1 C, *aequetur* 155, 520. *fit* 1 N 108.

PROBLEMA XVIII.

EDato in numeris solido sub quadrato & data coëfficiente longitudine, adfecto multa cubi, latus analytice elicere.

Proponatur 57 Q — 1 C, æquari 24, 300. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi cubi avulsi.

Est 24, 300 solidum sub quadrato adfectum multa cubi. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unum minus est besse 57, alterum majus, atque adeo sicutrumvis occurrer.

Para-

Paradigma primum analyseos cubi avulsi à solido sub quadrato, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	5	7	*subquadratica.*
Solidum suo multatum cubo.	24	3 0 0	
	Cj	QN . Cij	
Solidum restituens.	27		*Cubus lateris primi.*
Solidum restitutum.	51	3 0 0	
Solidum principale minuens.	51	3	*A lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Excessus restituti.	0		

	0	0
N	3	0
Q	9	
C	27	

Itaque si 57 Q — 1 C, æquetur 24, 300. fiet 1 N 30 latus unum è duobus, de quibus æqualitas potest explicari, idemque minus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus quadratum est 900, ad quod dum adplicatur solidum 24, 300, oritur latitudo 27, quantam etiam relinquit 57 post ablatam 30. Intelliguntor tres proportionales longitudines, quarum tertia sit 27, composita autem è secunda & prima 30, latus alterum de quo proposita anceps æqualitas potest explicari componetur ex secunda & tertia. Sit ergo latus alterum 1 N. 1 Q — 27 N, æquabitur 810 plano ex 27 in 30. Et fiet 1 N 45, latus majus.

Paradigma secundum analyseos cubi avulsi à solido sub quadrato, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	5	7	*subquadratica*
Solidum sub quadrato multatum lateris cubo.	24	3 0 0	
	Cj	QN · Cij	
Solidum restituens.	64		*Cubus lateris primi.*
Solidum restitutum.	88	3 0 0	
Solidum principale minuendum.	• 91	2	*A lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem.*
Excessus solidi principalis, reliquumve resolvendi cubi.	2	9 0 0	

	0	0
N	4	5
Q	16	25
C	64	125

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior — *Planum expletionis, à duplo lateris primi in coëfficientem.*	4	56
Coëfficiens longitudo.		57
Reliquum resolvendi cubi.	2	900
Divisorum pars inferior — *Triplum quadratum lateris primi.*	4	8
Triplum latus primum.		12

Diffe-

Differentia divisorum.		303	
Solida ablatitia	24	0	*A latere secundo in triplum quadratum primi.*
	3	00	*A quadrato secundi in triplum latus primum.*
		125	*Cubus secundi.*
Summa solidorum ablatitiorum.	27	125	
Solida addititia	22	80	*A latere secundo in planum expletionis.*
	1	425	*A quadrato secundi in coëfficientem.*
Summa solidorum addititiorum.	24	225	
Excessus ablatitiorum, aequalis residuo resolvendo cubo.	2	900	

Itaque si 57 Q — 1 C, aequetur 24,300. fit 1 N 45 latus unum è duobus, de quibus aequalitas potest explicari, idemque majus, ut indicat limitum praefinitio. Hujus quadratum est 2,025, ad quod dum adplicatur solidum 24,300, oritur 12, quod etiam relinquit 57 post ablatam 45. Intelliguntor tres proportionales longitudines, quarum prima sit 12. composita ex secunda & tertia 45, latus alterum de quo proposita anceps aequalitas potest explicari, componetur ex prima & secunda. Sit ergo latus illud alterum 1 N. 1 Q — 12 N, aequabitur 5,40 & fiet 1 N 30, latus minus.

De ambiguitate cubi multipliciter adfecti.

Cubus adfectus sub quadrato negate & latere adfirmate ambiguus est, quando triplum quadratum è triente coëfficientis longitudinis majus est coëfficiente plano.

Proponatur 1 C — *6* Q + 11 N, aequari *6*. Quoniam 12 triplum quadratum è triente *6*, majus est coëfficiente plano 11: ideo 1 N de tribus lateribus potest explicari, quorum summa *6*, trinum sub iis rectangulum 11. Solidum sub iisdem factum continue *6*. Quoniam autem solidum *6* adjunctum *16* cubo duplo è triente coëfficientis longitudinis, aequale est solido 22, quod fit à triente coëfficientis longitudinis in coëfficiens planum: ideo tria latera quaesita aequali distabunt inter se excessu. Excessus maximi supra 2 trientem coëfficientis longitudinis, esto 1 N. 1 Q, aequabitur 1, excessui quo triplum quadratum è triente coëfficientis longitudinis praestat plano coëfficienti 11. Itaque tria latera erunt 3, 2, 1.

Rursus proponatur 1 C — 12 Q + 29 N, aequari 18. Quoniam 48 triplum quadratum è triente 12, majus est coëfficiente plano 29: ideo 1 N de tribus lateribus potest explicari, quorum summa 12, trinum sub iis rectangulum 29. Solidum sub iisdem factum continue 18. Quoniam autem solidum 18, adjunctum 128 cubo duplo è triente 12, majus est solido 11*6*, quod fit ab 4 triente coëfficientis longitudinis in 29 coëfficiens planum: ideo tria latera quaesita inaequali distabunt inter se excessu, ac medium quidem & minimum illorum deficient à 4 triente coëfficientis longitudinis. Excessus maximi supra 4, esto 1 N. Quoniam 48, majus est 29, per 19. Solidum autem 18, adjunctum 128, majus est solido 116, per 30. Ideo 1 C — 19 N, aequabitur 30. Et fiet 1 N 5. Itaque maximum latus erit 9, medium 2, minimum 1.

Rursus proponatur 1 C — 18 Q + 95 N, aequari 12*6*. Quoniam 108 triplum quadratum è triente 18, majus est coëfficiente plano 95: ideo 1 N de tribus lateribus potest explicari, quorum summa 18, trinum sub iis rectangulum 95. Solidum sub iisdem factum continue 12*6*. Quoniam autem solidum 12*6* adjunctum 432 cubo duplo è triente coëfficientis longitudinis, minus est solido 570, quod fit à *6* triente coefficientis longitudinis in 95 coëfficiens planum: ideo tria latera quaesita inaequali distabunt excessu, & sive maximum, sive medium majus erit *6* triente coëfficientis longitudinis. Excessus hic vel ille, esto 1 N. Quoniam 108, majus est 95. per 13. Solidum vero 12*6*, adjunctum 432, minus est solido 570, per 12. Ideo 13 N — 1 C, aequabitur 12. Et fiet 1 N 1, vel 3. Itaque 3 erit excessus maximi supra *6*. Et 1 excessus medii. Itaque tria latera sunt 9, 7, 2.

Et

Et si proponatur 1 C — 9 Q + 24 N, æquari 20. Tria latera sunt 2, 2, 5. duo videlicet è tribus sunt inter se æqualia. At cum triplum quadratum è triente coëfficientis longitudinis, æquale est coëfficienti plano, singula tria latera æqualia sunt. Vt si proponatur 1 C — 6 Q + 12 N, æquari 8. Tria latera sunt 2, 2, 2.

Cum triplum quadratum coëfficientis longitudinis, cedet coëfficienti plano, nulla erit in radice ambiguitas: sed resolvetur cubus cum sua duplici adfectione, vel adfectione saltem una, ex arte liberabitur.

Sane, cum solidum sub coëfficiente longitudine & coëfficiente plano, æquabitur resolvendæ magnitudini: non indigebit res sive expurgatione sive resolutione. Coëfficiens enim longitudo ipsa erit radix de qua quæritur. Proponatur 1 C — 6 Q + 40 N, æquari 240. Quoniam 240, fit ex ductu 6 in 40, erit 1 N 6. Quod adnotasse fuit oportunum.

PROBLEMA XIX.

E Dato in numeris plano-plano sub latere & data coëfficiente solida magnitudine, adfecto multa quadrato-quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur 27,755 N — 1 Q Q, æquari 217,944, Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radixve propositi quadrato-quadrati avulsi.

Est 217,944 plano-planum sub latere & dato coëfficiente solido 27,755. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari; quorum minoris cubus minor est 6,938 $\frac{3}{4}$ quadrante coëfficientis solidi; majoris major. Ac proinde cum adplicabitur quadruplum plano-plani 217,944 ad solidum 27,755; orietur latitudo major radice minore; & minor radice majore. Atque adeo utravis ita occurret.

Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens solidum	27	7 5 5	*sublaterale.*
Plano-planum sub latere, multatum lateris quadrato-quadrato.	21	7 9 4 4	
	QQi	C Q N · QQii	

Quoniam radix minor de qua quæritur cedit lateri cubico solidi 6,938. Itaque prima figura non potest esse 2. Si vero sumatur 1 plano-planum principale, quod minuere non minui oportet, majus esset plano-plano restituto, ideo fit devolutio.

Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens solidum.	2	7 7 5 5	N 8
			Q 64
Plano-planum sub latere multatum lateris quadrato-quadrato.	21	7 9 4 4	C 512
			QQ 4096
Plano-planum restituens.		4 0 9 6	*Quadrato-quadratum lateris primi.*
Plano planum restitutum.	22	2 0 4 0	
Plano-planum principale minuens, æquale plano-plano restituto.	22	2 0 4 0	*A latere primo in coëfficiens solidum.*

Itaque si 27,755 N — 1 Q Q, æquetur 217, 944. fit 1 N 8 latus unum, idemque minus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem ad 8 adplicatur plano-planum 217, 944, oritur solidum 27, 243, quale relinquit factus à radice 8 cubus ablatus è solido 27,755. Intelliguntor quatuor continue proportionales cubi, quorum minor extremus sit 512. Adgregatum vero è reliquis tribus 27,243. Cubus autem major extremus 1 C. Ergo 1 C + 8 Q + 64 N, æquabitur 27, 243. & fiet 1 N 27 latus alterum, idemque majus propositi avulsi quadrato-quadrati.

 Para-

Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens solidum	27	755	*sublaterale.*
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	21 · *QQj*	7944 CQN· *QQij*	
Plano-planum restituens.	16		*Quadrato-quadratum lateris primi.*
Plano-planum restitutum.	37	7944	
Plano-planum principale minuendum.	55	510	*A latere primo in coëfficiens solidum.*
Excessus plano-plani principalis, reliquumve resolvendi quadrato-quadrati.	17	7156	

sublaterale.

	0	0
N	2	7
Q	4	49
C	8	343
QQ	16	2401

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior { *Coëfficiens solidum.*	2	7755	
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati.	17	7156	
Divisorum pars inferior { *Quadruplus cubus lateris primi.*	3	2	
Sextuplum quadratum lateris primi.		24	
Quadruplum latus primum.		8	
Summa divisorum inferiorum.	3	448	
Excessus divisorum inferiorum.		6725	
Plano-plana ablatitia	22	4	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	11	76	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
	2	744	*A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.*
		2401	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	37	1441	
Plano-planum adtitium.	19	4285	*A latere secundo in coëfficiens solidum.*
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.	17	7156	

Itaque si 27,755 N — 1 *QQ, æquetur* 217,944. *fit* 1 N 27 *latus unum, idemque majus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem ad* 27 *adplicatur plano-planum* 217,944, *oritur solidum* 8,072, *quale etiam relinquit factus à radice* 27 *cubus* 19,683 *ablatus è solido* 27,755. *Intelliguntor quatuor continue proportionales cubi, quorum major extremus sit* 19,683. *Adgregatum vero è reliquis tribus* 8,072. *Cubus autem minor extremus, esto* 1 C. *Ergo* 1 C + 27 *Q* + 729 N, *æquabitur* 8,072. *& fiet* 1 N 8 *latus alterum, idemque minus propositi avulsi quadrato-quadrati.*

PRO-

PROBLEMA XX.

E Dato in numeris plano-plano sub cubo & data coëfficiente longitudine, adfecto multa quadrato-quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur 65C—1 Q Q, æquari 1,481,544. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radix-ve propositi quadrato-quadrati avulsi.

Est 1,481,544, plano-planum sub cubo, & data coëfficiente longitudine 65. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari. Quorum unum minus est dodrante 65. Alterum majus. Ac proinde cum ad triplum longitudinis 65 adplicabitur quadruplum plano-plani 1,481,544, orietur solidum majus cubo radicis minoris, minus vero cubo radicis majoris. Atque adeo utravis radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub cubo, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	6	5
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	1 4 8	1 5 4 4
		C Q N
	QQ i	QQ ij
Plano-planum restituens.	8 1	
Plano-planum restitutum	2 2 9	1 5 4 4
Plano-planum principale minuens.	1 7 5	5
Excessus plano-plani restituti, reliquumve resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	5 3	6 5 4 4

subcubica.

	0		0
N	3		8
Q	9		64
C	27	*parabola*	512
QQ	81		4096

Quadrato-quadratum lateris primi.

A cubo lateris primi in coëfficientem longitudinem.

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Solidum expletionis, à coëfficiente in triplum quadratum lateris primi.*	1 7	5 5
	Planum expletionis, à coëfficiente in triplum latus primum.		5 8 5
	Coëfficiens longitudo.		6 5
Reliquum resolvendi avulsi quadrato-quadrati.		5 3	6 5 4 4
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	1 0	8
	Sextuplum quadratum lateris primi.		5 4
	Quadruplum latus primum.		1 2
Excessus divisorum superiorum.		6	7 8 9 5

Plano-plana addititia	86	4	*A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.*
	345	6	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
	6	144	*A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.*
		4096	*Quadrato-quadratum lateris secundi.*
Summa plano-planorum adddititiorum.	127	5136	
Plano-plana ablatitia	140	40	*A latere secundo in solidum expletionis.*
	37	440	*A quadrato lateris secundi in planum expletionis.*
	3	3280	*A cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.	181	1680	
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.	53	6544	

Itaque si 65 C — 1 QQ, æquetur 1,481,544. sit 1 N 38 latus unum, è duobus de quibus æqualitas potest explicari, ipsumque minus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus cubus est 54,872, ad quem dum adplicatur plano-planum 1,481,544, oritur latitudo 27, quantam etiam relinquit longitudo 38, ablata è 65. Intelliguntor quatuor continue proportionales, ex quarum prima, secunda, & tertia componatur 38, quarta vero sit 27. Unde summa omnium 65, quanta est coëfficiens. Latus igitur alterum componetur ex quarta, secunda, & tertia. Tertia esto 1 N. Igitur 1 C + 27 Q + 729 N, æquabitur 27,702 solido facto à 38 data in 729 quadratum quartæ. Itaque tertia erit 18, secunda 12. Atque adeo latus majus 57.

Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub cubo, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	6	5	*subcubica.*
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	148	1544	
	QQ j	C Q N · QQ ij	
Plano-planum restituens.	625		*Quadrato-quadratum lateris primi*
Plano-planum restitutum.	773	1544	
Plano-planum principale minuendum.	812	5	*A coëfficiente longitudine in cubum lateris primi.*
Excessus plano-plani principalis, reliquumve resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	39	3456	

	o	o
N	5	7
Q	25	49
C	125	343
QQ	625	2401

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	*Solidum expletionis, à coëfficiente in triplum quadratum lateris primi.*	48	75	
	Planum expletionis, à coëfficiente in triplum latus primum.		975	
	Coëfficiens longitudo.		65	
Reliquum resolvendi avulsi quadrato-quadrati.		39	3456	
Divisorum pars inferior	*Quadruplus cubus lateris primi.*	50	0	
	Sextuplum quadratum lateris primi.	1	50	
	Quadruplum latus primum.		20	
Summa divisorum inferiorum.		51	520	
Summa divisorum superiorum.		49	7315	
Excessus divisorum inferiorum.		1	7885	
Plano-plana ablatitia		350		*A latere secundo in quadruplum cubum primi.*
		73	50	*A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.*
		6	860	*A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.*
			2401	*Quadrato-quadratum secundi.*
Summa plano-planorum ablatitiorum.		430	6001	
Plano-plana addititia		341	25	*A latere secundo in solidum expletionis.*
		47	775	*A quadrato lateris secundi in planum expletionis.*
		2	2295	*A cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem.*
Summa plano-planorum addititiorum.		391	2545	
Excessus ablatitiorum, æqualis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.		39	3456	

Itaque si 65 C — 1 Q Q, *æquetur* 1,481,544. *fit* 1 N 57 *latus unum, è duobus de quibus æqualitas potest explicari, ipsumque majus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus cubus est* 185,193 *ad quem dum adplicatur plano-planum* 1,481,544, *oritur latitudo* 8, *quantam etiam relinquit longitudo* 57 *ablata è* 65. *Intelliguntur quatuor continue proportionales, ex quarum prima, secunda & tertia componatur* 57, *quarta vero sit* 8. *Vnde summa omnium* 65 *coëfficiens. Latus igitur alterum componetur ex quarta, secunda & tertia. Tertia esto* 1 N. *Igitur* 1 C + 8 Q + 64 N, *æquabitur* 3,648, *solido facto à* 57 *data in* 64 *quadratum quartæ. Itaque tertia erit* 12, *secunda* 18, *atque adeo latus minus* 38.

CONSECTARIUM GENERALE AD ANALYSIN PTESTATUM ADFECTARUM,

Et præceptorum quæ ad eam pertinent, recollectio.

Ergo in analysi potestatum adfectarum eadem omnino locum habent præcepta, quæ in analysi purarum. Quicquid præterea mysterii est, versatur præcipue in situ coëfficientium subgradualium magnitudinum, ac earum quas diximus, expletionis, ab ipsis videlicet coëfficientibus, & eliciundis singulariter lateribus, aut eorum parodicis ad potestatem gradibus, effectarum.

Præceptum primum.

De singularibus potestatibus per puncta designandis, & coëfficientium ordine, & situ.

Prima igitur cura esto, ut quot puncta singularium potestatum adnotabuntur sub figuris, pergendo à dextra ad lævam, tot puncta conditionaria gradus, quem metitur coëfficiens, adnotentur supra figuras, pergendo quoque à dextra ad lævam, & in ultima sede coëfficiens consistat.

Nempe si coëfficiens est sublateralis, quot puncta singularium potestatum adnotabuntur, tot adnotentur puncta lateralia, nulla videlicet figura intermedia relicta.

Si sub-quadratica est, tot puncta quadratica, una videlicet figura intermedia relicta.

Si sub-cubica, tot puncta cubica, duabus videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-quadrato-quadratica, tot puncta quadrato-quadratica, tribus videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-quadrato-cubica, tot puncta quadrato-cubica, quatuor videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-cubo-cubica, tot puncta cubo-cubica, quinque videlicet figuris intermediis relictis. Et ita in infinitum.

Præceptum secundum.

De educendo latere singulari primo, & efficiundis ab eodem homogeneis cum resolvenda magnitudine comparandis.

Secunda cura esto, ut latus singulare primum eruatur sub ultimo adnotato singularium potestatum puncto, quod quidem primum occurrit, dum è contrario à læva tenditur ad dextram. Et potestas lateris singularis educti adnotetur congruenter, ita videlicet ut desinat sub sibi addicto puncto.

Idem latus singulare, vel ejus parodicus gradus, qualem coëfficiens metitur, ducatur in coëfficientem, vel coëfficientes subgraduales, & facta hujusmodi homogenea adnotentur quoque congruenter, ita videlicet ut desinant in sedibus sibi addictis.

Et ita demum adnotatæ, tum potestas lateris singularis educti, tum effectæ magnitudines potestati homogeneæ, comparentur cum proposita magnitudine resolvenda. Distinguendæ autem sunt πτώσεις.

Casus primus.

Enimvero, si adfectio est per adfirmationem, tunc potestas lateris singularis educti, & effectæ magnitudines ei homogeneæ auferentur è proposita magnitudine resolvenda. cum alioqui, quando resolvenda proponitur magnitudo pura, auferenda sit sola singularis potestas prima. Qua igitur methodo elicietur latus illud singulare primum, ne deludatur Analysta? Et in conspicuo est habendam esse tum magnitudinis propositæ resolvendæ, tunc coëfficientium rationem. Sed posthabita coëfficientis ratio Analystam non eludet, quando coëfficiens semota est longe in posteriora à puncto potestati singulari primæ

primæ addicto. Quod enim latus congrueret, si quæ proponitur resolvenda magnitudo esset pura, idem adsumetur ad latus singulare primum.

Cum autem in anteriora prorumpit coëfficiens, argumentum est, homogenea adfectionum majora esse lateris de quo quæritur potestate. Et erit consentaneum, opus à divisione inchoare. Itaque si divisor major est dividendo, fiet secessio, devolutiove coëfficientis subgradualis in succedens sibi addictum punctum, idque toties donec locus sit divisioni.

Et quot secedet punctis coëfficiens subgradualis, quæ nimis prorumpebat in anteriora exiliens magnitudinis resolutioni expositæ terminos, tot secedent coëfficientes quæque in sibi addicta loca. Ac denique tot delebuntur subtus singularium potestatum puncta, sub quibus alioquin erat primi lateris instituenda eductio.

Ita autem à divisione resolvendæ potestatis per coëfficientem magnitudinem opus inchoabitur, ut lex homogeneorum maneat illæsa. Nempe,

Si resolvenda magnitudo est cubus, aliud-ve solidum; coëfficiens vero planum: ea quæ ex adplicatione divisione-ve oritur magnitudo, radix esto.

At si coëfficiens est longitudo, id quod oritur quadratum esto, & quadrati ortivi radix proxima veræ subnotator: quandoquidem, cum solidum adplicatur ad longitudinem, id quod oritur planum est.

Æque, si magnitudo resolvenda sit quadrato-cubus, aliud-ve plano-solidum; coëfficiens vero planum: quod oritur cubus esto, & cubi etiam radix proxima veræ subnotator. quandoquidem, cum plano-solidum adplicatur ad planum, id quod oritur solidum est. Et ea constanti in omnibus potestatibus & coëfficientibus, methodo.

At cum neque in posteriora secedit vel prorumpit in anteriora coëfficiens subgradualis magnitudo, sed in eadem prope commissura existit, tunc homogenea sub gradu & ea coëfficiente potestatem lateris singularis propemodum adæquat, & sive à radicis eductione opus inchoet Analysta, sive à divisione, sentiet non raro se deludi. Itaque magis est, ut in ea ἀπορίᾳ suum artificium prodat. Quod erit hujusmodi.

Expendet coëfficientis radicem pro suo magnitudinis genere; ipsam videlicet coëfficientem, si coëfficiens longitudo est; vel latus quadrati si planum; vel latus cubi si solidum, & eo continuo ordine, & ab ea radice potestatem efficiet resolvendæ propositæ magnitudini homogeneam, & deinceps comparandam. Radix autem prima differentiæ inter ambas erit latus singulare primum educendum. Aut etiam reducet coëfficientes, & eam, quæ resolvenda proponitur, magnitudinem ad idem magnitudinis genus, & reductarum sumet à resolvenda differentiam, & radix prima differentiæ erit, ut ante, latus singulare primum educendum.

Casus secundus.

Quod si adfectio fuerit per negationem à potestate, potestas quidem singularis lateris auferetur propositæ magnitudini resolvendæ. At eidem addetur homogenea sub gradu & coëfficiente.

Et si coëfficiens sub gradu homogeneam negatam pluribus constet punctis conditionariis, quam resolvenda proposita magnitudo, prout unumquodque magnitudinis genus exposcit, designandis: talis magnitudo censebitur mutila & ἀκέφαλος. Itaque tot numeralibus circulis à dextra ad lævam attolletur, quot deesse videbuntur ad explendum punctorum conditionariorum coëfficientis numerum. Radix autem coëfficientis secundum suum magnitudinis genus expendetur, & statuetur latus singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Esto nempe coëfficiens longitudo, resolvenda vero planum. Quot igitur binis figuris constabit planum, si tot simplicibus constet longitudo, dicentur ambæ magnitudinis punctis conditionariis æquari. Et coëfficientis ipsius prima à læva ad dextram figura, statuetur latus singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Esto coëfficiens planum, resolvenda vero solidum. Quot igitur ternis figuris constabit solidum, si tot binis constet planum, dicentur ambæ longitudines punctis conditionariis æquari. Et radix prima coëfficientis ipsius tanquam quadrati sub puncto congruo æstimanda, latus erit singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Et ea constanti in omnibus potestatibus & coëfficientibus, methodo.

Si

Si vero non pluribus conditionariis punctis constet coëfficiens, sed tamen eo loci prorumpat, ut dubitationi possit esse locus quanta eligenda radix vel parabola: ideo ne divisio frustra sit, & de novo opus inchoare necesse habeat delusus Analysta. Tunc, ut arte magis omnia procedant, tam coëfficientes, quam resolvendæ magnitudines ad idem magnitudinis genus reducentur. Et ex earum ita reductarum summa (quandoquidem per negationem adfectio est) radix elicietur consentanea, & retinebitur.

Casus tertius.

Quod adfectio fuerit per adfirmationem mixtim & negationem à potestate: Effecta quidem sub coëfficientibus adfirmatis homogenea, una cum potestate lateris educendi, erunt ablativa magnitudini resolvendæ: At contra effecta sub coëfficientibus negatis erunt additiva. Itaque ad educendum latus singulare primum, locus erit permixtim antecedentibus quoque præceptis.

Casus quartus.

At quando potestas ab homogenea sub gradu avellitur, avulsam eam restituit potestas lateris singularis primi, & restituta deminuitur ab homogenea de qua negatur, vel homogeneam minuit. Semper autem inchoandum est opus à divisione, cum de minore radice quæritur, & restituta potestas ab homogenea sub gradu deminuitur. Cum vero quæritur de majore, reducitur coëfficiens ad idem magnitudinis genus, & ex excessu elicitur radix potestatis avulsæ restitutoria, secundum ea quæ in epidigmatis adnotata sunt.

Præceptum tertium.

De divisorum constitutione, ordine, & situ, post eductionem lateris singularis primi.

Tertia cura esto, ut post eductionem primi lateris singularis, & emendatam congrua subductione expositam resolutioni magnitudinem, dividentes scansoriæ in suo collocentur situ & ordine, tam superius quam inferius. Ac inferius quidem collocentur multiplices laterum elicitorum gradus parodici, ipsimet qui dividerent in analysi puræ potestatis, ut pote

In analysi quadrati, duplum lateris eliciti.

In analysi cubi, Prima, dividens scansoria magnitudo, triplum lateris eliciti. Secunda, triplum quadratum ejusdem.

In analysi quadrato-quadrati, Prima, quadruplum lateris eliciti. Secunda, sextuplum quadratum ejusdem. Tertia, quadruplus cubus ejusdem.

In analysi quadrato-cubi, Prima, quintuplum lateris eliciti. Secunda, decuplum quadratum ejusdem. Tertia, decuplus cubus ejusdem. Quarta, quintuplum quadrato-quadratum ejusdem.

In analysi cubo-cubi, Prima, sextuplum lateris eliciti. Secunda, decuquintuplum quadratum ejusdem. Tertia, vigecuplus cubus ejusdem. Quarta, decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem. Quinta, sextuplus quadrato-cubus ejusdem. Et ita deinceps.

Et occupent multiplices gradus illi, sedes sibi designatas inter puncta singularium potestatum, ut pote laterales, sedem laterum. Quadrata, sedem quadratorum. Cubi, sedem cuborum, &c.

Superius autem ipsæ coëfficientes magnitudines inter dividentes adscribantur, & idcirco moveantur identidem in succedentia puncta sibi addicta. Et præterea, secundum conditiones graduum, quos coëfficientes illæ metiuntur, multiplicant-ve: repleantur dividentibus reliquis sedes intermediæ, inter puncta ipsis subgradualibus addicta.

Nempe, si coëfficiens sub-quadratica est, Quoniam in resolutione quadrati dividens est duplum lateris eliciti; ducatur coëfficiens in duplum lateris eliciti, & effecta vocetur magnitudo expletionis; & è dividentibus esto: & præito proxime coëfficientem è regione figuræ numeralis intermediæ, quam designata quadratica puncta superius reliquerunt.

Si coëfficiens sub-cubica est, Quoniam in resolutione cubi dividens prima magnitudo, est triplum latus primum. Secunda, lateris primi triplum quadratum, Ideo functo quoque

que è dividentibus magnitudines expletionum duæ, ipsam coëfficientem ordine præeuntes. Prima effecta abs coëfficiente in lateris eliciti triplum. Secunda, abs coëfficiente in lateris eliciti triplum quadratum. Ac prima quidem è regione figuræ intermediæ, quæ prima est ad lævam ab ea in quam coëfficiens desinit, consistito. Secunda è regione secundæ.

Et si coëfficiens sub-quadrato-quadratica est, Sunto è dividentibus ob eam, quæ jam satis inculcata est, rationem, magnitudines tres expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima coëfficienti proxima, effecta à coëfficiente in lateris eliciti quadruplum. Secunda è coëfficiente in lateris eliciti sextuplum quadratum. Tertia à coëfficiente in lateris eliciti quadruplum cubum.

Et si coëfficiens sub-quadrato-cubica est, Sunto è dividentibus magnitudines quatuor expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima & coëfficienti proxima, effecta abs coëfficiente illa in quintuplum lateris eliciti. Secunda, abs eadem in decuplum quadratum lateris eliciti. Tertia, abs eadem in decuplum cubum lateris eliciti. Quarta, abs eadem in quintuplum quadrato-quadratum lateris eliciti. Tertia, abs eadem in decuplum cubum lateris eliciti. Quarta, abs eadem in quintuplum quadrato-quadratum lateris eliciti.

Et si coëfficiens sub-cubo-cubica est, Sunto è dividentibus magnitudines quinque expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima & coëfficienti proxima, effecta abs coëfficiente & sextuplum lateris eliciti. Secunda abs eadem in quindecuplum quadratum ejusdem. Tertia, abs eadem in vigecuplum cubum ejusdem. Quarta, abs eadem in quindecuplum quadrato-quadratum lateris eliciti. Quinta, abs eadem in sextuplum quadrato-cubum lateris eliciti.

Et eo continuo ordine & progressu.

Præceptum quartum.

De eductione lateris singularis secundi.

Quarta cura esto, ut post congruentem situm dividentium, si quidem fuerint ejusdem adfectionis, adgregentur illæ, & per eorum adgregatum divisio instituatur ad eliciendum latus secundum.

Si sint diversæ, ut pote, si quæ sit coëfficiens negata, ipsa, cum suis expletionum scansoriis eandem retinentibus adfectionem, partem unam facito, reliquæ dividentes reliquam, & quotus erit excessus in magnitudinis, quæ resolvenda proponitur, reliquo, Tantum esto latus singulare secundum, siquidem parabola una numerali figura contenta est, quoniam excessus ad magnitudinis gradum, qui potestati proxime succedit, pertinet. At cum parabola duarum figurarum est, excessus ad succedentem gradum pertinet, ideoque non erit longitudo, sed planum. Vnde ei proximius numero quadratum, statuitur quadratum lateris singularis secundi. Et si parabola trium est figurarum, ipsa erit solidum, & ei proximior numero cubus, statuetur cubus lateris singularis secundi, & eo climactico in infinitum progressu, ut hæc ad caput analyseos potestatum avulsarum jam ante adnotata sunt.

Præceptum quintum.

De efficiundis à latere secundo homogeneis, & cum reliquo magnitudinis genere comparandis.

Quinta cura esto in coëfficiundis potestati homogeneis ex ductu eliciti lateris novi, vel ejus parodicorum graduum, in constitutas magnitudines dividentes.

Si de resolutione cubi agitur, latus secundum ducatur in multiplex quadratum primi, in aliaque dividentia plana, sive coëfficiens, sive scansorium expletionis; lateris vero secundi quadratum in multiplex latus primum, & in coëfficientem longitudinem.

Si de resolutione quadrato-quadrati, latus secundum ducatur in multiplicem cubum primi, in aliaque dividentia solida; quadratum ejusdem in multiplex quadratum primi, in aliaque plana; cubus in multiplex latus primi, aliasque dividentes longitudines.

Si de resolutione quadrato cubi, latus secundum ducatur in multiplex quadrato-quadratum primi, in aliaque dividentia plano-plana; quadratum ejusdem in solida; cubus in plana; quadrato-quadratum in longitudines.

Si de resolutione cubo-cubi, latus secundum ducetur in multiplex quadrato-cubum primi, in aliaque dividentia plano-solida; quadratum ejusdem in plano-plana; cubus in solida; quadrato-quadratum in plana; quadrato-cubus in longitudines.

Et ita in infinitum.

Adgregabuntur autem facta hujusmodi homogenea, cum fuerint ejusdem adfectionis. Quod si diversæ, quæ fient à coëfficiente negante una, vel pluribus, & suis intermediis expletionum scansoriis, partem unam faciunto; Reliqua homogenea reliquam.

Et si summa homogenearum primo casu; vel differentia secundo; magnitudinis resolvendæ reliquo fuerit æqualis, opus erit absolutum. Sin minus, & supersit punctum potestati addictum, duo jam elicita latera fungentur vice unius, & deinceps subeunda erit tertia cura, & reliquæ expositæ, donec ad finem opus perducatur.

Præceptum Sextum.

Ad eliciendum radices proximas veris, alioquin irrationales.

Si autem singularia latera omnia jam sint elicita, id est, nullum supersit punctum potestati addictum; neque tamen primo casu summa homogeneorum; vel secundo differentia, sit ipsi reliquo magnitudinis resolutioni expositæ æqualis: argumentum erit latus esse irrationale. Quo itaque proximum eliciatur majus minus-ve, summæ elicitorum laterum singularium adjungetur fragmentum, cujus numerator erit reliquum magnitudinis resolvendæ. Ad denominatorem vero sumentur divisores iidem, qui essent, si aliquod punctum potestati addictum superesset denuo resolvendum. Quod & in analysi puratum potestatum potuit observari.

Vel, resolvendæ magnitudini adfectæ addentur, ut in puris, conditionarii secundum genera magnitudinum numerales circuli, id est bini in quadratis, terni in cubis, quaterni in quadrato-quadratis, & eo deinceps ordine. Quin coëfficientibus magnitudinibus ἰσομοιρικῶς addi intelligentur tot quoque numerales circuli, quot exposcet graduum ipsis homogeneorum conditio, singuli si longitudo, bini si planum, terni si solidum, & eo in infinitum progressu. Enimvero

Proponatur 1 C + 6 N, æquari 8. Quoniam 6 est magnitudo plana: 1 C + 600 N, æquabitur 8, 000. & erit hæc radix ad illam decupla. Et 1 C + 6, 00, 00 N, æquabitur 8, 000, 000. & erit radix hæc ad primam centupla.

Et si proponatur 1 C + 6 *Q*, æquari 8. Quoniam hic 6 est longitudo: 1 C + 60 *Q*, æquabitur 8, 000. & erit hæc radix ad illam decupla. Et rursus 1 C + 600 *Q*, æquabitur 8,000, 000. & erit hæc radix ad primam propositam centupla.

Et si proponatur 1 *QQ* + 6 C, æquari 8. Quoniam 6 est longitudo: 1 *QQ* + 60 C, æquabitur 8, 0000. & hæc radix erit ad primam decupla. Vel 1 *QQ* + 600 C, æquabitur 8, 0000, 0000. & hæc radix erit ad primam propositam centupla. Et ita de reliquis, per ea quæ de isomœria in tractatu de Emendatione Æquationum tradita sunt.

Quid vero si 1 N est explicabilis sub nota asymmetriæ, quæratur autem sub ea specie exhiberi? & id per artem non denegabitur, sicut ex iis quæ superius citato tractatu exposita sunt, manifestum fit. Hic autem esto

Explicitus De Numerosa Potestatum Resolutione Tractatus.

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ EFFECTIONVM GEOMETRICARVM

Canonica recensio.



Effectiones Geometricas quibus æquationes omnes quæ quadratorum metam non excedunt, commode explicentur, ita canonice recenseo.

Propositio I.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ addere.

Opus additionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ A B, B C. Oportet alteram alteri addere. Continuetur A B longitudine B C. Dico factum esse quod oportuit. Compositam enim esse A C ex A B, B C.



Propositio II.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ majori auferre.

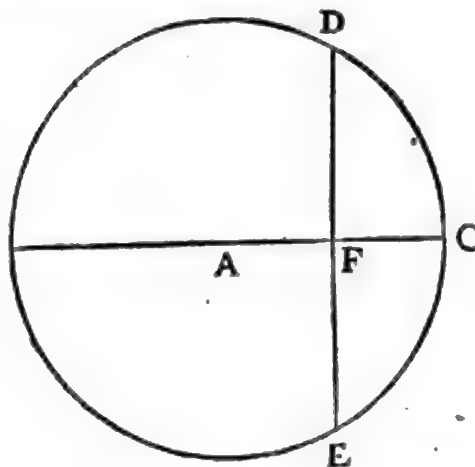
Opus subductionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales A B, B C. Oportet ex A B majore, minorem auferre. Ex A B abscindatur B C. Dico factum esse quod oportuit. Differentiam enim inter A B & B C, esse A C.



Propositio III.

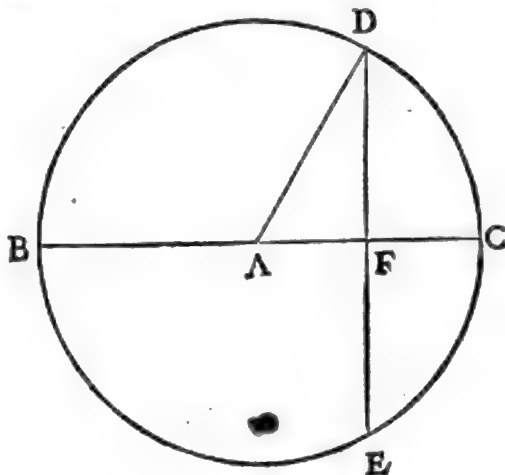
Describere tres lineas rectas proportionales.

Sub A centro, intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter B A C. Sumantur autem in contrarias partes circumferentiæ C D, C E æquales; & connexa D E secet B C in F. Dico factum esse quod oportuit. Proportionales enim esse B F, F D, F C.



PROPOSITIO IV.

Describere triangulum rectangulum.



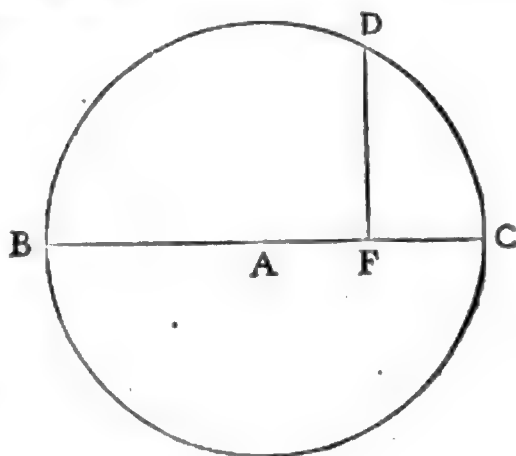
Repetita superiore constructione connectatur A D. Dico factum esse quod oportuit. Triangulum enim esse A F D, ipsumque rectangulum, quoniam angulus A F D est rectus, ut demonstratur in Elementis.

PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis, invenire mediam inter eas proportionalem.

Opus multiplicationis. Illud enim est, Datis lateribus invenire planum, sive exhibere quadratum ipsi plano æquale. Traditum est autem quod fit ab extremis planum, æquale esse mediæ quadrato.

Sint datæ duæ rectæ lineæ B F, F C. Oportet invenire mediam inter eas proportionalem. Continuetur B F longitudine F C, & B C secetur bifariam in A: Et è centro A intervallo A B vel A C describatur circulus, & excitetur ad punctum F perpendicularis, abscindens circumferentiam in D. Dico factum esse quod oportuit. Mediam enim quæsitam esse D F, ut manifestum fit ex descriptione canonica trium proportionalium.

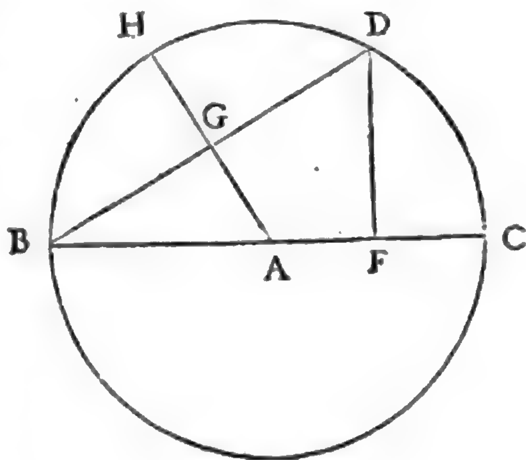


Sic dato plano, datur quadratum æquale.

PROPOSITIO VI.

Datis duabus lineis rectis, invenire tertiam proportionalem.

Opus adplicationis. Illud enim est, Datum planum seu plano æquale quadratum, rectæ adplicare & latitudinem ortivam exhibere. *Quadratum videlicet mediæ adplicatur ad primam, & oritur tertia.*



Sint datæ duæ lineæ rectæ B F, F D. Oportet invenire tertiam proportionalem. Inclinentur ad rectos angulos B F, F D, & connectatur B D, quæ secetur bifariam ad rectos angulos à recta A H intercipiente ipsam B D in G, ipsam vero B F in A, Et centro A, intervallo A B vel A D describatur circulus, ad cujus circumferentiam protrahatur B F in C. Di-

co fa-

co factum esse quod oportuit. Ad datas enim β F, F D tertiam proportionalem quæsitam esse F C, ut manifestum sit ex descriptione canonica trium proportionalium.

Minus autem effectiones canonicæ sunt.

1 Datis tribus lineis rectis, invenire quartam proportionalem.

2 Facere ut numerum ad numerum, ita lineam rectam ad rectam de qua quæritur, cæteris datis.

3 Facere ut quadratum ad quadratum, ita lineam rectam ad rectam de qua quæritur, cæteris datis.

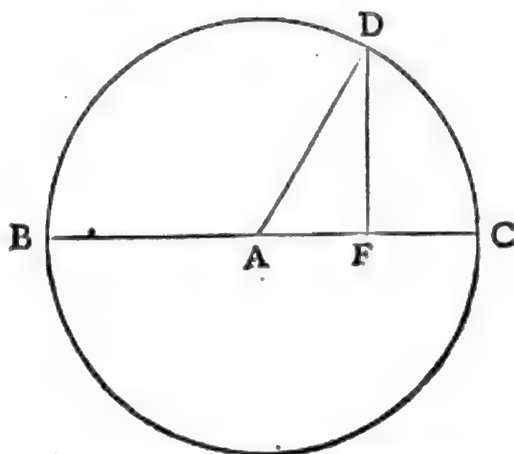
4 Facere ut lineam rectam ad rectam, ita quadratum ad quadratum lateris de quo quæritur, cæteris datis.

Quæ tamen si quando juvant habentur ex Elementis. Sed neque sequentes effectiones omnino regulares sunt, at commendandæ tamen propter frequentem earum usum & impendium.

Propositio VII.

Datis trianguli rectanguli duobus lateribus circa rectum, invenire latus tertium.

Opus additionis planorum. Docuit nempe Pythagoras, *Quadrata à lateribus circa rectum, æquari quadrato lateris reliqui.*

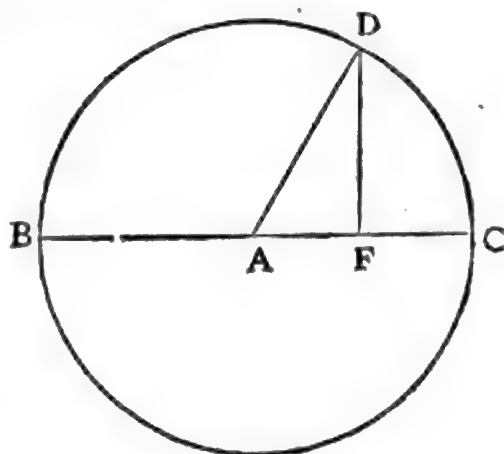


Quod etiam principia analytica arguunt ex ipsa descriptione trianguli. Traditum est enim ex analyticis, adgregatum duorum laterum, dum ducitur in differentiam laterum, facere differentiam quadratorum. Adgregatum autem ex A D seu B A & A F, est B F. Et differentia inter A D seu A C & A F, est F C. B F autem ducta in F C, facit quadratum ex D F. Itaque quadratum ex D F est differentia quadrati ex A D & quadrati ex A F. Et per artis translationem, quæ dicitur antithesis, quadratum ex A D est summa quadratorum ex A F & D F.

Sint data duo latera trianguli rectanguli ipsum angulum rectum ambientia A F, F D. Oportet invenire latus tertium, quod angulum rectum subtendit. Inclinentur igitur A F, F D ad angulos rectos & connectatur A D. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim de quo quæritur esse A D, subtendens D F A rectum angulum trianguli, factum à datis A F, F D.

Propositio VIII.

Dato latere subtendente angulum rectum trianguli, & uno è reliquis, invenire latus tertium.

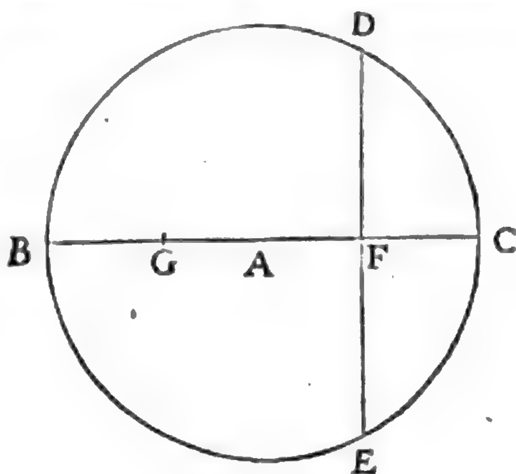


Opus subductionis planorum. Sint data duo latera trianguli rectanguli, unum A C, quod subtendit angulum rectum, alterum A F insistens circa rectum illum. Oportet invenire latus reliquum.

Centro A intervallo A C describatur circulus, Sed ex A C abscindatur A F, & ad punctum F excitetur perpendicularis in A C, eaque secet circumferentiam in D, & connectatur A D. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim D F esse quæsitum, ambiens angulum rectum in triangulo A F D, cujus data fuerunt reliqua latera A F & A D, id est A C.

PROPOSITIO IX.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: quadratum minoris extremæ adjunctum rectangulo sub differentia extremarum & ipsa minore extrema, æquatur mediæ quadrato.



Exponatur canonicum diagramma trium linearum rectarum proportionalium, & intelligitor F C minor extrema, cui æqualis ponatur B G, unde differentia inter B F majorem extremam & B G, id est F C minorem extremam, fit F G. Dico quadratum ex C F adjunctum rectangulo sub C F, F G, æquari quadrato ex D F. Nam quadratum ex C F aliter est factum ex C F in G B. Itaque duo hæc facta ex C F in G B, & C F in F G valent factum ex C F in F B. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex D F media inter extremas.

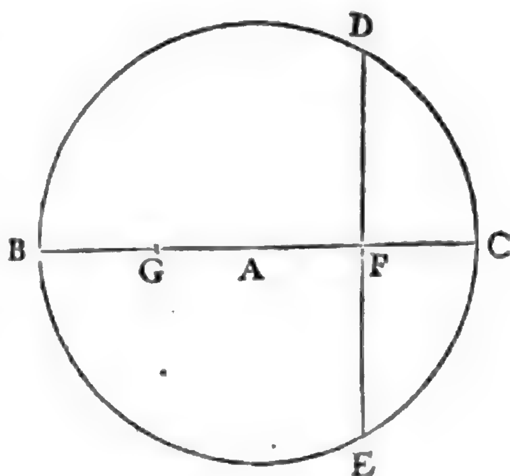
CONSECTARIVM AD MECHANICEN
quadrati adfecti adjunctione plani sub latere

Itaque cum proponetur A quadratum, plus B in A, æquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex media & differentia extremarum quærentur extrema, quarum minor erit A, de qua quæritur.

Ut hic ex datis G F, F D construentur proportionales B F, F D, F C. Et erit F C minor quæsita. Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthesin demonstrat.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: quadratum majoris extremæ, multatum rectangulo sub differentia extremarum, & ipsa majore extrema, æquatur mediæ quadrato.



Repetatur proxime antecedens constructio. Dico quadratum ex B F, minus rectangulo sub B F, G F, æquari quadrato ex D F.

Quadratum enim ex B F, valet factum ex B F in G F, & insuper ex B F in B G. A quadrato igitur ex B F auferatur factum ex B F in F G, relinquitur factum ex B F in B G, id est ex constructione in F C. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex D F media inter extremas.

CON-

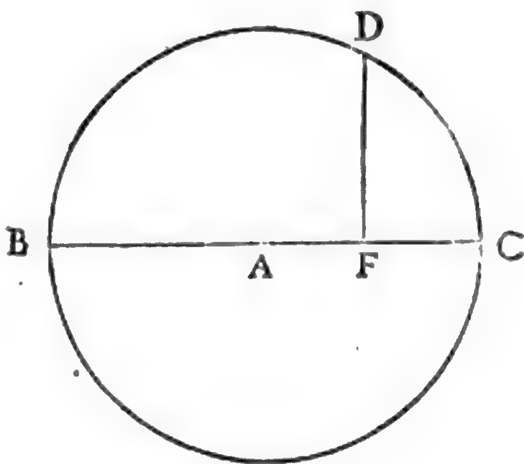
CONSECTARIUM AD MECHANICEN QUADRATI
adfecti multa plani sub latere.

Itaque cum proponetur A quadratum, minus B in A aquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex media & differentia extremarum quarentur extrema, quarum major erit A, de qua quaritur.

Vt hic ex datis GF, FD construentur proportionales BF, FD, FC. Et erit BF major quæsita. Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthesin demonstrat.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: rectangulum sub composita ex extremis & harum altera majore minoreve, multatum ejusdem alterius quadrato, æquatur mediæ quadrato.



Exponatur canonicum diagramma trium proportionalium. Dico rectangulum sub BC, FC, minus quadrato ex FC, æquari quadrato ex DF.

Et rursus rectangulum sub BC, BF, minus quadrato ex BF, æquari quadrato ex DF.

Quoniam enim BC est composita ex BF, FC, ideo factum ex BC in FC valet factum ex BF in FC, & FC in FC, hoc est quadratum ex FC. Cum itaque ex facto BC in FC auferetur quadratum ex FC, relinquetur factum ex BF in FC. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas. Atque id esto primum.

Æque quoniam BC composita est ex CF, FB, ideo factum ex BC in BF valet factum ex CF in BF, & BF in BF, hoc est quadratum ex BF. Cum itaque ex facto BC in BF auferetur quadratum ex BF, relinquetur factum ex CF in BF. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas. Vt secundo loco fuit demonstrandum.

CONSECTARIUM AD MECHANICEN PLANI
sub latere negati de quadrato.

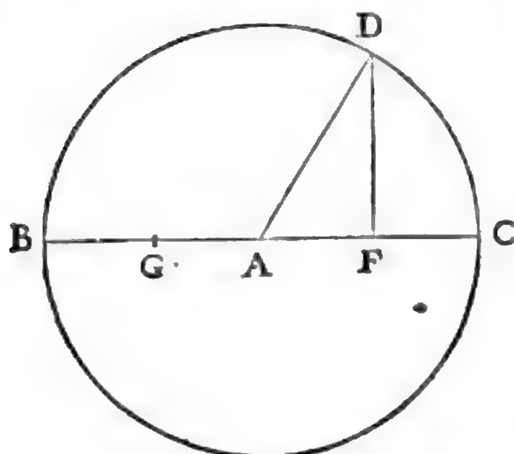
Itaque cum proponetur B in A, minus A quadrato aquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B adgregatum earumdem. Et ex media & adgregato extremarum quarentur extrema, quarum alterutra erit A, de qua quaritur.

Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthesin demonstrat.

PROPOSITIO XII.

Data media trium proportionalium & differentia extremarum, invenire extremas.

Mechanice



Mechanice quadrati adfecti sub latere.

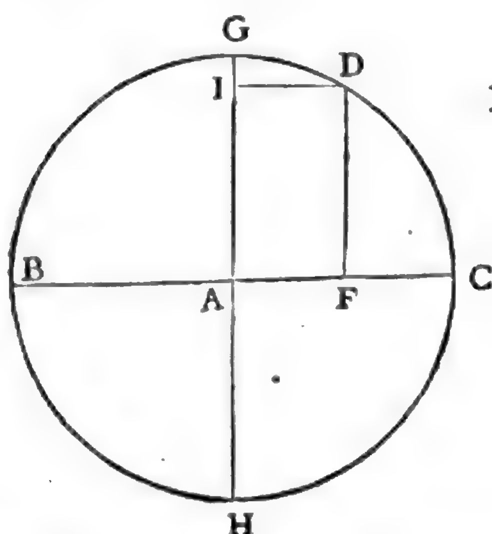
Sit data FD media trium proportionalium, data quoque GF differentia extremarum. Oportet invenire extremas.

Inclinentur GF, FD ad angulos rectos, & secetur GF bifariam in A. Centro autem A intervallo AD, describatur circulus, ad cujus circumferentiam producantur AG, AF, in punctis B, C.

Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim inveniundas esse BF, FC, inter quas media proportionalis est FD. Et ipsæ BF, FC differunt per FG, quandoquidem AF & AG constructæ sunt æquales, & AC, AB constructæ quoque æquales. Itaque ab æqualibus AB, AC subducendo æquales AG, AF, remanent BG, FC æquales. Est autem GF differentia inter BF & BG, seu FC. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII.

Data media trium proportionalium & adgregato extremarum, invenire extremas.

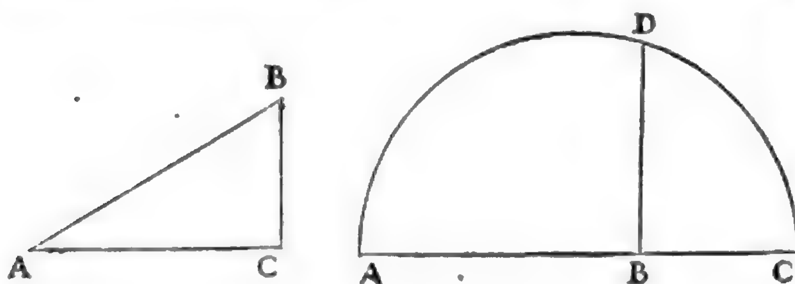


Methanice plani sub latere negati de quadrato.

Sit data E media trium proportionalium, & BC adgregatum extremarum. Oportet invenire extremas. Secetur BC bifariam in A, & centro A intervallo AB vel AC describatur circulus. Sed & diametrum BAC secet ad angulos rectos altera diameter GAH, & ex AG abscindatur AI, æqualis ipsi E. Et per I ducatur recta ipsi BC parallela intercipiens circumferentiam in D puncto, à quo cadat in BC perpendicularis DF ipsi IA æqualis, & parallela. Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim quæsitas esse BF, FC, ex quibus composita est BC data. Et sit media inter eas proportionales DF seu IA, id est E data.

PROPOSITIO XIV.

Quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendiculum ejusdem, proportionale est inter quadratum perpendiculi & quadratum idem perpendiculi continuatum basis quadrato.



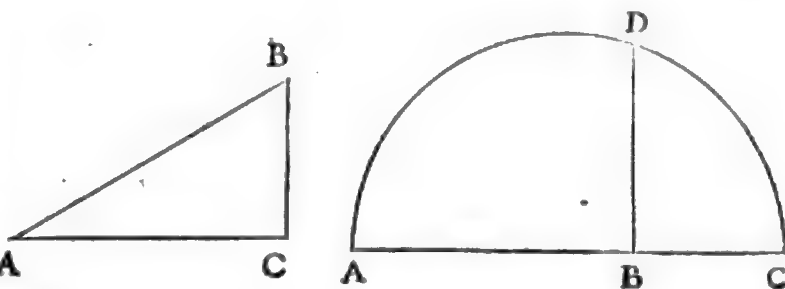
Sit triangulũ rectangulũ ABC, media vero inter AB hypotenusam & BC perpendiculum, sit BD. Dico quadratum ex BD proportionale

nale esse inter quadratum ex BC & idem quadratum ex BC plus quadrato ex AC.

Quoniam enim proportionales sunt BA, DB, BC. Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab eis fiunt quadrata, videlicet quadratum ex AB, quadratum ex DB, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex AB per interpretationem, est quadratum ex BC plus quadrato ex AC.

Idem quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendiculum, proportionale est inter quadratum hypotenusæ & quadratum idem hypotenusæ multatum basis quadrato.

Cum sint proportionalia (ut jam adnotatũ est) quadratum ex AB, quadratum ex BD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex BC per interpretationem, sit quadratum ex AB minus quadrato ex AC.



CONSECTARIUM AD MECHANICEN
quadrato-quadrati adfecti sub quadrato.

Itaque, Si A quadrato-quadratum, plus B quadrato in A quadratum, æquetur D quadrato-quadrato. Intelligetur B basis trianguli rectanguli, D media inter perpendiculum & hypotenusam. Et ex media & base, quæretur A perpendiculum.

Vt hic ex datis AC, BD, quæretur BC. Cum ex resolutione expositi primo loco analogismi, quadrato-quadratum ex BC plus plano-plano sub quadrato ex AC & quadrato ex BC, æquetur quadrato-quadrato ex BD.

Et si A quadrato-quadratum, minus B quadrato in A quadratum, æquetur D quadrato quadrato. Rursus B intelligetur basis trianguli rectanguli, D media inter perpendiculum & hypotenusam. Et ex media & base, quæretur A hypotenusa.

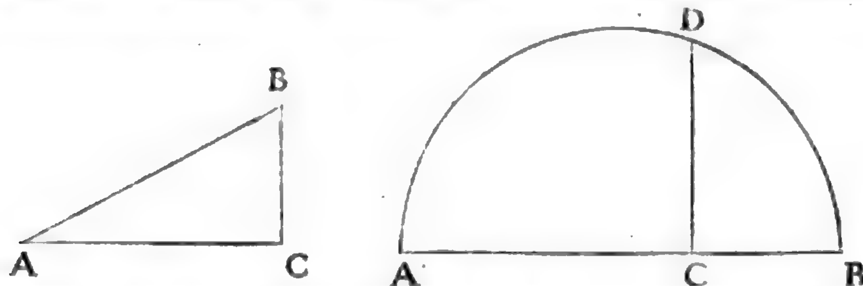
Vt hic ex datis AC, BD, quæretur AB. Cum ex resolutione expositi secundo loco analogismi, quadrato-quadratum ex AB minus plano-plano sub quadrato ex AC & quadrato ex AB, æquetur quadrato-quadrato ex BD.

PROPOSITIO XV.

Quadratum à media proportionali inter basin trianguli rectanguli & perpendiculum ejusdem, proportionale est inter quadratum basis, & quadratum hypotenusæ multatum ipso basis quadrato.

Vel etiam inter quadratum perpendiculi, & quadratum hypotenusæ multatum ipso perpendiculi quadrato.

Sit triangulum rectangulum ABC, media vero inter latera circa rectum AC, BC, sit



CD. Dico quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex AC & quadratum ex AB minus quadrato ex AC.

Quoniam enim proportionales sunt AC, CD, BC. Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab iis fiunt quadrata, videlicet quadratum ex AC, quadratum ex CD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex BC per interpretationem, est quadratum ex AB minus quadrato ex AC.

Vel etiam dico, quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex BC & quadratum ex AB minus quadrato ex BC.

Cum sint proportionalia (ut jam adnotatum est) quadratum ex AC, quadratum ex CD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex AC per interpretationem, sit quadratum ex AB minus quadrato ex BC.

CONSECTARIVM AD MECHANICEN

plano-plani sub quadrato negati de quadrato-quadrato.

Itaque si B quadratum in A quadratum, minus A quadrato-quadrato, æquetur D quadrato-quadrato. Intelligetur B hypotenusa trianguli rectanguli, D media inter perpendiculum & basin. Et ex media & hypotenusa, quæretur A basis vel perpendiculum.

Vt hic ex datis AB, DC, quæretur AC vel BC. Cum ex resolutione analogismi primo positi, plano-planum sub quadrato ex AB & quadrato ex AC minus quadrato-quadrato ex AC, æquetur quadrato-quadrato ex CD.

Vel etiam ex resolutione analogismi secundo loco expositi, plano-planum sub quadrato ex AB & quadrato ex BC minus quadrato-quadrato ex BC, æquetur quadrato quadrato ex DC.

PROPOSITIO XVI.

Data prima trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum secundæ & tertiæ, dantur secunda & tertia.

Enimvero sunt quoque proportionales,

I *Tertia plus prima,*

II *Potens illas quadrato,*

III *Tertia. Qua in serie datur media & differentia extremarum. Data autem media & differentia extremarum, dantur extrema.* Per propositionem XII hujus.

Exposita autem analogia, quam alioquin firmavit Zetesis, perspicua est ex æquatione in quam resolvitur. Faciunt enim extremæ, quadratum tertiæ plus rectangulo ex prima in tertiam, id est plus quadrato secundæ; quæ duo quadrata æquant quadratum mediæ.

Et vero Propositio hæc inter canonicas adscribitur, quoniam parasceve est ad Mechanicen quadrato-quadrati adfecti sub quadrato. Itaque magis est ut ipsum opus integrum præ oculis subjiciatur. Propositum igitur esto,

Data prima trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum secundæ & tertiæ, invenire proportionales.

Sit data prima trium proportionalium AB, quæ vero potest quadrata singularum reliquarum BC. Oportet invenire secundam & tertiam. Inclinentur ad angulos rectos AB, BC, & secetur AB bifariam in D, & centro D intervallo DC describatur circulus abscindens ipsam AB productam hinc inde in punctis E, F, & sit E punctum versus B, & F versus A: & fiat AE diameter alterius circuli, ad quam producatur BG. Dico proportionales de quibus quæritur, esse GB quidem secundam, BE vero tertiam. Proportionales enim esse AB, BG, BE inprimis constat vel ex canonico trium proportionalium diagrammate. Superest igitur ut subtensa GE æquetur ipsi BC datæ. Id autem ita fit manifestum. Quoniam enim FD, DE sunt æquales ex constructione, nam utraque semidiameter est circuli

primum

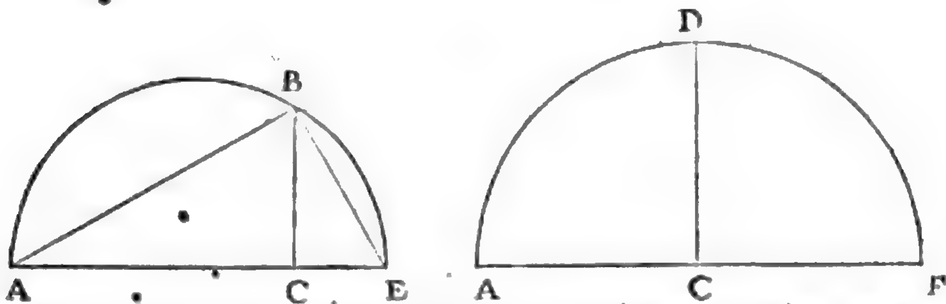
primum descripti, & æquales quoque ex constructione A D, D B. Ergo fiunt quoque æquales F A, B E; & rursus æquales F B, A E, facta subductione & additione æqualium ab æqualibus. Media autem proportionalis inter E B, B F, est B C ex prædicto canonico diagrammate. Media quoque inter E B & A E id est ipsam B F, est G E. Quare ipsa G E eadem est quæ B C. Quod ostendisse oportuit.

Ad datam igitur A B primam, & B C potentem quadrato duas reliquas, inventæ sunt tres proportionales A B, B G, B E. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO XVII.

Si quadratum mediæ inter perpendiculum trianguli rectanguli & hypotenusam adplicetur ad basin: perpendiculum proportionale est inter basin & eam cujus quadratum æquale est differentiæ inter quadratum latitudinis oriundæ ex ea adplicatione & quadratum perpendiculi.

Sit trianguli rectanguli hypotenusa quidem A B, basis A C, perpendiculum B C; media vero proportionalis inter A B & B C, sit C D, cujus quadratum cum adplicabitur ad A C, faciat latitudinem C F. Sed & quadratum ipsius B C adplicetur ad A C, & fa-



ciat latitudinem C E. cujus quadratum una cum quadrato ex B C, æquetur quadrato ex B E. Dico B E esse æqualem ipsi C F. Itaque C E esse eam cujus quadratum æquale sit differentiæ inter quadratum ex C F seu B E, & quadratum ex B C. Et consequenter inter eam & A C proportionalem esse B C, ut decernit propositio.

Est enim ut A C ad C D, ita C D ad C F, ex constructione. Est quoque, ut A C ad B C, ita A B ad B E, ex triangulorum A C B, A B E similitudine. Quadratum autem ex C D æquale est ex hypothesi rectangulo ex B C in A B. Quare eadem media est inter A C & C F, & inter A C & B E. Itaque B E & C F sunt æquales, atque demonstrata est Propositio.

PROPOSITIO XVIII.

Data base trianguli rectanguli, & media proportionali inter hypotenusam & perpendiculum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione,

I. *Basis,*

II. *Perpendiculum,*

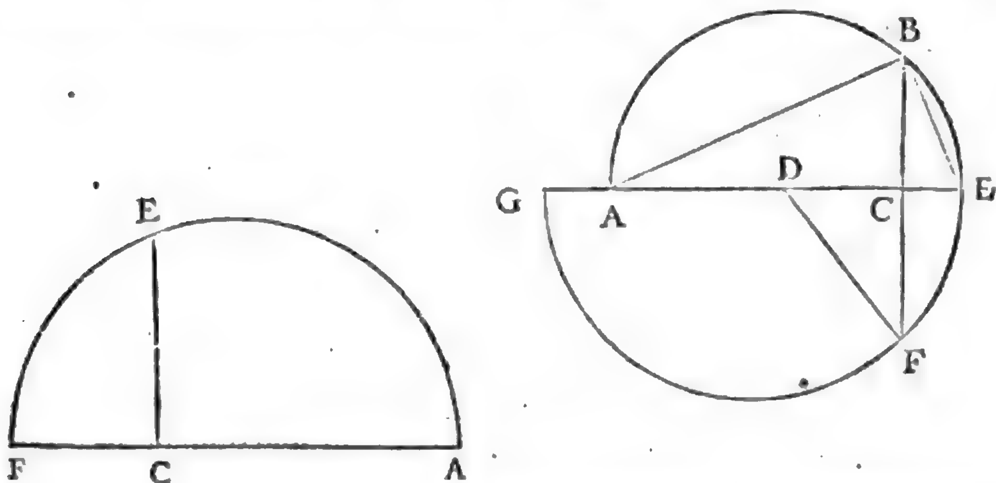
 III. *Latus*

III. *Latus quadrati, æqualis differentiæ inter quadratum perpendiculi & quadratum latitudinis, quam facit media quadratum adplicatum basi. Qua in serie datur prima & latus quadrati, æqualis adgregato quadratorum à duobus reliquis. Itaque dabuntur duæ reliqua per propositionem* XVI.

Est autem Mechanice quadrato-quadrati, adfecti sub quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Qua de causa opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto,

Data base trianguli rectanguli, & media inter hypotenusam & perpendiculum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data A C basis trianguli rectanguli, & data quoque C E media inter hypotenusam & perpendiculum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datam A C adplicetur



quadratum ex C E, faciens latitudinem C F. Deinde inclinetur C F perpendiculariter ad A C, sectaque A C bifariam in D, describantur proportionales C E, C F, C G. Et fiat A E diameter circuli, è cujus circumferentia cadat perpendiculum B C. Dico A C B triangulum esse de quo quæritur, cujus videlicet basis est ipsa A C data. Cum autem sit ut A C ad A B, ita B C ad B E, id est C F, ut opus indicat, & antecedens demonstravit. C E vero media sit inter A C & C F, consequens est mediam quoque esse C E inter A B & B C. Quare factum est quod oportuit.

Idem autem Problema potuit ita enunciari.

Data media trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est differentiæ quadratorum ab extremis, invenire extremas.

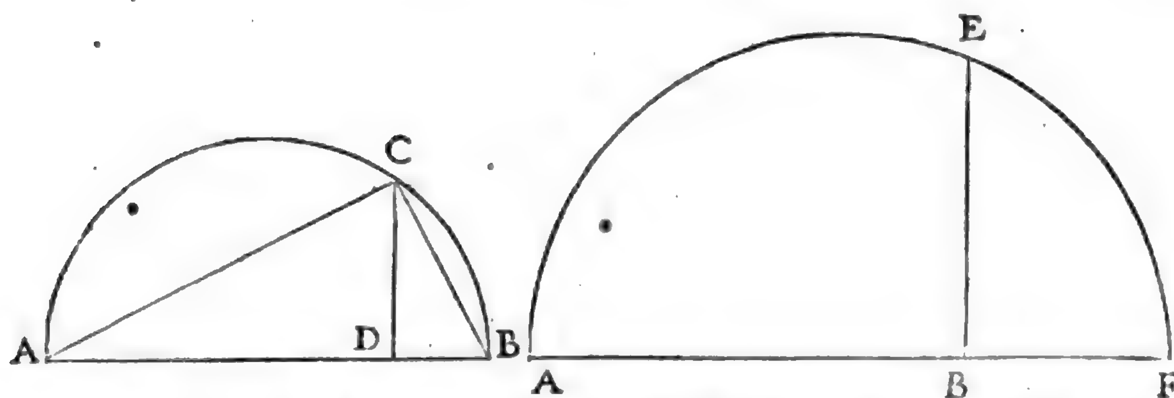
Vt hic data A C & C E, inveniuntur A B, B C.

PROPOSITIO XIX.

Si quadratum mediæ inter basin & perpendiculum trianguli rectanguli, adplicetur ad hypotenusam: Quæ oritur latitudo, erit proportionalis inter duo segmenta hypotenusæ; quorum primi quadratum adjectum quadrato latitudinis, æquat quadratum basis; secundi vero quadratum eidem quadrato latitudinis adjectum, æquat quadratum perpendiculi.

Sit trianguli rectanguli hypotenusa quidem A B, basis A C, perpendiculum B C; media inter basin & perpendiculum B E, cujus quadratum adplicatum ad A B, faciat latitudinem B F. Cadat autem C D perpendiculariter à puncto C in A B. Sunt igitur proportionales A D segmentum primum hypotenusæ, C D educta, & D B segmentum hypotenusæ reliquum. Dico D C esse æqualem ipsi B F. Itaque B F esse proportionalem inter A D, cujus quadratum adjunctum quadrato C D æquet quadratum A C basis, & D B, cujus quadratum eidem quadrato C D adjectum æquet quadratum C B perpendiculi, ut decernit Theorema.

Est enim ut A B ad B E, ita B E ad B F ex constructione. Est quoque ut A B ad C B, ita A C ad C D ex similitudine triangulorum A C B, A D C. Quadratum autem ex B E valet



valet rectangulum C B in A C. Ergo eadem media est inter A B & B F, quæ inter A B & C D. Ideoque B F & C D sunt æquales. Atque adeo rata est propositio.

PROPOSITIO XX.

Data hypotenusa trianguli rectanguli, & media proportionali inter basin & perpendiculum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione,

I. *Hypotenusæ segmentum unum,*

II. *Latitudo quam facit media quadratum adplicatum ad hypotenusam,*

III. *Hypotenusæ segmentum alterum.*

Quæ in serie datur media & adgregatum extremarum. Ac quadratum quidem latitudinis prædictæ, adjunctum quadrato unius è segmentis hypotenusæ, efficit quadratum unius è lateribus circa rectum. Adjectum vero quadrato segmenti alterius, efficit quadratum quoque lateris reliqui.

Est autem Mechanice plano-planum sub quadrato negati de quadrato-quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Qua de causa opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto,

Data hypotenusa trianguli, & media proportionali inter latera circa rectum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data A B hypotenusa trianguli, & data quoque A C media proportionali inter latera circa rectum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datas A B, A C inveniatur tertia proportionalis A D, & fiat A B diameter circuli, in quam ad rectos angulos demittatur è circumferentia recta F E ipsi A D æqualis, & subtendantur A F, F B. Dico ipsa A F, F B esse latera circa rectum quæsita, atque adeo triangulum, de quo quæritur esse A F B, cujus quidem hypotenusa est A B data. Similia namque triangula rectangula sunt A F E, A F B. Itaque est ut F E ad A F, ita F B ad A B. Sed ex constructione est F E id est A D ad A C, ita A C ad A B. Quare A C proportionalis est inter A F F B.

Ad datam itaque A B hypotenusam, & A C mediam proportionalem inter latera circa rectum, exhibitum est ipsum triangulum A F B. Quod facere oportebat.

Idem autem Problema ita potuit concipi.

Data media trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum ab extremis, invenire extremas.

Vt hic datis A C media, & A B potente extremas quadrato, inveniuntur ipsæ extremæ A F, F B.



FRANCISCI VIETÆ

SVPPLEMENTVM GEOMETRIÆ.

POSTVLATVM.



D supplendum Geometriæ defectum, concedatur

A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere, interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Vt cum alioqui ad educendas lineas rectas præstituenda essent regulariter duo puncta, hic secundi puncti præstitutionem suppleat præfinita inter duas longitudo.

Hoc autem concesso, conceditur

A quovis puncto ad duas lineas rectas concurrentes & indefinite continuatas, aliam insuper lineam rectam ducere, ab iis interceptam longitudine quacumque.

Item. A quovis puncto in area circuli vel circumferentia signato, ad quamvis lineam rectam cum circulari concurrentem & indefinite continuatam, aliam insuper lineam rectam ducere, interceptam longitudine quacumque.

Et opus quidem illud videtur absolvisse Nicomedes sua conchoide prima, hoc sua conchoide secunda. Postulatum autem omnino admisit Archimedes. At idem proposuit parabolas & helicas describere, immo etiam helicas tangere.

Ac descriptione quidem helices, fit ut linea recta ad lineam rectam, ita angulus ad angulum. Itaque describitur intra vel circa circulum polygonum quodcumque. Sed non ideo scitur laterum quæ arcubus subtenduntur ad diametrum, vel inter se, ratio. Magnitudo autem tunc demum data intelligitur secundum analytica principia, cum ita exhibetur re, ut quemadmodum inter homogeneas adfecta sit, innotescat.

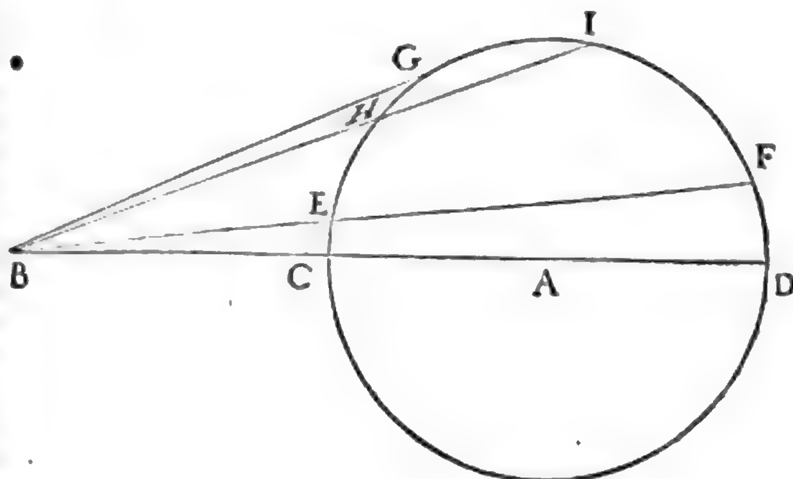
Quod autem tactu helicis proposuit Archimedes, exhiberi lineam rectam circumferentiæ circuli æqualem, non satis constat. Exhibet sane lineam rectam majorem ambitu cujuscumque polygoni circulo inscripti, minorem autem ambitu cujuscumque polygoni circumscripti. an igitur circulari æqualem? Exhibetur angulus minor quocumque obtuso, major vero quocumque acuto. an igitur rectus? Si vere Archimedes, fallaciter conclusit Euclides. Sed hæc commodius disceptabuntur post tradita analytica angularium sectionum.

PROPOSITIO I.

SI duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulum eductæ ipsum secent, una per centrum, altera secus, pars autem exterior ejus quæ ducitur

citur per centrum minor sit proportionali inter alterius partem interiorem & partem exteriorem. Potest ab eodem puncto duci illa proportionalis, ita ut incidat circulo, & ulterius porrecta eum quoque circulum secet.

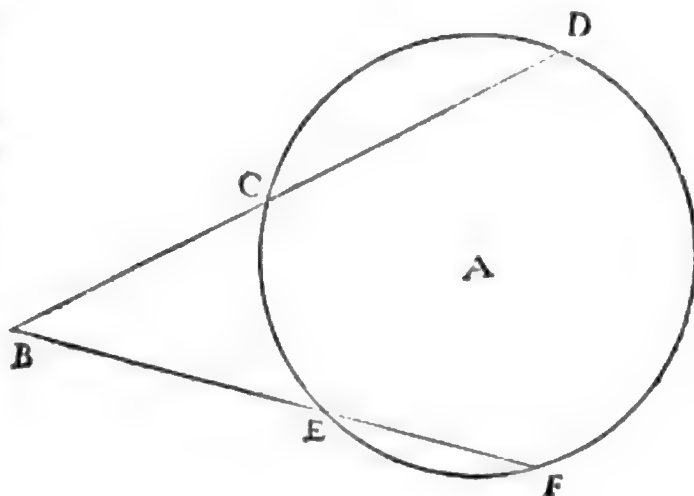
Circulum sub A centro descriptum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna BCD transiens per A centrum, altera BEF. Vnde partes exteriores secantium sint BC, BE; interiores CD, EF. Sit autem BC minor media proportionali inter BE, EF. (Hoc autem accidet omnino, si quando EF est major ipsa BE: quoniam BC minima est incidentium circulo ab eodem B puncto, proportionalis auté media inter BE, EF major erit ipsa BE.) Dico abs B posse duci eam proportionalem ita ut incidat circulo, & ulterius porrecta ipsum quoque circulum secet. Circulum enim eundem tangat BG. Erit igitur BG major proportionali inter BE, EF. Nam est BG proportionalis inter BE & totam BF. Quare incidens educenda consistet inter puncta C, G. Consistat sane in H. Porrecta igitur BH ulterius secabit eundem circulum, ut pote in I. Et constat propositum.



PROPOSITIO II.

Si duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulum eductæ ipsum secent, una per centrum, altera secus: est secans prima ad secantem secundam, sicut pars exterior secundæ ad partem exteriorem primæ.

Circulum sub A centro descriptum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna BCD, altera BEF. Vnde partes exteriores secantium sint BC, BE. Dico esse BD ad BF, sicut BE ad BC. Ostensum est enim in elementis, id quod fit sub BD, BC, æquari ei quod fit sub BF, BE. Quare constat propositum.

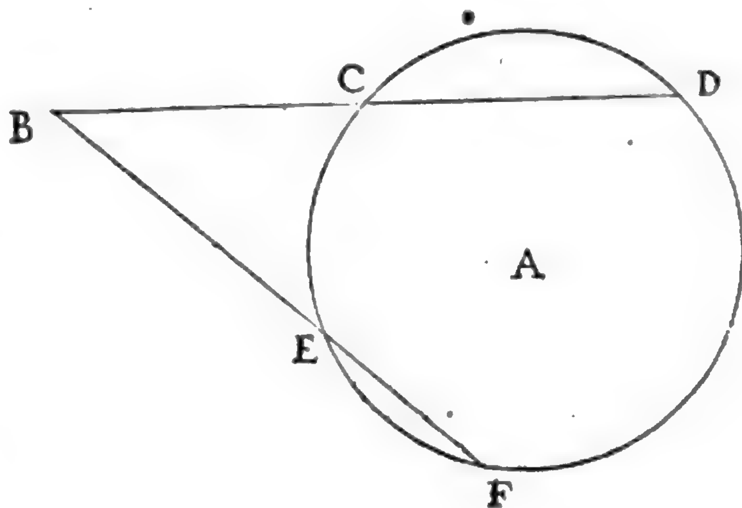


PRO-

PROPOSITIO III.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipsum secent, pars autem exterior primæ sit proportionalis inter partem exteriorem secundæ & partem interiorem ejusdem: erit quoque pars exterior secundæ proportionalis inter partem exteriorem primæ & partem interiorem ejusdem.

Sub A centro descriptum circulum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna in punctis C, D; altera in punctis E, F; unde partes exteriores secantium sint B C, B E; interiores C D, E F: sit autem B E proportionalis inter B C, C D. Dico B C fore quoque proportionalem inter BE, E F. Quoniam enim ab eodem B puncto circulum secant B C D, BE F: ideo est ut B E ad BC, ita B D ad B F. Ex hypothesi autem est C D ad B E, ut B E ad BC. Quare est CD ad B E, sicut B D ad B F, & per subductionem est C D ad B E, sicut B C ad E F. Consequenter ut C D ad B E, ita est B E ad B C, & ita B C ad E F: Itaque B C proportionalis est inter B E, B F. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO IV.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipsum secent, quod autem fit sub partibus exterioribus eductarum, æquale sit ei quod fit sub interioribus: exteriores partes permutatim sumptæ, erunt continue proportionales inter partes interiores.

Sub A centro descriptum circulum, secent duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Vna quidem in punctis C, D; altera in punctis E, F: unde partes exteriores secantium sunt B C, B E; interiores C D, E F: quod autem fit sub B C, B E, æquale sit ei quod fit sub D C, E F. Dico inter D C, E F esse continue proportionales B C, B E, eas adsumendo permutatim; ut videlicet interiorem partem primæ secantis sequatur pars exterior secantis secundæ, vel interiorem secundæ pars exterior primæ: nempe esse ut D C ad B E, ita B E ad B C, & ita B C ad E F.

Quoniam enim id quod fit sub C D, E F, æquale est ex hypothesi ei quod fit sub B C, B E: ideo est ut C D ad B E, ita B C ad E F; per synæresin, ut C D ad B E, ita B D ad B F. Sed ex ratione constructionis est B E ad B C, sicut B D ad B F. Ergo est ut C D ad B E, ita B E ad B C, & ita consequenter B C ad E F. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis, invenire inter easdem duas medias continue proportionales.

Sint datæ duæ lineæ rectæ Z, X. Oportet invenire inter Z & X duas medias continue proportionales. Sit Z major, X minor.

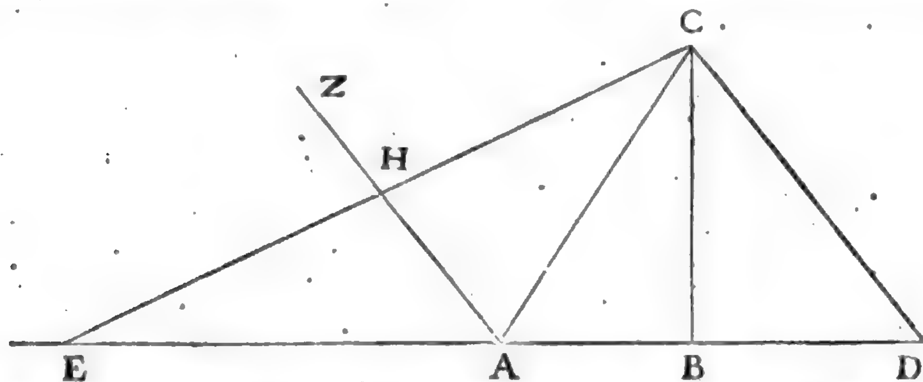
Cen-

Centro A intervallo A B, æquali dimidiæ Z describatur circulus: cui inscribatur B C ipsi X æqualis. Producatur autem B C in D, facta B D dupla ipsius B C, & jungatur D A cui agatur parallela B E indefinita: producatur etiam D B indefinite in F, & ab A puncto ducatur ad duas B E, B F recta K A I G H; secans ipsas quidem B E, B F in punctis G, H, ita ut GH sit æqualis ipsi AB; circulum vero in punctis I, K, quorum proximius ipsi H sit I. Dico continue proportionales esse IK, HB, HI, BC. Quoniam enim constructæ sunt parallelæ DA, BG: ideo est ut HG ad HB, ita GA ad BD. Est autem HG ad IK, sicut BC ad BD, ut simplum videlicet ad duplum. Quare est ut IK ad HB, ita GA ad BC. Quoniam autem GH, AI sunt æquales, erunt quoque HI, GA æquales. Ergo est ut IK ad HB, ita HI ad BC. Ab H igitur puncto extra circulum sumpto eductæ sunt duæ rectæ ipsum secantes, & quod fit sub exterioribus earundem partibus videlicet HB, HI, æquale est ei quod fit sub interioribus, videlicet IK, BC. Quare partes exteriores permutatim sumptæ sunt continue proportionales inter partes interiores, nempe erunt continue proportionales IK, HB, HI, BC. Datis igitur duabus lineis rectis Z, X, id est IK, BC, inventæ sunt inter eas duæ mediæ continue proportionales HB, HI. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO VI.

Dato triangulo rectangulo, invenire aliud triangulum rectangulum majus, & æque altum; ut quod fit sub differentia basium ipsorum & differentia hypotenusarum, æquale sit dato cuicumque recti lineo.

Sit datum triangulum rectangulum ABC, cujus basis AB, hypotenusa AC, altitudo BC. Oportet invenire aliud triangulum rectangulum majus, & æque altum; ut quod fit



sub differentia inter AB & basin quæsiti, & differentia inter AC & hypotenusam quæsiti, æquale sit dato cuicumque recti-lineo. Detur recti-lineum id quod fit sub AC & quacumque AD, & si non detur in ea specie ad eam revocetur; continuataque si opus est AB sumatur

sumatur in ea AD, & connectatur DC, cui construatur parallela AZ. Ex C autem ducatur recta, quæ ita DA continuatam secet in E, ipsam vero AZ in H, ut segmentum HE sit æquale ipsi CA. Dico triangulum CBE esse quale quæritur.

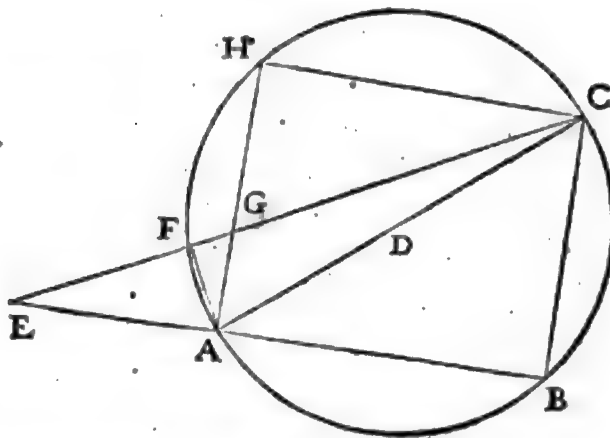
Est enim EA differentia qua basis EB basin AB excedit, & CH differentia qua hypotenusa CE hypotenusam CA, seu ei constructam æqualem HE, excedit. Quod autem fit sub EA, CH, æquale est ei quod fit sub AD, HE. Quoniam enim sunt constructæ parallelæ CD, HA: ideo est AD ad CH, ut AE ad HE. Altitudo porro illius trianguli CBE eadem est quæ trianguli CBA, videlicet BC. Dato igitur triangulo rectangulo ABC, inventum est aliud triangulum rectangulum majus & æque altum, ut quod fit sub AE differentia basium, & CH differentia hypotenusarum, æquale sit ei quod fit sub AD, HE dato recti-lineo, vel ei æquali. Quod faciendum fuit.

Atque hinc etiam manifesta fit inventio duarum mediarum continue proportionalium inter datas. Ostensum enim est in Poristicis. Quadratum quartæ majoris inter extremas tantum differre à quadrato primæ, quantum differt quadratum compositæ ex quarta & duplo secundæ à quadrato compositæ ex prima & duplo tertiæ. Itaque si constituantur duo triangula rectangula, unum cujus basis sit æqualis primæ minori inter extremas, hypotenusa quartæ. Alterum cujus basis sit æqualis compositæ ex prima & tertiæ duplo, hypotenusa vero compositæ ex quarta & secundæ duplo. Erunt ea triangula æque alta. Opus igitur mesographicum eo reducitur, ut constructo triangulo cujus basis æqualis sit primæ, hypotenusa quartæ, quærendum sit aliud triangulum æqualis altitudinis, cujus basis æqualis sit compositæ ex prima & duplo tertiæ, hypotenusa vero æqualis compositæ ex quarta & duplo tertiæ. Quod quidem triangulum quærendum licebit invenire per hanc propositionem, quoniam excessus hypotenusarum est dupla secunda, basium dupla tertia. Quodque fit sub iis excessibus, æquale est facto quadruplo sub prima & quarta. Itaque data ea omnia sunt, quæ lex propositionis requirit.

Propositio VII.

Data è tribus propositis lineis rectis proportionalibus prima, & ea cujus quadratum æquale sit ei quo differt quadratum compositæ ex secunda & tertia à quadrato compositæ ex secunda & prima, invenire secundam & tertiam proportionales.

Sit data è tribus propositis lineis rectis proportionalibus prima AB, & data quoque recta BC, cujus quadratum æquale sit ei quo differt quadratum compositæ ex secunda & tertia à quadrato compositæ ex secunda & prima. Oportet invenire secundam & tertiam proportionales.



Inclinentur ad rectos angulos AB, BC, & connectatur CA, qua secta bifariam in D, centro D intervallo DA vel DC describatur circulus, productaque BA indefinite, educatur à puncto C recta secans BA productam in E, circumferentiam vero in F, ita ut FE sit æqualis ipsi AB, ab A vero cadat ipsi BC parallela secans CE in G. Dico EA esse secundam, & EG tertiam quæsitas.

Subtendatur enim AF, & ipsa AG porrigatur ad circumferentiam in H. Ergo triangula GCH, FEA æqualium sunt laterum & angulorum. Sunt enim æquales anguli acuti AEF, HCG, recti autem AFE, GHC, latera vero CH, FE æqualia sunt. Itaque EA, CG quoque sunt æquales. Est autem ut BA ad AE, ita CG id est AE ad GE. Ergo sunt proportionales tres BA, AE seu CG, & GE. Ipsa autem

autem B E composita est ex B A, A E prima & secunda. Ipsa vero C E composita ex C G, G E secunda & tertia. Quadratum denique ex C E differt à quadrato ex B E per quadratum ex C B.

Data itaque A B prima trium proportionalium & recta B C, cujus quadratum æquale est ei quo differt quadratum ex E C composita ex secunda & tertia à quadrato ex E B composita ex prima & secunda, inventæ sunt E A, seu G C, & E G secundæ & tertiæ proportionales. Quod faciendum fuit.

Atque hinc licet compendiose

Describere quatuor lineas rectas continue proportionales, quarum extremæ sint in ratione dupla.

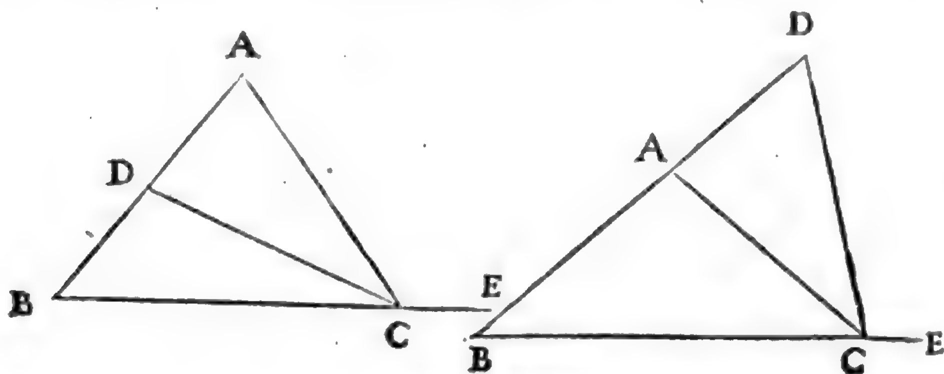
Ostensum est enim in Poristicis. Quod si fuerint tres lineæ rectæ proportionales; quadratum autem compositæ ex secunda & tertia differat à quadrato compositæ ex secunda & prima per triplum primæ quadratum: quæ dupla est ad primam, erit ea in serie quarta continue proportionalis.

Itaque adsumpta quacumque prima & ea quæ potest quadrato triplum ipsius primæ, invenientur secunda & tertia. Qua in serie dupla ad primam erit quarta.

PROPOSITIO VIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, & à basis termino ducatur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis: angulus exterior factus à base & ea quæ ducitur è basis termino, triplus est utriusque angulorum qui sunt ad basin æquicruri.

Sit triangulum A B C habens A B, A C crura æqualia, & ab angulo A C B ducatur ad crus A B (idcirco si opus est continuandum) recta C D, ipsi cruri A B vel A C æqua-



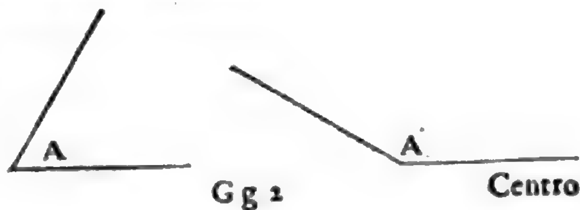
lis, & producatur B C in E. Dico angulum D C E esse triplum anguli A C B, seu A B C.

Quoniam enim æquicrura triangula sunt B A C, D C A, ideo angulus A C B angulo A B C est æqualis, & angulus A D C æqualis angulo D A C. Itaque qualium partium angulus A C B vel A B C est una, talibus duabus partibus excedunt duo recti angulum B A C, cujus exteriori æquatur angulus B D C. Talium igitur partium est duarum angulus B D C. Ex angulo autem D B C & angulo B D C compositus est angulus D C E. Quare angulus D C E est earundem partium trium. Est igitur angulus D C E triplus anguli A C B seu A B C. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IX.

Datum angulum secare trifariam.

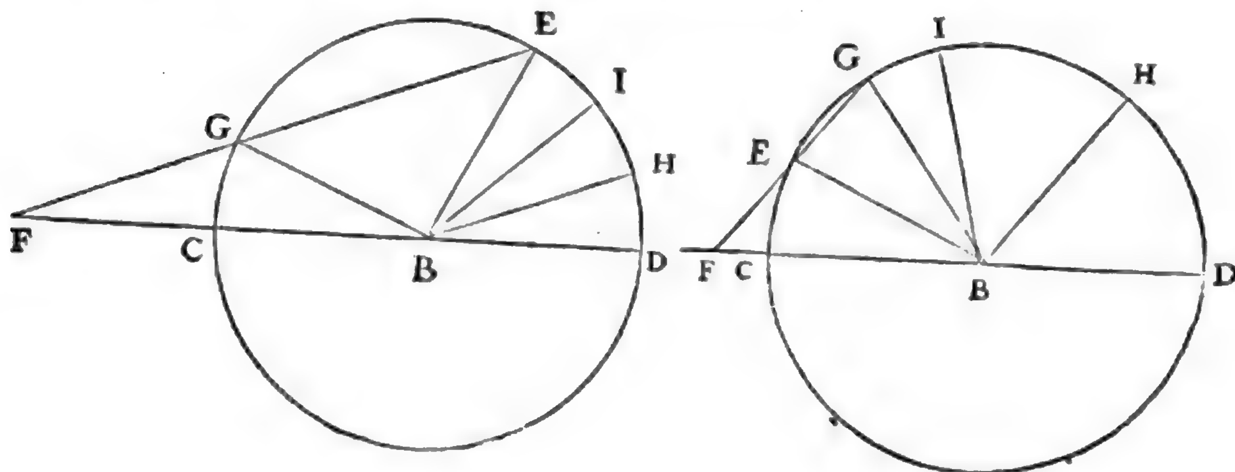
Sit datus angulus A, quem oporteat secare trifariam.



 Centro

Centro B intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter C B D. Sumatur autem circumferentia D E, definiens amplitudinem anguli dati: productaque D B C indefinite, educatur recta E F G secans diametrum continuatam in F, circumferentiam vero in G, ita ut F G æqualis sit B C vel B D semidiametro circuli. Dico angulum E F C esse trientem anguli E B D, id est anguli A dati; & ipsum arcum G C esse trientis illius amplitudinem.

Jungatur enim G B. Triangulum igitur æquicrurum est F G B, à cujus basis termino B ducta est B E ipsi B G cruri æqualis. Quare angulus E B D triplus est anguli G B F



seu G F B. Ipsius autem anguli G B F amplitudinem definit arcus G C. Quocirca ab arcu D E abscindantur arcus D H, H I ipsi arcui C G æquales, & agantur rectæ B H, B I. Ergo angulus E B D, id est A datus, sectus est trifariam à rectis B H, B I. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: est ut prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Est enim ut prima ad secundam, ita secunda ad tertiam: & consequenter ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita quadratum è secunda ad quadratum è tertia, & per synæresin ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita adgregatum quadratorum secundæ & primæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ. Sed ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita est prima ad tertiam. Ergo est ut prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: est ut prima ad adgregatum primæ & tertiæ, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Est enim ut prima ad tertiam, ita quadratum è secunda ad quadratum è tertia, & per synæresin ut prima ad adgregatum primæ & tertiæ, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Consectarium.

Itaque si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria solida ab iis effecta æqualia sunt.

Primum,

Primum, solidum sub prima & adgregato quadratorum secundæ & tertiæ.

Secundum, solidum sub tertia & adgregato quadratorum primæ & secundæ.

Tertium, solidum sub composita ex prima & tertia & quadrato secundæ.

Quoniam enim ostensum est esse primam ad tertiam, sicut adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ; primum autem quod propositum est solidum, est ipsum quod fit sub extremis analogiæ terminis; secundum vero quod fit sub mediis: ideo primum & secundum æqualia sunt.

Æque quoniam ostensum est esse ut primam ad compositam ex prima & tertia, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ: primum autem quod propositum est solidum rursus est ipsum quod fit sub extremis analogiæ terminis; tertium vero quod fit sub mediis: ideo primum & tertium æqualia sunt. Atque ideo quoque tertium æquale est secundo.

PROPOSITIO XII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: cubus compositæ è duabus extremis, minus solido quod fit sub eadem composita & adgregato quadratorum à tribus, æqualis est solido sub eadem composita & quadrato secundæ.

Quadratum enim compositæ è duabus extremis valet quadrata singula extremarum una cum duplo mediæ quadrato. Itaque quadratum compositæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum à tribus, æquale est quadrato mediæ seu secundæ. Quare est quadratum compositæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum à tribus ad quadratum secundæ, ut composita illa ad eandem compositam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

PROPOSITIO XIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: solidum sub prima & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è prima, æquale est solido sub eadem prima & adgregato quadratorum secundæ & tertiæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato à prima est quadratum secundæ plus quadrato tertiæ. Quare est adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è prima ad quadratum secundæ & tertiæ, ut prima ad primam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: solidum sub tertia & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è tertia, æquale est solido sub eadem tertia & adgregato quadratorum primæ & secundæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato è tertia, valet quadratum secundæ plus quadrato primæ. Itaque est ut adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è tertia ad quadratum secundæ & primæ, ita tertia ad tertiam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

Consectarium.

Itaque si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria adfecta solida, quæ ab iis fiunt, sunt æqualia,

Primum, cubus compositæ ex prima & tertia, minus solido sub eadem composita & adgregato quadratorum è tribus.

 Secun-

Secundum, ſolidum ſub prima & adgregato quadratorum è tribus, minus cubo è prima.

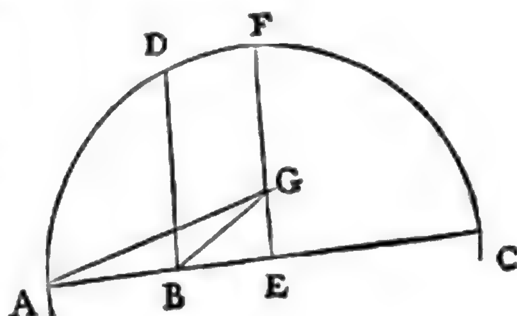
Tertium, ſolidum ſub tertia & adgregato quadratorum è tribus, minus cubo è tertia.

Cum ſolida quibus adæquantur, æqualia ſint ex antecedente Conſectario. Itaque æqualia ſunt inter ſe.

Propositio XV.

Si è circumferentia circuli cadant in diametrum perpendiculares duæ, una in centro, altera extra centrum; & ad perpendicularem in centro agatur ex puncto incidentiæ perpendicularis alterius, linea recta faciens cum diametro angulum æqualem trienti recti; à puncto autem quo acta illa ſecat perpendicularem in centro, ducatur alia linea recta ad angulum ſemicirculi: triplum quadratum hujus, æquale eſt tam quadrato perpendicularis quæ incidit extra centrum, quam quadratis ſegmentorum diametri, inter quæ perpendicularis illa media eſt proportionalis.

Sit diameter circuli ABC, à cujus circumferentia cadat perpendiculariter DB, & ſit AB minus ſegmentum, BC majus, E vero centrum. Sed & cadat quoque è circumferentia perpendiculariter FE, & ex B ducatur recta BG, ita ut angulus GBE ſit æqualis trienti recti, unde fiat BG dupla ipſius GE, & jungatur AG. Dico triplum quadratum ex AG, æquari quadrato ex DB una cum quadrato ex AB & quadrato ex BC.



Quadratum enim ex AB æquale eſt quadrato ex AE & quadrato ex BE, minus eo quod fit ſub AE, BE bis. Quadratum autem ex BC æquale eſt quadrato ex BE,& quadrato ex EC, una cum eo quod fit ſub BE, EC bis. Et ſunt æquales AE, EC. Quare quadratum ex AB una cum quadrato ex BC, æquatur duplo quadrato ex AE, & duplo quadrato ex BE. Addatur utrobique quadratum ex DB. (Ipſum vero quadratum ex DB adjunctum quadrato ex BE, æquale eſt quadrato ex AE.) Quadrata igitur ex AB, BC, DB adgregata valebunt quadratum triplum ex AE, una cum quadrato ſemel ex BE. Quoniam autem BG conſtruitur dupla ipſius GE, eſt quadratum ex BE triplum quadratum ex GE. Quadratum autem ex AE adjectum quadrato ex EG, valet quadratum ex AG. Triplum igitur quadratum ex AG, æquale eſt quadrato ex DB una cum quadrato ex AB & quadrato ex BC. Quod erat oſtendendum.

Propositio XVI.

Si duo triangula fuerint æquicrura ſingula, & ipſa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem qui eſt ad baſin ſecundi ſit triplus anguli qui eſt ad baſin primi: cubus ex baſe primi, minus triplo ſolido ſub baſe primi & cruris communis quadrato, æqualis eſt ſolido ſub baſe ſecundi & ejuſdem cruris quadrato.

Sit triangulum primum ABC, habens crura AB, BC æqualia. Et quia ſecundum triangulum æqualium quoque crurum eſt, & uterque angulorum qui ſunt ad baſin ſecundi illius trianguli, triplus eſt ipſius anguli BAC vel BCA,& minor ſit recto neceſſe eſt. Igitur uterque angulorum BAC, BCA minor eſt triente recti, atque adeo angulus ABC ſit major recto. Producantur igitur AB, AC, & ex C in AB productam ponatur CD ipſi AB æqualis, deinde ex D in AC productam ponatur DE ipſi quoque AB æqualis. Sunt igitur duo triangula æquicrura ABC, CDE. Sed & ipſis AB, BC cruribus æqualibus primi trian-

trianguli, æqualia sunt CD, DE crura secundi trianguli. Qualium autem uterque angulorum BAC, BCA est pars una, angulus ABC est duorum rectorum minus talibus duabus partibus, & angulus exterior anguli ABC duarum est illarum partium, cui angulo exteriori æquatur angulus ADC, quoniam sunt æquales anguli DBC, CDB ob æqualitatem quoque crurum CD, CB. Ex angulis autem ADC, DAC compositus est angulus exterior anguli DCA. Secundum itaque triangulum est CDE, ipsum æquicrurum & crura habens æqualia cruribus primi ABC, & utrumque angulorum qui sunt ad basin, videlicet DCE vel DEC, triplum anguli BAC vel BCA. Dico igitur cubum ex AC minus solido triplo sub AC & quadrato ex AB, æquari solido sub CE & quadrato ex DC seu AB.

Centro enim C intervallo CB vel CD describatur circulus, & agatur diameter FCG secans AE perpendiculariter in C, ipsam vero AD in H, ipsi quoque FG agantur parallelæ BI, DK, secantes AE perpendiculariter in I & K. Sunt igitur AI, IC æquales, & ideo fit AC ipsius AI dupla. Itaque sunt quoque æquales AB, BH, & fit AH ipsius AB dupla. Æquales quoque sunt CK, KE, & fit CE dupla ipsius CK.

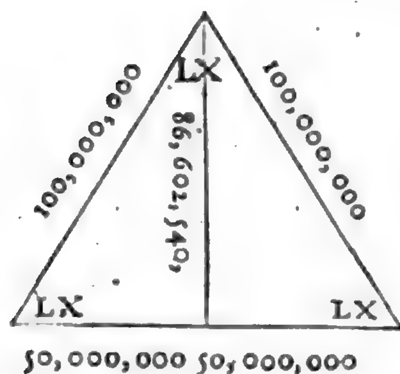
Quadratum autem ex CG, id est AB, æquatur quadrato ex CH una cum eo quod fit sub FH, HG, & convertendo, quadratum ex AB minus quadrato ex CH, æquatur ei quod fit sub FH, HG, hoc est, ei quod fit sub BH, HD. Ipsum porro quadratum ex CH, æquale est quadrato ex AH minus quadrato ex AC. & quadratum ex AH est quadruplum quadrati ex AB. Quadratum igitur ex AC minus quadrato triplo ex AB, æquale est ei quod fit sub BH, HD. Sed est BH ad HD, ut IC ad CK, & est IC ad CK, sicut AC ad CE: cum sint hæ illarum duplæ. Quare sicut AC ad CE, ita est BH ad HD, & consequenter sicut AC ad CE, ita quadratum ex BH, id est ex AB, ad id quod fit sub BH, HD, id est, ad quadratum ex AC minus quadrato triplo ex AB, Itaque resoluta analogia, cubus ex AC minus triplo solido sub AC & quadrato ex AB, æqualis est solido sub CE & quadrato ex AB. Quod erat ostendendum.

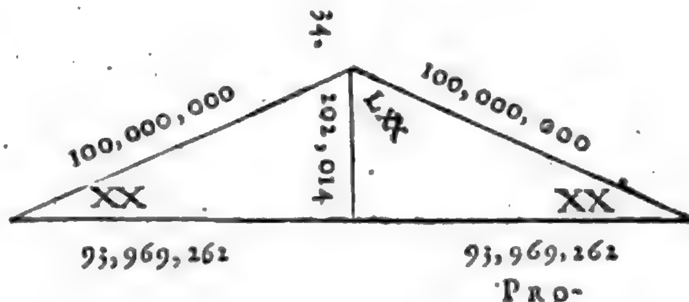
Posito Z latere quolibet trianguli æquilateri, unde angulus quilibet fit triens duorum rectorum.

A cubus minus Z quadrato ter in A, æquatur Z cubo. Et fit A basis trianguli æquicruri, cujus angulus ad basin est nona pars duorum rectorum.

Sit Z 1. *A* 1 N. 1 C — 3 N, *æquatur* 1.

Sit Z 100,000,000. *Ita se habebunt triangula.*





PRO-

PROPOSITIO XVII.

Si duo triangula fuerint æquicrura singula, & ipsa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem, quem is qui est ad basin secundi relinquit è duobus rectis, sit triplus anguli qui est ad basin primi: solidum triplum sub base primi & cruris communis quadrato, minus cubo è base primi, æquale est solido sub base secundi & cruris communis quadrato.

Sit primum triangulum A B C, habens crura A B, B C æqualia. Et quia angulus quem quilibet eorum qui sunt ad basin secundi relinquit è duobus rectis, triplus est ipsius anguli B A C,& major sit recto necesse est. Ideo est quilibet ipsorum B A C, B C A qui sunt ad basin angulorum consequenter major triente recti, atque adeo angulus ad verticem A B C est minor recto. Quare in A B ponatur C D, ipsi A B æqualis. Deinde ex D in C A productum, ponatur D E ipsi quoque A B æqualis. Sunt igitur duo triangula æquicrura A B C, E D C,& ipsis AB, B C cruribus æqualibus primi trianguli, æqualia sunt D E, D C crura secundi trianguli. Qualium autem uterque angulorum B A C, BCA est pars una, angulus A B C est duorum rectorum minus duabus talibus partibus, & angulus exterior anguli A B C duarum est illarum partium, cui angulo exteriori æquatur angulus A D C: quoniam sunt æquales anguli D B C, C D B ob æqualitatem quoque crurum C B, C D. Ex angulo autem A D C & D A C, compositus est angulus exterior anguli D C A. Secundum itaque triangulum est C D E ipsum æquicrurum, & crura habens æqualia cruribus primi A B C, & utrumque angulorum quem anguli ad basin D C E vel D E C relinquunt è duobus rectis, triplum anguli B A C vel B C A. Dico igitur triplum solidum sub A C & quadrato ex A B minus cubo ex A C, æquari solido sub E C & quadrato ex D C seu A B.

Centro enim C intervallo C B vel C D describatur circulus, & agatur diameter F C G secans E A, uti continuatur, perpendiculariter in C, ipsam vero A D quoque continuatam in H, ipsi quoque F G agantur parallelæ B I, D K, secantes eandem A E perpendiculariter in I, K. Sunt igitur A I, I C æquales, & ideo sit A C ipsius A I dupla. Itaque sunt quoque æquales A B, B H, & sit A H ipsius A B dupla. Æquales quoque E K, K C, & sit E C dupla ipsius E K.

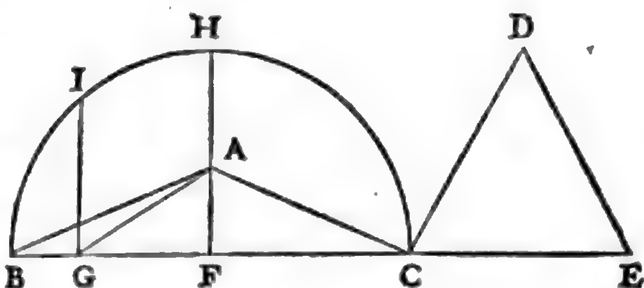
Quadratum autem ex C H, æquale est quadrato ex C F, id est A B una cum eo quod sit sub H F, H G, & convertendo quadratum ex C H minus quadrato ex A B, æquale est ei quod sit sub H F, H G, hoc est ei quod sit sub H B, H D. Ipsum porro quadratum ex C H, æquale est quadrato ex A H minus quadrato ex A C, & quadratum ex A H est quadruplum quadrati ex A B. Triplum igitur quadratum ex A B minus quadrato ex A C, æquale est ei quod sit sub B H, H D. Sed est H B ad H D, sicut C I ad C K, & est C I ad C K, sicut C A ad C E: cum sint hæ illarum duplæ. Quare sicut C A ad C E, ita H B ad H D, & consequenter sicut C A ad C E, ita quadratum ex H B, id est A B ad id quod sit sub H B, H D, id est, ad triplum quadratum ex A B, minus quadrato

drato ex AC. Itaque resoluta analogia, triplum solidum sub AC & quadrato ex AB, minus cubo ex AC, æquale est solido sub EC & quadrato ex AB. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XVIII.

Si duo triangula fuerint æquicrura singula, & ipsa alterum alteri cruribus æqualia, angulus autem qui est ad basin secundi sit triplus anguli qui est ad basin primi: triplum solidum sub quadrato cruris communis & dimidia base primi multata continuatave longitudine ejus cujus quadratum æquale est triplo quadrato altitudinis primi, cum multabitur ejusdem dimidiæ basis multatæ continuatæve cubo, æquale est solido sub base secundi & ejusdem cruris quadrato.

Sit triangulum primum BAC, habens crura AB, AC æqualia; secundum CDE, habens quoque DC, DE crura æqualia. Et sint AB, AC ipsis DC, DE æqualia, sed & angulus DCE seu DEC sit triplus anguli ABC seu ACB. Excitetur autem altitudo trianguli primi AF, & in base ponatur AG versus B ipsius AF dupla; unde utraque BF, FC sit basis dimidia, & quadratum ex GF triplum est quadrati ex AF altitudine; atque adeo BG, æqualis est ipsi BF multatæ longitudine GF; & GC æqualis ipsi FC, continuatæ longitudine GF. Dico triplum solidum sub BG & quadrato ex AB, minus cubo ex BG, æquale esse solido sub CE & quadrato ex DC seu AB.



Et rursus triplum solidum sub GC & quadrato ex AB, minus cubo ex GC, æquale esse solido sub CE & quadrato ex DC seu AB.

Centro enim F intervallo BF vel FC describatur circulus, & producatur FA ad circumferentiam in H, & ex eadem circumferentia cadat in diametrum ad punctum G perpendiculariter recta IG. Sunt igitur tres proportionales BG, GI, GC. Quoniam autem AG est dupla ipsius AF, seu aliter, angulus AGF est triens recti: ideo triplum quadratum ex AB, æquale est singulis quadratis abs BG, GI, GC. Adfecta itaque tria solida æqualia sunt,

Primum, cubus ex BC, minus solido triplo sub BC & quadrato ex AB.

Secundum, triplum solidum sub BG & quadrato ex AB, minus cubo ex BG.

Tertium, triplum solidum sub GC & quadrato ex AB, minus cubo ex GC.

Sed primum, æquale est solido sub CE & quadrato ex AB, ex antepenultima propositione.

Quare secundum quoque & tertium, æquantur eidem solido sub CE & quadrato ex AB. Vnde constat propositio.

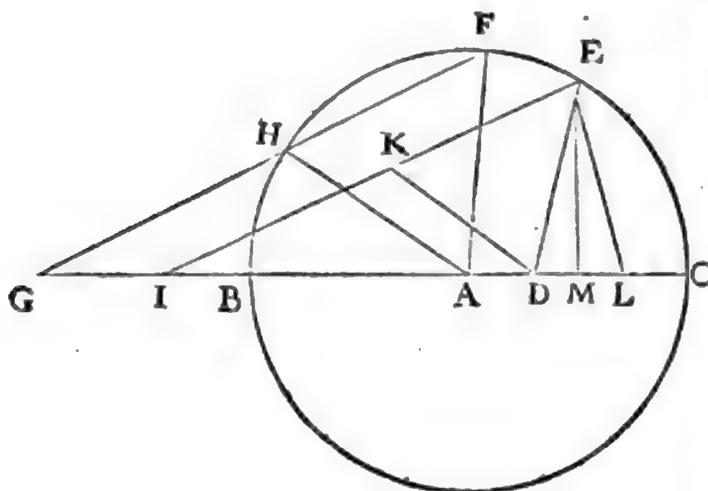
PROPOSITIO XIX.

Diametrum circuli ita continuare, ut sit continuatio ad semidiametrum adjunctam continuationi, sicut quadratum semidiametri ad quadratum continuatæ diametri.

Sub A centro, diametro BAC describatur circulus, & sumatur CD triens diametri, & arcus CE triens semicircumferentiæ, seu aliter, arcus hexagoni. Et connectatur ED, cui agatur parallela semidiameter AF, & à puncto F in CB productam ducatur FG, secans circumferentiam in H, ita ut HG sit semidiametro AB seu AC æqualis. Ipsi autem FG parallela agatur EI, secans CG in I. Dico factum esse quod oportuit, esse enim ut IB ad

 IA, ita

IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IC. Iungatur enim AH, & ipsi parallela agatur DK, & in BC continuata ponatur EL, ipsi DE æqualis.



Quoniam igitur trianguli GHA crura GH, HA æqualia sunt, & à basis termino A educta est AF ipsi GH cruri æqualis. Angulus FAC fit triplus anguli HAG. Triangulis autem GHA, HAF similia sunt triangula IKD, KDE, & triangulum æquicrurum est IKD. Sed constuctum æquicrurum quoque est triangulum DEL, & sunt crura DE, EL cruribus IK, KD æqualia, & angulus EDL seu ELD, anguli KID, seu KDI triplus.

Quare cubus ex ID, minus solido triplo sub ID & quadrato ex IK seu DE, æquale est solido sub DL & eodem quadrato ex DE.

Est autem AD triens semidiametri AB, & cum ex E cadet in diametrum perpendicularis EM, fit DM sextans semidiametri. dodrantem vero quadrati ex AB, æquabit quadratum ex EM; quod quidem quadratum ex EM adjunctum quadrato ex DM, valet quadratum ex DE. Quadratum igitur ex DE, æquat dodrantem quadrati ex AB plus tricesima sexta ejusdem. Et est quadratum ex AB ad quadratum ex DE, sicut novem ad septem. * Itaque triplum quadratum ex DE, æquale est quadrato septupartiente tertias ex AB. Solidum vero sub DL & quadrato ex DE, æquabitur cubo septupartiente vicesimas septimas ex AB.

Quare cubus ex ID, minus solido sub ID & quadrato septupartiente tertias ex AB, æquale est cubo septupartiente vicesimas septimas ex AB. Atque hoc esto primum illatum. Omnia autem ea solida sumantur vicies septies. Ergo cubus vicies septies ex ID, minus solido ter & sexagies sub ID & quadrato ex AB, æquatur cubo septies ex AB. Qua æqualitate ad analogiam revocata, est ut quadratum ex ID novies, minus quadrato vicies semel ex AB ad quadratum septies ex AB, ita AB ad triplam ID. Et vero quadratum ex ID, valet quadratum ex IA, & quadratum ex AD, una cum eo quod fit sub AD, IA bis. Ipsa autem AD est triens AB. Quare quadratum novies ex ID, valet quadratum novies ex IA, plus eo quod fit sub IA, AB sexies, plus quadrato semel ex AB. Est igitur ut quadratum novies ex IA, plus eo quod fit sub IA, AB sexies, minus quadrato vicies ex AB ad quadratum septies ex AB, ita AB ad compositam ex AB, & tripla IA. Qua resoluta analogia, cum quæ fient solida divisionem quæque à vicenario septenario numero accipient, cubus ex IA, plus solido sub AB & quadrato ex IA, minus solido duplo sub IA & quadrato ex AB, æquatur cubo ex AB. Atque hoc esto secundum illatum.

Eadem autem æqualitas rursus ad analogiam revocetur, erit igitur ut IA minus AB ad AB, ita quadratum AB ad quadratum ex IA plus eo bis quod fit sub IA, AB, & per diæresin ut IA minus AB ad IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IA plus eo bis quod fit sub IA in AB plus quadrato ex AB, & interpretando ut IB ad IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IC. Quod tandem erat demonstrandum.

Ex primo illato fit, AB 100, 000, 000. fit ID, 124, 697, 960 ἔγγιστα.

Scholium.

Et est quadratum ex AB ad quadratum ex DE, sicut 9 ad 7. Eousque modo verba sunt plana * *Itaque DE quad. 3, æquale est AB quad.* $\frac{7}{3}$*: nam tertia pars utriusque termini proportionis 9 ad*

ad 7 ſumitur. Solidum vero ſub D L & D E quadrato, æquatur A B cubo $\frac{7}{27}$: *nam A B quad.* $\frac{7}{3}$ *in A B (quæ tripla eſt D L,) facit ſolidum triplum facto ex D E quad. 3. in D L, hoc eſt, A B quad.* $\frac{7}{9}$ *in A B, ſolidum fit triplum ſolido ex D E quad. in D L. tertia igitur illius pars ſupple A B cubus* $\frac{7}{27}$, *æqualis erit ſolido ex D E quad. in D L. Quare I D cubus — I D in A B quad.* $\frac{7}{3}$, *æquatur A B cubo* $\frac{7}{27}$. *Eſt enim A B quad.* $\frac{7}{3}$ *id quod D E quad. 3: & ex 16 hujus ſunt duo triangula æquicrura, ipſaque alterum alteri cruribus æqualia; angulusque ad baſin ſecundi triplus eſt anguli ad baſin primi. ideo ſequitur I D cubum — I D in A B quad.* $\frac{7}{3}$, *æquari A B cubo* $\frac{7}{27}$ *Atque hoc eſto primum illatum.*

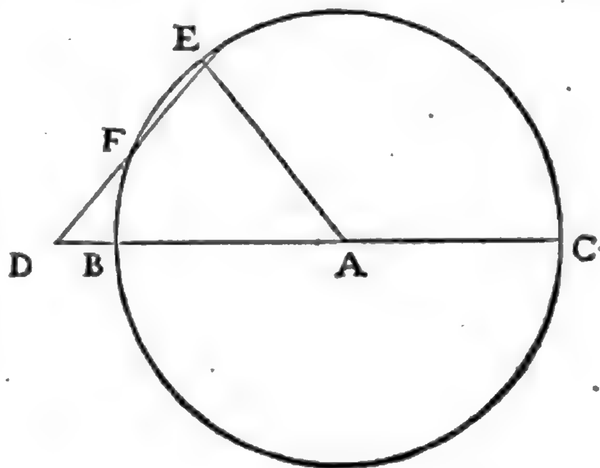
Omnia ea ſolida ſumantur 27*ties*. *Erit I D cubus 27 — I D in A B quad. 63, æqualis A B cubo 7. Revocata ad analogiam æquatione, erit ut I D quad. 9 — A B quad. 21 ad A B quad. 7, ita A B ad I D 3: (nam ex reſolutione hujus analogiæ ſecundum artem, conficitur illa æqualitas.) Sed I D quad. valet ex 4ta 2di Elem. I A quad. + A D quad. + I A in A D 2. Ipſa autem A D triens eſt ipſius A B. igitur I D quad. 9, valet I A quad. 9 + I A in A B 6 + A B quadrato. Ideo erit, ut I A quad. 9 + I A in A B 6 — A B quad. 20 ad A B quad. 7, ita A B ad I D 3, hoc eſt, ad compoſitam ex A B & tripla I A. Qua reſoluta analogia, erit I A cubus 27 + I A quad in A B 18 — I A in A B quad. 60 + A B in I A quad. 9 + A B quad. in I A 6 — A B cubo 20, æqualis A B cubo 7. Vltimus A B cubus negatus tranſit in contrariam adfectionem, facta reductione partium ſimilium & homogenearum. I A cubus 27 + I A quad. in A B 27 — A B quad. in I A 54, æquabitur A B cubo 27. Et diviſione accepta à 27. I A cubus + I A quad. in A B — I A in B A quad. 2, æquabitur A B cubo. Atque hoc eſto ſecundum illatum.*

Eadem æqualitas rurſus ad analogiam revocetur. erit igitur ut I A — A B ad A B, ita A B quad. ad I A quad. + I A in A B 2. Nam reſolvendo fit æqualitas ſub I A cubo + I A quad. in A B 2 — A B in I A quad. — A B quad. in I A 2, & A B cubo. hoc eſt, per ſubductionem homogeneorum inter I A cubum + I A quad. in A B — I A in A B quad. 2, & A B cubum. Et per diæreſin illius analogia erit, ut I A — A B ad I A, ita A B quad. ad I A quad. + I A in A B 2 + A B quad. & interpretando, ut I B ad I A, ita A B quadratum ad I C quadratum. Quod tandem erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XX.

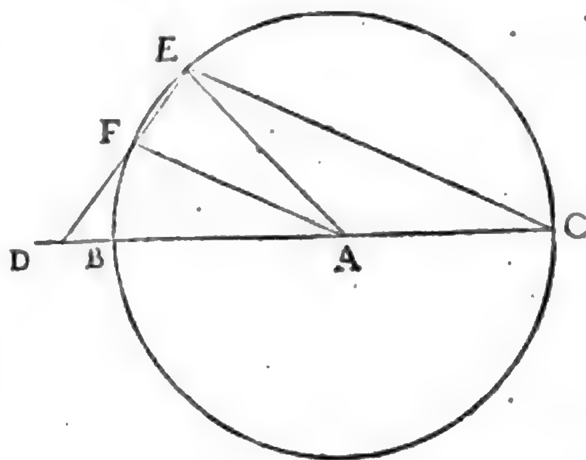
Conſtituere triangulum æquicrurum, ut differentia inter baſin & alterum è cruribus ſit ad baſin, ſicut quadratum cruris ad quadratum compoſitæ ex crure & baſe.

Exponatur circulus ſub A centro, diametro quacumque B C deſcriptus, & continuetur C A B diameter in D, ita ut D B ſit ad D A, ſicut quadratum ex A B ad quadratum ex D C, & ex D ponatur in circumferentia recta D E ipſi A B vel A C æqualis, & jungatur A E. Dico triangulum D E A eſſe quale quæritur. Crura enim E D, E A æqualia ſunt. Eſt autem D B differentia inter baſin D A & crus A C ſeu A B. Ipſa vero D C compoſita eſt ex D A baſe & A C, id eſt A E crure. Conſtitutum igitur triangulum eſt D E A æquicrurum, ut D B differentia inter baſin & crus A E vel E D ſit ad D A baſin, ſicut quadratum E A vel E D ad quadratum compoſitæ ex baſe D A, & crure E A. Quod erat faciendum.



PROPOSITIO XXI.

Si fuerit triangulum æquicrurum, sit autem differentia inter basin & alterum è cruribus ad basin, sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base: quæ à termino basis ducetur ad crus linea recta ipsi cruri æquali, secabit bifariam angulum ad basin.



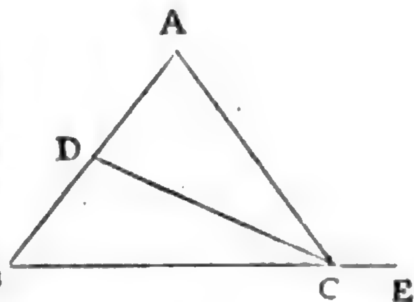
Repetatur antecedens constructio, actaque D E secet quoque circulum in F, & jungatur A F. Dico A F secare bifariam angulum E A D.

Quoniam enim ex hypothesi est ut DB ad DA, ita quadratum ex A B ad quadratum ex A D C: ideo est ut D B ad A B, ita quod fit sub D A, A B ad quadratum ex D C. sed D B ad D E seu A B, est ut D F ad D C. Quare est D F ad D C, sicut id quod fit sub D A, A B ad qua- B dratum ex D C. Et consequenter est D F ad A B seu D E, sicut D A ad D C; & subducendo est D F ad F E, sicut D A ad A C. Quare connexa E C fit ipsius F A parallela. Itaque angulus E C D angulo F A D est æqualis. Sed angulus E A D duplus est anguli E C D, cum ille sit è centro, hic è circumferentia. Angulus igitur E A D sectus est bifariam à recta A F. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, quæ autem è termino basis ducetur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis, secet bifariam angulum ad basin: angulus ad verticem æquicruri, sesquialter est utriusque angulorum ad basin.

Sit triangulum A B C habens A B, A C crura æqualia, à cujus termino C cum ducitur ad crus ei oppositum recta linea C D cruri æqualis, quæ ipsum A C B angulum bifariam secet. Dico angulum B A C esse sesquialterum anguli A B C seu A C B.



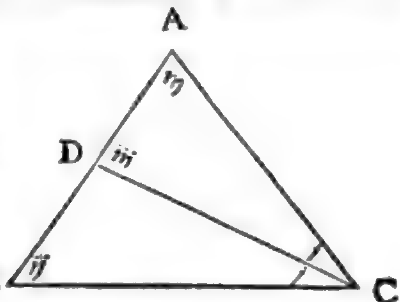
Quoniam enim à C termino basis trianguli æquicruri A B C, ducitur recta C D ipsi cruri A B vel C A æqualis, ideo exterior angulus D C E triplus est anguli A C B vel A B C. Qualium itaque angulus A B C seu A C B partium est duarum, talium exterior anguli DCB est partium sex, angulus vero DCA qui dimidius est anguli A C B eorundem est una, ut etiam angulus DC B. Constant igitur angulus DCE & suus exterior talibus septem partibus, valent autem duos rectos, sicut tres anguli trianguli. Cum sint igitur anguli A B C, A C B quilibet duarum partium, angulus B A C relinquitur earundem trium. Est igitur B A C angulus sesquialter utriusvis anguli A B C seu A C B. Quod erat ostendendum.

PRO-

PROPOSITIO XXIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum, cujus angulus qui existit in vertice sit sesquialter utriusque angulorum qui sunt ad basin, & à termino basis ducatur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis, unde fiat triangulum rursus crurum æqualium, quorum unum est educta secans, alterum crus primi non sectum: erit in isto secundo triangulo uterque angulorum qui sunt ad basin triplus reliqui.

Sit triangulum A B C habens crura A B, A C æqualia, & sit angulus B A C sesquialter utriusque angulorum A B C, A C B, & à C basis termino ducatur in crus A B recta C D ipsi A B vel A C æqualis, unde triangulum A C D rursus sit æquicrurum habens crura C D, C A æqualia. Dico in triangulo A C D utrumque angulorum A D C, D A C esse triplum anguli D C A. Quoniam enim angulus B A C sesquialter est anguli A B C, vel A C B, ideo qualium partium angulus A B C est duarum, talium B A C est trium. Sed & earundem angulus A C B est duarum cum sit angulo A B C æqualis, atque adeo tres anguli trianguli A B C, id est duo recti, æstimantur septem.



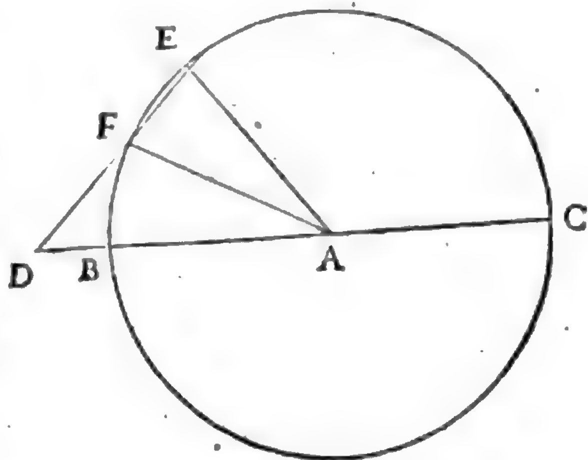
Quoniam autem æquicrurum quoque sit triangulum A C D, habens videlicet crus D C cruri C A æquale, ideo qualium angulus D A C taxatus est trium partium, talium erit totidem angulus A D C, atque adeo angulus A C D pars una, cum talium duo recti sint septem. In triangulo igitur A D C uterque angulorum D A C, A D C est triplus reliqui A C D. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXIV.

In dato circulo heptagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

Sit datus circulus cujus A centrum, diameter B A C. Oportet in dato circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

Diameter C B continuetur in D, ita ut D B ad D A sit, ut quadratum ex A B ad quadratum ex D C, & in circumferentia ponatur D E, æqualis semidiametro. Dico E B esse arcum heptagoni, id est, septimam partem totius circumferentiæ.



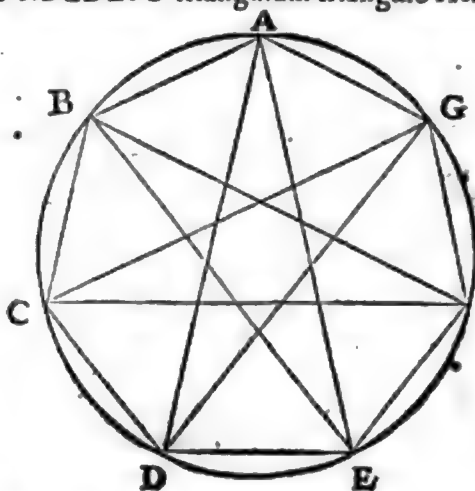
Secet enim D E ipsum quoque circulum in F, & jungantur semidiametri A E, A F. Est igitur triangulum D E A æquicrurum & ita constitutum, ut differentia basis & cruris ad basin est, sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base. Quare recta AF ipsi cruri æqualis secat bifariam angulum ad basin, ideoque qualium duo recti sunt partium septem, talium angulus E A D est duarum. Qualium vero quatuor recti sunt septem, id est tota circumferentia, talium angulus E A D est una. Ipsius autem anguli E A D amplitudinem definit arcus E B. Quare arcus E B est septima pars totius circumferentiæ. Subtendatur igitur septies. Ergo in dato circulo inscriptum est heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.

ALITER.

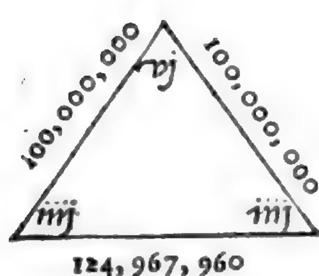
In dato circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

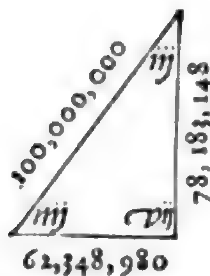
Sit datus circulus ABCDEFG. Oportet in ABCDEFG circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Exponatur triangulum æquicrurum HIK habens utrumque eorum qui sunt ad I, K angulorum triplum reliqui ejus anguli qui est ad H, & describatur in circulo ABCDEFG triangulum triangulo HIK æquiangulum, & sit illud ADE, ita ut angulo quidem qui est ad H æqualis sit angulus DAE, utrique vero ipsorum qui ad I, K sit æqualis uterque ADE, AED. & uterque igitur ADE, AED anguli DAE est triplus. Quare uterque arcus AD, AE ipsius arcus DE est quoque triplus, & horum AD, AE arcuum trientes erunt ipsi DE arcui æquales. Sunto igitur trientes illi AB, BC, CD, AG, GF, FE, & subtendantur. Ergo in dato circulo descriptum est heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.

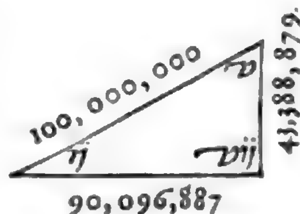


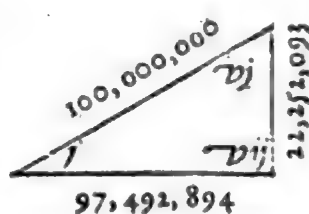


Sit hypotenusa 100, 000, 000 angulus rectus VII partium, ita triangula rectangula septimarum se habent.









Posito nempe Z crure trianguli æquicruri, cujus angulus ad verticem sesquialter est utriusque angulorum ad basin, A cubus, plus Z in A quadratum, minus Z quadrato 2 in A, æquatur Z cubo. Et fit A basis ejusdem trianguli.

Sit autem in numeris Z 1. A 1 N. 1 C + 1 Q — 2 N, æquatur 1.

Per reductionem vero E cubus, minus Z quadrato 21 in E, æquatur Z cubo 7. Et fit E composita ex base illius trianguli & triente cruris.

Sit autem in numeris Z 1. E 1 N. 1 C — 21 N, æquatur 7.

PROPOSITIO XXV.

& est Consectarium generale.

Generaliter id verum est, opere saltem alterutro, vel constructionis duarum mediarum continue proportionalium inter datas, vel sectionis anguli in tres partes æquales, omnia Problemata, alioqui non solubilia, explicari, in quibus cubi solidis, vel quadrato-quadrata plano-planis sine adfectione vel cum adfectione adæquantur.

Enim-

Enimvero ostensum est in tractatu de æquationum recognitione, æquationes quadrato-quadratorum ad æquationes cuborum reduci.

Cubos vero adfectos sub quadrato, ad cubos adfectos sub latere.

Rursus, adfectos cubos sub latere reduci ad cubos puros.

Adfectos vero cubos sub latere negate ita demum reduci ad puros, cum solidum, à quo adficitur cubus, negatur de cubo, & præterea triens plani coëfficientis cum latere adficiens solidum, cedit quadrato semissis latitudinis oriundæ ex adplicatione adfecti cubi ad prædictum trientem.

In cubis igitur puris, ut pote cum A, de qua quæritur, cubus proponitur æquari B quadrato in D, intelligentur B & D extremæ in serie quatuor continue proportionalium, & harum A, de qua quæritur esse secunda.

In cubis autem ita adfectis sub latere negate, ut triens plani coëfficientis cum latere adficiens solidum, præstet quadrato latitudinis semissis oriundæ ex adplicatione adfecti cubi ad prædictum trientem, ut pote, cum A cubus, minus B quadrato 3 in A, proponitur æquari B quadrato in D 2, & B præstet ipsi D. Duo intelligentur proponi triangula æquicrura, & ipsa cruribus æqualia alterum alteri, quorum secundi angulus, qui est basin, intelligitur triplus ad angulum, qui est ad basin primi, & basis secundi esse D, crus vero B. A autem de qua quæritur, esse basis primi.

In cubis denique ita adfectis, ut ipsi de adficiente solido negantur, ut pote, cum B quadratum 3 in E, minus E cubo, æquabitur B quadrato in D 2. Eadem stante constructione, quæ in antecedente formula exposita est, E de qua quæritur, fiet basis dimidia primi, multata continuatave longitudine ejus, cujus quadratum æquale est triplo quadrato altitudinis primi.

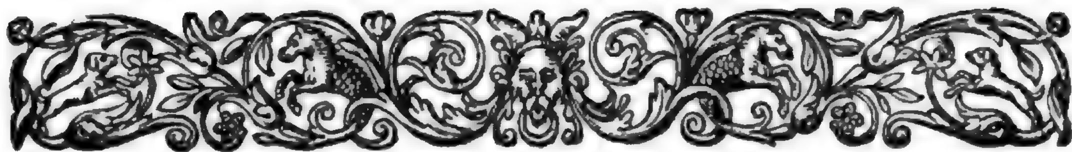
Quod enim in triangulo æquicruro crus semper majus sit base dimidia vel ex eo evidens fit, quod altitudo secet basin bifariam. Itaque cruris quadratum præstat quadrato dimidiæ per ipsius altitudinis quadratum.

Atque adeo duobus Problematis æquationes cuborum omnes, & quadrato-quadratorum cujuscumque adfectionis alioqui non solubiles explicabuntur, una inventione duarum mediarum inter datas, altera anguli dati in tres æquales partes sectione. Quod animadvertisse fuit operæ pretium.

FINIS.



FRAN-



FRANCISCI VIETÆ

PSEVDO-MESOLABVM

& alia quædam

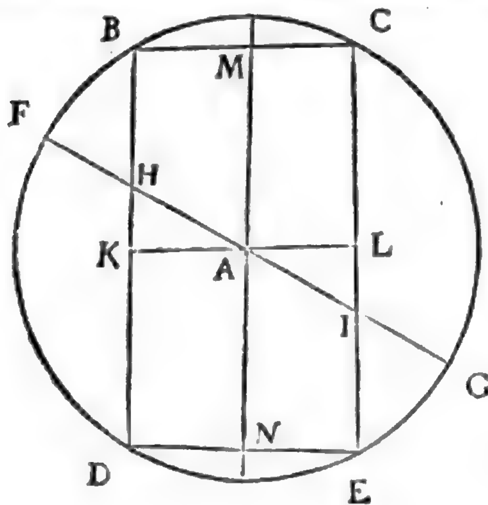
ADIVNCTA CAPITVLA.



Pseudo-Mesolabum fabrico, ut Pseudo-Mesolabum, illibata Eratosthenis, cujus quidem epicherema fuit δυσμηχανὸν, sed generaliter ac vere propositum, laude & gloria. Mutua autem segmenta inscriptæ circulo & diametri esse proportionalia nemo nescit ex Elementis. Sed quatenus proportio continua est, operæpretium erat in Mesographicis definire. Enimvero bene composituri resolvunt, componunt bene resoluturi. Quare quatuor rectas proportionales in mutua sectione inscriptæ & diametri ita speculabor, ut non ideo mihi appareat esse continue proportionales, quia erant, & sequuta est ἐφάρμοσις, sed τὸ διότι in eo situ expendam, earum genesin à seipsis repetiturus, atque adeo angulorum, qui in ea sectione fiunt, & deluserunt incautos, symptomata adnotaturus. Sic igitur demonstro, sic facio.

Propositio I.

Si rectangulum est inscriptum circulo, & duo latera opposita secet diameter: pars diametri à lateribus illis intercepta secabitur bifariam in centro, & segmenta laterum oppositorum permutatim erunt æqualia.



Circulo, cujus centrum A, inscribatur rectangulum BCED, ac lateri quidem BD opponatur latus CE, utrumque vero secetur à diametro FG. Illud in H, hoc in I. Dico HI secari bifariam in A, & segmenta BH, HD segmentis CI, IE permutatim esse æqualia, hoc est BH æquari IE, & HD æquari CI. Agantur enim per A centrum KL, MN ipsis BC, BD parallelæ.

Acta igitur è centro AL secat rectam CE bifariam in L, & acta AM rectam BC bifariam in M. Et proinde LA, AK, id est CM, MB, sunt æquales. Triangula autem HAK & IAL similia sunt. recti enim sunt anguli AKH, ALI, & angulus ad A utrique est communis. Quare cum latus AK lateri AL sit æquale, erunt quoque latera AH, AI subtendentia angulum rectum æqualia,

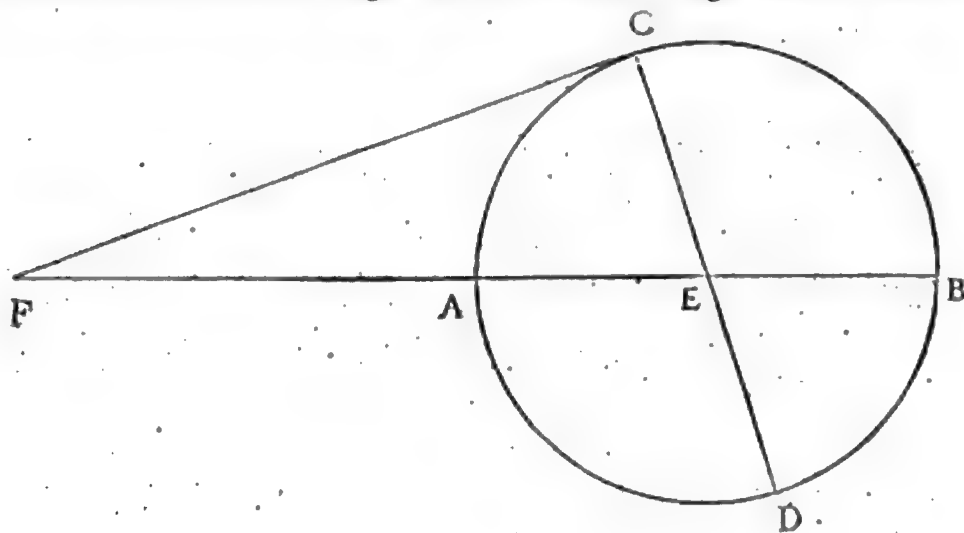
æqualia, ac æqualia quoque KH, LI: Et cum KD, CL sint semisses æqualium BD, CE, utrique semissi addatur KH seu LI. Ergo DH erit æqualis CI, & reliqua BH reliquæ IE. Quod erat ostendendum.

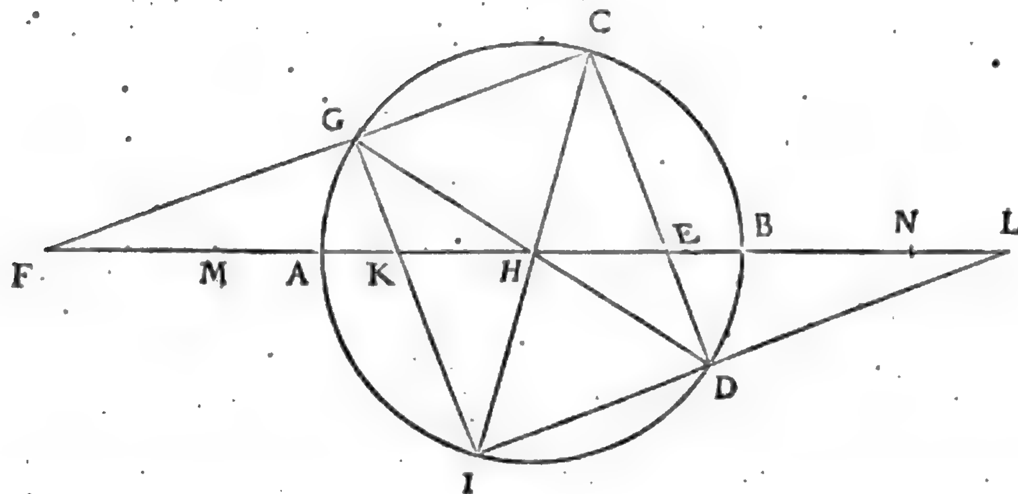
PROPOSITIO II.

Si diametrum circuli secet inscripta, quæ vero per extremum inscriptæ ducitur ipsi perpendicularis occurrat diametro in puncto quo continuata est diameter per intervallum inscriptæ: erunt segmenta inscriptæ in continua proportione, inter segmenta diametri.

Diametrum circuli AB inscripta CD secet in E, excitetur autem ad C perpendicularis quæ occurrat diametro continuatæ ad partes A in F. Et sit continuatio AF, æqualis ipsi inscriptæ CD. Dico esse ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB.

Aut enim recta FC circulum tangit, aut secat. Primum tangat circulum recta FC.





Quoniam angulus FCD est rectus ex hypothesi, ideo erit E centrum circuli, & segmenta quæque inscriptarum, semidiametri. Itaque erit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB, æqualis videlicet ad æqualem.

Secet autem circulum recta FC in G puncto. Acta igitur GD erit diameter. Itaque centrum consistit in mutua sectione AB, GD. Sit illud H, & agatur diameter CI, & jungantur

gantur GI, DI, ipsaque GI secet AB in K. Rectangulum igitur est circulo inscriptum GCDI. Itaque æquales sunt KH, HE, atque adeo æquales AK, EB. Sed & GI, CD secantur in æqualia segmenta permutatim, nempe GK, ED segmenta æqualia sunt, & CE, KI æqualia.

Producantur FB, ID seque mutuo secent in L. Triangula igitur rectangula LDE, FGK æqualium sunt laterum, & angulorum. Itaque LB fit FA æqualis, id est CD ex hypothesi. Abs FA igitur resecetur FM ipsi CE æqualis. Itaque reliqua MA reliquæ ED fit æqualis. Abs LB vero resecetur LN ipsi ED æqualis. Itaque reliqua NB reliquæ EC fit æqualis.

Quoniam igitur parallelæ sunt FC, DL, atque adeo triangula FCE, LDE seu FGK sunt similia; erit FE ad EL, sicut EC ad ED. Et subducendo erit ME differentia inter FM, FE ad EN differentiam inter LN, LE, sicut EC ad ED. Sed & quia inscriptæ circulo AB, CD sese secant in E, ideo est AE ad EC, sicut ED ad EB, & componendo est ME composita ex AE, AM seu ED ad EN compositam ex EB, BN seu EC, sicut ED ad EB. Quare est EC ad ED, sicut ED ad EB. Et proinde erit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO III.

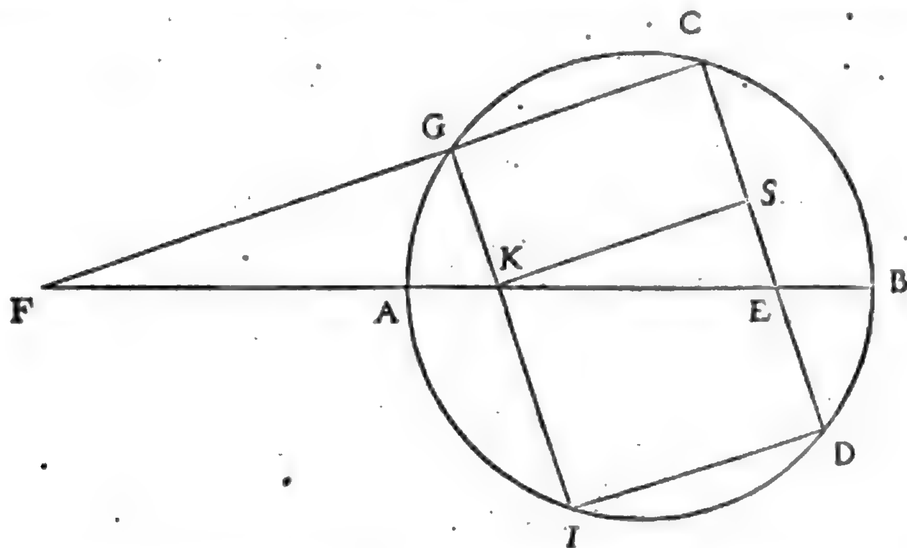
Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: erit ut composita è tribus primis ad compositam è tribus postremis, ita secunda ad tertiam.

Sint quatuor lineæ rectæ continue proportionales A, B, C, D. Dico esse, ut composita ex A, B, C ad compositam ex B, C, D ita B ad C. Est enim B ad C, sicut A ad B, & sicut C ad D quare componendo est B ad C, sicut composita ex A, C ad compositam ex BD. Et rursus componendo est B ad C, sicut composita ex A, B, C ad compositam ex B, C, D. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO IV.

Si diametrum circuli ita secet inscripta ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter segmenta diametri: quæ per extremum inscriptæ ducitur, ipsi perpendicularis, occurret diametro in puncto quo continuata est diameter per intervallum inscriptæ.

Circuli diametrum AB secet inscripta CD in E, & sint segmenta AE, EC, ED, EB in continua proportione, hoc est, sit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB. Excite-



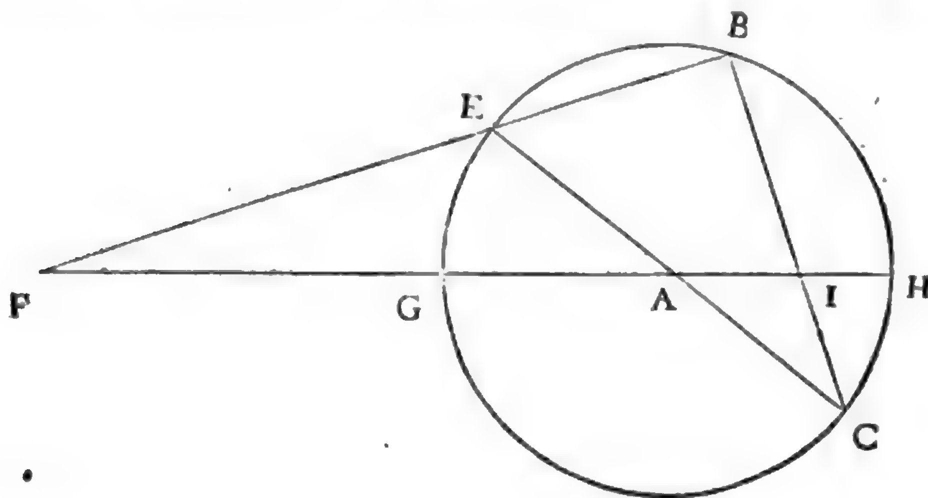
tur autem ad C perpendicularis ipsi CD, occurrens diametro BA continuatæ in F. Dico continuationem FA ipsi inscriptæ CD esse æqualem. Quoniam enim hic proponitur propor-

proportio inæqualitatis non æqualitatis, & proinde C E, E D sunt inæquales, non erit E centrum circuli. Itaque recta F G circulum non tanget, sed secabit. Secet igitur in G, & compleatur parallelogrammum circulo inscriptum G C D I. ipsamque G I abscindat A B in K, & ducatur K S ipsi G C parallela, abscindens C D in S. Est igitur G K seu C S ipsi E D æqualis, & E B ipsi A K. Et quoniam sunt in continua proportione A E, E C, E D, E B ex hypothesi, ideo erit E C ad E D, sicut composita ex A E, C D ad compositam ex E B, C D. Et subducendo erit ut S E differentia inter E C, E D seu C S ad E D, ita K E differentia inter A E, E B seu A K ad compositam ex E B, C D. Sed est quoque ut S E ad E D, ita K E ad F K. Quare F K eadem est quæ composita ex E B, C D. Vtrinque dematur E B seu A K. Ergo sit FA æqualis ipsi C D. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO V.

Circulo dato & inscripta: per centrum circuli ita secare inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter segmenta diametri.

Sit datus circulus, cujus A centrum, data quoque inscripta B C. Oportet facere quod propositum est. Agatur diameter C A E, & in juncta B E & continuata, sumatur ex A centro recta A F compositæ ex A C, C B æqualis, secans circulum in G, H, ipsam vero



B C in I. Quoniam igitur angulus C B E est in semicirculo, ideo est rectus. Fit autem A G F ex hypothesi ipsi A C B æqualis, eaque secat circulum in G, H; B C vero in I. Quare ex iis quæ demonstrata sunt, est ut G I ad I B, ita B I ad I C, & ita C I ad I H. Circulo itaque dato cujus A centrum, data quoque inscripta B C, ita secta est B C in I per A centrum, ut inscriptæ B C segmenta B I, I C sint in continua proportione inter mutua diametri G H segmenta G I, I H. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO VI.

Si secetur linea recta inæqualiter: differentia inter semissem sectæ & segmentum, erit æqualis dimidiæ differentiæ segmentorum.

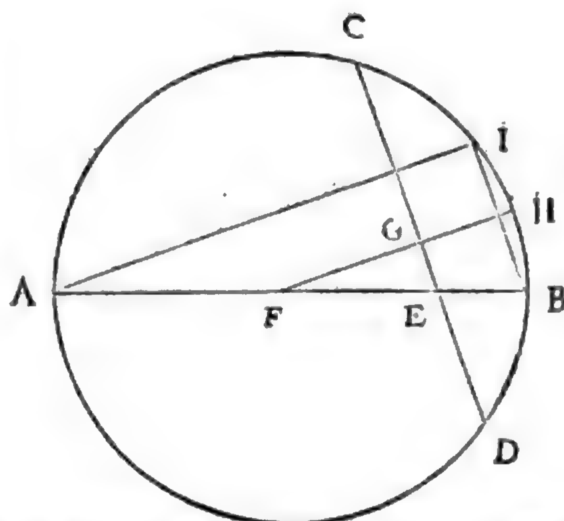
Secetur A B recta inæqualiter in C, æqualiter vero in D. Est igitur D C differentia inter A D semissem sectæ. & A C majus segmentum, vel inter D B id est A D, & C B minus segmentum. Dico ipsam D C esse dimidiam differentiam segmentorum A C, C B. Dupletur enim C D in E. Cum igitur ab æqualibus A D, D B auferentur æquales D C, D E, fit A E æqualis C B minori segmento. differentia autem inter A E, id est C B, & A C est E C. quæ constructa est dupla ipsius D C. Est igitur D C differentia dimidia segmentorum inæqualium AC, C B, in quæ secta est A B. Quod erat ostendendum.

A E D C B

PROPOSITIO VII.

Si diametrum circuli secet inscripta: erit ut differentia segmentorum diametri ad differentiam segmentorum inscriptæ, ita diameter circuli ad subtensam duplo complementi anguli sectionis inscriptæ & diametri.

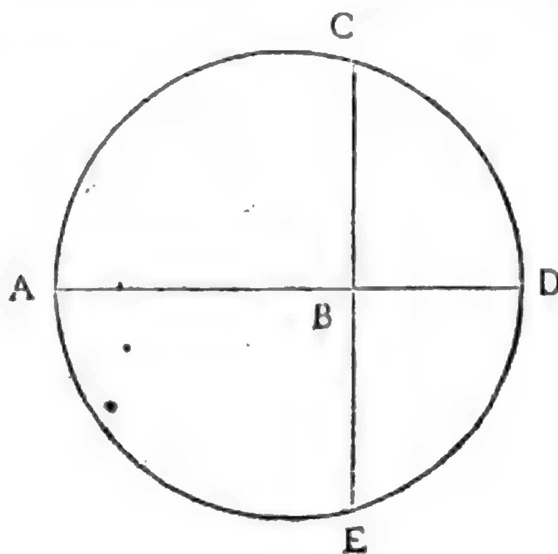
Diametrum enim circuli A B inscripta C D secet in E, quam acta è centro F G dividat bifariam in G. Est igitur F E dimidia differentia segmentorum A E, E B, & E G differentia dimidia segmentorum C E, E D. Dico itaque ut duplam F E ad duplam E G, ita esse diametrum A B ad subtensam duplo complementi anguli FEG. Quoniam enim acta è centro F G secat C D bifariam in G, ideo normaliter secat. Quare angulus G F E est complementum anguli G E F. Continuetur F G ad circumferentiam in H, & agatur A I ipsi F H parallela, secans circulum in I, & connectatur B I. Erit igitur circumferentia BI dupla circumferentiæ BH, & ipsa B H est amplitudo anguli H F B. Quare circumferentia B I erit ipsius anguli H F B amplitudo dupla. Est igitur I B subtensa duplo anguli G F E, seu complementi anguli G E F. Triangulo autem F G E simile triangulum est A I B. Ergo erit ut F E ad E G, ita A B diameter circuli ad BI subtensam duplo complementi anguli FEG, & consequenter ut F E dupla ad E G duplam. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: composita ex omnibus major erit mediæ triplo.

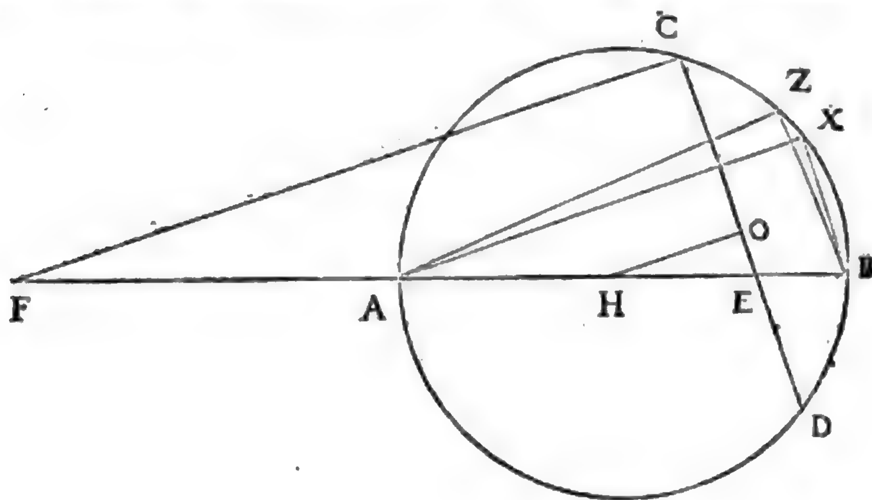
Sunto tres proportionales A B, B C, B D. Dico compositam ex A B, B C, B D majorem esse tripla B C. Faciant enim unam perpetuam lineam A B, B D, & fiat A D diameter circuli. Quæ igitur ex circumferentia cadet perpendiculariter ad B, erit ipsa B C. continuata autem secet quoque circulum in E. Est igitur C E dupla ipsius C B. Est autem minor diametro A D, cum diameter sit major inscriptarum, alioqui A B B C, B D essent æquales. Hic autem proponitur proportio inæqualitatis, non æqualitatis. Quare composita ex A B, B D major est composita ex C B, B E, & consequenter composita ex A B, B D, C B major est composita ex C B, C E, id est major tripla C B. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO IX.

Si diametrum circuli ita secet inscripta ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter mutua segmenta diametri: anguli, qui fit in sectione, duplum complementum, minus erit circumferentia, quæ à triente diametri circuli subtenditur.

Circuli, cujus H centrum, diametrum A B ita secet in E inscripta C D, ut E C, E D segmenta inscriptæ C D sint in continua proportione inter A E, E B segmenta mutua diametri A B. Secetur autem C D bifariam in O ex H centro, unde angulus O H E est complementum O E H, quoniam angulus ad O est rectus. Subtendatur deinde ad partes O recta B Z, sumpta æqualis trienti diametri A B. Dico anguli O H E duplam amplitu-



dinem minorem esse circumferentia Z B Connectatur enim A Z, & per C acta ipsi C D perpendicularis, occurrat diametro B A in F. Erit igitur F A ipsi C D æqualis. Itaque tota F E erit compositæ ex tribus proportionalibus A E, E C, E D æqualis, quæ majores sunt triplo mediæ E C. Quare F E ad E C majorem habet rationem quam tria ad unum, id est quam A B ad B Z. Habeat eandem quam A B ad B X, & subtendatur B X. erit igitur B X minor quam B Z, & consequenter circumferentia B Z major erit circumferentia B X. Eadem autem est ratio H E ad O E, quam F E ad E C, similia enim sunt triangula H E O, F E C. Itaque erit A X ipsius H O parallela, & circumferentia B X dupla amplitudo anguli O H E, seu X A B, seu C F E. Dupla igitur amplitudo anguli O H E minor est circumferentia Z B. Quod erat ostendendum.

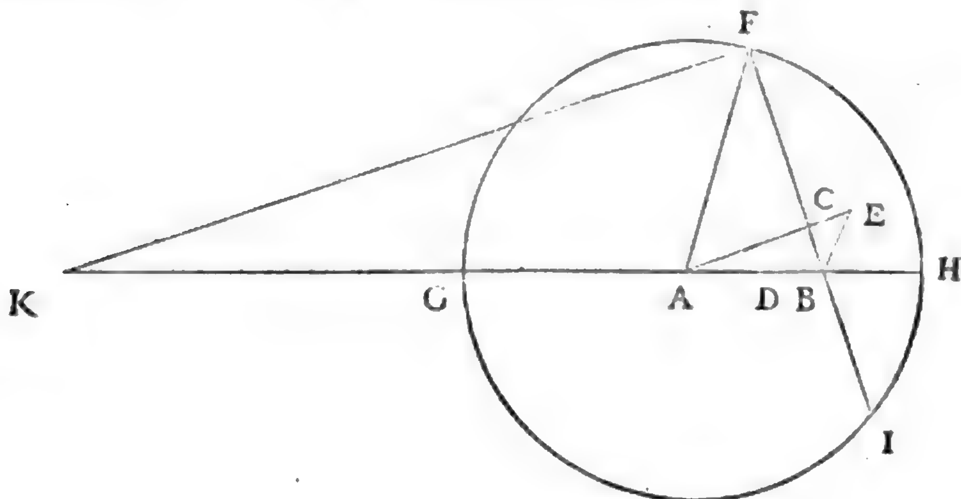
PROPOSITIO X.

Ad datum angulum ei æqualem qui fit in sectione inscriptæ circulo, & diametri, exhibere mutua earum segmenta in continua proportione. Oportebit autem in eo triangulo rectangulo, cujus basis subtendetur angulo dato, perpendiculum esse minus triente hypotenusæ, quoniam hypotenusa ad perpendiculum est sicut diameter ad subtensam duplo complementi anguli sectionis.

Oporteat exhibere circulum cui inscriptam ita secet diameter, ut segmenta sint in continua proportione, & præterea angulus qui fiet in sectione æqualis sit angulo dato. Detur angulus A B C, reliquus autem è recto in quocumque triangulo rectangulo B A C. Ita tamen ut ejus trianguli hypotenusa A B sit major triplo perpendiculi B C, ob ea quæ jam exposita & demonstrata sunt. Cum igitur ab A B abscindetur A D, æqualis duplæ

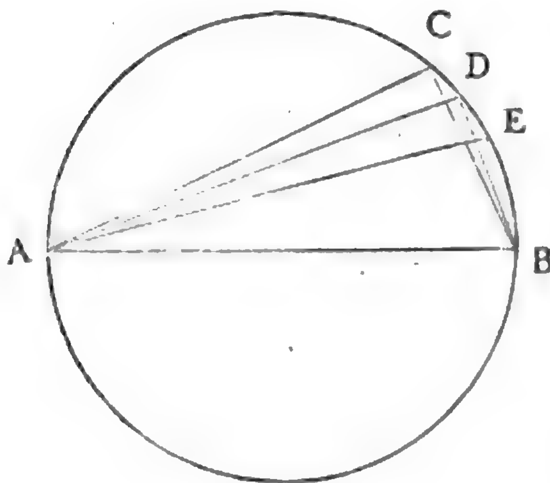
 CB, rur-

CB, rurſus erit DB major ipſa CB. In continuata itaque AC ſumatur BE ipſi DB æqualis, & per A agatur recta AF ipſi BE parallela, ſecans BC continuatam in F. Et centro A, intervallo AF deſcribatur circulus, quem AB utrinque continuata ſecet in G, H, BC vero ſecet in F, I. Dico ſegmenta GB, BF, BI, BH eſſe in continua proportione. Excitetur enim per punctum F recta FK, ipſi FI perpendicularis, occurrens diametro GH con-



tinuatæ in K. Erit igitur BC ad AB, ſicut CF ad AK; parallelæ autem conſtructæ ſunt BE, AF. quare eſt BC ad BE, ſicut CF ad AF. Et per ſynthesin BC ad AB quæ compoſita eſt ex BE & dupla BC, ita CF ad compoſitam ex AF & FI, quæ quidem FI dupla eſt ipſius CF. Quare compoſita ex AF & FI eſt eadem quæ KA. Vtrinque dematur AF ſeu AG, fit KG ipſi FI æqualis. Eſt autem KG continuatio diametri ad punctum occurſus ejus rectæ quæ ſecuit inſcriptam ad angulos rectos per ipſius extrema. Ergo ſunt in continua proportione ſegmenta, GB, BF, BI, BH. Ad datum itaque angulum ABC ei æqualem qui fit in ſectione inſcriptæ & diametri, eundemque reliquum è recto cujuſvis trianguli rectanguli dummodo illius hypotenuſa major ſit triplo perpendiculi, exhibita ſunt ipſa ſegmenta in continuà proportione. Quod erat faciendum.

Ex his licet angulorum qui fiunt in ſectione inſcripta & diametri cum mutua earum ſegmenta ſunt in continua proportione, ſyſtemata expendere.



Sit circuli diameter AB. Et quoniam ratio diametri ad ſubtenſam duplo complementi ejus anguli qui fit ab inſcripta & diametro, cum ſegmenta earum ſunt in continua proportione, eſt ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, oportet autem differentiam extremarum majorem eſſe triplo differentia mediarum. Subtendatur BC triens diametri AB. erit igitur angulus CBA ſyſtema extremum omnium angulorum quos oportebit eo eſſe majores.

Placeat autem cum continue proportionales ſunt in ratione dupla ſyſtema adnotare. Quoniam ratio eſt ut 2 ad 1, numerus autem proximus poſt binarium eſt ternarius, ducatur 3 in 2, fiunt 6, quibus addatur unitas.

tas. Erit igitur differentia extremarum ad differentiam mediarum ut 7 ad 2. Quare qualium AB erit 7, talium ſubtenditor BD duarum, erit angulus DBA ſyſtema rationis dupla. Et cum ratio continue proportionalium erit minor dupla, anguli ſectionum erunt majores quidem angulo CBA; ſed minores angulo DBA.

Placeat autem cum proportionales ſunt in ratione tripla ſyſtema adnotare. Quoniam ratio eſt ut 3 ad 1, numerus autem proximus poſt ternarium eſt quaternarius, ducantur 4 in 3 fiunt 12, quibus addatur unitas. Erit igitur differentia extremarum ad differentiam mediarum ut 13 ad 3. Quare qualium AB erit 13 talium ſubtendetur BE trium. & erit angulus EBA ſyſtema rationis tripla. Et cum ratio continue proportionalium erit minor tripla ſed major dupla, anguli ſectionum erunt majores quidem angulo DBA, ſed minores angulo EBA.

Ex Canonicis autem numeris triangulorum dabuntur iidem anguli, in partibus qualium rectus æſtimatur XC, faciendo ut 7 ad 2, vel 13, ad 3, & ea in infinitum methodo, ita 100, 000 ad ſinum complementi anguli qui fit ab inſcripta & diametro. ut in tabella.

In ratione		Ut		ad	Ita 100,000, ad		Cui cognitus angulus.	Cujus complementum eſt is qui fit ab inſcripta & diametro.
	æqualitatis		3	1		33,333	XIX. XXVIII.	LXX. XXXII.
	dupla		7	2		28,571	XVI. XXXVI.	LXXIII. XXIIII.
	tripla		13	3		23,077	XIII. XX.	LXXVI. XL.
	quadrupla		21	4		19,048	X. LIX.	LXXIX. I.
	quintupla		31	5		16,129	IX. XVII.	XXC. XLIII.
	ſextupla		43	6		13,953	VIII. I.	XXCI. LIX.
	ſextupla		57	7		12,281	VII. III.	XXCII. LVII.
	octupla		73	8		10,959	VI. XVII.	XXCIII. XLIII.
	nonupla		91	9		9,890	V. XLI.	XXCIII. XIX.
	decupla		111	10		9,009	V. X.	XXCIV. L.

PROPOSITIO XI.

Si duæ parallelæ inæquales inſcribantur circulo, & actæ per minoris extrema perpendiculares majorem abſcindant: exceſſus majoris ex utravis parte erit æqualis.

Duæ parallelæ inæquales DQ, AB inſcribantur circulo, majoremque DQ actæ AR, BS per extrema minoris AB, normaliter ſecent in R, S. Dico DR, SQ eſſe æquales. Circuli enim centrum eſto G, per quod agatur diameter ipſis RA vel SB parallela, ſecans DQ, AB in V, Z. Cum igitur inſcriptæ DQ, AB ſecentur è centro ad angulos rectos, ideo ſecabuntur bifariam. Erit itaq; DV ipſi VQ æqualis, & AZ ſeu RV ipſi ZB ſeu VS. Ab æqualibus igitur DV, VQ, æquales RV, VS ſubducuntor. Ergo DR fiet æqualis SQ. Quod erat oſtendendum.

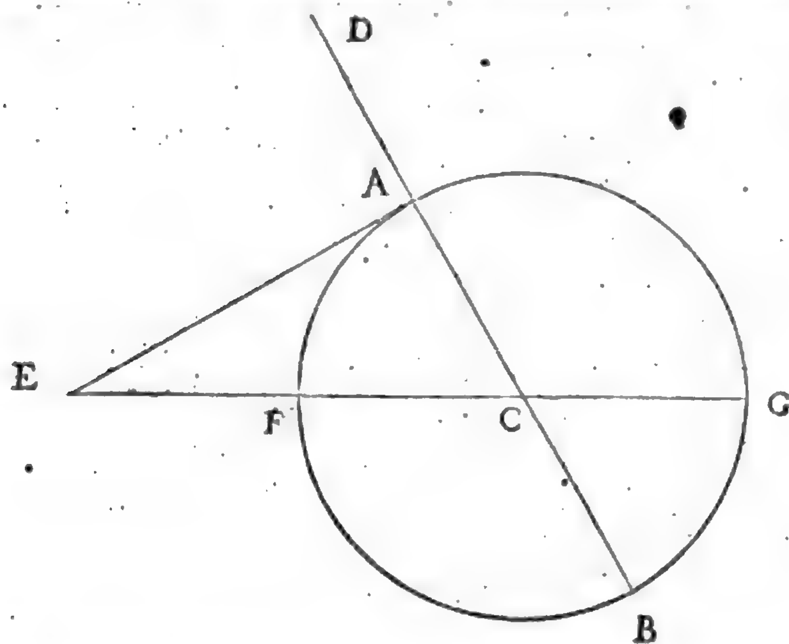
D R A V G Z S B Q

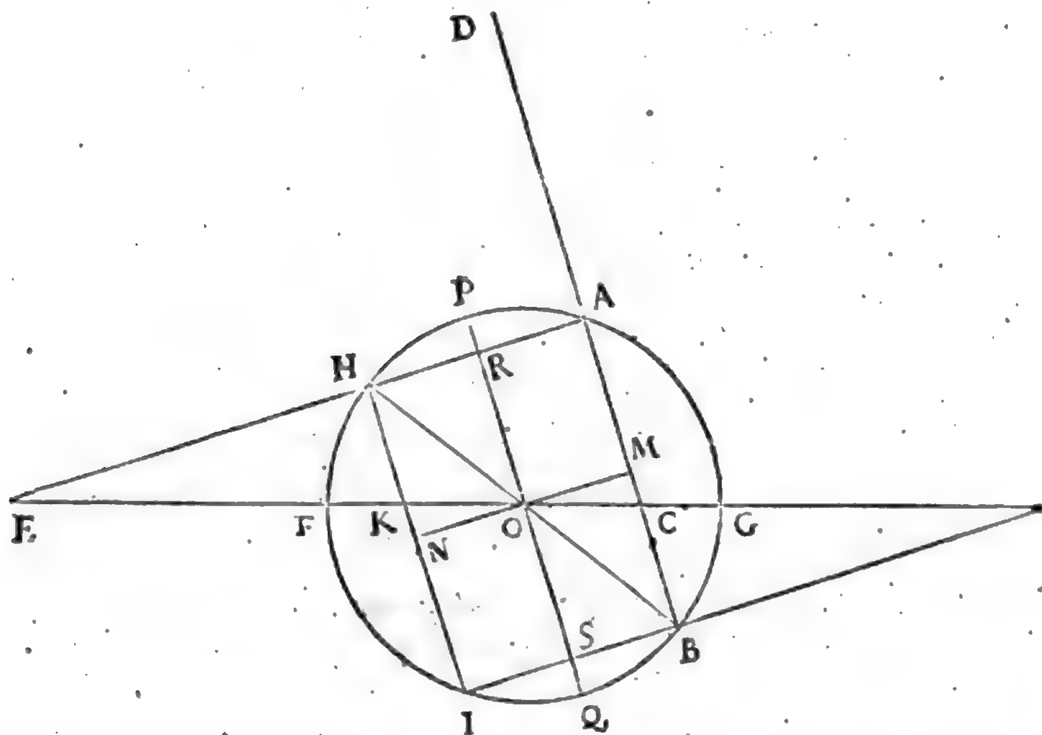
PROPOSITIO XII.

Data recta & in ea puncto, invenire circulum cui data inſcribetur, & cum diameter eam abſcindet in dato puncto, erunt ſegmenta inſcriptæ in continua proportione inter mutua ſegmenta diametri.

Sit data recta AB, & in ea punctum C. Oportet facere quod propoſitum eſt. Fiat ut BC ad CA, ita CA ad AD, & coëant in eandem rectam BA, AD. & ad A excitetur ipſi CD perpendicularis AE, in qua ſumatur CE, toti BD æqualis, & abſcindatur CF ipſi AD æqualis. & per puncta A, B, F ducatur circulus, quem FC quoque ſecet in G. Sunt igitur

tur, FG, AB inscriptæ circulo quæ se mutuo secant in C. Itaque est ut FC ad CA, ita CB ad CG. Sed FC ad CA, est ut CA ad CB. Igitur est ut FC ad CA, ita CA ad CB, & ita CB ad CG. Sunt itaque segmenta AC, CB in continua proportione inter mutua segmenta FC, CG. Dico autem FG esse diametrum circuli. Aut enim AB secta est in C æqualiter, aut secus. Sit primum secta in C æqualiter. Quoniam factum est ut BC ad CA, ita CA ad AD, erit quoque FC id est AD æqualis ipsi CB seu CA. Itaque centrum erit ipsum C, & perpendicularis EA circulum cõtinget. Sed esto AB secta inæqualiter in C. Quoniã AB non est diameter, ideo perpendicularis EA circulum non continget, sed secabit. Secet in H, & subtendatur HB. Erit igitur HB diameter, angulus enim HAB, cum sit rectus est in semicirculo, agatur quoque HI ipsi AB parallela secans circulum in I, FG vero in K, & jungatur IB, & ea continuata occurrat ipsi





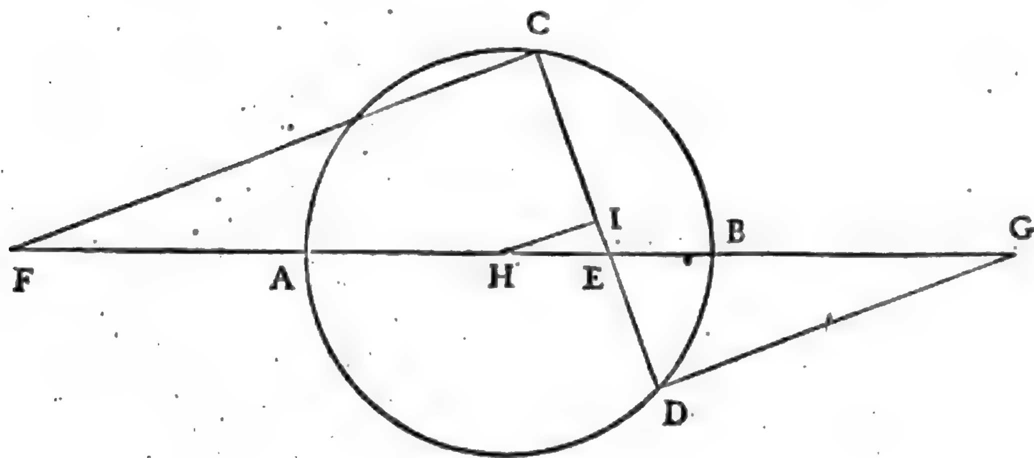
FG in L. Angulus igitur HIB erit quoque in semicirculo. itaque erit rectus, & rectangulum circulo inscriptum AHIB. Ducatur autem per medium AB recta MN, ipsi HA æqualis

æqualis & parallela secans FG in O. Erit igitur MC differentia dimidia segmentorum AC, CB. Et quoniam triangula rectangula EAC, CBL sunt similia, propter EA, IL parallelas. ideo est CA ad EC, sicut CB ad CL, & sicut differentia inter CA, CB ad differentiam inter EC, CL. Sed differentia inter CA, CB est dupla CM, & est CA ad EC, sicut CM ad CO ob similitudinem triangulorum COM, CEA. Quare CO erit dimidia quoque differentia inter EC, CL. atque adeo EL secta est bifariam in O. Composita autem est EC ex FC, CA, CB. & est ut AC ad CB, ita composita ex FC, CA, CB ad compositam ex CA, CB, CG. Itaque CL erit eadem quæ composita ex CA, CB, CG. proinde GL, EF erunt ipsi AB compositæ ex CA, CB æquales. Ab æqualibus itaque EO, OL æquales GL, EF subducendo, fit FO æqualis ipsi OG. Inscribatur per O recta PQ, ipsis AB, HI parallela secans HA, IB in R, S. Erit igitur RS æqualis ipsi AB vel HI, & secta bifariam in O sicut AB, HI in M, N, & erunt RP, SQ æquales. Duæ igitur inscriptæ circulo FG, PQ secantur bifariam in circulo. Quare utraque est diameter. Est igitur diameter FG. Data igitur recta AB, & in ea puncto C, inventus est circulus AFB cui data AB inscribitur, & cum diameter FG eam abscindit in dato C puncto, existunt segmenta AC, CB in continua proportione inter FC, CG mutua segmenta diametri FG. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XIII.

SI fuerint quatuor rectæ continue proportionales: erit ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum, plus duplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum: & ita composita è tribus primis ad secundam: & ita composita è tribus postremis ad tertiam.

Exponatur circulus ACBD cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportione. Id enim fieri posse secundum quamcumque rationem datam expositum est. Cum igitur CD secabitur in C & D perpendiculariter à rectis CF, DG, occurrentibus ipsi EA in F, G, Erunt FA, BG ipsi CD æquales. Sit autem H centrum, per quod secetur CD ad rectos angulos in I. Est igitur AH dimidia composita ex extremis. CI dimidia composita ex mediis, HE dimidia differentia extremarum, EI dimidia differentia mediarum, FA vel BG composita ex mediis,



FE composita è tribus primis, EG ex tribus postremis. Eadem autem est ratio totius ad totum quæ partis ad partem. Dico igitur esse ut HE ad EI, ita FH ad IC, & ita FE ad EC, & ita EG ad ED. Id autem est manifestum propter similitudinem triangulorum HEI, FEC, GED.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: differentia extremarum major erit triplo differentiæ mediarum.

Id autem est manifestum, cum differentia extremarum ad differentiam mediarum ostensa est se habere, sicut composita è prima, secunda, & tertia ad secundam, vel ex secunda, tertia & quarta ad tertiam. Tres autem continue proportionales majores sunt mediæ triplo.

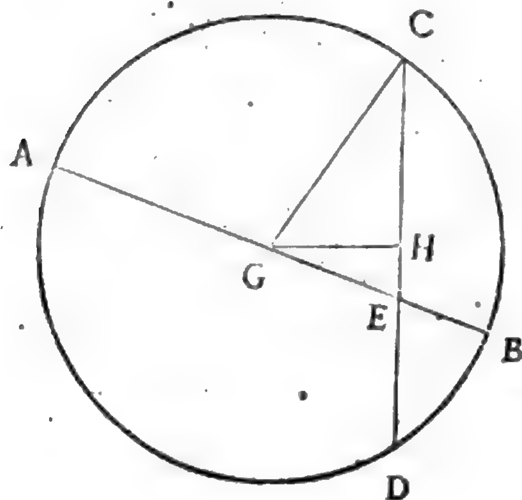
PROPOSITIO XV.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: erit ut differentia extremarum minus dupla differentia mediarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum ad adgregatum mediarum.

Ostensum enim est esse ut differentia extremarum ad differentiam mediarum; ita adgregatum extremarum plus duplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum. Quare subducendo erit ut differentia extremarum minus duplo differentiæ mediarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum ad adgregatum mediarum.

PROPOSITIO XVI.

Si fuerint quatuor rectæ lineæ proportionales: quadratum adgregati extremarum, minus quadrato adgregati mediarum, erit æquale quadrato differentiæ extremarum, minus quadrato differentiæ mediarum.

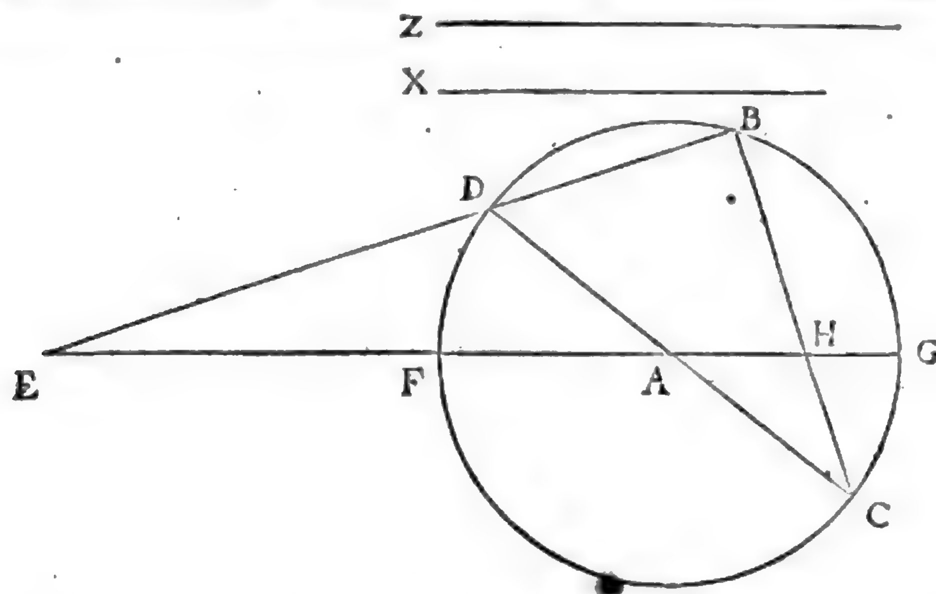


Exponatur circulus ACBD, cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E: itaque sit ut AE ad EC, ita ED ad EB. Cum igitur CD secabitur in H ad rectos angulos ab ea quæ est ex G centro, & connectetur GC, erit GC dimidia composita ex extremis, & CH dimidia composita ex mediis. Sed & GE dimidia est differentia extremarum, & EH dimidia differentia mediarum. Dico igitur quadratum ex dupla GE, minus quadrato ex dupla EH, æquari quadrato duplæ CG, minus quadrato duplæ CH. Id autem est manifestum cum triangula CHG, GEH, quorum GH basis est communis, sint rectangula. Itaque quadratum ex CG, minus quadrato ex CH, æquatur quadrato ex GH. sicut etiam quadratum ex GE, minus quadrato ex EH. Est autem eadem ratio totius ad totum quæ dimidii ad dimidium.

PROPOSITIO XVII.

Dato adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie proposita quatuor rectarum continue proportionalium, distinguere continue proportionales.

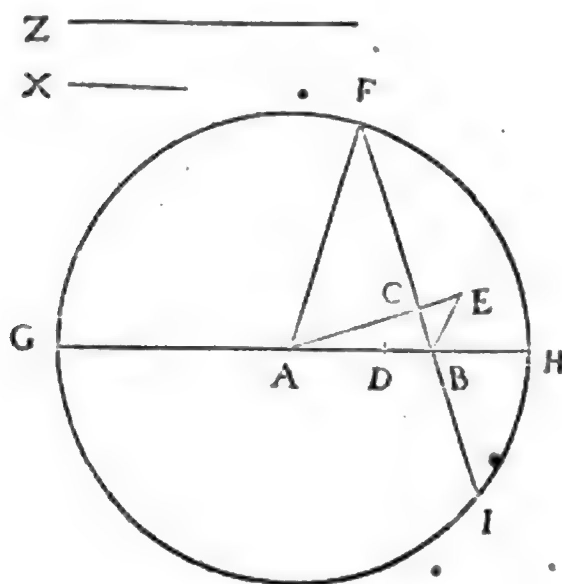
Proponantur quatuor rectæ esse in continua proportione, ex quarum extremis composita est Z, ex mediis X. Oportet distinguere medias & extremas. At vero dato circulo & inscripta, licet à diametro ita secare inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter mutua segmenta diametri. Quare centro A, intervallo AB æquali di-



midiæ Z describatur circulus, cui inscribatur BC æqualis datæ X. Et agatur diameter CAD. Et in juncta BD & continuata, ponatur AE compositæ ex AB, BC æqualis. & EA secet circulum in F, G. BC vero in H. Ergo per ea quæ ostensa sunt, est ut FH ad HB, ita HB ad HC, & ita HC ad HG. Est autem FG æqualis ipsi Z ex constructione, & BC ipsi X. Quare factum est quod oportuit.

PROPOSITIO XVIII.

Data differentia mediarum, & differentia extremarum in serie proposita quatuor rectarum continue proportionalium, invenire continue proportionales. Oportet autem differentiam extremarum majorem esse tripla differentia mediarum.



Proponantur quatuor rectæ esse in continua proportione, quarum extremæ differant per Z, mediæ per X. Oportet invenire sive medias, sive extremas. At verò ad angulum quemcumque inscriptæ & diametri, exhibere licet mutua earum segmenta in continua proportione. Trianguli autem rectanguli, cujus hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum, basis subtenditur angulo æquali ei qui fit in sectione diametri & inscriptæ. Quare constituatur triangulum rectangulum ABC cujus hypotenusa AB sit dimidiæ Z æqualis, perpendiculum vero BC dimidiæ

X æquale. & ex AB abscindatur AD æqualis duplæ CB. Itaque DB fit rursus major quam CB, quoniam AB major est triplo CB. Vnde in producta AC ponatur BE ipsi DB æqualis, & per A agatur AF ipsi EB parallela, cui occurrat BC in F. & centro A, intervallo AF describatur circulus; quem AB secet in G, H; FB vero secet quoque in I. Ergo per ea quæ ostensa sunt, est ut GB ad BF, ita BF ad BI, & ita BI ad BH. Est autem AB differentia dimidia inter GB, BH, & CB differentia dimidia inter FB, BI. Quare factum est quod oportuit.

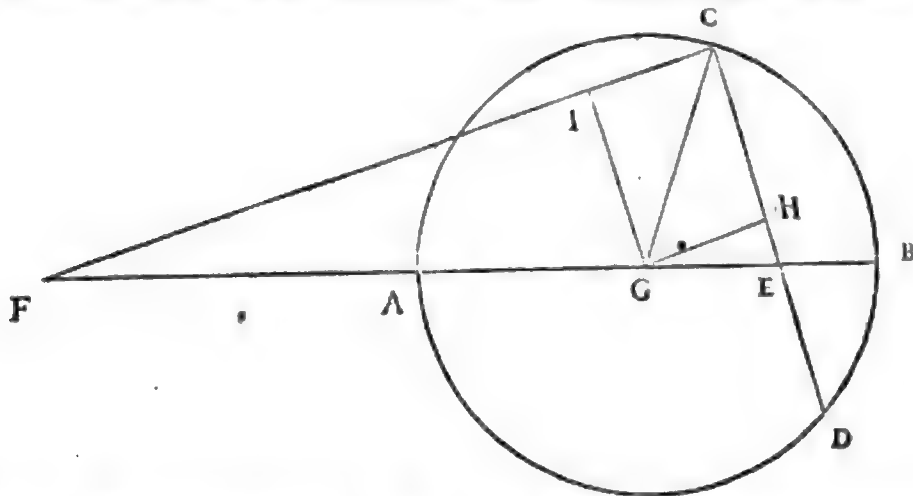
PROPOSITIO XIX. Δεδόμενον.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: Dato adgregato mediarum & adgregato extremarum, dantur singulæ mediæ vel extremæ.

Enimvero duo ab iis constituuntur triangula similia rectangula. Vnum cujus hypotenusa æqualis est composita ex adgregato extremarum & duplo adgregato mediarum, perpendiculum vero adgregato mediarum. Alterum cujus hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum. Est autem basis in isto, eadem quæ in triangulo rectangulo cujus hypotenusa est æqualis adgregato extremarum, perpendiculum adgregato mediarum.

Itaque: Erit ut quadratum compositæ ex adgregato extremarum & duplo adgregati mediarum, multatum quadrato adgregati mediarum ad quadratum adgregati extremarum minus quadrato adgregati mediarum, ita quadratum adgregati mediarum ad quadratum differentiæ mediarum. Vel ita quadratum compositæ ex adgregato extremarum & duplo adgregati mediarum ad quadratum differentiæ extremarum.

Exponatur circulus ADBC, cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportione. Id enim fieri posse secundum rationem quamcumque datam expositum est. Dico data diametro AB & inscripta CD, dari mutua earum quæ in continua proportione sunt singula segmenta; diametri vide-



licet AE, EB; alterius inscriptæ CE, ED. Cum enim CD secabitur perpendiculariter recta CF occurrente ipsi BA in F, erit FA ipsi CD æqualis. Sit autem G centrum per quod secentur CD, CF ad angulos rectos in H, I. Sunt igitur duo triangula rectangula similia FGI, GEH. At trianguli quidem FGI, perpendiculum GI æquale est ipsi CH, seu dimidiæ CD. GF vero hypotenusa composita est ex AG dimidia diametri AB, & ex FA id est CD. Itaque datur triangulum FGI. Trianguli vero GEH, hypotenusa GE est differentia dimidia AE, EB, & perpendiculum EH æquale differentiæ dimidiæ CE, ED. Basis porro GH æqualis est basi trianguli rectanguli CGH, cujus hypotenusa CG est æqualis dimidiæ AB. perpendiculum CH æquale dimidiæ CD. Itaque datur basis GH. Cum igitur duo sint similia triangula FGI, GEH, quorum primi latera dantur: atque in

in iisdem partibus unum latus secundi, videlicet G H, dabuntur latera reliqua H E, G E. Quod ipsum est quod hic enunciatur, lateribus omnibus duplatis. Data autem differentia mediarum & summa earumdem vel extremarum, dantur singulæ.

Παράδειγμα.

In proposita serie quatuor continue proportionalium, sit data composita ab extremis 35, composita vero è mediis 30. & oporteat invenire continue proportionales. In triangulo igitur F G I dupla F G datur 95, composita ex adgregato extremarum & duplo adgregato mediarum, dupla G I 30 adgregatum mediarum, atque adeo dupla F I √ 8125. Sed & in triangulo simili G H E datur dupla G H, cujus duplæ quadratum æquale est quadrato adgregati extremarum, minus quadrato adgregati mediarum. Seu etiam quadrato differentiæ extremarum minus quadrato differentiæ mediarum, quæ quadratorum differentiæ sunt æquales. Nam G H est basis sive trianguli rectanguli G H E, sive G H C. Fiet igitur ut F I √ 8125 ad G H √ 325, id est ut √ 25 ad √ 1, id est 5 ad 1. Ita G I 30 ad H E 6. & ita F G 95 ad G E 19. Est igitur 6 differentia mediarum, quæ addita 30, facit 36 duplum majoris mediarum. Atque est 19 differentia extremarum, quæ addita 35 adgregato extremarum facit 54 duplum majoris extremæ; ablata 16 duplum minoris extremæ. Atque adeo series proportionalium quæ quærebatur est A E 27, E C 18, E D 12, E B 8.

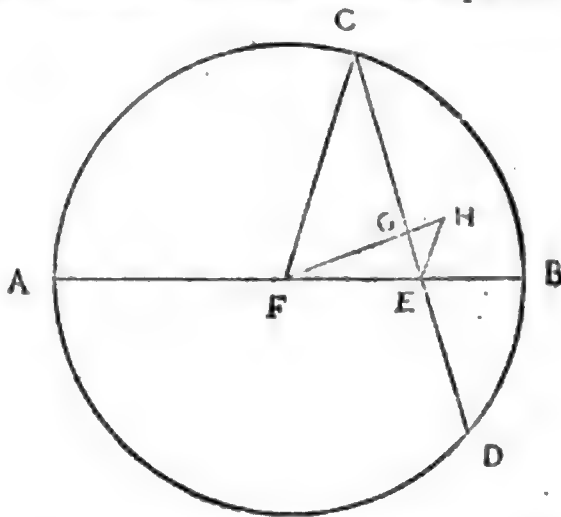
PROPOSITIO XX. Δεδόμενον.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: Data differentia mediarum & differentia extremarum, dantur singulæ.

Enimvero duo ab iis constituuntur similia triangula rectangula. Unum cujus hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum diminutæ differentia dupla mediarum, perpendiculum vero differentiæ mediarum. Alterum cujus hypotenusa est æqualis adgregato extremarum, perpendiculum adgregato mediarum. Est autem basis in isto eadem quæ in triangulo rectangulo cujus hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum.

Itaque: Erit ut quadratum differentiæ extremarum contractæ dupla differentia mediarum multatum quadrato differentiæ mediarum ad quadratum differentiæ extremarum minus quadrato differentiæ mediarum, ita quadratum differentiæ mediarum ad quadratum adgregati mediarum. Vel ita quadratum differentiæ extremarum contractæ duplæ differentia mediarum ad quadratum adgregati extremarum.

Exponatur circulus A D B C, cujus diameter A B secet inscriptam quamcumque C D in E, ita ut A E, E C, E D, E B sint in continua proportione. Et per centrum F secetur C D normaliter in G. Itaque fiat F E dimidia differentia extremarum A E, E B, & G E dimidia differentia mediarum C E, E D. Dico datis F E, G E, seu earum duplis dari singulas A E, E C, E D, E B. Iungatur enim CF & ipsi agatur parallela E H, quàm F G intercipiat in H. Duo igitur triangula rectangula sunt similia CGF, EGH. Est autem C G composita dimidia ex mediis, & est CG ad CF, sicut GE ad EH. Quare dupla E H est differentia extremarum, minus dupla differentia mediarum. Data itaque sunt latera trianguli E H G propter datas F E, G E. Et est HE differentia inter F E & duplam G E. Sed & trianguli similis CGF datur latus FG, quo plus potest una datarum altera. Quare reliqua similis trianguli C G F latera dabuntur. Et ex adgregato & differentia singulæ. Quod ipsum est quod hic duplatis lateribus enunciabatur.



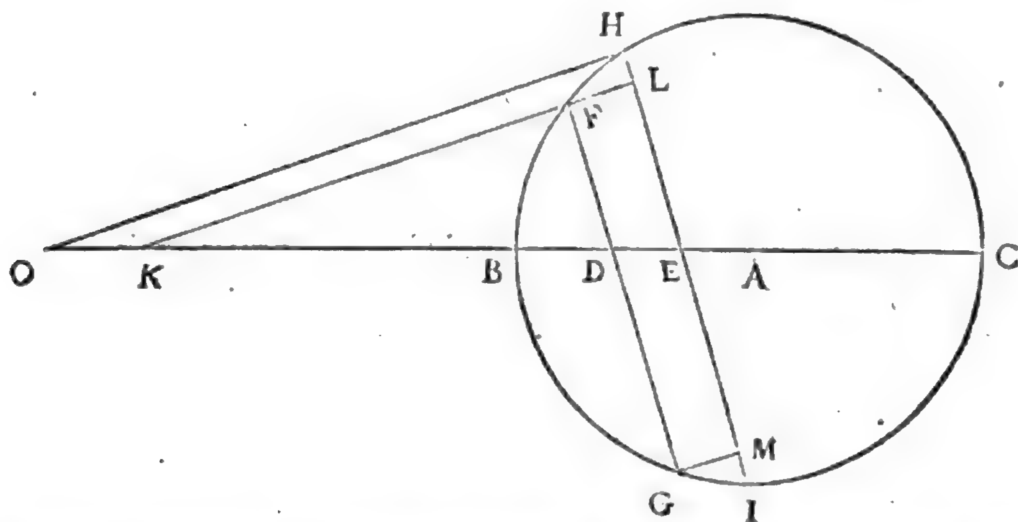
Παράδειγμα.

In proposita serie quatuor continue proportionalium, sit data differentia mediarum 6, extremarum 19. Et oporteat invenire continue proportionales. Duo sunt igitur similia triangula EGH, CGF in quorum primo datur dupla G E nempe differentia mediarum 6, & dupla E H 7. differentia inter 19 & duplam 6. Quare fit dupla G H $\surd$ 13. In triangulo vero C G F datur duplum lateris F G quo plus potest differentia extremarum differentia mediarum, seu adgregatum extremarum adgregato mediarum. Fiet igitur ut H G $\surd$ 13 ad F G $\surd$ 325, idest ut $\surd$ 1 ad $\surd$ 25 seu 1 ad 5, ita G E 6 ad G C 30, & ita E H 7 ad F C 35. Est igitur 30 summa mediarum, cui addita differentia earum, facit 36 duplam majorem mediarum, vel ablata 24, duplam minorem mediarum. Æque est 35 summa extremarum, cui addita differentia earum 19, facit 54, duplam majorem extremarum, ablata 16, duplam minorem. Atque adeo series proportionalium quæsita est A E 27, E C 18, E D 12, E B 8.

PROPOSITIO XXI.

Si duæ inscriptæ circulo inæquales parallelæ diametrum secent, & sint segmenta unius in continua proportione inter mutua segmenta diametri: segmenta alterius inscriptæ in continua proportione inter mutua segmenta diametri non erunt.

Circuli enim cujus A centrum, diametrum BC secent in D, E, inscriptæ parallelæ inæquales F G, H I, & segmenta F D. D G sint continue proportionalia inter B D, D C. Dico segmenta H E, E I non fore continue proportionalia inter B E, E C. Quoniam enim F D, D G sunt in continua proportione inter B D, D C, ideo cum secabitur perpendiculariter F G per F à recta F K occurrente ipsi C B in K. Erit K B ipsi F G æqualis. Ipsa au-



tem K F secet H I in L, & per G agatur G M ipsi F L parallela, secans H I in M. Erit igitur L M ipsi F G æqualis. Sed & H L, M I erunt æquales. Per H vero agatur ipsi K L parallela H O. Si igitur, sed si fieri possit, segmenta H E, E I sunt in continua proportione inter BE, E C, erit O B æqualis ipsi H I. Erat autem K B æqualis ipsi F G seu L M. Quare O K erit æqualis compositæ è duabus H L, M I, id est duplæ H L. Est autem ut OK ad H L, ita E K ad EL. Quare E K erit dupla E L Hoc autem est absurdum. Nam oportet EK quæ composita est prima, secunda, & tertia esse majorem tripla E L. Non igitur sunt in continua proportione H E, E I inter B E, EC. Quod erat ostendendum.

Pseudo-mesolabi expositio.

Ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον est methodus demonstrandi bene Mathematica

ca ὡς ἐπὶ μὲν τῶν ὁμογενῶν. Sed reducendum eſt εἰς τὸ ἀδύνατον totum quod negatur, non etiam pars tantum. Contingit enim ſæpenumero una parte conceſſa alteram quoque partem concedi. Quod ipſum eſt quod probat eo paralogiſmate Sophiſta, non quod ſibi eſt probandum. Vt pote placeat ψευδομεσολαβεῖν. Nam & περὶ ψευδαρίων ſcripſit Euclides, cujus librum invidit injuria temporis, & nobis cavendum eſt ἀπὸ τῶν ψευδαρίων.

Sic igitur παραλογίζω.

Ψευδοθεώρημα.

Anguli qui fiunt ab inſcripta & diametro circuli, cum mutua earum ſegmenta ſunt in continua proportione, qualiſcumque ſit ratio continue proportionalium, ſunt æquales.

Sint quatuor lineæ rectæ continue proportionales, ſive ἐν λόγῳ ἐπιμορίῳ, vel ἐπιμερεῖ, vel πολλαπλασίῳ. Neque enim addit, vel adimit ψευδογραφήματι περὶ τὸ ἀληθὲς iſta diſtinctio. Caliginem lippientibus fortaſſis inducit propter inſenſibilem per organa differentiam, cum λόγος eſt ἐπιμόριος, vel ἐπιμερής. Sed neque prodeſt operis ſtructuræ diſtinctio continuæ analogiæ à diſiuncta, niſi forte captant animos ad captandum medias ſpecioſa verba, qualia, Angulos qui fiunt in ſectione inſcriptæ & diametri, cum mutua earum ſegmenta ſunt in continua proportione probabiliter videri τῶν πεπηγμένων, καὶ μὴ ἀστάτως ἐχόντων. At contra in proportione disjuncta eſſe τῶν πλανωμένων καὶ μὴ ἀστάτως ἐχόντων. Sunto illæ A, B, C, D. Faciant eandem lineam rectam I K, K L poſitæ ipſis A, D æquales, & deſcribatur circulus ad quem pertinet diameter I L. & ex K in circumferentia ſumatur KM ipſi B æqualis, actaque MK ſecet quoque circumferentiam in N. Et quoniam quod fit ſub M K, KN, æquale eſt ei quod fit ſub I K, K L. Sunt autem I K, K L ipſis A, D æquales, K M vero ipſi B, & ideo K N erit æqualis ipſi C. Exponantur quælibet aliæ quatuor continue proportionales, ſive earum quadrata ſint ipſis I K, K M, KN, K L ſimilia ſive diſſimilia, quando & illa diſtinctio ψευδογραφήματι περὶ τὸ ἀληθὲς nihil addit neque adimit, neque quicquam facit ad ſtatuendum æqualitatem aliam ἐν ἐπιμορίῳ λόγῳ aliam ἐν ἐπιμερεῖ. quoniam quadrata poterunt eſſe in ratione ſuperpartiente, & rectæ ipſæ erunt in ſuperparticulari. nempe ſi quadrata ſint ut 25 ad 16 quæ ratio eſt ſupernonupartiens decimas ſextas, erunt ipſæ longitudines in ſeſquiquarta. Sint igitur quatuor illæ aliæ rectæ E, F, G, H, ſimiles diſſimileſ-ve, ἐν λόγῳ ῥητῷ ἢ ἀρρήτῳ, ipſis I K, K M, K N, K L. Dico cum extremæ junctæ fient diameter circuli & mediæ junctæ inſcripta, ita ſe ſecantes ut ſegmenta ſint ipſis E, F, G, H æqualia, angulum ſectionis fore angulo M K I æqualem. In ipſa enim diametro I L ſumantur ad partes I, L rectæ K Q, K R ipſis E, H æquales. In inſcripta vero M N ad partes M, N rectæ K V, K X ipſis F, G æquales, & deſcribatur circulus cujus dia-

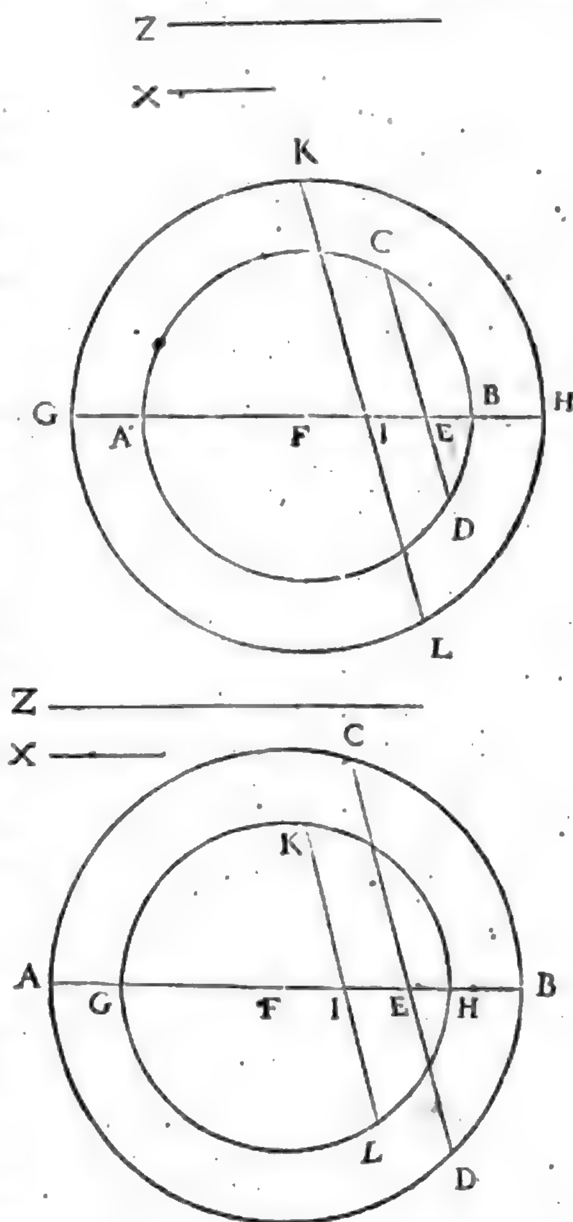
diameter Q R. Ajo circumferentiam descripti circuli Q R transire per V, X. Si enim non transeat per V transeat per Z, proximius remotiusve ipso V à K puncto. Quoniam igitur inscriptæ circulo Q R, Z X sese secant in K, ideo ei quod fit sub ZK, KX erit æquale id quod fit sub Q K, K R. Id autem est ineptum cum id quod fit sub Q K, K R sit æquale ex hypothesi ei quod fit sub K V, K X, id est sub F, G. Est autem K Z major minorve K V. Transit igitur per V, & ideo angulus V K Q idem est cum angulo M K Q libera autem fuit constitutio proportionalium K Q, K V, K X, K R, id est E, F, G, H. In quacumque igitur sectione inscriptæ & diametri, anguli qui fiunt sunt æquales. Quod erat demonstrandum.

Elenchus ἀσυλλογισίας.

Ἀπάγω εἰς τὸ ἀδύνατον circumferentiam circuli, cujus diameter est Q R, transire per aliud quam V punctum, quoniam adsumo transire per X. hoc enim concesso & illud concedi necesse est, & contra, ex Theoremate Euclideo xxxv. libri tertii. Sed cum parodos, sive per V sive per X negetur, una ex altera non potuit inferri. Quare captiosa est & imperfecta ea εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγή.

Ψευδοπρόβλημα.

Datis duabus lineis rectis, invenire duas medias continue proportionales.



Sint datæ duæ rectæ Z, X. Oportet invenire inter datas Z, X duas medias continue proportionales. Exponatur circulus in quo diameter ita secet inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportione inter segmenta diametri. Sit itaque diameter A B, inscripta CD, sese mutuo secantes in E, ita ut segmenta sint in continua proportione, centrum vero F. Et eodem F centro intervallo dimidiæ compositæ ex Z, X describatur circulus quem diameter A B secet in G, H, & abs G H abscindatur G I, ipsi Z datæ æqualis. Itaque I H sit altera data, & per I agatur ipsi C D parallela, secans circulum G H in K, L. Quoniam igitur AE, E C, E D, E B sunt in continua proportione ex hypothesi, angulo autem C E A constitutus est æqualis K I G. Ergo G I, I K, I L, I H sunt in continua proportione. Ad datas igitur Z, X, id est G I, I H inventæ sunt K I, I L duæ mediæ in continua proportione. Quod erat faciendum.

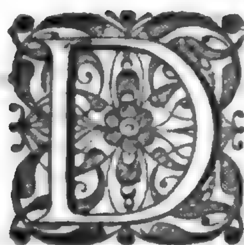
Sed illud est angulum angulo dato τεχνικῶς sumere æqualem. Mesolaba autem organa sunt, & atopemata atopematis placet cumulare. Organum sane A B C D ex levi & dura materia, imo vero ex ære perenni construito, & eo tanquam altero munimine iis qui in veteres Mathematicos temere insurgunt, obsistito.

A D-

ADIVNCTA CAPITVLA.

CAPVT I.

De construendo quadrilatero, quod sit in circulo.



DIgnum certe explicatu est ac perutile Problema de construendo ex quatuor datis rectis lineis quadrilatero, ita ut circulus circa illud describi possit. Proposuerunt autem infelices Chirurgi ad id opus hoc Theorema.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ ex quarum prima ut base, & secunda ut perpendiculo, constituatur triangulum unum rectangulum. Æque ex tertia ut base, & quarta ut perpendiculo, constituatur triangulum alterum rectangulum, describatur autem circulus cujus diameter æqualis sit composita dimidiæ ex hypotenusis eorum triangulorum, is est circulus intra quem constructum ex quatuor illis rectis lineis quadrilaterum poterit aptari.

Sint itaque datæ quatuor rectæ lineæ prima 15, secunda 20, tertia 7, quarta 24. Trianguli igitur rectanguli, cujus basis 15, altitudo 20, erit hypotenusa 25. Æque trianguli rectanguli, cujus basis 7, altitudo 24, erit hypotenusa 25. quæ duæ hypotenusæ conficiunt 50. Dimidia igitur summa, id est 25, erit (secundum Theorema) diameter circuli intra quem quadrilaterum ex quatuor datis constructum poterit inscribi, ut revera est. At inscriptarum ordo nihil addit adimit-ve peripheriarum subtensioni. Nempe si rectæ 15, 20, 7, 24 subtendunt totam circuli circumferentiam, subtendent & ordine inverso quali 15, 7, 20, 24. Trianguli igitur rectanguli primi basis esto 15. altitudo 7. Erit hypotenusa $\sqrt{274}$. minor ideo $\sqrt{289}$ id est minor longitudine 17. Trianguli vero rectanguli secundi basis esto 20, altitudo 24. erit hypotenusa $\sqrt{976}$. minor ideo $\sqrt{1024}$ id est minor longitudine 32. Duarum itaque hypotenusarum summa minor erit 49, atque adeo diameter circuli erit minor $24\frac{1}{2}$. Cum ante per eandem methodum inventa fuisset 25.

Fallax igitur ea doctrina est qua ideo non utar, sed veram quam me mea docuerunt Analytica candide impertiam. Ab ipsis vero ordiar Geometricis elementis.

PROPOSITIO I.

Cujuslibet quadrilateri tria latera sunt majora reliquo.

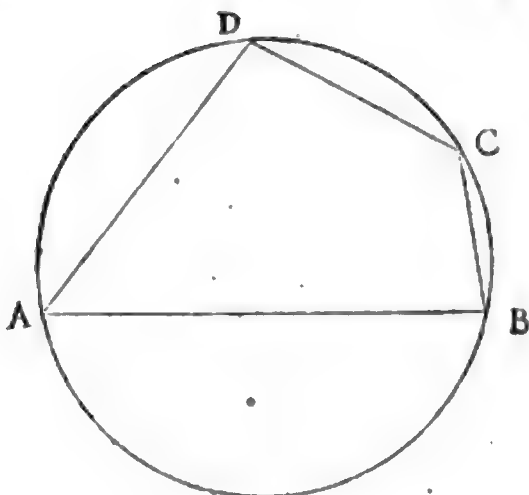


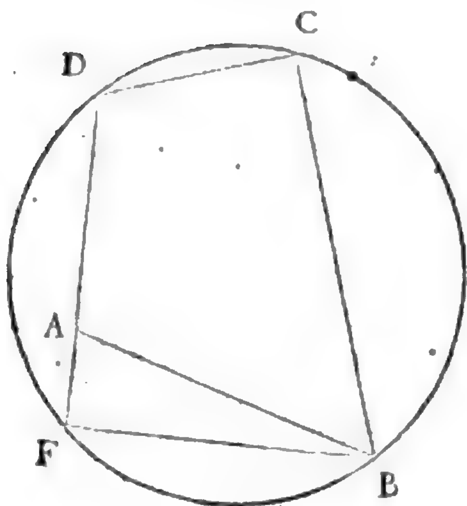
Exponatur quadrilaterum quodlibet ABCD, constructum ex rectis AB, BC, CD, AD. Sane si harum aliqua potest esse major reliquis tribus, ea erit major omnium. Sit major omnium AB. Dico ipsam AB minorem esse composita ex BC, CD, DA.

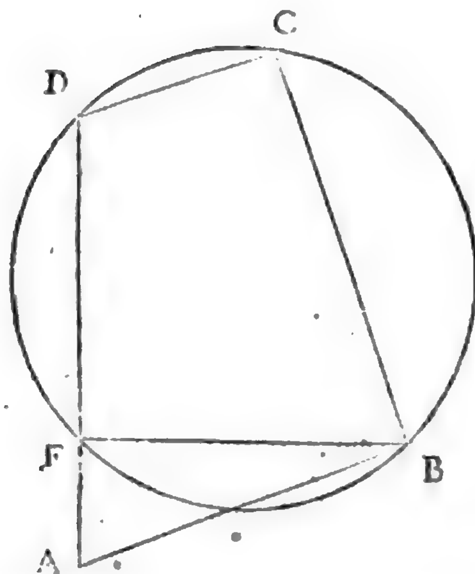
Agatur enim diagonia CA, constituta igitur sunt duo triangula ACB, ACD. Trianguli autem cujuslibet duo latera sunt majora reliquo. Itaque erit AB minor composita ex BC, AC. Sed & ipsa AC minor erit composita ex CD, DA. Quare tanto manifestius AB minor erit composita ex BC, CD, DA. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO II.

Si in quadrilatero duo anguli oppositi duobus rectis sint æquales, erit quadrilaterum in circulo.







Sit quadrilaterum ABCD, & anguli oppositi DAB, DCB sint duobus rectis æquales. Dico quadrilaterum ABCD esse in circulo. Descriptum videlicet circulum per puncta B, C, D transire quoque per A punctum.

Circulum enim per puncta B, C, D ductum secet recta DA in F. & si fieri possit sit F aliud ab A puncto. Itaque connectatur BF, erit igitur punctum A intra circulum vel extra, sit primum intra circulum. Et quoniam anguli DCB dupla amplitudo est circumferentia DFB, erit anguli DFB dupla amplitudo circumferentia DCB, quanta etiam ex hypothesi est dupla amplitudo anguli DAB, ut tum illius, tum anguli DCB dupla amplitudo quatuor rectos, id est circumferentiam totam, absumat. Angulo igitur DFB angulus DAB erit æqualis. quod quidem est absurdum, quandoquidem angulus DAB, qui exterior est trianguli AFB, valet angulum AFB, & præterea angulum ABF. Non est igitur intra circulum punctum A. Sit extra. Sunt igitur duobus rectis æquales anguli DCB, DFB in ea constitutione. sicut anguli DCB, DAB ex hypothesi. Quare angulo FAB æqualis est angulus DFB. Quodquidem est absurdum, quandoquidem angulus DFB exterior est trianguli AFB. Itaque valet angulum FAB & præterea angulum FBA. Non est igitur extra circulum punctum A. Cum itaque non sit neque extra circulum neque intra, erit in ipsius circuli circumferentia, & idem ipsum quod F punctum, atque adeo quadrilaterum ABCD erit in circulo. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Ex his manifestum fit, quemadmodum circa datum quadrilaterum circulus describatur, si quidem duo oppositi anguli sunt duobus rectis æquales.

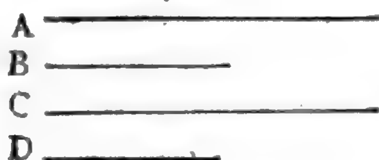
Dato nempe quadrilatero ABCD, & acta diagonia BD, circa triangulum DCB describetur circulus, qui quidem transibit per A punctum, secundum ea quæ exposita sunt.

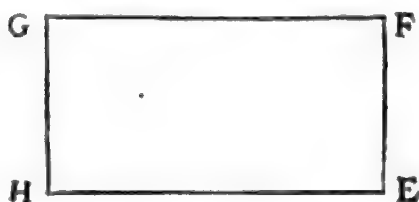
Pro-

PROPOSITIO III.

Ex datis quatuor lineis rectis quarum tres simul sumptæ sint majores reliqua, quadrilaterum quod sit in circulo, constituere.

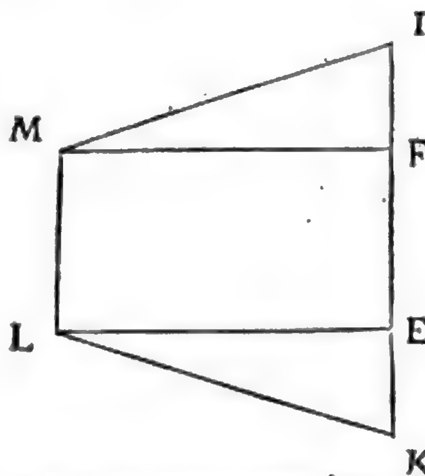
Sint datæ quatuor lineæ rectæ A, B, C, D quarum tres simul junctæ sunt majores reliqua. Oportet ex datis A, B, C, D quadrilaterum quod sit in circulo, constituere. Intelligatur A opponi C, B vero opponi D. Aut igitur A, C erunt æquales, aut inæquales. Sint primum æquales, ac ipsæ B, D inter se quoque æquales. Faciant angulum rectum EF,





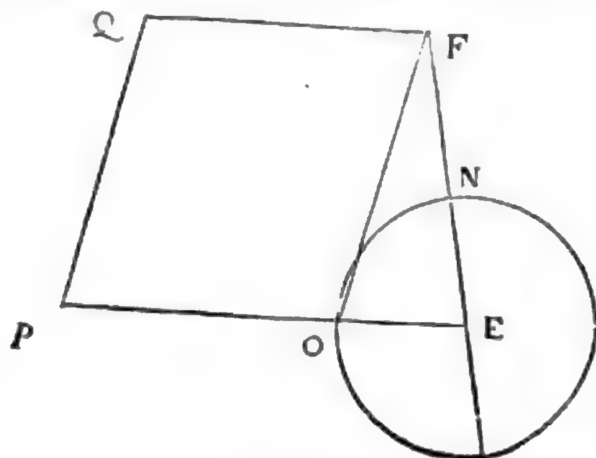
FG datis B, C seu D, A æquales, & compleatur parallelogramum GHEF, sive quadratum, sive ἑτερόμηκες. Bini igitur anguli oppositi duobus rectis erunt æquales. Quilibet enim est rectus. Constructum est igitur eo casu quadrilaterum quod est in circulo.





Sed manente rectarum A, C æqualitate, sint B, D inæquales, & harum major sit B, minor D. Agatur EF ipsi D æqualis. Differentia autem inter B, D secetur æqualiter, quoniam A, C sunt æquales, & producatur EF utrinque in punctis I, K, posita unaquaque productionum FI, EK æquali ipsi dimidiæ differentiæ. Itaque sit IK ipsi B æqualis, & per puncta F, E agantur perpendiculares EL, FM, in quibus sumantur KL, IM ipsis A, C æquales, & jungatur ML. Constructum est igitur quadrilaterum MLKI in quo LK, MI datis A, C sunt æquales, & IK, ML seu FE datis quoque B, D æquales. Æquiangula autem sunt triangula rectangula IFM, KEL, quoniam æquilatera. Et angulus IML compositus est ex angulo recto FML, & angulo acuto IMF, cujus complementum est MIK seu angulus LKI. Angulus igitur IML, una cum angulo LKI æquatur duobus rectis. Quadrilaterum itaque MLKI est ex datis A, B, C, D cōstructū eo quoque casu est in circulo.





Sed sunto A, C inæquales. Et si quidem B, D

 sunt

sunt æquales, is casus cum antecedente concurrit. Sola enim ad constructionem opus est notarum A, C in notas B, D subrogatione. Quo tamen constantior undique cernatur methodus, agatur rursus EF ipsi B æqualis. Et quoniam nulla est inter B, D differentia, centro E, intervallo EN, æquali differentiæ inter A, C abscisso ex EF describatur circulus, & ex puncto F in circumferentia circuli sumatur FO ipsi FE æqualis, & agatur EOP majori ipsarum A, C (sit illa A) æqualis. Vnde OP sit æqualis ipsi C, & per P, F agantur rectæ ipsis FO, OP æquales & parallelæ sese committentes in Q. Quadrilaterum igitur constructum est QPEF, cujus latera sunt datis æqualia. Nempe PE, QF id est PO sunt datis A, C æqualia, & reliqua duo QP, FE reliquis B, D. Angulus autem PQF angulo FOP est æqualis, rhomboides enim est QPOF. Angulus itaque PQF, seu FOP cum angulo FOE duos rectos æquabit. Sed angulus FOE angulo FEO est æqualis, cum in triangulo FOE constructa sint crura FE, FO æqualia. Angulus itaque PQF una cum angulo FEO duobus rectis est æqualis. Itaque quadrilaterum QPFE est in circulo.

Sed quatuor omnes datæ A, B, C, D jam sunto inæquales. Et sit A major opposita C. & B major opposita D. Agatur rursus EF ipsi D æqualis. Et quoniam rectam D superat opposita B, erit excessus minor composita ex A, C. alioquin ipsa B tribus reliquis A, C, D esset major vel æqualis. Quod quidem fieri non potest ob expositam cautionem. Secetur excessus ille sicut A ad C, & ad producendum EF; pars una excessus ponatur in directum

rectum versus F & sit FI; altera versus E, & sit EK. Sit pars EK similis ipsi A & ideo major; pars FI similis ipsi C & ideo minor. Est igitur IK ipsi B æqualis. Centro autem K intervallo KN, æquali excessui quo A præstat ipsi C, describatur circulus quem IK abscindat in N.

Quoniam IF, EK similes sunt datis C, A, & ipsis tamen minores. ideo excessus quo EK superat ipsam IF minor est semidiametro KN, quæ est excessus quo latus A superat C datam. Id autem manifestum est si punctum E consistat intra puncta K, N. Sin minus. Utrobique addatur IF. Ergo composita ex KN, IF est major ipsa EK. & utrinque ablata KN, fit IF major ipsa EN. Constat autem IE ex IF, FE; FN vero constat ex FE, EN. Itaque IE major est FN. Eadem IE minor est FK, quoniam IE componitur ex IF, FE; at FK composita est ex FE, EK; & constructa est EK pars major, IF minor. Cum itaque IE sit major quam FN, & minor quam FK, poterit à puncto F ad circumferentiam circuli duci recta FO ipsi IE æqualis.

Ducatur igitur FO, & producatur KO in P, posita KP ipsi A æquali seu PO ipsi C, & agatur PQ ipsi FO parallela, datæ vero D seu EF æqualis, & jungatur IQ. Dico inprimis IQ esse ipsi PO, id est datæ C, æqualem.

Enimvero continuentur KI, PQ donec conveniant in R, & agatur FS ipsi PO æqualis & parallela, & jungantur PE, SI. Erunt igitur SP, FO parallelæ & æquales, id est æquales ipsi IE composita ex EF seu PQ & IF. Quare IF, SQ sunt æquales. Facta autem est KE ad FI, sicut PK ad SF. Trianguli igitur SFI crura SF, FI cruribus PK, KE trianguli PKE sunt similia; angulus autem verticis in utroque est æqualis, videlicet angulus SFI angulo PKE, cum sint parallelæ SF, PK. Quare triangula SFI, PKE similia sunt, atque adeo bases SI, PE parallelæ. Est igitur ut RS ad RI, sicut SP ad IE. Sed SP, IE ostensæ sunt æquales. Ergo RS, RI erunt quoque æquales & etiam RQ, RF. Trianguli igitur RSF crura RS, RF cruribus RI, RQ trianguli RIQ sunt æqualia. Idem autem est angulus ad R verticem. Quare basis quoque IQ basi FS id est PO erit æqualis, ut est adseveratum.

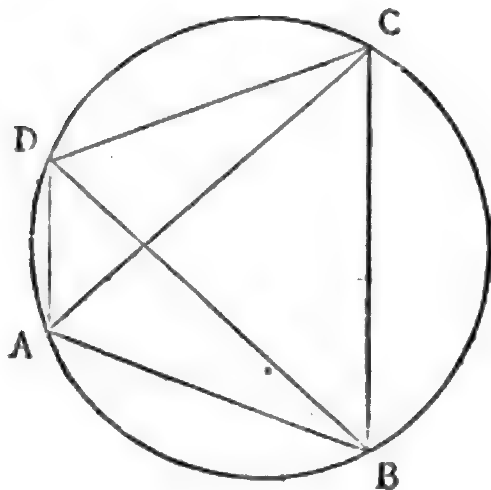
Est igitur quadrilaterum PKIQ ex quatuor datis A, B, C, D constructum; Dico denique ipsum esse in circulo.

In ea enim triangulorum RSF, RIQ æqualitate, & similitudine angulus RQI, qui exterior est anguli IQP, fit æqualis angulo RFS seu IKP. Exterior autem angulus cum interiore æquatur duobus rectis. Quare angulus IQP una cum angulo IKP est æqualis duobus rectis. Quadrilaterum igitur PKIQ est in circulo. Ex datis itaque quatuor inæqualibus rectis A, B, C, D constructum est quadrilaterum PKIQ quod est in circulo, sicut oportebat.

Ad Arithmeticas autem effectiones hoc addatur

Δεδόμενον.

Datis quatuor lateribus quadrilateri circulo inscripti, diagonia utravis est data.



Sit quadrilaterum ABCD inscriptum circulo, & dentur latera singula AB, BC, CD, DA. Dico dari diagonias AC, DB.

Aut enim opposita duo latera AB, CD æqualia sunt, vel inæqualia. Sint primum æqualia. Quoniam eæ circumferentiæ sunt æquales, quæ ab æqualibus rectis subtenduntur, & contra, lineæ rectæ quæ æqualibus circumferentiis subtenduntur sunt æquales. erunt circumferentiæ DC, AB æquales, & diagonia DB erit diagoniæ AC æqualis.

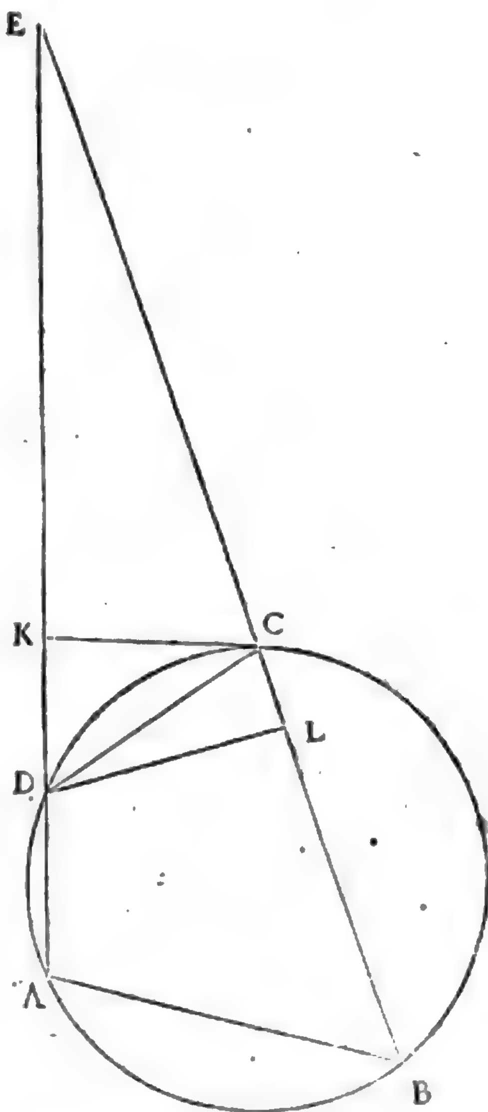
Quod autem fit sub diagoniis quadrilateri circulo inscripti, æquale est ei quod fit sub duobus lateribus oppositis, una cum eo quod fit sub duobus reliquis. Quare quod fit sub AC, DB id est quadratum AC vel DB, æquabitur ei quod fiet sub AB, CD id est quadrato AB vel CD una cum eo quod fit sub CB, DA. Sunt autem datæ ex hypothesi rectæ AB, CB, CD, DA. Quare dabitur ipsa AC.

Sed sunto AB, CD latera inæqualia. Rursus si latus BC lateri DA est æquale, accident ut ante æquales diagoniæ, & dabuntur exposita methodo.

Sed sit undique inæqualitas, ut pote sit BC latus majus latere DA, & AB majus latere CD. Quoniam rectæ AB, CD sunt inæquales, erunt circumferentiæ quoque AB, CD inæquales. Quare non erunt parallelæ AD, CB, sed extra circulum productæ sese committent. Conveniant in E. fient igitur duo triangula EAB, ECD habentia angulum verticis communem ad E. Et quoniam angulus DCB una cum angulo opposito DAB est æqualis duobus rectis & idem angulus DCB una cum angulo suo exteriore ECD ęquatur duobus rectis, utrinque ablato angulo DCB, fit angulus ECD angulo DAB æqualis. Quare similia sunt triangula EAB, ECD, & est ED ad EC, sicut EB ad EA. Abs EB autem abscindatur EF ipsi ED æqualis; & contra abs EA abscindatur EG ipsi EC æqualis, & jungatur FG. Triangula igitur EFG, EDC æqualium sunt laterum & angulorum. Angulus enim ad verticem utrique est communis, quem æqualia comprehendunt latera situ permutato. Itaque data est GF datæ DC æqualis. Et quia est ut ED id est EF ad EC id est EG, ita EB ad EA. ideo erunt parallelæ GF, AB. Abscindatur quoque abs EB recta EH æqualis ipsi EA, & jungantur GC, AH. Est igitur ut EC ad EG, ita EH ad EA, æqualis videlicet ad æqualem. Quare parallelæ quoque sunt GC, AH, atque adeo triangula CGF, HAB similia. Et quia GA, CH sunt æquales, utrinque demptis æqualibus ED, EF, fit DA æqualis ipsi FH. Data est igitur composita ex CF, HB, quoniam composita illa est differentia datarum CB, DA. Cæterum secatur differentia illa secundum datam rationem. Nam propter similitudinem triangulorum HAB, CGF, est AB ad HB, sicut FG seu CD ad CF. Quare dabuntur segmenta CF, HB, atque adeo dabuntur FB, GA. Illa auferendo à data CB ipsam CF, hæc addendo ipsam CF seu GD ipsi DA. Itaque ipsi GA agatur FI æqualis & parallela. Fit igitur AI ipsi GF æqualis, cum sint parallelæ GF, AB. atque adeo IB differentia est inter datas AB & GF id est CD. Triangulum igitur FIB est datorum laterum. Ei autem simile est EAB, cujus basis data est AB. Quare crura quoque dabuntur EA, EB, atque adeo EF, EG, seu ED, EC. Datis igitur lateribus trapezii ABCD circulo inscripti datæ sunt diagoniæ CA, DB. Quod erat ostendendum.

Vel

Vel ex D cadat in EB perpendicularis DL. Quoniam triangulum EDC datorum est laterum, & data quoque ipsa CB, dabuntur segmenta EC, CL; LB, atque adeo ipsa altitudo DL, cujus quadratum una cum quadrato L B, æquabitur quadrato diagoniæ DB. quæ quidem rectum subtendit angulum in triangulo rectangulo DLB. Ex C autem cadat in ED perpendicularis CK. Quoniam triangulum EDC datorum est laterum, & data quoque ipsa EA, dabuntur segmenta EK, KD, KA, atque adeo ipsa altitudo KC, cujus quadratum una cum quadrato EA, æquabitur quadrato diagoniæ CA, quæquidem rectum subtendit angulum in triangulo rectangulo CKA,



Primo casu sit AB 65, BC 75, CD 65, DA 9. Fit AC vel DB 70, altitudo 60, diameter 81 $\frac{1}{4}$.

Opus autem secundo casu instituendum in hanc recidit analogiam.

Sit latus primum tertio oppositum idemque majus, & secundum majus quarto. Erit ut rectangulum sub primo & secundo, una cum rectangulo sub tertio & quarto ad adgregatum quadratorum primi & secundi minus adgregato quadratorum secundi & tertii, ita rectangulum sub primo & secundo ad adgregatum quadratorum primi & secundi minus quadrato diagoniæ, quæ angulo qui fit à primo & secundo, vel tertio & quarto subtenditur. & ita rectangulum sub tertio & quarto ad quadratum diagoniæ ejusdem minus adgregato quadratorum tertii & quarti.

Et hæc ex Analyticis suam habent demonstrationem. Sit enim quadrilaterum ABCD circulo inscriptum. ac primum quidem latus AB sit majus ipso CD, & CB majus ipso DA & agatur diagonia CA. Circumferentia igitur ABC major erit circumferentia CDA. Angulus itaque CDA erit obtusus, angulus vero CBA acutus, & æqualis CDE exteriori anguli CDA. Cadant vero in AB, AD perpendiculares CP, CQ. illa igitur cadet intra triangulum CAB, hæc extra triangulum CDA. Itaque quod fit sub BP, AB bis, æquale erit quadratis ex AB, CB, minus quadrato ex AC. Et quod fit sub QD, DA bis, æquale erit quadrato ex AC minus quadratis ex CD, DA. Et per æqualium cum æqualibus additionem, quod fit sub BP, AB bis, una cum eo quod fit sub QD, AD bis, erit æquale quadratis ex AB, CB minus quadratis ex CD, DA. Porro similia sunt triangula CDQ, CBP.

CBP. Itaque est ut CB ad BP, ita CD ad DQ. & ut quod fit sub AB, CB ad id quod fit sub AB, BP bis, ita quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AD, QD bis. Et per synthesin ut quod fit sub AB, CB una cum eo quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AB, BP bis una cũ eo quod fit sub AD, QD bis, id est, ad adgregatum quadratorum ex AB, CB minus quadratis ex CD, DA, ita quod fit sub AB, CB ad id quod fit sub AB, BP bis, id est, ad quadrata ex AB, CB minus quadrato ex AC. & ita quod fit sub AD, CD ad id quod fit sub AD, QD bis, id est, ad quadratum ex AC minus quadratis ex CD, DA. Revocata autem ad æqualitatem analogia,

Planum quod fit sub primo & secundo latere ducatur in adgregatum quadratorum tertii & quarti.

Planum contra quod fit sub tertio & quarto ducatur in adgregatum quadratorum primi & secundi.

Summa dividatur per planum sub primo & secundo latere adjunctum plano sub tertio & quarto.

Orietur quadratum diagoniæ quæ lateri primo & secundo, seu tertio & quarto subtenditur.

Sit AB 2, CB 4, CD 1, AD 3. Ducatur 8 in 10 & 3 in 20, fiunt 80 & 60, summa factorum 140 dividatur per 11. Oritur 12 $\frac{8}{11}$ quadratum diagoniæ AC, unde ipsa fit $\sqrt{12 \frac{8}{11}}$.

Et cum CB primo numeratur ordine. Ducatur 4 in 13 & 6 in 17, fiunt 52 & 102, summa factorum 154 dividatur per 10, oritur 15 $\frac{2}{5}$. quare diagonia fit $\sqrt{15 \frac{2}{5}}$. Ducantur diagoniæ altera in alteram quod fiet æquale erit $\sqrt{196}$, id est 14. Quanta etiam est summa plani quod fit sub binis oppositis. Porro.

Data diagonia datur triangulum circulo inscriptum, quamobrem dabitur diameter circuli. Est enim ut altitudo trianguli ad crus unum, ita crus alterum ad diametrum circuli circa triangulum descripti.

Vt hæc alibi exposita sunt

Sit, ut in primo casu, AB 65, BC 75, CD 65, DA 9. Quoniam diagonia AC data est 70, itaque dantur trianguli ADC crura DA, CD 9 & 65, basis vero AC 70. ideo dabitur altitudo ejusdem 60. Sit autem BR. Et quia est ut BR ad AB, ita BC ad BS diametrum. fiet ut 60 ad 65, ita 75 ad 81 $\frac{1}{4}$. Quare longitudo BS erit 81 $\frac{1}{4}$, hujus dupla est 162 $\frac{1}{2}$. At trianguli cujus basis esset 75, altitudo 65, hypotenusa esset major 99. Cujus vero basis 65, altitudo 9, hypotenusa major esset ipsa base 65. Duæ igitur illæ hypotenusæ essent majores

164, at-

164, atque adeo diameter major 82. Quod fieri non potest, cum ea tantum sit $81\frac{1}{4}$, ut ostensum est. Unde manifestus fit error in exposita methodo initio hujus Capitis, ad inveniendum diametrum ex quatuor lateribus datis, de quo Auctor meminit.

CAPUT II.

Mechanice methodus inveniendi latera polygonorum quorumcumque.

CAnon Mathematicus vere lydius est lapis ad nova probandum inventa. Pseudographiam enim laterum vel angulorum statim detegit, ut ecce proposuerit Mechanicus quispiam

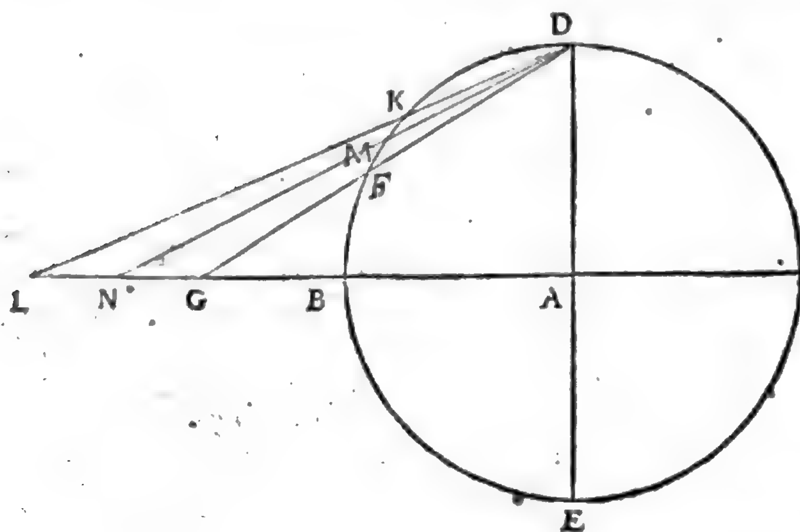
MECHANICUM.

Latus pentagoni circulo inscribendi compendiose invenire.

Sub centro A intervallo quocumque AB describatur circulus BDCE. Oportet latus pentagoni circulo inscribendi invenire. At vero inter hexagonum & tetragonum pentagonum consistit, æquidistans ab iis pari angulorum numero. Dantur autem commode latera hexagoni & tetragoni. Quare secetur circulus BDCE quadrifariam à duabus diametris BC, DE sese ideo normaliter secantibus in centro, & sumatur DF latus hexagoni, & productæ DF, CB conveniant in G. Sumatur quoque latus tetragoni DB desinens in ipsa CG in B. Jam autem inventum sit latus pentagoni quod quæritur consistens inter DF, DB & sit DH quod productum intercipiat AG in I. Dico Mechanicus GI, IB esse æquales. Itaque in synthesi datam BG propter datas DB, DG secabo bifariam in I, & ducta DI secante circulum in H, exhibuero DH ut latus pentagoni.

ALIUD.

Latus heptagoni circulo inscribendi invenire.



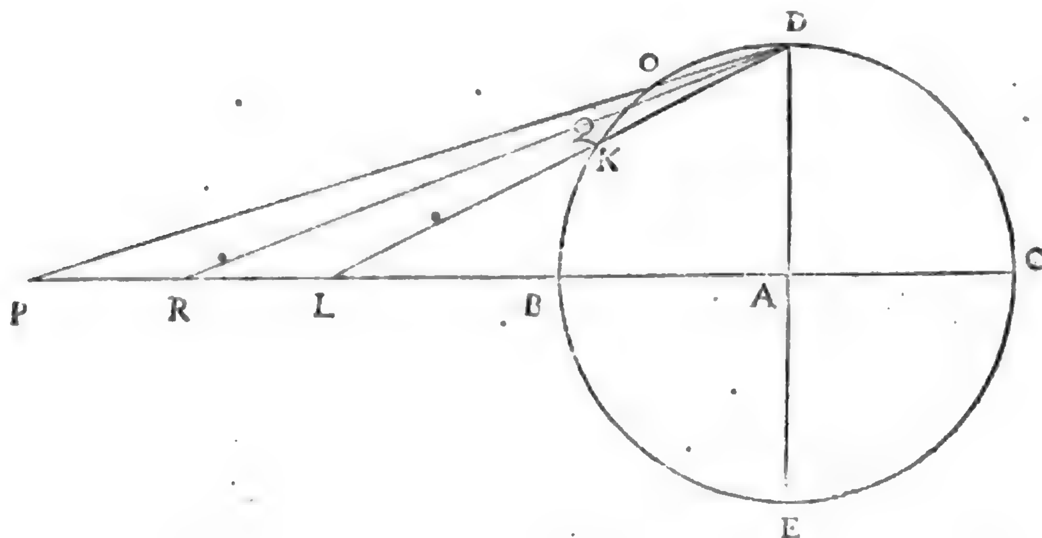
Sub A centro intervallo quocumque describatur circulus. Oportet latus heptagoni in eo inscribendi invenire. At vero inter hexagonũ & octogonum heptagonũ cõsistit, æquidistans ab iis pari angulorũ numero. Dantur autem commode latera hexagoni

goni & octogoni. Quare secetur circulus BDCE quadrifariam à duabus rectis BC, DE sese ideo normaliter secantibus in centro, & sumatur DF latus hexagoni, & productæ DF, AB conveniant in G. Sumatur quoque latus octogoni DK, cui producto ipsa AB occurrat in L. Jam autem inventum sit latus heptagoni quod quæritur, consistens inter DK, DF, & sit DM, quod productum intercipiat GL in N. Dico Mechanicus rectas LN, NG esse æquales. Itaque in synthesi datam GL (propter datas DK, DF) secabo bifariam in N, & ducta ND secante circulum in M, exhibuero DM ut latus heptagoni.

ALIVD.

Latus enneagoni circulo inscribendi invenire.

Sub A centro intervallo quocumque AB describatur circulus. Oportet latus enneagoni ei circulo inscribendi invenire. At vero inter octogonum & decagonum enneagonum consistit æquidistans ab iis pari angulorum numero. Dantur autem commodè latera & octogoni & decagoni. Quare secetur circulus BDCE quadrifariam à duabus diametris BC, DE sese ideo normaliter secantibus in centro, & sumatur DK latus octogoni, & productæ DK, AB conveniant in L. Sumatur quoque latus decagoni DO, cui producto ipsa AB occurrat in P. Jam autem inventum sit latus enneagoni quod quæritur consistens inter DO, DK & sit DQ, quod productam intercipiat LP in R. Dico PR, RL



esse æquales. Idque generale esse in omnibus lateribus polygonorum, ut cum ab D limite sumentur latera duorum polygonorum æquidistantium pari angulorum numero à polygono de cujus latere quæritur & definent producta in linea AB, pars lineæ AB ab iis ita intercepta secabitur bifariam à latere de quo quæritur ad eam producto. Itaque in synthesi datam LP propter datas DO, DK secabo bifariam in R, & ducta DR secante circulum in Q, exhibuero DQ ut latus enneagoni, & eandem methodum in reliquis lateribus constanter observavero.

Etsi vero non demonstranti vel paralogistice demonstranti fides adhibenda non est, placeat tamen quam ea methodus aberret à vero expendere. Id per Canonem Mathematicum statim licebit. Constituta enim AC sinu toto, latera AB, AG, AI, AL, AN, AP, AR, fiunt prosinus, numerive fœcundi angulorum qui ad D in triangulis rectangulis BDA, GDA, IDA, LDA, NDA, PDA, RDA consistunt. Anguli autem illi dantur propter datas absumptas ex dimidio circuli ambitu DE circumferentias. Itaque dabuntur quoque prosinus ipsi, atque adeo prosinuum differentiæ.

Vt

Ut ecce in primi Mechanici paradigmate.

Constituta	*AD*	100,000	*Itaque IB est*	37,638
fit	*BA*	100,000	*GI*	35,576
	AI	137,638	*Non sunt igitur IB, GI æquales:*	
	AG	173,205	*sed illa major, hæc minor.*	

Atque in secundi mechanici paradigmate.

Constituta	*AD*	100,000	*Itaque NG est*	34,447
fit	*GA*	173,205	*LN*	33,769
	AN	207,652	*Non sunt igitur NG, LN æquales:*	
	AL	241,421	*sed illa major, hæc minor.*	

Æque in tertii mechanici paradigmate.

Constituta	*AD*	100,000	*Itaque RL est*	33,327
fit	*AL*	241,421	*PR*	33,020
	AR	274,748	*Non sunt igitur RL, PR æquales.*	
	AP	307,768	*sed illa major, hæc minor.*	

Quam autem teneant latera polygonorum accuratam inter se rationem mysterium est, quod aperui in analyticis angularium sectionum, & adnotavi περίεργως in libro Variorum de rebus Mathematicis responsorum octavo.

FINIS.



FRANCISCI VIETÆ

AD

ANGVLARES SECTIONES

THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ,

DEMONSTRATA

PER

ALEXANDRUM ANDERSONUM.



AD

ANGVLARES SECTIONES THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ DEMONSTRATA PER ALEXANDRUM ANDERSONUM.

THEOREMA I.



SI fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus, differat ab acuto secundi, per acutum tertii, & sit excessus penes primum, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, sit similis rectangulo sub hypotenusis primi & secundi.

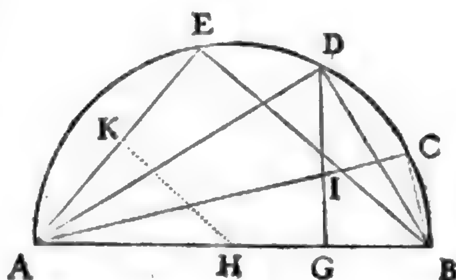
Perpendiculum, simile rectangulo sub perpendiculo primi & base secundi, minus rectangulo sub perpendiculo secundi, & base primi.

Basis, rectangulo, sub basibus primi & secundi, plus rectangulo sub perpendiculis eorundem.

Is angulus acutus intelligitur, cui latus perpendiculi voce designatum subtenditur. reliquus è recto, cui basis. hypotenusa vero, latus recto subtensum.

Sint tria triangula AEB, ADB, ACB, quorum bases sint AE, AD, AC, perpendicula EB, DB, CB. secet EB basin AC in I puncto: & demittatur perpendicularis DG in rectam AB.

Eritque ut AD ad DB, ita AE ad EI, id est EB minus IB. & rectangulum DB in AE, æquale erit rectangulo AD in EB minus AD in IB, additoque communi AD in IB: DB in AE plus AD in IB, æquabitur AD in EB. est quoque ut AD ad AB, ita CB ad IB, & rectangula AB in CB, AD in IB æqualia: ergo DB in AE plus AB in BC, æqualia erunt ipsi AD in EB. & ablato communi (AE in DB,) AB in BC æquabitur AD in EB minus AE in DB, quibus ipsi AB applicatis orietur latitudo BC, eritque AB quadratum ad AD in EB minus AE in DB, ut AB ad BC. Quod erat demonstrandum.



Rursus ut AG ad AD, ita AE ad AI, & AD in AE, æquale erit ipsi AG in AI; est autem AB in AC, æquale AG in AI plus AG in IC plus GB in AC; & GB in AC, æquale ipsis GB in AI plus GB in IC. est quoque AG in IC plus GB in IC, æquale AB in IC, & proinde AG in AI plus AB in IC plus GB in AI, æqualia erunt AB in AC: sed GB in AI,

 æquale

æquale eſt DB in EB minus DB in IB, (eſt enim GB ad DB, ut EI vel EB minus IB, ad AI.) & DB in IB, æquale eſt AB in IC (eſt enim IB ad IC, ut AB ad DB:) ergo AG in AI plus AB in IC plus EB in DB minus AB in IC, id eſt AG in AI ſive AD in AE plus DB in EB, æqualia erunt AB in AC, hiſce igitur ipſi AB applicatis, orietur latitudo AC, eritque AB quadratum ad AD in AE plus EB in DB, ut AB ad AC. Quod erat ſecundo loco oſtendendum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Eadem eſt demonſtrationis vis, quum triangulorum diverſæ ſunt hypotenuſæ, ut in triangulis AKH, ADB, ACB, nam propter triangulorum ſimilitudinem, erit ut AB quadratum ad AE in AD plus EB in DB, ita AB in AH ad AD in AK plus DB in KH: ſiquidem eſt ut AB ad AH, ita AE ad AK, & EB ad KH, itemque ut AB quadratum ad AB in AH, ita EB in AD minus DB in AE ad KH in AD minus DB in AK.

Sit trianguli primi perpendiculum 1. baſis 2.
Secundi perpendiculum 1. baſis 3.
Trianguli tertio ſimilis ſit perpendiculum 1. baſis 7.

THEOREMA II.

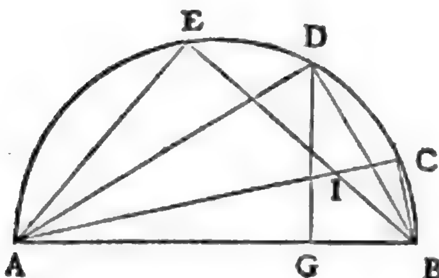
Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus adjunctus acuto ſecundi, æquet acutum tertii, latera tertii recipiunt hanc ſimilitudinem.

Hypotenuſa, ſit ſimilis rectangulo ſub hypotenuſis primi & ſecundi.

Perpendiculum, ſimile rectangulo ſub perpendiculo primi, & baſe ſecundi, plus rectangulo ſub perpendiculo ſecundi & baſe primi.

Baſis, rectangulo ſub baſibus primi & ſecundi, minus rectangulo ſub perpendiculis eorundem.

Repetatur ſuperioris Theorematis diagramma, in quo eſt AG ad AD, ut CB ad IB, & rectangulum AD in CB, æquale rectangulo AG in IB.



Eſt autem AB in EB, æquale ipſis AG in IB, AG in IE & GB in BE id eſt GB in BI, plus GB in IE: & eſt AB ad DB, ut AI ad IE, & rectangulum AB in IE, æquale rectangulo DB in AI; ſed AB in IE, æquale eſt AG in IE, plus GB in IE: quibus addatur GB in IB, id eſt DB in IC (eſt enim GB ad DB, ut IC ad IB), erunt AG in IE, plus GB in IE, plus GB in IB, æqualia AI in DB, plus IC in DB, id eſt DB in AC. ergo AG in IB, id eſt AD in CB, plus DB in AC, æqualia erunt AB in EB: & omnibus ipſi AB applicatis, erit AB quadratum ad AD in CB, plus DB in AC, ut AB ad EB. Quod erat demonſtrandum.

Rurſus eſt AB ad AD, ut AI id eſt AC minus IC ad AE, & rectangulum AB in AE, æquale rectangulo AD in AC, minus rectangulo AD in IC: ſed rectangulum AD in IC, eſt æquale rectangulo CB in DB, (eſt enim AD ad DB, ut CB ad IC.) ergo rectangulum AB in AE, æquale erit rectangulo AD in AC, minus rectangulo CB in DB, & omnibus ipſi AB applicatis, erit AB quadratum ad AD in AC, minus CB in DB, ut AB ad AE. Quod erat demonſtrandum. Eodemque modo licet hypotenuſæ triangulorum inæquales fuerint, ut prius animadverſum eſt.

Sit trianguli primi perpendiculum 1. baſis 7.
Secundi perpendiculum 1. baſis 3.
Trianguli tertio ſimilis perpendiculum erit 1. baſis 2.

THEO-

THEOREMA III.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi, sit submultiplus ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa fit similis potestati conditionariæ hypotenusæ primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ, quadratum videlicet in ratione dupla, cubus in tripla, quadrato-quadratum in quadrupla, quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenusæ congruentium, efficitur à base & perpendiculo primi ut binomia radice, potestas æque alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendiculum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato hypotenusæ primi, seu aliter aggregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendiculum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusa secundi fit similis cubo hypotenusæ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculi primi & base ejusdem, perpendiculum simile solido ter sub perpendiculo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculi.

In ratione quadrupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusæ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculi; perpendiculum simile plano-plano quater sub perpendiculo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculi primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato cubo hypotenusæ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendiculo primi & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendiculum plano-solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculi primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculi & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Sit triangulum rectangulum quodcunque, cujus hypotenusa Z. perpendiculum B. basis D. Erit igitur ex demonstratis Theoremate secundo, pro triangulo anguli dupli, (quando-quidem duplum differt à dimidio per ipsum dimidium.)

Vt Z q. ad D q. — B q. ita Z ad basin anguli dupli: & ex iisdem ut Z q. ad D in B bis, ita Z ad perpendiculum dupli.

Et iterum, ut Z cub. ad D cub. minus D in B q. ter, ita Z ad basin trianguli anguli tripli. & indidem Z cub. ad Dq. in B ter, minus B cubo, ut Z ad perpendiculum ejusdem trianguli anguli tripli.

Et Z qq. ad D qq. minus D q. in B q. sexies, plus B qq., ut Z ad basin trianguli anguli quadrupli. & Z qq. ad D cub. in B quater, minus B cubo in D quater, ut Z ad perpendiculum ejusdem trianguli anguli quadrupli.

Item ut Z qc. ad D qc. minus D c. in B q. decies, plus D in B qq. quinquies, ita Z ad basin trianguli anguli quintupli. & ut Z qc. ad D qq. in B quinquies, minus D q. in B c. decies, plus B qc. ita Z ad perpendiculum ejusdem trianguli anguli quintupli.

Atque ita ex ductu hypotenusarum, laterumque circa rectos angulos pro rationum simili-

similitudine jam demonstrata, provenient triangulorum angulorum multiplicium lateribus homologa in infinitum, ea qua propositum est methodo, ut ex tabella subjecta, clarius perspicere est.

Trianguli rectanguli

	anguli simpli.			anguli multipli.		
		Hypotenusa.	*Latera circa rectum.* *Basis. Perpendiculum.*	*Hypotenusa.*	*Basis.*	*Perpendiculum.*
		Z.	*D. B.*		*Dupli.*	
Potestas rationis.	*Dupla.*	*Z q.*	*D q.* *D in B 2.* *B q.*	*Z q.*	*D q.* *— B q.*	*D in B 2.*
					Tripli.	
	Tripla.	*Z cub.*	*D cub.* *D q. in B 3.* *D in B q. 3.* *B cubo*	*Z cub.*	*D cub.* *— D in Bq. 3.*	*D q in B 3.* *— B cub.*
					Quadrupli.	
	Quadrupla.	*Z qq.*	*D qq.* *D cub. in B 4.* *D q. in B q. 6.* *D in B cub. 4.* *B qq.*	*Z qq.*	*D qq.* *— Dq. in Bq. 6.* *+ B qq.*	*D cub. in B 4.* *— D in B cub. 4.*
					Quintupli.	
	Quintupla.	*Z qc.*	*D qc.* *D qq. in B 5.* *D c in B q. 10.* *D q. in B c. 10.* *D in B qq. 5.* *B qc.*	*Z qc.*	*D qc.* *— Dc. in Bq. 10.* *+ D in Bqq. 5.*	*D qq. in B 5.* *— Dq. in Bc. 10.* *+ Bqc.*

Atque eo in infinitum progressu, dabitur laterum ratio in ratione anguli ad angulum multipla, ut præscriptum est. Quod erat demonstrandum.

Proponatur triangulum rectangulum cujus basis 10. perpendiculum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplus.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendiculum 20.

Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendiculum 299.

Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendiculum 3960.

Ad triangulum anguli quintupli, statuetur basis 90050. perpendiculum 49001.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multiplum esse obtusum, eoque casu nihilominus excessus factorum adsignabitur lateri, & angulus subtensus intelligetur exterior multipli.

IDEM ALITER.

Phrasi Geometricæ accommodatum.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendiculum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendiculum, ut tertia minus prima ad secundam bis.

In tertio, ut quarta minus secunda ter ad tertiam ter, minus prima.

In

In quarto, ut quinta minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

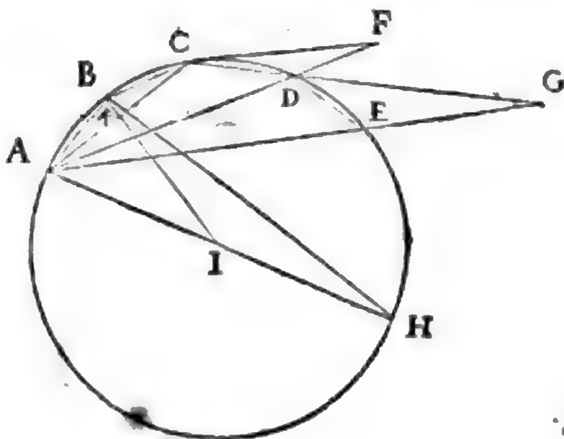
Et ita in infinitum, distributis successive in duas partes proportionalibus, secundum earum seriem, utrobique primum adfirmatis deinde negatis, & & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus eæ addicuntur exigit.

Quæ quidem omnia, superius expositam tabellam inspicienti, clara sunt.

Theorema IV.

Si à puncto in peripheria circuli, sumantur segmenta quotcunque æqualia, & ab eodem ad singula sectionum puncta rectæ educantur: erit ut minima ab sibi proximam, ita reliquarum quævis à minima deinceps, ad summam duarum sibi utrinque proximarum.

Sit circuli circumferentia quantalibet AE, secta in partes quotcunque æquales, quibus subtendantur rectæ AB, BC, CD, DE, & educantur rectæ AC, AD, AE: ducanturque rectæ CF, DG ipsis CA, DA æquales.



Erit igitur ut AB ad AC, ita AC ad AF, & AD ad AG, ob similitudinem triangulorum isoscelium ABC, ACF, ADG. est autem recta AF æqualis ipsis AD, AB: nam in triangulo æquicrure ACF, est angulus CFA æqualis angulo CAF, id est angulo BAC, angulus vero CDA anguli BAC duplus est, (siquidem duplæ circumferentiæ insistit.) est igitur CDA angulus duplus anguli CFD, atqui æqualis est duobus CFD, FCD. sunt itaque anguli CFD, FCD æquales, lateraque CD, DF æqualia: at latus CD æquale est ipsi AB, ergo & FD ipsi AB æqualis erit; & recta AF æqualis compositæ ex AD, AB. Similiter in triangulo isosceli ADG, sunt anguli DAG, DGA ad basin æquales, est itaque angulus DGA, æqualis angulo CAD, & angulus DEA externus trianguli DGE, æqualis triplo ejusdem anguli CAD vel DGE: siquidem triplæ circumferentiæ insistit, qualium igitur partium est angulus DGE unius, talium est angulus EDG duarum. est itaque triangulum EDG æquiangulum triangulo ACD, & latus DE æquale lateri CD; erit igitur & latus EG æquale lateri CA, rectaque AG æqualis compositæ ex AC, AE. Ut igitur AB ad AC, ita AC ad compositam ex AB, AD; & ita AD ad compositam ex AC, AE, atque ita deinceps si plura fuerint segmenta. Quod erat demonstrandum. atque hinc

ZETETICUM.

In circulo duas circumferentias sumere in ratione multipla data, in qua etiam se habeant rectarum quæ ipsis circumferentiis subtenduntur quadrata.

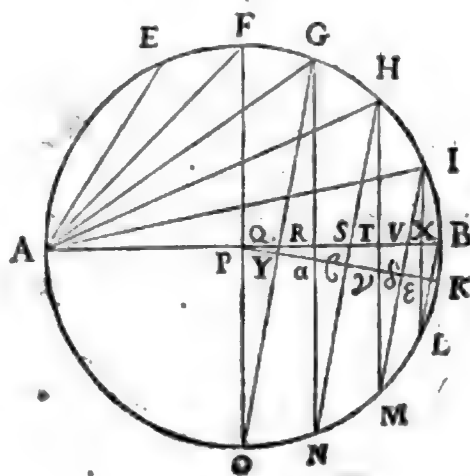
Sit datus circulus qui supra, ABH, cujus diameter sit AH, semidiameter BI, ducaturque recta BH & sint circumferentiæ AB, AC in ratione dupla, AB, AD in ratione tripla, AB, AE in ratione quadrupla &c. erit igitur BI ad BH, ut AB ad AC, propter similitudinem triangulorum BIH, ABC: ergo $\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$ æquabitur ipsi AC. ut autem AB ad $\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$, ita $\frac{BH \text{ in } AB}{BI}$ ad $\frac{BH\text{ q. in } AB\text{ q.}}{AB \text{ in } BI\text{ q.}}$ quod multatum ipsa AB, dat $\frac{BH\text{ q. in } AB\text{ q.} - AB\text{ q. in } BI\text{ q.}}{AB \text{ in } BI\text{ q.}}$ id est $\frac{BH\text{ q. in } AB - BI\text{ q. in } AB.}{BI\text{ q.}}$ æquale ipsi AD, ex præcedenti propositione. Igitur ut BI q. ad BH q. — BI q. ita AB ad AD: vel quoniam est ut AH ad AB, ita AB ad BK, quadratum igitur BK, erit $\frac{AB\text{ qq.}}{AH\text{ q.}}$ & $\frac{AB\text{q. in } AH\text{ q.} - AB\text{ qq.}}{AH\text{ q.}}$ æquabitur AK quadrato: & $\frac{AB\text{ q. in } AH\text{ q. } 4. - AB\text{ qq. } 4.}{AH\text{ q.}}$ æquabitur AC quadrato: hoc autem ex præcedenti Theoremate æquale est ipsis AB q. + AB in AD. Ablato igitur communi AB quadrato, $\frac{AB\text{ q. in } AH\text{ q. } 3. - AB\text{ qq. } 4.}{AH\text{ q.}}$ æquabitur AB in AD: & hisce ipsi AB applicatis. $\frac{AB\text{ q. in } AH\text{ q. } 3. - AB\text{ qq. } 4.}{AB \text{ in } AH\text{ q.}}$ æquabitur AD, id est $\frac{AB \text{ in } AH\text{ q. } 3. - AB\text{ cub. } 4.}{AH\text{ q.}}$ erit igitur ut AH q. ad AH q. 3, — AB q. 4, ita AB ad AD. Iterum ut AH ad BH, ita AB ad AK: & fit $\frac{BH \text{ in } AB}{AH}$ æquale ipsi AK, ergo $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$ æquabitur ipsi AC. ut autem AB ad $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$, ita hoc ad $\frac{BH\text{ q. in } AB\text{ q.}}{AB \text{ in } AI\text{ q.}}$, id est $\frac{BH\text{ q. in } AB}{AI\text{ q.}}$: hoc autem minus AB æquatur ipsi $\frac{BH\text{ q. in } AB - AI\text{ q. in } AB}{AI\text{ q.}}$, id est ex prædemonstratis ipsi AD. est quoque ut AB ad $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$, ita $\frac{BH\text{ q. in } AB - AI\text{ q. in } AB.}{AI\text{ q.}}$ ad $\frac{HB\text{ cub. in } AB\text{ q.} - BH \text{ in } AI\text{ q. in } AB\text{ q.}}{AB \text{ in } AI\text{. cub.}}$ id est $\frac{BH\text{ cub.} - BH \text{ in } AI\text{ q.}}{AI\text{ cub.}}$ in AB, quod multatum ipsa AC, vel $\frac{BH \text{ in } AB}{AI}$ id est $\frac{BH\text{ cub. in } AB \text{ in } AI - BH \text{ in } AI\text{ cub. in } AB\ 2,}{AI\text{ qq.}}$ vel $\frac{BH\text{ cub. in } AB - BH \text{ in } AI\text{ q. in } AB\ 2}{AI\text{. cub.}}$. æquatur ipsi AE. ut igitur AI cub. ad BH cub. — BH in AI. q. 2, ita AB ad AE. eademque methodo sumentur & aliæ, pro ratione multipla data. Quod erat faciendum. Atque huc pertinet Analyticum illud artificium generale quadrandi lunulas, quod attigit Vieta Libro variorum 8vo., cap. 9no.

THEOREMA V.

Si a termino diametri sumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur rectæ lineæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos, erit ut semidiameter ad rectam à jam dicta

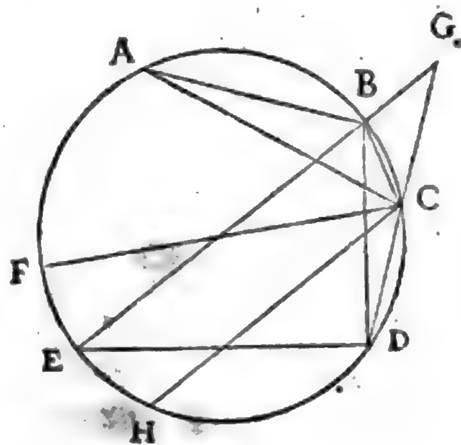
dicta extremitate eductam diametro proximam, ita quælibet intermedia, ad summam duarum, in eadem semiperipheria sibi utrinque proximarum. at si circumferentiæ sumptæ æquales, semiperipheriam superent, ita minima educta, ad differentiam duarum sibi utrinque proximarum.

Sit circulus cujus diameter AB, centrum P, ejusque peripheria à puncto B, secetur in partes quotcunque BI, IH, HG, GF, FE, &c. æquales, quibus æquales quoque sint BL, LM, MN, NO, sintque ab altero diametri extremo A eductæ rectæ ad æqualium sectionum terminos AI, AH, AG, AF, AE, &c. & eductis rectis connectantur puncta BL, IL, IM, HM, HN, GN, GO, &c. quæ prioribus ab A puncto eductis erunt sigillatim æquales, totidem quippe ac æqualibus segmentis subtensæ, secentque semidiametrum PB in punctis P, Q, R, S, T, V, X: tum minimam BL secet recta PK ex centro ad angulos rectos, secans & reliquas ipsi BL parallelas in punctis Y, ϛ, δ & ad angulos rectos, tum & ipsas GN, HM, IL in punctis α, γ, ε.



Et quoniam rectæ IL, HM, GN, FO connectunt puncta à termino diametri B æqualiter utrinque remota, erunt hæ ad diametrum perpendiculares, ac ut AB ad AI, ita QO ad OP, & GQ ad GR, ergo ita tota GO ad compositam ex OP, GR: sic HN ad compositam ex RN, HT: atque ita & reliquæ intermediæ ad compositas ex semissibus duarum sibi utrinque proximarum: similiter, ut AB ad AI, ita Gα ad GY, & αN ad Nϛ, ergo ut AB ad BI, ita tota GN ad compositam ex semissibus GY, Nϛ, sibi utrinque proximarum: atque ita HM ad compositam ex semissibus utrinque proximarum Hϛ, Mδ, atque ita de reliquis. Vt autem intermedia quælibet ad duarum sibi utrinque proximarum semisses, ita dupla intermediæ ad compositam ex iisdem: ergo ut diameter ad diametro proximam, ita dupla intermediæ ad compositam ex duabus sibi utrinque proximis, & ut semidiameter ad diametro proximam, ita intermedia simplex ad compositam ex duabus sibi utrinq; proximis. Quod erat demonstrandum.

Sit secundo circuli peripheria cujus diameter FC, secta in partes æquales FA, AB, BD, DH, quæ semiperipheriam superent, sitque minima alterutri semicirculo inscripta BC vel CD: dico ut semidiameter ad subtensam maximam, ita BC ad differentiam ipsarum AC, CD; seu CD ad differentiam ipsarum BC, CH.



Subtendatur enim AC, & fiant BG, BC æquales, (producta nimirum DC in G,) & protendatur GB in E, ducaturque ED: erit igitur angulus BCG id est BGC, æqualis angulo BED id est BCA. (sunt enim sumptæ circumferentiæ BD, BA æquales.) Anguli quoque BAC, BDC æquales sunt, & latera BG, BC æqualia ex constructione. Ergo & AC, DG æquales quoque erunt: est autem ut semidiameter ad subtensam maximam, ita BC ad CG differentiam ipsarum AC, CD. Est enim angulus BCG æqualis angulo BED, quem fa-

eit qdoque diameter cum subtensarum maxima. Eodem modo ostendetur esse quoque DC ad differentiam HC, CB, ut semidiameter ad eductarum maximam.

THEOREMA VI.

Si à termino diametri sumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur lineæ rectæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos, eductæ fiunt bases triangulorum; quorum communis hypotenusa est diameter, ac basis quidem diametro proximior intelligitur basis anguli simpli, succedens dupli, & eo continuo ordine: constituatur autem series rectarum linearum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semidiametro, secunda, basi anguli simpli, is reliquarum basium ordine succedentium erit progressus.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis basi anguli dupli.

Quarta, minus secunda ter, basi anguli tripli.

Quinta minus tertia quater, plus prima bis, basi anguli quadrupli.

Sexta, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies, basi anguli quintupli.

Septima, minus quinta sexies, plus tertia novies, minus prima bis, basi anguli sextupli.

Octava, minus sexta septies, plus quarta quater decies, minus secunda septies, basi anguli septupli.

Nona, minus septima octies, plus quinta vicies, minus tertia sedecies, plus prima bis, basi anguli octupli.

Decima minus octava novies, plus sexta vicies & septies, minus quarta tricies, plus secunda novies, basi anguli noncupli.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova affectio succedat, affirmatæ negata, negatæ adfirmata: & proportionales illæ sint semper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in secunda per numeros triangulos, in tertia per numeros pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per numeros triangulo-pyramidales; non quidem ab unitate, ut in potestatum genesi, sed à binario suum ducentes incrementum.

Sit semicirculi cujusvis peripheria secta in partes quotcunque æquales, cujus quidem semidiameter esto Z, & ab extremo diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta, quarum rectarum prima sit B. Erit itaque ex præcedenti Theoremate, ut Z ad B, ita B ad compositam ex diametro & ex ea quæ ipsam B proxime subsequitur: est autem ea $\frac{B q.}{Z}$ quæ multata diametro vel semidiametro bis, relinquit $\frac{B q. - Z q. 2.}{Z}$ æqualem tertiæ, deinde ut Z ad B, ita $\frac{B q. - Z q 2.}{Z}$ ad compositam ex secunda & quarta, à qua ablata secunda B, relinquetur $\frac{B c. - Z q. \text{ in } B 3.}{Z q.}$ æqualis quartæ. atque ita si quod fit sub secunda & ultima, ipsius Z epanaphoræ seu gradui qui elatiori potestati proxime succedit applicetur, multeturque proxime antecedente, provenient reliquæ proportionales eo quo dictum est modo affectæ, in infinitum. Sic

$$\frac{B qq. - Z q. \text{ in } B q. 4. \text{ sic } + Z qq. 2.}{Z \text{ cub.}}$$ erit æquale quintæ.

B qc.

$$\frac{\text{B qc.} - \text{Z q. in B c 5.} + \text{Z qq. in B 5.}}{\text{Z qq.}}$$ æquale erit sextæ.

$$\frac{\text{B qqq.} - \text{Z q. in B qq. 6.} + \text{Z qq. in B q. 9.} - \text{Z qqq. 2.}}{\text{Z qc.}}$$ septimæ.

$$\frac{\text{B qqc.} - \text{Z q. in B qc. 7.} + \text{Z qq. in B c. 14.} - \text{Z qqq. in B 7.}}{\text{Z cc.}}$$ octavæ.

$$\frac{\text{B qcc.} - \text{Z q. in B cc. 8.} + \text{Z qq. in B qq. 20.} - \text{Z cc. in B q. 16.} + \text{Z qcc. 2.}}{\text{Z qqc.}}$$ nonæ.

$$\frac{\text{B ccc.} - \text{Z q in. B qqc. 9.} + \text{Z qq. in B qc. 27.} - \text{Z qqq. in B c. 30.} + \text{Z. qqqq. in B 9.}}{\text{Z qcc.}}$$ decimæ.

Atque ita deinceps. Quod erat demonstrandum.

In notis, sit semidiameter 1. basis prima 1 N. Erit

1 Q — 2	Basis angui.	Dupli.
1 C — 3 N		Tripli.
1 QQ — 4 Q + 2		Quadrupli.
1 QC — 5 C + 5 N		Quintupli.
1 CC — 6 QQ + 9 Q — 2		Sextupli.
1 QQC — 7 QC + 47 C — 7 N		Septupli.
1 QCC — 8 CC + 20 QQ — 16 Q + 2		Octupli.
1 CCC — 9 QQC + 27 QC — 30 C + 9 N		Noncupli.

Et sic continuo radicem binarium cum sibi proximo jungendo, & compositum cum numero illis proxime deinceps componendo, creabuntur reliqui afficientium multiplicium numeri in infinitum, juxta seriem subjecta tabella.

NUMERI MULTIPLICIUM ADFECTIONIS.

Prima negata.	Secunda affirmata.	Tertia negata.	Quarta affirmata.	Quinta negata.	Sexta affirmata.	Septima negata.	Octava affirmata.	Nona negata.
2								
3								
4	2							
5	5							
6	9	2						
7	14	7						
8	20	16	2					
9	27	30	9					
10	35	50	25	2				
11	44	77	55	11				
12	54	112	105	36	2			
13	65	156	182	91	13			
14	77	210	294	196	49	2		
15	90	275	450	318	140	15		
16	104	552	660	672	336	64	2	
17	119	442	935	1122	714	204	17	
18	135	546	1287	1782	1386	540	81	2
19	152	665	1729	2717	2508	1254	287	19
20	170	800	2275	4604	4290	2640	825	100
21	189	952	2940	5733	7007	5148	1079	385

THEOREMA VII.

Si à puncto in circuli circumferentia sumantur partes quotcunque æquales, & ab eodem educantur rectæ lineæ ad sumptarum circumferentiarum æqualium terminos: constituatur autem series linearum rectarum continuè proportionalium, quarum prima sit æqualis minimæ eductæ, secunda à minima secundæ, is reliquarum eductarum ordine succedentium erit progressus.

Tertia continue proportionalium, minus prima, erit æqualis tertiæ.

Quarta minus secunda bis, quartæ.

Quinta minus tertia ter, plus prima, quintæ.

Sexta minus quarta quater, plus secunda ter, sextæ.

Septima minus quinta quinquies, plus tertia sexies, minus prima, septimę.

Octava minus sexta sexies, plus quarta decies, minus secunda quater, octavæ.

Nona minus septima septies, plus quinta quindecies, minus tertia decies, plus prima, nonæ.

Decima minus octava octies, plus sexta vicies & semel, minus quarta vicies, plus secunda quinquies, decimæ.

Et ita in infinitum ut per loca proportionalium imparia nova adfectio succedat, affirmatæ negata, negatæ adfirmata: & proportionales illæ sint semper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in secunda per numeros triangulos, in tertia per numeros pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per nuros triangulo-pyramidales; ab unitate, ut in potestatum genesi, suum ducentes incrementum.

Sit peripheria circuli secta in partes quotvis æquales ab assumpto puncto aliquo, à quo ad æqualium circumferentiarum terminos educantur rectæ, quarum minima sit Z, ab hac verò secunda B. Est igitur ex Theoremate quarto ut prima ad secundam, ita secunda ad compositam ex prima & tertia: erit itaq; tertia æqualis $\frac{B\,q. - Z\,q.}{Z}$. Eademq; methodo qua in præcedenti usi sumus, reperientur $\frac{B\,c. - Z\,q.\ in\ B\ 2.}{Z\,q.}$ quarta.

$\frac{B\,qq. - Z\,q.\ in\ B\,q.\ 3. + Z\,qq.}{Z\,c.}$ quinta.

$\frac{B\,qc. - Z\,q.\ in\ B\,c.\ 4. + Z\,qq.\ in\ B\ 3.}{Z\,qq.}$ sexta.

$\frac{B\,cc. - Z\,q.\ in\ B\,qq.\ 5. + Z\,qq.\ in\ B\,q.\ 6. - Z\,cc.}{Z\,qc.}$ septima.

$\frac{B\,qqc. - Z\,q.\ in\ B\,qc.\ 6. + Z\,qq.\ in\ B\,c.\ 10. - Z\,cc.\ in\ B\ 4.}{Z\,cc.}$ octava.

$\frac{B\,qcc. - Z\,q.\ in\ B\,cc.\ 7. + Z\,qq.\ in\ B\,qq.\ 15. - Z\,cc.\ in\ B\,q.\ 10. + Z\,qcc.}{Z\,qqc.}$ nona.

$\frac{B\,ccc. - Z\,q.\ in\ B\,qqc.\ 8. + Z\,qq.\ in\ B\,qc.\ 21. - Z\,cc.\ in\ B\,c.\ 20. + Z\,qcc.\ in\ B\ 5.}{Z\,qcc.}$ decima.

Eademque ratione & reliquæ proportionales in infinitum, eo quo propositum est modo affectæ, eductis in circulo rectis æquales producentur. Quod erat demonstrandum.

In

In notis sit minima educta 1. secunda 1 N. Erit

1 Q — 1		Tertiæ.
1 C — 2 N		Quartæ.
1 QQ — 3 Q + 1		Quintæ.
1 QC — 4 C + 3 N	Æquale	Sextæ.
1 CC — 5 QQ + 6 Q — 1		Septimæ.
1 QQC — 6 QC + 10 C — 4 N		Octavæ.
1 QCC — 7 CC + 15 QQ — 10 Q + 1		Nonæ.
1 CCC — 8 QQC + 21 QC — 20 C + 5 N		Decimæ.

Atque ita unitatem radicem cum sibi proximo jungendo, compositumque cum proxime deinceps sequenti componendo, creabuntur reliqui adficientium multiplicium numeri in infinitum: quos si lubet in tabella ob oculos ponere, idquidem factu facile fuerit, quemadmodum à nobis præstitum est præcedenti propositione.

THEOREMA VII.

Si à termino diametri sumantur in peripheria circuli partes quotcunque æquales, & ab ejusdem diametri extremis educantur rectæ ad singula sectionum puncta: erit ut semidiameter ad subtensam partium æqualium uni, ita reliquarum quælibet ab alterutro diametri termino educta, præter diametrum, aut diametro proximam quum in ipsas sectiones incidunt ad differentiam duarum à reliquo ejusdem termino eductarum ad sectiones sibi utrinque proximas: at ita diameter ipsa quum in sectionem æqualem incidit, vel quum non incidit, ei proxima in sectionem incidens ad summam duarum ab altero diametri termino, ad proximas utrinque sectiones eductarum.

Circa diametrum AB, centro C, describatur circulus cujus peripheria secetur in partes quotcunque æquales AD, DE, EF, FG, GH, HB, BI, educanturque rectæ à punctis B, A ad singulas sectiones, sumatur autem & AK ipsi AD quoque æqualis, & ducantur rectæ HI, GI, GK, FK, EK, DK, AK, sitque semidiameter CH, & secet recta GI diametrum in L puncto.

Quoniam igitur recta HI angulum BIL bifariam dividens, basi perpendicularis est, erit triangulum BIL isosceles, & simile triangulo HCB: est autem triangulum BLI simile triangulo GAL, est itaque GAL triangulum isosceles, & latera GA, AL æqualia. Vt autem CH ad HB, ita HB vel BI ad BL differentiam laterum AG, AB. Similiter quoniam anguli GBE, EKG æquales sunt angulo HCB, (illi siquidem duplæ peripheriæ in circumferentia, hic simplæ in centro insistit.) angulique KEB, BGK æquales angulo CBH, æqualibus insistentes circumferentiis. secent se rectæ GK, EB in M, erunt triangula EKM, GBM similia triangulo HCB, & ut HC ad HB, ita GB ad GM differentiam ipsarum GK id est HA (æqualibus namque subtenduntur circumferentiis) & EK id est AF (quæ æquales quoque subtendunt circumferentias.) Eodemque modo, secent se rectæ EK, DB in puncto N, erunt triangula FBN, DKN, æquicrura & similia triangulo HCB, & ut HC ad HB, ita FB ad FN differentiam subtensarum FK, DK, id est ut supra GA, EA. Similiter secent se rectæ EK, AB in puncto O, eritque HC ad HB, ita EB ad EO differentiam rectarum EK, AK id est FA, DA. Eodemque modo, demonstrabitur esse ut HC ad HB, ita GA ad

ad differentiam FB, HB; & FA ad differentiam GB, EB; & EA ad differentiam FB, DB. Et si protrahantur HCK, KIP, HBP, erunt triangula HCB, HKP similia: sunt enim anguli HCB, HKP, ille in centro, hic in circumferentia, æquales, & angulus CHB communis utrique, ergo & reliquus reliquo æqualis erit. est igitur ut CH ad HB, ita HK ad HP, est autem HP dupla ipsius HB, angulus enim IBP æqualis est angulo HKI, & angulus BPI angulo BHC, isosceles igitur est triangulum BIP, & crura BP, BI, id est BP, BH æqualia. Non transeat jam diameter per sectiones æquales, sed inter sectiones circumferentiam secet in B puncto: ductis ut supra rectis GK, KP, GBP.

Quoniam circumferentiæ GAK, AGH sunt æquales, (æqualibus positis segmentis AK, GH) erunt & subtensæ AH, KG æquales: estque ut prius, angulus ABG æquali ei quem facit subtensa cuivis peripheriæ æquali cum diametro, & GKP æqualis angulo in centro. Isosceles igitur erit triangulum GKP, simile ei quod fit à duabus semidiametris, & recta uni æqualium segmentorum subtensa: ut igitur semidiameter ad subtensam dictam, ita KG id est AH ad GP. Est autem BP æqualis ipsi BI, nam in quadrilatero inscripto KGBI, erunt anguli exteriores PBI, BIP æquales interioribus GKI, KGB: est igitur triangulum BIP isosceles, simile triangulo GKP, lateraque BI, BP æqualia. At ut semidiameter ad subtensam parti æquali, ita & hic quoque BH ad differentiam AG, AI: est enim angulus BHK, æqualis ei qui fit à diametro & subtensa cuivis segmento æquali, & angulus HBF, æqualis angulo in centro sectionum æqualium uni insistenti. unde triangulum BMH isosceles erit, eique simile triangulum FKM, itaque ut radius ad subtensam cuivis segmentorum æqualium, ita BH ad HM differentiam rectarum HK, KF; est autem HK æqualis ipsi AI, (sunt enim segmenta AK, HI æqualia) quibus addito communi KI, fiunt KIH, AKI æqualia, & KF æqualis ipsi AG, nam segmenta AK, FG, ponuntur æqualia, quibus addito communi AF, fiunt KAF, AFG æqualia. Eodemque modo ita AG vel KF ad FM differentiam rectarum BF, BM vel BH. Quod erat demonstrandum.

THEOREMA IX.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenusæ, quorum primi angulus acutus sit in submultipla ratione ad angulos acutos succedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet secundi subduplus, tertii subtriplus, quarti subquadruplus, & eo continuo ordine: construatur autem series rectarum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semihypotenusæ, secunda perpendiculo anguli primi, inter succedentes continue proportionales & succedentium triangulorum bases ac perpendicula, hæc erit æqualitas.

Prima bis, minus tertia continue proportionalium, erit æqualis basi trianguli secundi.

Secunda ter, minus quarta, perpendiculo trianguli tertii.

Prima bis, minus tertia quater, plus quinta, basi trianguli quarti.

Secunda quinquies, minus quarta quinquies, plus sexta, perpendiculo trianguli quinti.

Prima

Prima bis, minus tertia novies, plus quinta sexies, minus septima, basi trianguli sexti.

Secunda septies, minus quarta quater decies, plus sexta septies, minus octava, perpendiculo trianguli septimi.

Prima bis, minus tertia sedecies, plus quinta vicies, minus septima octies, plus nona, basi trianguli octavi.

Secunda novies, minus quinta tricies, plus sexta vicies septies, minus octava novies, plus decima, perpendiculo trianguli noni.

Et ita in infinitum, inverso eo qui in sexto Theoremate expositus est, ordine.

Sit semicirculus qualis supra, cujus peripheria secta sit in partes quotcunque æquales, & à terminis diametri educantur triangulorum rectangulorum latera: sitque semidiameter X, trianguli vero submultipli perpendiculum sit B: & fiat ut X ad B, ita B ad $\frac{\text{B q.}}{\text{X}}$ quo à diametro sive ab X bis ablato, erit $\frac{\text{X q. 2.} - \text{B q.}}{\text{X}}$ Basis trianguli secundi, ex præcedenti Theoremate. sic. fiat X ad B, ita $\frac{\text{X q. 2.} - \text{B q.}}{\text{X}}$ ad $\frac{\text{X q. in B 2.} - \text{B cub.}}{\text{X q.}}$ hoc addatur ipsi B, (quandoquidem basibus decrescentibus perpendicula augentur.) fiet $\frac{\text{X q. in B 3.} - \text{B c.}}{\text{X q.}}$ æquale Perpendiculo trianguli tertii. eademque methodo erit

$\frac{\text{X qq. 2.} - \text{B q. in X q. 4.} + \text{B qq.}}{\text{X c.}}$ Basis trianguli quarti.

$\frac{\text{X qq. in B 5.} - \text{B c. in X q. 5.} + \text{B qc.}}{\text{X qq.}}$ Perpendiculum trianguli quinti.

$\frac{\text{X qqq. 2.} - \text{X qq. in B q. 9.} + \text{X q. in B qq. 6.} - \text{B cc.}}{\text{X qc.}}$ Basis trianguli sexti.

$\frac{\text{X qqq. in B 7.} - \text{X qq. in B c. 14.} + \text{X q. in B qc. 7.} - \text{B qqc.}}{\text{X qqq.}}$ Perpendiculum trianguli septimi.

$\frac{\text{X qqqq. 2.} - \text{X qqq. in B q. 16.} + \text{X qq. in B qq. 20.} - \text{X q. in B cc. 8.} + \text{B qqqq.}}{\text{X qqc.}}$

Basis trianguli octavi.

$\frac{\text{X qqqq. in B 9.} - \text{X qqq. in B c. 30.} - \text{X qq. in B qc. 27.} - \text{X q. in B qqc. 9.} + \text{B ccc.}}{\text{X qcc.}}$

Perpendiculum trianguli noni.

Et eo in infinitum progressu, adscita si placet tabella Theorematis sexti.

In notis sit prima continue proportionalium 1. eademque communis triangulorum rectangulorum semihypotenusa.

Secunda vero continue proportionalium 1 N. eademque intelligitor perpendiculum trianguli ad angulum pertinentis submultiplum.

2 — 1 Q	Æquabitur	Basi	Anguli	Dupli.
3 N — 1 C		Perp.		Tripli.
2 — 4 Q + 1 QQ		Basi		Quadrupli.
5 N — 5 C + 1 QC		Perp.		Quintupli.
2 — 9 Q + 6 QQ — 1 CC		Basi		Sextupli.
7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC		Perp.		Septupli.
2 — 16 Q + 20 QQ — 8 CC + 1 QCC		Basi		Octupli.
9 N — 30 C + 27 QC — 9 QQC + 1 CCC		Perp.		Noncupli.

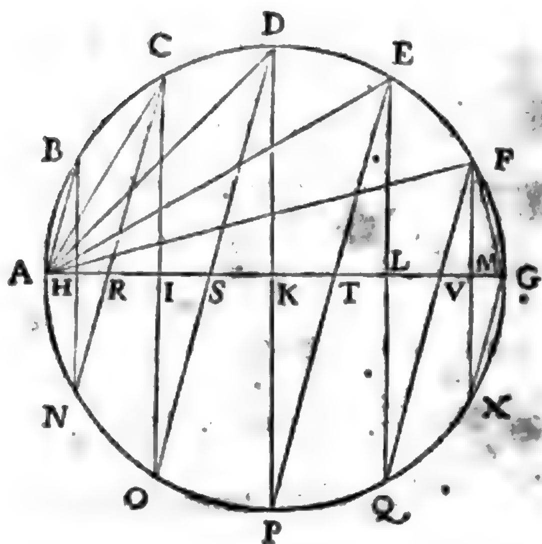
Atque

Atque ita deinceps, inverso ordine Theorematis sexti, prout illic determinatum est, nisi quod binis alternatim locis affectionum qualitates mutentur.

THEOREMA X.

Si secetur semicircumferentia circuli in partes quotcunque æquales, & à termino diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta, est ut minima educta ad diametrum, ita composita ex diametro & minima, & ea insuper cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compositam ex omnibus eductis duplam.

Sit semicirculus in punctis A, B, C, D, E, F, G sectus in partes quotcunque æquales, & ab A diametri termino, rectæ ad sectiones educantur AB, AC, AD, AE, AF, AG, dividatur quoque & semicirculus reliquus in totidem segmenta prioribus æqualia AN, NO, OP, PQ, QX, XG, tum puncta æqualiter à diametri terminis remota connectantur rectis, quæ diametrum secabunt ad angulos rectos, sintque eæ BHN, CIO, DKP, ELQ, FMX. harumque extrema alterna, connectant transversæ CRN, DSO, ETP, FVQ, GX.



Erit igitur BN æqualis ipsi CA, & CN ipsi AD, & CO ipsi AE, & DO ipsi AF. eodemque modo, & rectæ EP, EQ, FQ, FX iisdem sigillatim sumptis æquales ostendentur. & est GX ipsi BA æqualis, erunt itaque rectæ AB, BN, CN, CO, DO, DP, EP, EQ, FQ, FX, GX, æquales duplæ ipsarum AB, AC, AD, AE, AF & præterea ipsi diametro DP vel AG. addatur utrisque AG diameter, erunt omnes dictæ cum diametro AG, duplæ omnium AB, AC, AD, AE, AF, AG. est autem ut AH ad HB, id est AB vel GF ad FA, ita HR ad HN, & RI ad IC, & IS ad IO, & SK ad KD, & KT ad KP, & TL ad LE, & VL ad LQ, & VM ad MF, & GM ad MX: ut igitur AB ad AF, ita AG ad omnes simul perpendiculares in diametrum AG, & permutando AB ad AG, ut AF ad omnes simul perpendiculares. iterum, est AH ad AB, id est FG vel AB ad AG, ut HR ad RN, & RI ad RC, & IS ad SO, & SK ad SD, & KT ad TP, & TL ad TE, & LV ad VQ, & VM ad VF, & MG ad GX, ergo ut AB ad AG, ita omnes AH, RI, &c. id est AG ad omnes transversas simul: erat autem ut AB ad AG, ita AF ad omnes perpendiculares, erit igitur ut AB ad AG ita composita ex AF, AG ad omnes transversas & perpendiculares, & componendo ut AB ad AG ita composita ex tribus AF, AG, AB ad compositam ex omnibus perpendicularibus, omnibus transversis, & recta AG, id est (ut demonstratum est) ad duplam omnium AB, AC, AD, AE, AF, AG. Quod erat demonstrandum.

Ergo à nemine prius agnita Mysteria, tam in Arithmeticis quam Geometricis, pandit Analytice sectionum Angularium.

PROBLEMA I.

Data numero ratione angulorum, dare rationem laterum.

Hoc abunde docuit Theorema 3.

PROBLEMA II.

Facere ut numerus ad numerum, ita angulum ad angulum.

In

In ratione minoris majorisve inæqualitatis ex Theorematis 3, 6, & 9 satisfieri potest: at in majoris inæqualitatis ratione ex Theorematis 5 & 8 hujusmodi deducitur.

Consectarium.

Quoniam eadem recta circulo inscripta non diameter, duabus circumferentiis subtenditur, quarum una minor est semicircumferentia circuli, altera major, æqualitas inter subtensam minori majorive & subtensam segmento minoris, pertinebit ad subtensam quoque simili segmento majoris, & ad subtensas denique reliquis circumferentiis quæ æque-multiplices, majorem minorem-ve in circulationibus componunt.

Neque enim obstat illud quod Theoremate 8vo animadversum est, quum segmentum semicirculo majus in partes æquales distribuitur, sive diameter in sectiones incidat, sive secus, non enim mutatur adfectionum ad perpendiculares pertinentium qualitas, aut numerorum ab ordine præscripto …es: in secunda siquidem illius Theorematis figura licet ex subtensa AH concludatur summa subtensarum GB, BI, post tamen ex differentia dictæ summæ & subtensæ GB prius conclusæ, id est ex subtensa BI, concluditur tandem differentia subtensarum ab A puncto eductarum, quæ in sectiones ipsi I puncto utrinque proximas, incidunt: quæ igitur illic mutata sunt, hac operatione deinceps restituentur.

At in basium progressione, quum segmenta æqualia semiperipheriam excedunt, (ut ostensum est Theoremate quinto.) invertitur ordo homogeneorum sub gradu, & fit progressio interdum qualis Theoremate nono est exposita, si quæ ex duplici analogismo subtensæ utriusque minimæ in utraque semiperipheria, ad differentias sibi utrinque proximarum, mutata est inde eorundem homogeneorum sub gradu qualitas, analogismis intermediæ ad aggregatum sibi utrinque proximarum restituatur: quod quidem ex præscripto quinti Theorematis progressum facienti, satis constabit: atque hinc patescit consectarii veritas.

Ad sectiones itaque datorum angulorum deducuntur ex Theorematis sexto & nono Problematia, ad usum quoties opus expostulat parata, quæque in infinitum pro ratione data extendi possunt. exemplum proponatur.

PROBLEMATION I.

Datum angulum in tres partes æquales secare.

Posito X radio, seu semidiametro circuli, B subtensa anguli subsecandi, E subtensa segmenti.

X quadratum in E ter, minus E cubo, æquetur X quadrato in B. & fiet E duplex:

1. Subtensa circumferentiæ subtriplæ.
2. Subtensa circumferentiæ reliquæ ad integrum circulum subtriplæ.

Siquidem ut supra ostensum est, æqualitas inter subtensam minori majorive segmento & subtensam segmento minoris, pertinet quoque ad subtensam simili segmento majoris.

PROBLEMATION II.

Datum angulum in quinque partes æquales dividere.

Iisdem quæ prius suppositis.

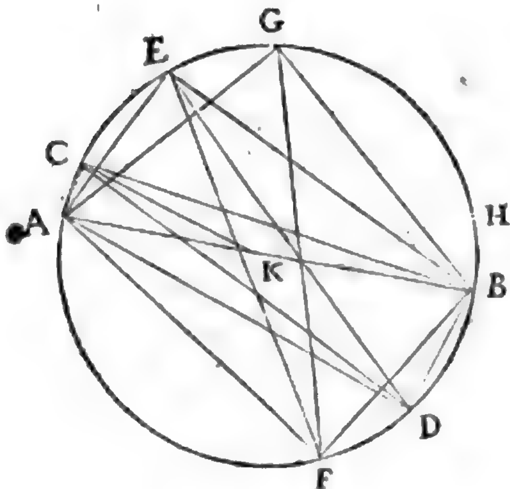
X quadrato-quadratum in E 5 — X quadrato in E cub. 5 + E quadrato-cubo, æquetur X quadrato-quadrato in B.

Et fiet E triplex:

1. Subtensa circumferentiæ subquintuplæ.
2. Subtensa circumferentiæ reliquæ ad integrum circulum subquintuplæ.
3. Subtensa circumferentiæ compositæ ex circumferentia subquintupla, & dupla subquintupla totius circuli.

Quod postremum, rudioribus & in Analyticis minus fortassis exercitatis exemplo, sic ostendisse fuerit operæ-pretium.

Sit circulus cujus diameter A B, sectus in segmenta inæqualia, quorum majus B A G, minus BHG; & sit minoris segmenti subquintuplum BH, cui addatur segmentum HGC, æquale duplæ quintæ parti quatuor rectorum, neque enim compositum excedet semicirculum.



Segmenti itaq; B G C quintuplum, æquale erit bis circumferentiæ subtendenti quatuor angulos rectos sive circulationi circa K punctum, & præterea ipsi circumferentiæ BG; & quinquies sumptum segmentum BC, illud compositum metietur: repetatur quinquies, sintque segmenta BGC, CAD, DBE, EAF, FBG. erit itaque segmentum B D, quod relinquitur ex integro circulo si inde auferatur B G C bis, duplum ipsius C A reliqui ex semicirculo, ablato inde segmento BGC. ergo & EC æquale ipsi B D (quum rectæ B C, CD ipsis CD, DE sint æquales,) duplum quoque erit ipsius C A, ac proinde & E A triplum ipsius C A.

Eademque ratione, quoniam rectæ CB, CD ipsis quoque ED, EF sunt æquales, erunt segmenta BD, DF æqualia, & segmentum BF quadruplum ipsius CA: similiter sunt & segmenta GE, EC æqualia, ac proinde & GA quintuplum segmenti C A. erit igitur triangulum rectangulum ACB anguli simpli, BAD dupli, BAE tripli, BAF quadrupli, BGA quintupli.

Posita igitur semidiametro prima continue proportionalium, & ipsa CB secunda, eaque serie continuata: erit ex sexto Theoremate recta GB æqualis sexta, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies.

In notis, sit C K 1. C B 1 N. erit 1 QC — 5 C + 5 N, æquale ipsi G B.

PROBLEMATION III.

Datum angulum in septem partes æquales dispescere.

Suppositis quæ supra.

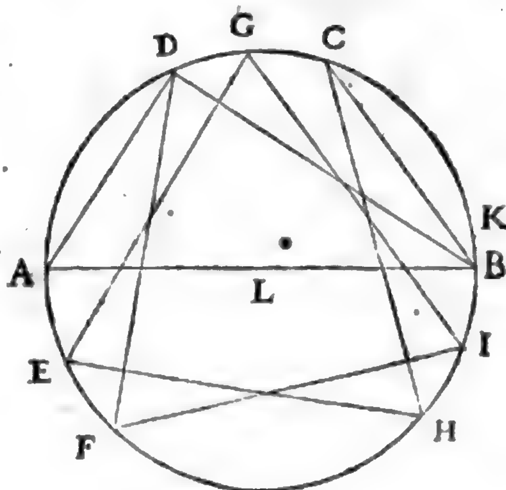
X cubo-cubus in E 7 — X quadrato-quadrato in E cub. 14 + X quadrato in E quadrato-cubum 7 — E quadrato-quadrato-cubo, æquetur X cubo-cubo in B.

Fit E quadruplex.

1. Subtensa peripheriæ sub-septuplæ.
2. Subtensa sub-septuplæ peripheriæ reliquæ ad integrum circulum.
3. Subtensa peripheriæ compositæ ex sub-septupla & dupla sub-septupla totius circuli.
4. Subtensa peripheriæ compositæ ex subseptupla & quadrupla sub-septupla totius circuli.

Quod & sic quoque declarabitur. Sit circulus cujus diameter AB, in quo subtendatur recta CB, & sit peripheriæ CB pars septima BK, cui addatur peripheria KD, æqualis duplæ septimæ parti totius circumferentiæ, & ducantur B D, D A. Dico angulum DBA septuplum, æqualem esse quatuor rectis, & præterea circumferentiæ ADC, ac proinde ex Theoremate 6to æqualitatem inter rectas BC, BK explicabilem quoque esse de terminis B D, B C.

Fiant æquales BD, DF, FI, IG, GE, EH, HC, & quoniam circumferentia DB septies sumpta,



ſumpta, metitur quatuor rectos angulos id eſt circumferentiam circuli AB integram bis (quum anguli æſtimentur in circumferentia,) & præterea circumferentiam BC: igitur DB septies continuo inſcripta, recidet tandem in punctum C. & quoniam lineæ BD, DF ponuntur æquales, erit circumferentia FB dupla ipſius DA, (eſt enim FB complementum duplæ ipſius DB ad integrum circulum.) Circumferentiæ vero FB æqualis eſt circumferentia DBI; quandoquidem ipſis BD, DF æquales ſunt rectæ DF, FI: eſt itaque circumferentia ADI tripla ipſius AD. eodemque modo, quia rectæ IG, GE ipſis quoque DF, FI æquales ſunt: erit circumferentia IE dupla ipſius AD, totaque ADBE quintupla ipſius AD: & rectæ EH, HC iiſdem quoque æquales, quare tota ADHEC ipſius AD erit ſeptupla. Ergo ex Theoremate ſexto,

Poſita ſemidiametro AL prima continue proportionalium, ipſa DB ſecunda, eaque ſerie continuata erit recta CB æqualis ſecundæ ſepties, minus quarta quaterdecies, plus ſexta ſepties, minus octava.

In notis ſit AL 1. DB 1 N. 7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC, æquabitur ipſi CB. ſimiliter & de termino quarto explicabitur eadem æqualitas.

At vero ex præſcripto Theorematum quinti & octavi, conſtabit propoſitorum Problematum in infinitum Amphibolia, ſicut eſt ſuperius declaratum. qui exempla deſiderat, conſulat Vietæ reſponſum ad Problema ADRIANI ROMANI.

PROBLEMA III.

Lineas rectas circumferentiis circuli in progreſſione Arithmetica ſubtenſas, ex data prima maxima vel minima inſcripta, & ſecunda ei proxima, in numeris ſymmetris taxare.

Et hoc opus ex Theorematis 6, 7 & 9 deducitur, quod illic clare propoſitum eſt & demonſtratum.

PROBLEMA IV.

Linearum circumferentiis circuli in progreſſione Arithmetica ſubtenſarum ſummam, ex data maxima & minima inſcriptis, inquirere.

Hoc oſtenſum Theoremate 10.

COROLLARIVM.

Mathematicum igitur Canonem, ſecure ac fœliciter conſtruet Analyſta, & conſtructum examinabit, adiutus analyticis hiſce principiis, & edoctus methodum reſolvendi poteſtates quaſcumque ſive puras, ſive affectas.

Ad conſtructionem autem, primum inquiratur perpendiculum unius ſcrupuli, quam fieri poteſt accuratum, idque hac methodo.

1. Ex lateris hypothetici ſectione extrema & media ratione, dabitur perpendiculum partium 18.

2. Ex eo per opus quintusectionis, invenietur perpendiculum partium 3. 36'.

3. Ex opere trissectionis, dabitur perpendiculum partium 20.

4. Et hinc trissecando, perpendiculum partium 6. 46.

5. Per opus bissectionis perpendiculum partium 3. 26.

6. Ex differentia perpendiculorum partium 3. 36'. & partium 3. 26, dabitur perpendiculum scrupulorum 16'. ex primo Theoremate.

7. Bissecando prodibunt perpendicula scrupulorum 8'. 4'. 2'. 1.

Et regrediendo ad angulos in ratione multipla, perficientur reliqua in numeris symmetris ex lege sexti Theorematis.

Et hæc quidem sectionum angularium principia, ex purioris Analyseos fonte derivata, ex quibus & infinita alia, pulcherrimæ speculationis consectaria deduci possunt, à maximo jam à multis seculis Mathematico Francisco Vieta, olim excogitata & proposita, at sine demonstrationibus ullis ad nos transmissa, jam tandem plene perfecteque iisdem, idque ex Geometricis principiis, meo studio confirmata (ô Nobiles Mathematici) accipite, & æqui bonique consulite.

FINIS.



FRAN-

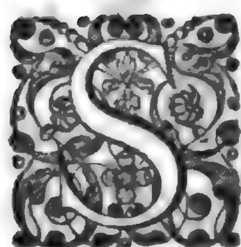


FRANCISCI VIETÆ

AD

PROBLEMA, QVOD OMNIBVS MATHEMATICIS TOTIVS ORBIS CONSTRUENDUM PROPOSUIT ADRIANUS ROMANUS,

RESPONSVM.



SI toto terrarum orbe non errat ADRIANVS ROMANVS, dum Mathematicos totius terrarum orbis unius sui Problematis solutioni vix censet idoneos, non ille saltem Gallias, nec Galliarum Lycia suo dimensus est radio. Cedat ROMANO Belga, cedat ROMANVS Belgæ, vix sinet Gallus à ROMANO vel Belga gloriam suam sibi præripi. Ego qui me Mathematicum non profiteor, sed quem, si quando vacat, delectant Mathematices studia, Problema ADRIANICVM ut legi ut solvi, nec me malus abstulit error. Sic trihorio ingens prodii Geometra. Neque vero placet barbarum idioma, id est, Algebricum. Geometrica Geometrice tracto, Analytica Analytice. Curabo tamen ut me, sive quasi Geometram sive novum Analystam, vulgus Algebristarum satis exaudiat.

CAPVT I.

Proponentis Adriani Romani verba.

PRimum igitur Adriani Romani proponentis ipsa verba refero, ne immutato quidem commate.

PROBLEMA MATHEMATICVM OMNIBVS ORBIS MA- "
THEMATICIS AD CONSTRVENDVM PROPOSITVM. "

Si duorum terminorum prioris ad posteriorem proportio sit, ut 1 ① ad "
45 ① − 3795 ③ + 9,5634 ⑤ − 113,8500 ⑦ + 781,1375 ⑨ − 3451,2075 (11) + 1, "
0530, 6075 (13) − 2, 3267, 6280 (15) + 3,8494, 2375 (17) − 4, 8849, 4125 (19) "
+ 4,8384, 1800 (21) − 3, 7865, 8800 (23) + 2, 3603, 0652 (25) − 1, 1767, 9100 "
(27) + 4695, 5700 (29) − 1494, 5040 (31) + 376, 4565 (33) − 74, 0459 (35) + "
11, 1150 (37) − 1, 2300 (39) + 945 (41) − 45 (43) + 1 (45) deturque terminus "
posterior, invenire priorem.

Exem-

Exemplum primum datum.

Sit terminus posterior R. bin. 2. + R. bin. 2. + R. bin. 2. + R. 2. Quaritur terminus prior. SOLVTIO. *Dico terminum priorem esse, R. bin. 2. — R. bin. 2. + R.bin.2.+ R. bin. 2.+ R.3.*

Exemplum secundum datum.

Sit terminus posterior R. bin. 2. + R. bin. 2. — R. bin. 2. — R. bin. 2. — R. bin. 2. — R. 2. quaritur terminus prior. SOLVTIO. *Terminus prior est R. bin. 2. — R. bin. 2. + R. bin. 2. + R. bin 2. + R. bin. 2. + R. 3.*

Exemplum tertium datum.

Sit terminus posterior R. bin. 2. + R. 2. quaritur terminus prior. SOLVTIO. *Terminus prior est, R. bin. 2. — R. quadrin. 2. + R.* $\frac{3}{16}$ *+ R.* $\frac{33}{16}$ *+ R. bin.* $\frac{5}{8}$ *— R.* $\frac{1}{64}$.

Si in numeris absolutis solinomiis id proponere libuerit, Sit posterior terminus

R. 3 $\frac{4142,1356,2373,0950,4880,1688,7242,0969,8078,5696,7187,5375}{10000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000}$.

Quaritur terminus prior. SOLVTIO. *Terminus prior erit*

R. $\frac{27,4093,0490,8522,5243,1015,8831,2112,6838,8180}{10000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000,0000}$.

Exemplum quaesitum.

Sit posterior terminus R. trinomia $1\frac{3}{4}$ *— R.* $\frac{5}{16}$ *— R. bin.* $1\frac{7}{8}$ *— R.* $\frac{45}{64}$.

Quaritur terminus prior. Hoc exemplum omnibus Mathematicis totius orbis ad construendum sit propositum.

CAPVT II.

Notae quaedam, & ἀντίστροφα ludicra duo.

GRaeci per myriadas, Romani per millenas & millesima numerant.

Ait ROMANVS] Si duorum terminorum prioris ad posteriorem proportio sit, &c. At ex libro de proportione, Ἀναλογία ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

Non igitur Analogiam, seu proportionem exhibet Romanus, sed λόγον, seu rationem.

Γελοῖον autem est Adriani Problema, nisi emendetur, Quemcumque enim terminum exhibuero, dixero non ἀτέχνως eum esse priorem de quo quaeritur. Placeat enim ludenti ludicra, & seria proponenti seria propore & opponere.

LVDICRVM I.

Propositis duabus magnitudinibus, quarum prima se habeat ad secundam, sicut 1 N ad 3 N — 1 C: ex data secunda invenire primam.

Sit data secunda 1. Dico primam esse $\frac{1}{2}$. Se habere enim 1 N ad 3 N — 1 C, sicut $\frac{1}{2}$ ad 1. enunciata videlicet unitate de 1 N.

Dico primam esse $\frac{4}{11}$. Se habere enim 1 N ad 3 N — 1 C, sicut $\frac{4}{11}$ ad 1. enunciato videlicet $\frac{1}{2}$ de 1 N.

Immo dico primam esse $\frac{9}{26}$. Se habere enim ut 1 N ad 3 N — 1 C, ita $\frac{9}{26}$ ad 1. enunciato videlicet $\frac{1}{3}$ de 1 N.

Denique dico primam esse numerum symmetrum asymmetrum-ve quem libuerit, ternario minorem.

LVDI-

LVDICRVM II.

Propositis duabus magnitudinibus, quarum prima se habeat ad secundam, sicut 1 N ad 5 N — 5 C + 1 QC: ex data secunda invenire primam.

Sit data secunda 3. Dico 3 esse primam de qua quæritur. Se habere enim 1 N ad 5 N — 5 C + 1 QC, sicut 3 ad 3. enunciata videlicet unitate, vel binario de 1 N.

Dico primam esse $\frac{9}{123}$. Se habere enim 1 N ad 5 N — 5 C + 1 QC, sicut $\frac{9}{123}$ ad 3. enunciato videlicet ternario de 1 N.

Immo dicam primam esse $\frac{48}{61}$. Se habere enim 1 N ad 5 N — 5 C + 1 QC, sicut $\frac{48}{61}$ ad 3. enunciato videlicet $\frac{1}{2}$ de 1 N.

Dico denique primam esse numerum symmetrum vel asymmetrum quem libuerit.

At ea mens est Adriani ut prima quoque sit 1 N. Ita censeo. Sed sua igitur Problematis formula id exprimendum fuisse contendo. Simplicissime enim Problemata proponenda sunt.

CAPVT III.

Problemata duo seria.

Ego itaque dum seria proposuero, ita mea Problemata concepero.

PROBLEMA I.

Proposita serie quatuor linearum rectarum continue proportionalium: data prima & recta æquali triplo secundæ minus quarta, invenire secundam.

Sit data prima X, D vero differentia qua triplum secundæ quartam excedit. Oportet invenire secundam.

Secunda illa esto A. Tertia igitur erit $\frac{\text{A quadr.}}{\text{X}}$. Quarta $\frac{\text{A cubus}}{\text{X quad.}}$. Quare A 3 — $\frac{\text{A cubo}}{\text{X quad.}}$, æquabitur D. Omnia ducantur per X quadratum.

Ergo X quad. in A 3 — A cubo, æquabitur X quadrato in D.

Sit X 1. A 1 N. 3 N — 1 C, æquabitur solido quod fit sub data D & unitatis quadrato.

PROBLEMA II.

Proposita serie sex linearum rectarum continue proportionalium: data prima, & recta æquali quintuplo secundæ minus quintuplo quartæ plus sexta, invenire secundam.

Sit data prima X. G vero differentia qua sexta adjuncta secundæ quintuplo superat quintuplum quartæ. Oportet invenire secundam. Secunda illa esto A. Tertia igitur erit $\frac{\text{A quadr.}}{\text{X}}$. Quarta $\frac{\text{A cubus}}{\text{X quadr.}}$. Quinta $\frac{\text{A quad. quadr.}}{\text{X cubo.}}$. Sexta $\frac{\text{A quadr.-cubus}}{\text{X quad.-quad.}}$. Quare secundum ea quæ proponũtur A 5 — $\frac{\text{A cub.}}{\text{X quad.}}$ 5 + $\frac{\text{A quadr. cub.}}{\text{X quadr.-quadr.}}$, æquabitur G. Omnia ducantur in X quad.-quadr. Ergo X quad.-quad. in A 5 — X quad. in A cubum 5 + A quad-cubo, æquatur X quad. quadr. in G.

Sit X 1. A 1 N. 5 N — 5 C + 1 QC, æquatur plano-solido quod fit sub data G & unitatis quadrato-quadrato.

CAPVT IV.

Emendatum Adriani Problema.

Non dissimili formula emendo Adrianicum Problema, & ita concipio.

PROBLEMA

Propoſita ſerie quadraginta ſex linearum rectarum continue proportionalium: data prima, & recta æquali ſecundæ multiplici per numerum 45.
Minus quarta multiplici per numerum 3, 795.
Plus ſexta multiplici per numerum 95, 634.
Minus octava multiplici per numerum 1, 138, 500.
Plus decima multiplici per numerum 7, 811, 375.
Minus duodecima multiplici per numerum 34, 512, 075,
Plus decima quarta multiplici per numerum 105, 306, 075.
Minus decima ſexta multiplici per numerum 232, 676, 280.
Plus decima octava multiplici per numerum 384, 942, 375.
Minus viceſima multiplici per numerum 488, 494, 125.
Plus viceſima ſecunda multiplici per numerum 483, 841, 800.
Minus viceſima quarta multiplici per numerum 378, 658, 800.
Plus viceſima ſexta multiplici per numerum 236, 030, 652.
Minus viceſima octava multiplici per numerum 117, 679, 100.
Plus triceſima multiplici per numerum 46, 955, 700.
Minus triceſima ſecunda multiplici per numerum 14, 945, 040.
Plus triceſima quarta multiplici per numerum 3, 764, 565.
Minus triceſima ſexta multiplici per numerum 740, 259.
Plus triceſima octava multiplici per numerum 111, 150.
Minus quadrageſima multiplici per numerum 12, 300.
Plus quadrageſima ſecunda multiplici per numerum 945.
Minus quadrageſima quarta multiplici per numerum 45.
Plus quadrageſima ſexta,
Invenire ſecundam.

Sit data prima X. D vero ſecunda multiplex & adfecta proſtaphæretice, ut exponitur in Problemate. Oportet invenire eam ſecundam puram. Sit illa A. Sane quadratum poteſtas eſt rationis duplæ, cubus triplæ, quadrato-cubus quintuplæ. Tædioſa autem eſt quadratorum & cuborum frequentior repetitio. Sed & poteſtatis eminentioris reſpectu, inferiores dicuntur gradus quibus ad poteſtatem ſcanditur, ut in Iſagogicis eſt definitum. Secundum quæ quarta conſtituendarum continue proportionalium fit A poteſtas rationis triplæ adplicata X gradui ſecundo. Sexta A poteſtas rationis quintuplæ adplicata X gradui quarto. Octava A poteſtas rationis ſeptuplæ adplicata X gradui ſexto. Continuetur is ordo ad quadrageſimam uſque ſextam. Ergo ſecunda continue proportionalium, multiplex per numerum 45, minus quarta multiplici per numerum 3, 795, plus minuſque binis alternis multiplicibus per numeros in Theoremate expoſitos æquabitur D. Omnia ducantur in epanaphoram, ſeu gradum, qui elatiori poteſtati proxime ſuccedit, id eſt quadrageſimum quartum. Igitur homogeneum poteſtatis rationis quadragequintuplæ effectum ſub A ſimplici, & X gradu quadrageſimo quarto, multiplici per numerum 45, minus homogeneo ſub A gradu tertio, & X gradu quadrageſimo ſecundo multiplici per numerum 945, plus minuſque reliquis ordine homogeneis, ita reciproce adfectis ſub gradibus binis alternis, & multiplicibus ſecundum numeros continue triangulos à binario ſuum ducentes incrementum in Problemate deſignatos, æquabitur dato homogeneo quod fit ſub dato latere D & X gradu quadrageſimo quarto.

Sit X 1. A 1 (1). 45 (1) — 3, 795 (3) + 95, 634 (5) — 1, 138, 500 (7) + 7, 811, 375 (9) — 34, 512, 075 (11) — 105, 306, 075 (13) — 232, 676, 280 (15) + 384, 942, 375 (17) — 488, 494, 125 (19) + 483, 841, 800 (21) — 378, 658, 800 (23) + 236, 030, 652 (25) — 117, 679, 100 (27) + 46, 955, 700 (29) — 14, 945, 040 (31) + 3, 764, 565 (33) — 740, 259 (35)

259 (35) + 111,150 (37) — 12,300 (39) + 945 (41) — 45 (43) + 1 (45), *æquabitur homogeneo sub data D & unitatis gradu quadragesimo quarto.*

CAPVT V.

Exempla Adriani ad Problematis sui solutionem nihil conferre.

QVod autem ad ea quæ profert Adrianus exempla pertinet, in secundi posteriore termino irrepsit mendum. Itaque ita locum restituo. *Sit terminus posterior R binomia 2 — R bin. 2 — R bin. 2 + R bin. 2 + R bin. 2 + R 2.* Cæterum ajo neque secundum illud neque primum sive tertium ad Problematis sui solutionem quicquam conferre. Aliunde videlicet terminos, qui ut quæsiti exhibentur, haberi quàm vi Problematis. Neque enim ideo quod opus Geometrice compono idem Geometrice resolvo. Ad datam primam & secundam construo seriem continue proportionalium εἰς ἄπειρον. At non ideo ex data prima, & quarta vel sexta exhibeo Geometricè secundam. Nec moveant in magnitudinibus per numeros asymmetros datis vel quæsitis repetita per griphos & soritas asymmetriæ symbola. Obscurum explicare per obscurius Matæotechnia est, præsertim cum adfectas potestates quascumque resolvendi methodum non minus feliciter quam puras Analytice nova in Scholas induxerit. Liceat autem fucum facere. Quid ni ego quoque mea bina Problemata Problemati Adriani, quo me brevius expediam, ἀντίστροφα ita solvero? Immo etiam ἀμφιβολίαν (quod in suo non præstitit Adrianus) designavero? *Propositum igitur esto*

PROBLEMA I.

Data magnitudine cui æquatur 3 N — 1 C, invenire 1 N.

I. 3 N — 1 C, æquetur $\sqrt{}$ 2. Dico 1 N esse radicem binomiæ 2 — $\sqrt{}$ 3.
Vel etiam, $\sqrt{}$ 2.

II. 3 N — 1 C, æquetur radici binomiæ $\frac{3}{2}$ — $\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$. Dico 1 N esse radicem trinomiæ $\frac{7}{4}$ — $\sqrt{}$ $\frac{5}{16}$ — rad. bin. $\frac{11}{8}$ + $\sqrt{}$ $\frac{45}{64}$.
Vel etiam, radicem binomiæ $\frac{3}{2}$ + $\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$.

III. 3 N — 1 C, æquetur radici binomiæ $\frac{3}{2}$ + $\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$. Dico 1 N esse radicem trinomiæ $\frac{7}{4}$ — $\sqrt{}$ $\frac{5}{16}$ + rad. bino. $\frac{11}{8}$ + $\sqrt{}$ $\frac{45}{64}$.
Vel etiam, rad. bino. $\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$ — $\frac{1}{2}$.

Sed 3 N — 1 C, æquetur 1. Ecquis vero 1 N primam, secundam-ve (est enim duplex) accurate construxerit?

PROBLEMA II.

Data magnitudine, cui æquatur 5 N — 5 C + 1 QC, invenire 1 N.

I. 5 N — 5 C + 1 QC, æquetur 2. Dico 1 N esse radicem binomiæ $\frac{3}{2}$ — $\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$.
Vel etiam dico 1 N esse 2.

II. 5 N — 5 C + 1 QC, æquetur 1. Dico 1 N esse radicem trinomiæ $\frac{9}{4}$ — $\sqrt{}$ $\frac{5}{16}$ — radice bino. $\frac{11}{8}$ + $\sqrt{}$ $\frac{45}{64}$.
Vel etiam 1 N esse radicem trinomiæ $\frac{9}{4}$ + $\sqrt{}$ $\frac{5}{16}$ + rad. binomia. $\frac{11}{8}$ — $\sqrt{}$ $\frac{5}{64}$.
Vel etiam, dico 1 N esse 1.

III. 5 N — 5 C + 1 QC, æquetur $\sqrt{}$ 2. Dico 1 N esse rad. bin. 2. — rad. bin. $\frac{5}{2}$ + $\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$.
Vel etiam dico 1 N esse rad. bin. 2 + rad. bin. $\frac{5}{2}$ + $\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$.
Vel denique dico 1 N esse rad. bin. 2 — rad. bin. $\sqrt{}$ $\frac{5}{4}$ — $\frac{1}{2}$.

 Sed

Sed 5 N − 5 C + 1 QC, æquetur radici binomiæ $\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}}$. Ecquis vero 1 N primam, ſecundam, tertiamve (eſt enim triplex) accurate conſtruxerit?

In æqualitate Adriani poſterior terminus ſit 2. Prior poteſt eſſe binomia $\sqrt{\frac{5}{4}} - \frac{1}{2}$. vel etiam 2.

CAPVT VI.

Eadem exempla eſſe ſoluta imperfecte.

SAne Problemata, quæ ἀμφίβολα ſunt, rejiciunt Logici ὡς ἐριστικὰ καὶ σοφιστικά. Quod ſi ea admittant Analyſtæ, ambiguitatem igitur ut explicent jure ab iis expoſcam. Propoſuero cuipiam 1 QC − 15 QQ + 85 C − 225 Q + 274 N, æquari 120. Et quæſivero quanta ſit 1 N, radixve propoſiti adfecti quadrato-cubi. Ille vero ſimpliciter reſponderit 1 N eſſe 1. Dixero geneſim & ſymptomata propoſitæ æquationis ignorare. Itaque non reſpondere πρὸς ἔπος, ἢ ἐντέχνως. Me enim quærere 2, 3, 4, vel 5, de quibus 1 N in eo themate eſt quoque explicabilis. Ut autem mea bina Problemata Problemati Romani ἀντίστροφα, ambigua ſunt, quandoquidem primum de duobus terminis poſſit explicari, ſecundum de tribus, ſic ajo Romani Problema de viginti tribus eſſe explicabile. E quibus cùm unum tantum exhibuerit vel in ſuis, quæ ipſemet ſibi imponit ſolvenda, thematis, haud ſcio an ipſemet ejus quam propoſuit æquationis geneſim & ſymptomata pernoverit. Exhibitus ab eo terminus eſto Authenta, Plagii, qui omiſſi ſunt, reliqui. Ecquis vero Plagios illos viginti duos ſive in primo ſive ſecundo tertiove exemplo accurate conſtruxerit?

CAPVT VII.

Exemplum exemplis Romani ſuperadditum & perfecte ſolutum.

SEd ne ſuſpicetur quiſpiam ideo à Romano fuiſſe præteritos duos illos & viginti, de quibus ſua poterant Problemata explicari, terminos, quod eos per vulgares radicum è radicibus in ſcala continue quadratorum περιπλοκὰς exprimi non patiebatur numerorum aſymmetria. En exemplis Romani imperfectè ſolutis exemplum non obſcurum ſuperaddo, & ex ipſius officina paratas quatuor ſolutiones accuratas profero.

Sit terminus poſterior $\sqrt{2}$.

SOLVTIO PRIMA. *Terminus prior eſt radix binomia* $2 + \sqrt{3}$.

SECVNDA. *Terminus prior eſt radix binomia* $2 +$ *radice binomia* $\frac{5}{8} + \sqrt{\frac{5}{4}}$.

TERTIA. *Terminus prior eſt radix binomia* $2 -$ *radice binomia* $\frac{5}{8} + \sqrt{\frac{5}{4}}$.

QVARTA. *Terminus prior eſt radix quadrinomia* $2 - \sqrt{\frac{3}{16}} - \sqrt{\frac{15}{16}} -$ *radice binomiæ* $\frac{5}{8} - \sqrt{\frac{5}{64}}$.

Aliam tetradem non diſſimilibus griphis parare otioſioribus licet. Quindecim vero reliquas ecquis ἀκριβῶς paraverit?

Eiſdem

Eicadem & triadem totam in numeris ſymmetris ultro exhibeo.

				PARTIVM.
Terminus poſterior datus.	141, 421,	356, 237, 309		Quadraginta quinq;.
Communis diviſor.	100, 000,	000, 000, 000		
¶ *Claſsicus terminus prior quaſitus.*	3, 490	681, 287, 456		Vnius.
Endecas inſuper terminorum una, de quibus ſingulis idem thema poteſt explicari.				
I.	31, 286	893,008,046	Quibus terminis ſimiles ſunt rectæ quæ in circulo ſubtenduntur duplo circumferentiarum.	Novem.
¶ II.	58, 474	340,944,547		Septendecim.
¶ III.	84, 523	652, 348, 139		Viginti quinque.
IV.	108, 927	807,003,005		Triginta trium.
¶ V.	131, 211	805, 798,101		Quadraginta unius.
¶ VI.	150, 941	916,044, 554		Quadraginta novem.
VII.	167, 734	113, 589, 085		Quinquaginta ſeptẽ.
¶ VIII.	181, 261	557, 407,329		Sexaginta quinque.
IX.	191, 260	951, 192, 607		Septuaginta trium.
X.	197, 537	668, 119,027		Octoginta unius.
¶ XI.	199, 969	539, 031, 270		Octoginta novem.
Endecas altera				PARTIVM.
I.	10, 467	191, 248,599		Trium.
¶ II.	38, 161	799,075,309	Quibus terminis ſimiles ſunt rectæ quæ in circulo ſubtenduntur duplo circumferentiarum.	Vndecim.
¶ III.	65, 113	630, 891, 431		Novendecim.
IV.	90,798	099,947.909		Viginti ſeptem.
¶ V.	114,715	287,270,209		Triginta quinque.
¶ VI.	136, 399	672,012,499		Quadraginta trium.
VII.	155,429	192, 291,-394		Quinquaginta unius.
¶ VIII.	171, 433	460,140,422		Quinquaginta novẽ.
¶ IX.	148, 100	970,690,488		Sexaginta ſeptem.
X.	193,185	165, 257, 813		Septuaginta quinq;.
¶ XI.	198, 509	230, 328, 264		Octoginta trium.

Poſita videlicet ſemidiametro 1. circumferentia vero tota circuli partium terceutũ ſexaginta.

 Sed

Sed & quis toto vitæ curriculo (nisi potestates adfectas resolvendi methodum edoctus) subtensas in prima vel secunda Endecade, ordini secundo, tertio, quinto, sexto, octavo, nono & undecimo præpositas, adeò veris, sicut & classicam, proximas, κατ' ἐπίβαλλον earum, quæ accurate construuntur, elicuerit?

CAPUT VIII.

Problematis Adrianici Constructio.

OMnino qui mea bina Problemata construet, Adriane Romane, idem construet & tua. Neque vero à themate, de quo specialiter quæsivisti, recedam.

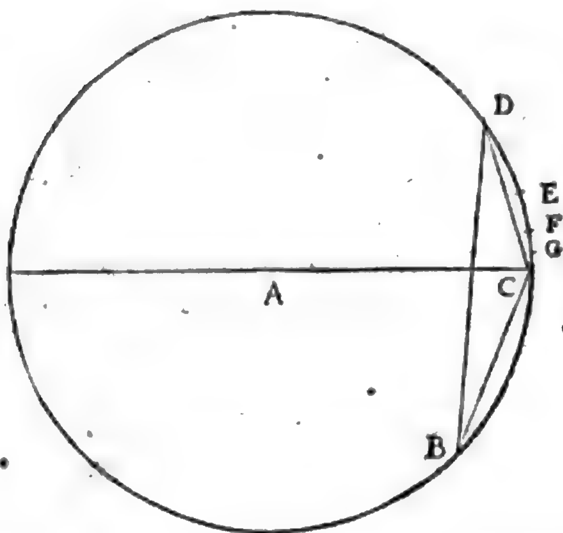
Proponatur 3 N — 1 C, æquari radici tuæ trinomiæ $\frac{7}{4}$ — √ $\frac{5}{16}$ — rad. binomia $\frac{15}{8}$ — √ $\frac{45}{64}$. Et fiat 1 N B.

Rursus, Proponatur 3 N — 1 C, æquari B. Et fiat 1 N D.

Rursus, Proponatur 5 N — 5 C + 1 QC, æquari D. Et fiat 1 N G.

Dico G magnitudinem esse quam quæris.

Sed etsi me ita balbutientem intelligant Algebristæ, nolim tamen à Geometris nostris mihi objici τὸ ὃ μανθάνομεν. Itaque sub A centro intervallo quocumque describatur circulus, in quo sumantur circumferentiæ BC, BD. Illa circumferentia decagoni, hæc hexagoni. Atque harum differentia CD secetur trifariam, & sit triens CE. Et rursus circumferentia CE secetur trifariam, & sit triens CF. Circumferentia denique CF secetur quintufariam, & sit quinta pars CG, atque adeo quadragesima quinta pars totius circumferentiæ sit CE. Et subtendantur CD, CG.



Dico posita semidiametro AC 1. rectam CD esse radicem trinomiæ Adriani $\frac{7}{4}$ — $\frac{5}{16}$ — radice binomiæ $\frac{15}{8}$ — √ $\frac{45}{64}$. Inter CD vero & CG rectas eam esse æqualitatem quam designavit Adrianus. Itaque rectam CG esse αὐθέντην classicumve priorem de quo quærit terminum. In primo autem suo themate adsumpserat circumferentiam CD partium CVIII, scrupulorum XLV. In secundo (si bene locum ex sui sententia restituo) partium LXXVIII, scrup. primorum XI, secundorum XV. In tertio partium CXXXV. Itaque fit CG in themate primo partium III, scrup. XLV. In secundo partium I, scrupulorum primorum LII, secundorum XXX. In tertio partium III. Quibus circumferentiis, quoniam ex Geometrice aliunde construuntur, latera subtensa exhibentur accurate.

Quid igitur quærit à Geometris Adrianus Romanus?

Datum angulum trifariam secare.

Datum angulum quintufariam secare.

Quid ab Analystis?

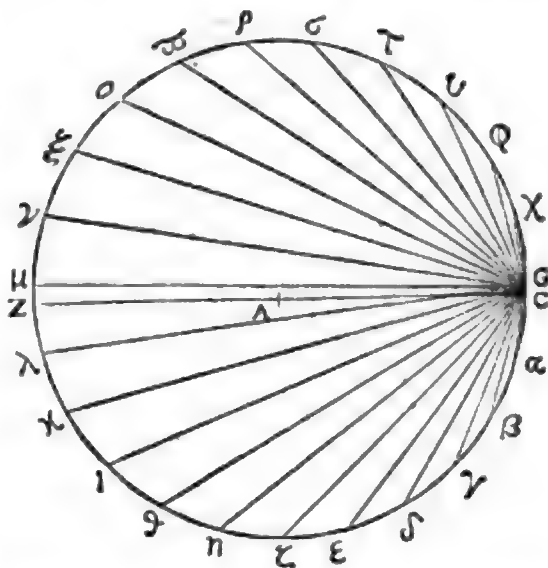
Datum solidum sub latere & dato coëfficiente plano adfectum, multa cubi, resolvere.

Datum

Datum quadrato-cubum adfectum; adjunctione quidem plano-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-plano; multa vero plano-solidi sub cubo & dato coëfficiente plano, resolvere.

Hæc autem in opere restitutæ Analyseos Mathematicæ abunde tractata & exposita sunt. Quare quærenti Adriano licet sive in Geometricis sive in Arithmeticis satisfacere. Adscito nempe eo, quod ad supplementum Geometriæ inducendum fuit, postulato dabitur in exposito diagrammate circumferentia C F. Et eodem opere ἐναλλὰξ duplicato dabitur circumferentia GC, atque adeo recta quæ ei subtenditur. In numeris, qualium semidiameter AC 1. talium recta CG quæsita fit $\frac{930,839}{100,000,000}$.

Dato autem termino authenta, seu classico, dantur reliqui viginti duo plagii, Undecim si placet, ad alam sinistram classici. Undecim ad dextram utpote hac methodo. Quoniam in circulo cujus diameter ZAC data circumferentia CD imperata est secari quadragequintufariam, Quod opus duplici continua trisectione, ac una demum quintusectione est absolutum, Itaque data est CG quadragesima quinta pars datæ CD. Producatur GC in α posita Gα æquali quadragesimæ quintæ parti circumferentiæ totius circuli. Supersunt igitur in circumferentia tota quadraginta quatuor quadragesimæ quintæ. Itaque à puncto α progrediendo εἰς ἑπόμενα ad punctum G sumantur circumferentiæ viginti duo æquales, quarum ideo unaquæque sit duabus quadragesimis quintis æqualis. Et sunto αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζη, ηϑ, ϑι, ικ, κλ, λμ, μν, νξ, ξο, οπ, πρ, ρσ, στ, τυ, υφ, φχ, χG. Et puncta quidem undecim α, β, γ, δ, ε, ζ, η, ϑ, ι, κ, λ consistent in unius semicirculi circumferentia. Reliqua vero μ, ν, ξ, ο, π, ρ, σ, τ, υ, φ, χ in circumferentia semicirculi reliqui. Subtendantur in priore semi-circulo Cα, Cβ, Cγ, Cδ, Cε, Cζ, Cη, Cϑ, Cι, Cκ, Cλ. Æque subtendantur in posteriore Cχ, Cφ, Cυ, Cτ, Cσ, Cρ, Cπ, Cο, Cξ, Cν, Cμ. Dico subtensas illas esse binos undenos, de quibus monui, terminos.



Id est, dico de iis singulis propositum à Romano quadragequintusectionis Problema, quod tam varium & ambiguum non sensisse arguunt ea, quæ tanquam soluta protulit, exempla, posse in ea de qua specialiter quærit hypothesi, non aliter quam de primum exhibita CG, explicari.

				PARTIVM.	SCRVP.
In numeris qualium AC	100,000	000		XC.	∴
Talium data CA sit ἰσγιστα	41,582	338		XII.	∴
Classica CG quæsita	930	839	*Qualium*	∴	XVI.
Reliquarum Endecas prima			*autem*	III.	XLIV.
Cα	13,022	572			
Cβ	40,671	389	*tota cir-*	XI.	XLIV.
Cγ	67,528	585	*culi cir-*	XIX.	XLIV.
Cδ	63,071	414	*cumfe- rentia est*	XXVII.	XLIV.
Cϵ	116,802	731	*partium*	XXXV.	XLIV.
Cζ	136,260	439	*IIICLX. talium ipsa,*	XLIII.	XLIV.
Cη	157,027	354	*quæ à re-*	LI.	XLIV.
Cϑ	172,737	783	*ctis designa- tis subten-*	LIX.	XLIV.
Cι	185,086	061	*duntur, cir-*	LXVII.	XLIV.
Cκ	193,831	852	*cumferen- tiæ semis-*	LXXV.	XLIV.
Cλ	198,849	238	*ses sunt*	LXXXIII.	XLIV.
Endecas altera.					
Cχ	28,756	098		VIII.	XVI.
Cφ	56,021	654		XVI.	XVI.
Cυ	82,196	811		XXIV.	XVI.
Cτ	106,772	100		XXXII.	XVI.
Cσ	129,269	199		XL.	XVI.
Cρ	149,250	207		XXVIII.	XVI.
Cϖ	166,326	235		LVI.	XVI.
Co	180,164	914		LXIV.	XVI.
Cξ	190,496	888		LXXII.	XVI.
Cν	197,121	055		LXXX.	XVI.
Cμ	199,908	485		LXXXVIII.	XVI.

CAPVT IX.

Ratio constructionis.

RAtionem constructionis edocet Analyticus angularium sectionum primus, seu catholicus, in quo ordinata sunt Theoremata hæc.

E duobus angulis acutis trianguli, is qui continetur abs hypotenusa & base acuti nomen retineto. Alter qui continetur abs hypotenusa & perpendiculo, esto reliquus è recto.

THEO-

THEOREMA I.

Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus, differat ab angulo acuto secundi, per acutum tertii, & sit excessus penes primum, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, fit similis rectangulo sub hypotenusis primi & secundi.

Perpendiculum, simile rectangulo sub perpendiculo primi & base secundi, minus rectangulo sub perpendiculo secundi & base primi.

Basis, rectangulo sub basibus primi & secundi, plus rectangulo sub perpendiculis eorundem.

Sit trianguli primi perpendiculum B. Basis D.
Secundi perpendiculum F. Basis G.
Tertii perpendiculum erit simile G in B — F in D. Basis G in D + F in B.

Sit trianguli primi perpendiculum 1. basis 2.
Secundi perpendiculum 1. basis 3.
Trianguli tertio similis sit perpendiculum 1. basis 7.

THEOREMA II.

Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus adjunctus angulo acuto secundi, æquet acutum tertii, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, fit similis rectangulo sub hypotenusis primi & secundi.

Perpendiculum, simile rectangulo sub perpendiculo primi & base secundi, plus rectangulo sub perpendiculo secundi & base primi.

Basis, rectangulo sub basibus primi & secundi, minus rectangulo sub perpendiculis eorundem.

Sit trianguli primi perpendiculum B. Basis D.
Secundi perpendiculum F. Basis G.
Tertii perpendiculum erit simile F in D + B in G. Basis G in D — F in B.

Sit trianguli primi perpendiculum 1. basis 7.
Secundi perpendiculum 1. basis 3.
Trianguli tertio similis perpendiculum erit 1. basis 2.

Atque hæc duo priora Theoremata fundamenta sunt omnis doctrinæ angularium sectionum.

THEOREMA III.

Cujus inventi lætitia adfectus, ô Diva Melusinis, tibi oves centum pro una Pythagoræa immolavi.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi, sit sub multiplus ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa fit similis potestati conditionariæ hypotenusæ primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ; quadratum videlicet in ratione dupla; cubus in tripla; quadrato-quadratum in quadrupla; quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenusæ congruentium, efficitur à base & perpendiculo primi ut binomia radice, potestas æque

alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendiculum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato hypotenusæ primi, seu aliter adgregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendiculum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusa secundi fit similis cubo hypotenusæ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculi primi & base ejusdem; perpendiculum simile solido ter sub perpendiculo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculi.

In ratione quadrupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusæ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculi; perpendiculum simile plano-plano quater sub perpendiculo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculi primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-cubo hypotenusæ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendiculo primi & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendiculum plano solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculi primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculi & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Trianguli rectanguli de angulo acuto enunciandi proponatur hypotenusa Z, basis D, perpendiculum B. Et oporteat constituere triangula rectangula anguli dupli, tripli, quadrupli, quintupli, &c.

Ad triangulum anguli dupli fit hypotenusa similis Z quadrato. Basis D quadrato, minus B quadrato. Perpendiculum B in D 2.

Ad triangulum anguli tripli fit hypotenusa similis Z cubo. Basis D cubo — B quadr. in D 3. Perpendiculum B in D quad. 3 — B cubo.

Ad triangulum anguli quadrupli fit hypotenusa similis Z quad.-quad. Basis D quadr.-quad. — B quadr. in D quadr. 6 + B quad.-quad. Perpendiculum B in D cub. 4 — B cubo in D 4.

Ad triangulum anguli quintupli fit hypotenusa similis Z quadr.-cubo. Basis D quadr.-cubo — B quad. in D cub. 10 + B quad.-quad. in D 5. Perpendiculum B in D quadr-quad. 5 — B cub. in D quad 10 + B quad.-cubo.

Proponatur triangulum rectangulum cujus basis 10. perpendiculum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplus.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendiculum 20.
Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendiculum 299.
Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendiculum 3960.
Ad triangulum anguli quintupli, statuetur basis 90050. perpendiculum 49001.

Et cum angulus acutus primi trianguli deprehendetur esse.

	PAR.	SCRVP.	SEC.
	5	42	38
Erit angulus acutus secundi	11	25	16
tertii	17	7	54
quarti	22	50	32
quinti	28	33	10.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multiplum esse obtusum, eoque casu nihilominus excessus factorum adsignabitur lateri, & angulus subtensus intelligetur exterior multipli.

ALITER.

ALITER.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendiculum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendiculum, ut tertia, minus prima ad secundam bis.

In tertio, ut quarta, minus secunda ter, ad tertiam ter, minus prima.

In quarto, ut quinta, minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava, minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

Et ita in infinitum, distributis successive in duas partes proportionalibus, secundum earum seriem, utrobique primum adfirmatis deinde negatis, & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus eæ addicuntur, exigit.

THEOREMA IV.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenusæ, quorum primi angulus acutus sit in submultipla ratione ad angulos acutos succedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet secundi sit subduplus, tertii subtriplus, quarti subquadruplus, & eo continuo ordine: construatur autem series linearum rectarum continue proportionalium, quarum prima sit æqualis semihypotenusæ, secunda basi trianguli primi, inter succedentes continue proportionales & succedentium triangulorum bases, hæc erit æqualitas.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis basi trianguli secundi.

Quarta, minus secunda ter, basi trianguli tertii.

Quinta, minus tertia quater, plus prima bis, basi trianguli quarti.

Sexta, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies, basi trianguli quinti.

Septima, minus quinta sexies, plus tertia novies, minus prima bis, basi trianguli sexti.

Octava, minus sexta septies, plus quarta quaterdecies, minus secunda septies, basi trianguli septimi.

Nona, minus septima octies, plus quinta vicies, minus tertia sedecies, plus prima bis, basi trianguli octavi.

Decima, minus octava novies, plus sexta vicies septies, minus quarta tricies, plus secunda novies, basi trianguli noni.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova adfectio succe-

ſuccedat, adfirmatæ videlicet negata, negatæ adfirmata: ac proportionales illæ ſint ſemper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in ſecunda per numeros triangulos, in tertia per numeros quos vocant pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, in quinta per numeros triangulo-pyramidales, non quidem ab unitate ut in poteſtatum geneſi, ſed à binario ſuum ducentes incrementum.

In notis ſit prima continue proportionalium 1, eademque triangulorum rectangulorum ſemihypotenuſa.

Secunda vero continue proportionalium 1 N, quæ intelligitur baſis trianguli ad angulum pertinentis ſubmultiplum. Erit

1 Q − 2	*Baſis anguli*	*Dupli.*
1 C − 3 N		*Tripli.*
1 QQ − 4 Q + 2		*Quadrupli.*
1 QC − 5 C + 5 N		*Quintupli.*
1 CC − 6 QQ + 9 Q − 2		*Sextupli.*
1 QQC − 7 QC + 14 C − 7 N		*Septupli.*
1 QCC − 8 CC + 20 QQ − 16 Q + 2		*Octupli.*
1 CCC − 9 QQC + 27 QC − 30 C + 9 N		*Noncupli.*

Et eo in infinitum continuando ordine, adſcita ſi placet numerorum continue triangulorum à binario ſuum ducentium incrementum tabella.

THEOREMA V.

Si fuerint triangula rectangula æqualis hypotenuſæ, quorum primi angulus acutus ſit in ſubmultipla ratione ad angulos acutos ſuccedentium ordine triangulorum, ad acutum videlicet ſecundi ſubduplus, tertii ſubtriplus, quarti ſubquadruplus, & eo continuo ordine; conſtruatur autem ſeries linearum rectarum continue proportionalium, quarum prima ſit æqualis ſemi-hypotenuſæ, ſecunda perpendiculo trianguli primi, inter ſuccedentes continue proportionales & ſuccedentium triangulorum baſes ac perpendicula, hæc erit æqualitas.

Prima bis, minus tertia continue proportionalium, erit æqualis baſi trianguli ſecundi.

Secunda ter, minus quarta, perpendiculo trianguli tertii.

Prima bis, minus tertia quater, plus quinta, baſi trianguli quarti.

Secunda quinquies, minus quarta quinquies, plus ſexta, perpendiculo trianguli quinti.

Prima bis, minus tertia novies, plus quinta ſexies, minus ſeptima, baſi trianguli ſexti.

Secunda ſepties, minus quarta quaterdecies, plus ſexta ſepties, minus octava, perpendiculo trianguli ſeptimi.

Prima bis, minus tertia ſedecies, plus quinta vicies, minus ſeptima octies, plus nona, baſi trianguli octavi.

Secunda novies, minus quinta tricies, plus ſexta vicies ſepties, minus octava novies, plus decima, perpendiculo trianguli noni.

Et ita in infinitum, inverſo eo, qui in antecedente Theoremate expoſitus eſt, ordine.

In notis, Sit prima continue proportionalium 1. eademque communis triangulorum rectangulorum ſemihypotenuſa.

Secunda

Secunda vero continue proportionalium 1 N. eademque intelligitor perpendiculum trianguli ad angulum pertinentis submultiplum.

2 — 1 Q	*Æquabitur*	*Basi*	*Anguli*	*Dupli.*
3 N — 1 C		*Perp.*		*Tripli.*
2 — 4 Q + 1 QQ		*Basi*		*Quadrupli.*
5 N — 5 C + 1 QC		*Perp.*		*Quintupli.*
2 — 9 Q + 6 QQ — 1 CC		*Basi*		*Sextupli.*
7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC		*Perp.*		*Septupli.*
2 — 16 Q + 20 QQ — 8 CC + 1 QCC		*Basi*		*Octupli.*
9 N — 30 C + 27 QC — 9 QQC + 1 CCC		*Perp.*		*Noncupli.*

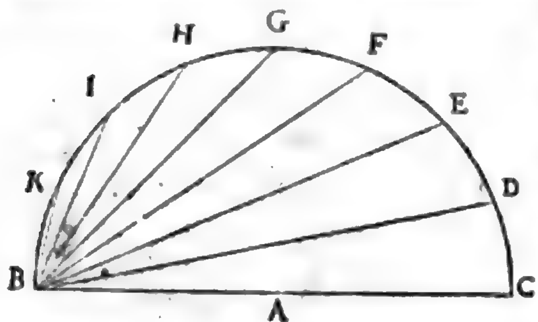
Et eo infinitum continuando ordine, adscita si placet numerorum continue triangulorum suum à binario ducentium incrementum tabella.

Sic potestas rationis quadrage-quintuplæ, adfecta prostaphæretice eo progressu, & adplicata una cum homogeneis sub gradibus ad congruas unitatis epanaphoras, æqualis est basi ejus trianguli cujus angulus acutus ad acutum primi est quadrage-quintuplus. Progressui autem illi consentit is quem è tabella emendicatum designavit in suo Problemate Adrianus Romanus.

COROLLARIUM I.

Ex his manifesta fit progressio linearum rectarum quæ circumferentiis circuli subtenduntur.

In circulo cujus A centrum, diameter BAC, sumantur circumferentiæ æquales CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, & subtendantur BD, BE BF, BG, BH, BI, BK. Subtensæ igitur illę sunt bases triangulorum rectangulorum, quorum hypotenusa communis est diameter BC, & ad angulum acutum DBC duplus est angulus acutus E B C, triplus F B C, quadruplus GBC, quintuplus HBC, & eo continuo ordine.



Construantur autem continue proportionales lineæ rectæ, quarum prima sit ipsi semidiametro AC æqualis, secunda ipsi BD.

Tertia continue proportionalium minus prima bis, æqualis erit ipsi BE.

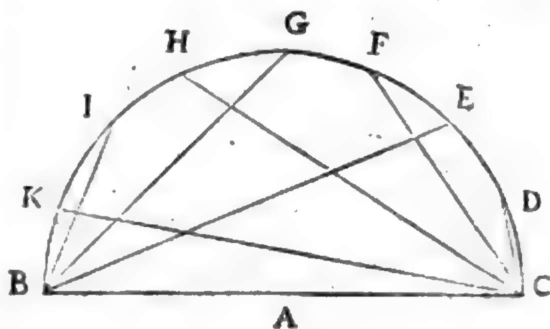
Quarta minus secunda ter, æqualis ipsi BF. Et reliquæ, ut est ordinatum primo ad resolutiones Theoremate.

Sit AC seu Prima		100,000,000,000,000.
BD seu Secunda		196,000,000,000,000.
Erit	*Tertia*	384,160,000,000.000.
	Quarta	752,953,600.000, 000.
	Quinta	1,475.789.056,000.000.
	Sexta	2,861.546,549.760,000.
	Septima	5,669,392 237.529,600.
	Octava	11,112,006,825,558,016.

					Part.	Scrup.	Sec.
Itaque erit recta	BE	184,160,000,000,000.	*Ipsa vero circũferentia semisses.*	CD.	XI.	XXVIII.	XLII.
	BF	164,953,600,000,000.		CE.	XXII.	LVII.	XXIV.
	BG	139,159.056,000,000.		CF.	XXXIV.	XXVI.	VI.
	BH	107,778,549,760,000.		CG.	XLV.	LIV.	XLVIII.
	BI	72,098,901,529,600.		CH.	LVII.	XXIII.	XXX.
	BK	33,531,337,238,016.		CI.	LXVIII.	LII.	XII.
				CK	LXXX.	XX.	LIV.

 Rur-

Rursus in circulo cujus A centrum, diameter BC, sumantur circumferentiæ æquales CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, & subtendantur CD, BE, CF, BG, CH, BI, CK. Construantur autem continue proportionales lineæ rectæ, quarum prima sit ipsi semidiametro AC æqualis, secunda ipsi CD. Erit prima bis continue proportionalium, minus tertia æqualis ipsi BE.



Secunda ter minus quarta æqualis CF, & reliquæ, ut est ordinatum in secundo ad resolutiones Theoremate.

Sit AC seu Prima		100,000,000.
CD seu Secunda		20,000,000.
Erit	*Tertia*	4,000,000.
	Quarta	800,000.
	Quinta	160,000.
	Sexta	32,000.
	Septima	6,400.
	Octava	1,280.

					Part.	Scrup.	Sec.
			Ipsæ	CD	V.	XLIV.	XX.
Itaque erit recta	BE	196,000,000.	*vero*	CE	XI.	XXVIII.	XL.
	CF	59,200,000.	*circū-*	CF	XVII.	XIII.	∴
	BG	184,160,000.	*feren-*	CG	XXII.	LVII.	XX.
	GH	96,032,000.	*tiæ*	CH	XXXVIII.	XLI.	XL.
	BI	164,953,600.	*semis-*	CI	XXXIV.	XXVI.	∴
	CK	129,022,720.	*ses.*	CK	XL.	X.	XX.

COROLLARIUM II.

Quoniam autem eadem recta circulo inscripta non diameter duabus circumferentiis subtenditur, quarum una minor est semicircumferentia circuli, altera major. Æqualitas inter subtensam minori majorive, & subtensam segmento minoris pertinebit ad subtensam quoque simili segmento majoris, & ad subtensas denique reliquis circumferentiis quæ æque multiplices majorem minorem-ve in circulationibus component.

Atque hinc Theorematia hæc.

Statuitor X sinus totus. B vero sinus duplus anguli subsecandi. Et esto E sinus duplus segmenti.

THEOREMATION I.

X quadratum in E 3 — E cubo, æquatur X quadrato in B. Et fit E duplex. j sinus duplus anguli subtripli. ij sinus duplus differentiæ inter angulum subtriplum & trientem duorum rectorum.

In notis 3 N — 1 C, *æquetur* √ 2. *Quoniam posito* 1 *sinu toto, fit* √ 2 *sinus duplus anguli partium XLV, ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium XV, vel etiam est sinus duplus anguli partium XLV. Erit igitur* 1 N *radix binomia* 2 — √ 2. *Vel etiam* √ 2.

3 N — 1 C, *æquetur* 1. *Quoniam posito* 1 *sinu toto; fit* 1 *sinus duplus anguli partium XXX, ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium X, vel etiam est sinus duplus anguli partium L.*

Erit

Erit igitur 1 N $\frac{34,729,635,533,396}{100,000,000,000,000}$.

Vel etiam $\frac{153,208,888,623,795}{100,000,000,000,000}$.

THEOREMATION II.

X quadr.-quadr. in E 5 — X quadr. in E cub. 5 + E quadr.-cubo, æquatur X quad.-quad. in B. Et sit triplex. j. Sinus duplus anguli subquintupli. ij. Sinus duplus differentiæ inter angulum subquintuplum & quintam partem duorum rectorum. iij. Sinus duplus anguli compositi ex angulo sub-quintuplo, & quinta parte quatuor rectorum. Neque enim compositus ille rectum excedit.

5 N — 5 C + 1 QC, *æquetur* 1. *Quoniam posito* 1 *sinu toto, fit* 1 *sinus duplus anguli partium XXX. Ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium VI. vel sinus duplus anguli partium XXX. Vel etiam sinus duplus anguli partium LXXVIII.*

Erit igitur 1 N *radix trinomiæ* $\frac{9}{4} - \sqrt{\frac{5}{16}}$ — *radice binomiæ* $\frac{15}{8} + \sqrt{\frac{45}{64}}$.

Vel 1.

Vel etiam radix trinomiæ $\frac{9}{4} + \sqrt{\frac{5}{16}}$ + *radice binomiæ* $\frac{15}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}$.

5 N — 5 C + 1 Q C, *æquetur* $\frac{68,404,028,665,134}{100,000,000,000,000}$. *Quoniam posito* 1 *sinu toto, datum homogeneum propositæ æqualitatis fit sinus duplus anguli partium XX. Ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium IV.*

Vel sinus duplus anguli partium XXXII.

Vel etiam sinus duplus anguli partium LXXVI.

Erit igitur 1 N $\frac{13,951,294,748,825}{100,000,000,000,000}$.

Vel $\frac{105,983,852,846,641}{100,000,000,000,000}$.

Vel etiam $\frac{194,059,145,255,109}{100,000,000,000,000}$.

THEOREMATION III.

X cubo-cubus in E 7 — X quad.-quad. in E cub. 14 + X quadr. in E quadr.-cub. 7 — E quad.-quad.-cubo, æquabitur X cubo-cubo in B. Et sit E quadruplex. j. Sinus duplus anguli subseptupli. ij. Sinus duplus differentiæ inter angulum subseptuplum & septimam partem duorum rectorum. iij. Sinus duplus anguli compositi ex subseptuplo & septima parte quatuor rectorum. iiij. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta & septima quoque parte quatuor rectorum.

7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC, *æquetur* 1. *Quoniam posito* 1 *sinu toto, fit* 1 *sinus duplus anguli partium XXX. Ideo* 1 N *est sinus duplus anguli partium IV, cum duabus septimis partis unius. Vel sinus duplus anguli partium XXI, cum tribus septimis. Vel sinus duplus anguli partium LV, cum quinque septimis. Vel denique anguli partium LXXII, una cum sex septimis partis unius.*

Et si 7 N — 14 C + 7 QC — 1 QQC, *æquetur* 2. *Quoniam* 2 *est sinus duplus anguli recti, fit* 1 N *sinus duplus anguli partium XII, cum sex septimis. Vel sinus duplus anguli partium LXIV, cum duabus septimis.*

Erit igitur 1 N $\frac{44\,504\,18680}{100\,000\,000\,00}$. *Latus tesseræ-decagoni.*

Vel etiam $\frac{180\,193\,77358}{100\,000\,000\,00}$. *Recta cujus quadratum quadrato lateris heptagoni adjunctum, æquatur quadrato diametri.*

Quæ

Quæ Theorematia licet in infinitum eadem methodo extendere. & pertinebit vigesimum secundum ad æqualitatem expositam quadrage-quintusectionis de viginti tribus terminis explicabilem, quorum primus est

Sinus duplus anguli subquadragequintupli.

II. Sinus duplus differentiæ inter angulum subquadragequintuplum, & quadragesimam quintam partem duorum rectorum.

III. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & quadragesima quinta parte quatuor rectorum.

IV. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & quadragesima quinta quoque parte quatuor rectorum. Est autem quadragesima illa quinta pars partium octo, quæ angulo subquadragequintuplo cuivis, ac differentiæ inter eundem, & quadragesimam quintam partem duorum rectorum, id est partes quatuor, potest addi uni undecies, alteri decies, nec compositus angulus rectum excedit. Itaque fit Terminus.

V. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XVI.

VI. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XVI.

VII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XXIV.

VIII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XXIV.

IX. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XXXII.

X. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XXXII.

XI. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XL.

XII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XL.

XIII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus XLVIII.

XIV. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque XLVIII.

XV. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LVI.

XVI. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LVI.

XVII. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXIV.

XVIII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXIV.

XIX. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXXII.

XX. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXXII.

XXI. Sinus duplus anguli compositi ex angulo subquadragequintuplo, & partibus LXXX.

XXII. Sinus duplus anguli compositi ex differentia prædicta, & partibus quoque LXXX.

XXIII. Sinus duplus anguli compositi ex partibus LXXXVIII angulo subquadragequintuplo, vel ejus à partibus IV differentia. propter hanc enim vel illam additionem partes LXXXIV recti anguli amplitudinem non excedent.

Atque hic ad Romani Problema Responsum explicitum esto.

AUCTA

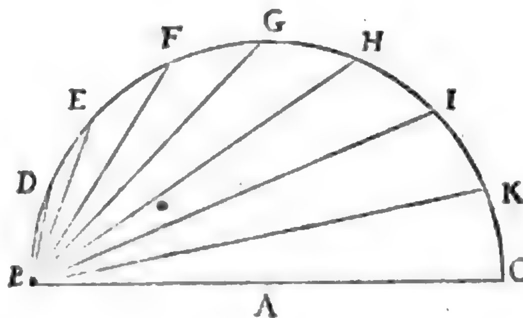
AUCTARIUM.



Ddatur, ad justam progressionis linearum rectarum, quæ circumferentiis circuli subtenduntur, doctrinam, hoc quod sequitur

THEOREMA.

Si secetur semi-circumferentia circuli in partes quotcunque æquales, & ab extremo diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta: erit ut minima educta ad diametrum, ita composita ex diametro, & minima, & ea insuper, cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compositam ex omnibus eductis duplam.



Sit circulus sub A centro, diametro B C descriptus. Secetur autem circumferentia B C in partes quotcunque æquales, & sint illæ BD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, KC, & subtendantur BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK. Est igitur BK æqualis subtensæ DC, cujus quadratum adjunctum quadrato ex DB æquale est quadrato ex BC. Dico esse ut BD ad BC, ita compositam ex BC, BD, BK seu DC ad compositam ex omnibus duplam, videlicet compositam duplam ex B D, B E, B F, BG, B H, B I, B K, B C, ut hæc abunde demonstrata sunt & exposita in Analyticis angularium sectionum.

Est conditus canon sinuum per singula sexagesima scrupula partium quadrantis circuli in particulis qualium totus adsumitur 100, 000, 000. Quærit aliquis summam omnium sinuum singulis scrupulis congruentium. Quoniam igitur est ut sinus unius scrupuli ad sinum totum, ita sinus unius scrupuli, sinus complementi, & sinus totus ad sinum totum, prosinum complementi, & transsinuosam complementi: Addat Logista transsinuosam complementi unius scrupuli suo congruenti prosinui, & insuper sinui toto, & conflabitur duplum summa quæsita. Transsinuosas videlicet voco hypotenusas quas suppeditat canon fœcundissimus, Prosinus latera circa rectum quæ canon fœcundus.

Transsinuosa igitur complementi unius scrupuli numeratur	343, 774, 681, 923
Prosinus vero,	343, 774, 667, 379
His addatur sinus totus:	100, 000, 000
Summa fit	687, 649, 349, 302.

Est igitur 343, 824. 674, 651 summa omnium sinuum scrupulorum quadrantis, ipso sinu toto XC partium numerato, tam accurata quam patitur in ea hypothesi linearum symmetria.

Novis autem canonistis sui placent errores calculi. Itaque de sua falsa taxatione prosinuum & transsinuosarum moniti non resipiscunt. Sed qui anno 1579 fuit editus infeliciter canon meus Mathematicus, is cura secunda recognitus majorem fortassis apud eos obtinebit auctoritatem.

PORRO ad exercendum non cruciandum ſtudioſorum ingenia PROBLEMA hujuſmodi conſtruendum ſubjicio.

Datis tribus circulis, quartum circulum eos contingentem deſcribere.

Propoſuit enim Apollonius in libris περὶ ἐπαφῶν, ſed illi periere injuria temporis. Si autem non ferat ſuos Apollonios Belgium, feret Gallia.

Non dubito quin Algebriſtæ idipſum in formulam δεδομένων conceptum abſolvent, ut pote,

Datis ſemidiametris ſingulis trium quorumlibet circulorum, una cum centrorum diſtantia, ſemidiameter quarti circuli eos contingentis, ac ſui centri à reliquis centris diſtantia, erit data.

Sed quæ Problemata Algebrice abſolvit Regiomontanus, is ſe non poſſe aliquando Geometrice conſtruere fatetur. An non ideo quia Algebra fuit hactenus tractata impure? Novam amplectimini φιλομαθεῖς, valete, & æqui bonique conſulite.

FINIS.



FRAN-



FRANCISCI VIETÆ
APOLLONIVS GALLVS.

Seu,

EXSUSCITATA APOLLONII PERGÆI ΠΕΡῚ ἘΠΑΦΩ͂Ν GEOMETRIA.

Ad V. C.

ADRIANUM ROMANUM Belgam.

PRoblema Apollonii de describendo circulo, quem tres dati contingant (clarissime Adriane) Geometrica ratione construendum proposui φιλομαθέσι, non Mechanica. Dum itaque circulum per hyperbolas tangis, rem acu non tangis. Neque enim hyperbolæ describuntur in Geometricis κατ' ἐπιστημονικὸν λόγον. Duplicavit cubum per parabolas Menechmus, per conchoidas Nicomedes, an igitur duplicatus est Geometrice cubus? Quadravit circulum per volutam inordinatam Dinostratus, per ordinatam Archimedes, an igitur Geometrice quadratus est circulus? Id vero nemo pronunciabit Geometra. Reclamaret Euclides, & tota Euclideorum schola. Ergo clarissime Adriane, ac si placet Apolloni Belga, quoniam Problema quod proposui planum est, tu vero ceu solidum explicasti, neque ideo occursum hyperbolarum, quem ad factionem tuam adsumis, firmasti, neque etiamnum potes firmare, quoniam revera si asymptoti fuerint parallelæ, erit irritus labor, & alioqui conicas sectiones in plano describere semper veriti sunt antiqui, missas fac lineas mixtas, & jam ab Apollonio ad ripas Oceani Aquitanici exsuscitato ultro accipe τεχνικὴν καὶ ἐπιστημονικὴν χειρουργίαν.

Apollonii Pergæi Problemata περὶ ἐπαφῶν ad decem contraxit Pappus Alexandrinus, quæ ideo singula persequar eo, qui convenientior videbitur, ordine.

PROBLEMA I.

DAtis tribus punctis per eadem circulum describere: oportet autem data puncta non existere tria in eadem linea recta.

Sint data tria puncta A,B,C. Oportet per puncta A,B, C circulum describere. Jungantur puncta A, B, C. Et quoniam non existunt in eadem linea recta ex cautione adjecta Problemati, ideo triangulum fit, cujus apices erunt ipsa A, B, C puncta. Itaque circa triangulum A B C describatur circulus. Id enim docent Elementa. Per puncta igitur A, B, C descriptus est circulus ABC. Quod faciendum erat.

Lemma ad id quod sequitur.

Sit triangulum A B C, secetur autem crus A B in D, ita ut quod fit sub A B, A D æquale sit quadrato cruris AC, & per puncta D, B, C describatur circulus. Ajo circulum DBC tangi à recta A C.

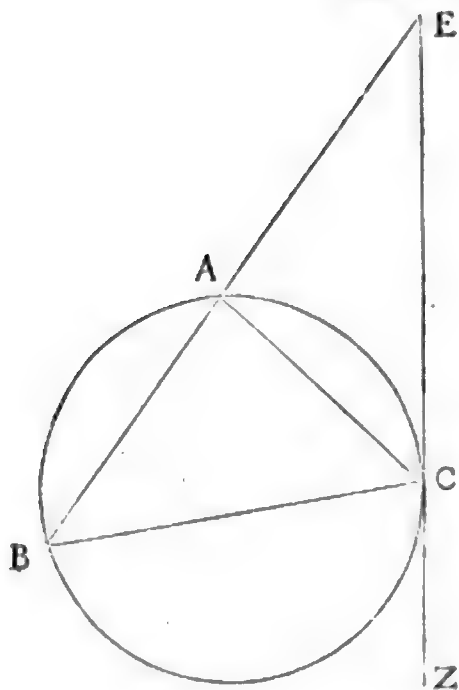
Si enim fieri possit, circulus non tangatur à recta A C. igitur ab ea secabitur. Sectio autem erit in duobus punctis. sit alterum punctum E. Quod fit igitur sub A D, A B erit æquale ei quod fit sub A C, A E. Hoc autem est absurdum, cum æquetur ipsum quadrato A C ex constructione, A C vero & A E proponuntur inæquales. Recta igitur A C circulum A B C non secabit, sed tanget. Quod erat ostendendum.

PROBLEMA II.

Datis duobus punctis, & linea recta, per data puncta circulum describere, quem data linea recta contingat.

Sint data duo puncta A, B, & data quoque linea recta C Z. Oportet per A, B puncta, circulum describere, quem linea recta C Z contingat. Jungantur A, B. Si igitur A B fuerit ipsi C Z parallela, secabitur A B bifariam, & ad rectos angulos in puncto D à recta secante C Z in C, & cum per puncta A, B, C describetur circulus, quoniam recta C Z ipsi A B est parallela, recta quoque C Z secabitur à D C ad rectos angulos in C. Itaque circulus A B C tangetur à recta C Z, in ipso C puncto.

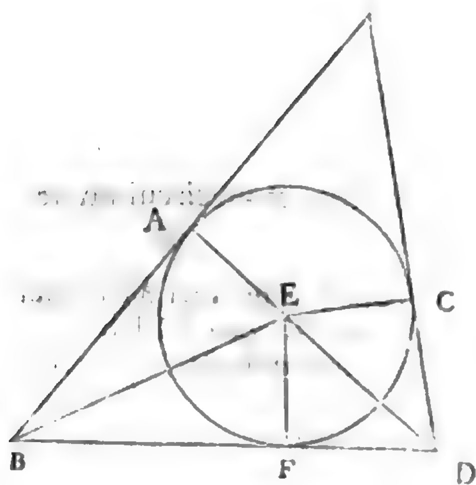
Quod



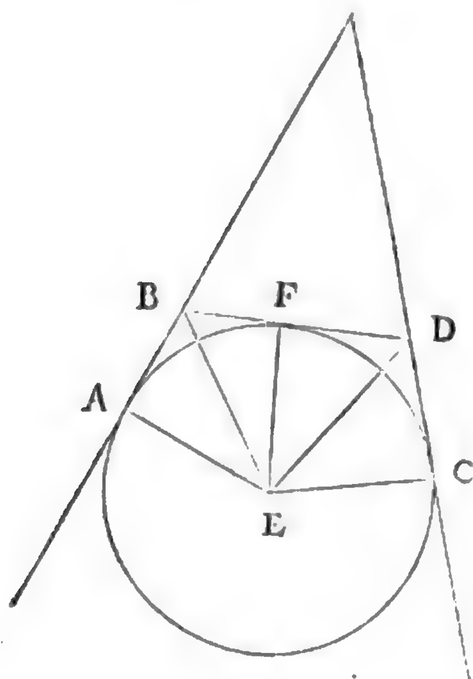
Quod si non fuerit A B ipsi C Z parallela, conveniant ambæ in E, secetur autem E Z in C, ita ut quod fit sub E B, E A æquale sit quadrato ipsius E C, & per puncta A, B, C describatur circulus. Igitur tangetur à recta E C Z per expositum Lemma. Ergo quocunque casu describitur per puncta A, B circulus A B C quem recta C Z in ipso C puncto contingit. Quod erat faciendum.

PROBLEMA III.

Datis tribus lineis rectis, describere circulum quem harum unaquæque contingat. Oportet autem datas lineas rectas non esse parallelas.



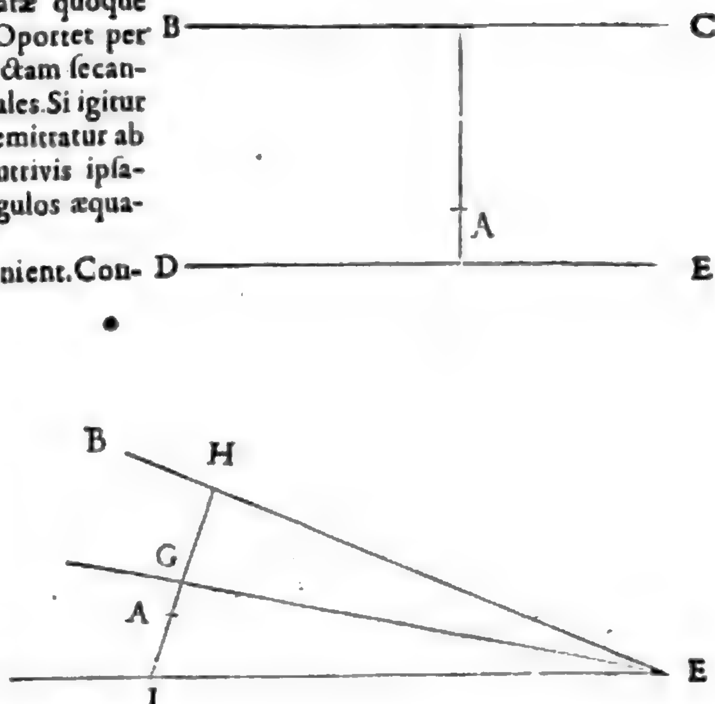
Sint datæ tres lineæ rectæ A B, C D, B D, atque harum B D neutri reliquarum sit parallela ex cautione adjecta Problemati, itaque reliquas secet in ipsis B, D punctis. Oportet describere circulum, quem rectæ A B, C D, B D contingant. Secentur bifariam anguli A B D, C D B à rectis concurrentibus in E, itaque sint B E, D E, & cadant in A B, C D, B D perpendiculares E A, E C, E F. Erunt igitur eæ æquales. Triangulum enim rectangulum E A B simile est triangulo rectangulo E F B ex constructione, utriusque vero communis est hypotenusa B E. Quare altitudo E A altitudini E F erit æqualis. Sic ostendetur E F æqualis ipsi E C. Centro igitur E intervallo E A seu E F vel E C describatur circulus A F C. Descriptus est igitur circulus A F C quem rectæ A B, C D, B D tangunt in punctis A, C, F. Quod erat faciendum.



Lemma.

Per datum punctum ducere lineam rectam secantem duas datas ad angulos æquales.

Sit datum A punctum, datæ quoque duæ lineæ rectæ B C, D E. Oportet per A punctum ducere lineam rectam secantem BC, DE ad angulos æquales. Si igitur fuerint parallelæ B C, D E demittatur ab A puncto perpendicularis utrivis ipsarum, utravis secabitur ad angulos æquales, nempe rectos.

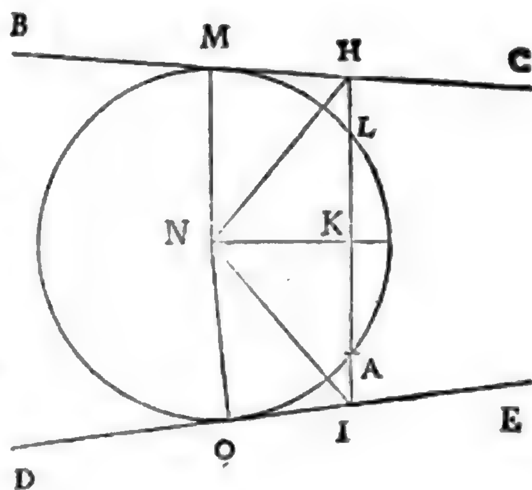


Si non sint parallelæ, convenient. Conveniant igitur in F puncto, & secetur angulus D F B bifariam à recta, quam A G secet in G, ad angulos rectos, rectas vero B F, D F in H, I. Triangula igitur H G F, I G F lateribus & angulis sunt æqualia, atque adeo anguli qui ad H, I, æquales. Dato igitur A puncto per ipsum ducta est linea H I secans datas B F, D F in H, I ad angulos æquales. Quod faciendum erat.

PROBLEMA IV.

Datis duabus lineis rectis, & puncto, per datum punctum circulum describere, quem datæ duæ lineæ rectæ contingant.

Sit datum A punctum, datæ quoque duæ lineæ rectæ BC, DE. Oportet per A punctum circulum describere, quem BC, DE contingant. Per A ducatur HI secans BC, DE ad angulos æquales, eaque secetur bifariam in K, & ipsi AK ponatur æqualis KL, & per A, L puncta describatur circulus, quem altera datarum B C, vel D E contingat. Dico eundem à reliqua contingi. Contactus enim à BC, sit M, & circuli centrum N, à quo ducatur NO, secans DE normaliter in O, & agatur NK. Quoniam igitur secatur AL bifariam in K ab ea quæ est ex centro, ideo angulus NKI est rectus. Connectantur autem NH, NI. Æquales igitur sunt NH, NI, quoniam perpendiculum triangulis rectangulis N K H, N K I commune N K. Sed & basis HK basi KI constructa est æqualis. Ergo æquales quoque anguli NHM, NIO, cum sint residui post ablationem æqualium NHL, NIL ex æqualibus constructis MHK, OIK. Similia sunt itaq; triangula rectangula N H M, NIO. ac etiam æqualia cum sint æquales ipsorum hypotenusæ. Est autem MN semidiameter, erit itaque NO quoque semidiameter, quam cum secet DI ad rectos angulos, ideo DI quoque circulum ALM continget. Ergo descriptus est circulus AOM per A punctum, quem datæ BC, DE in M, O contingunt. Quod erat faciendum.

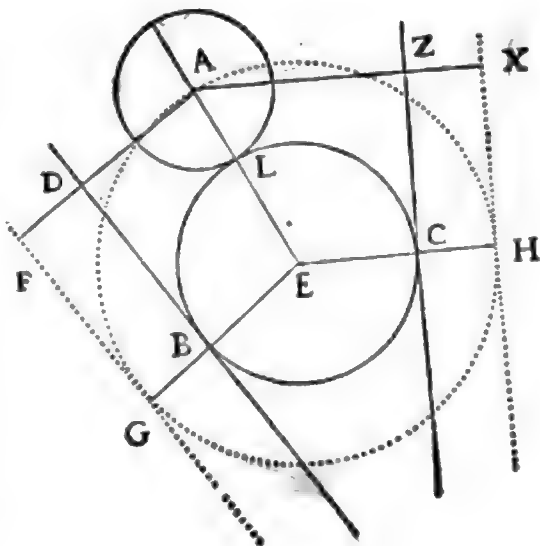


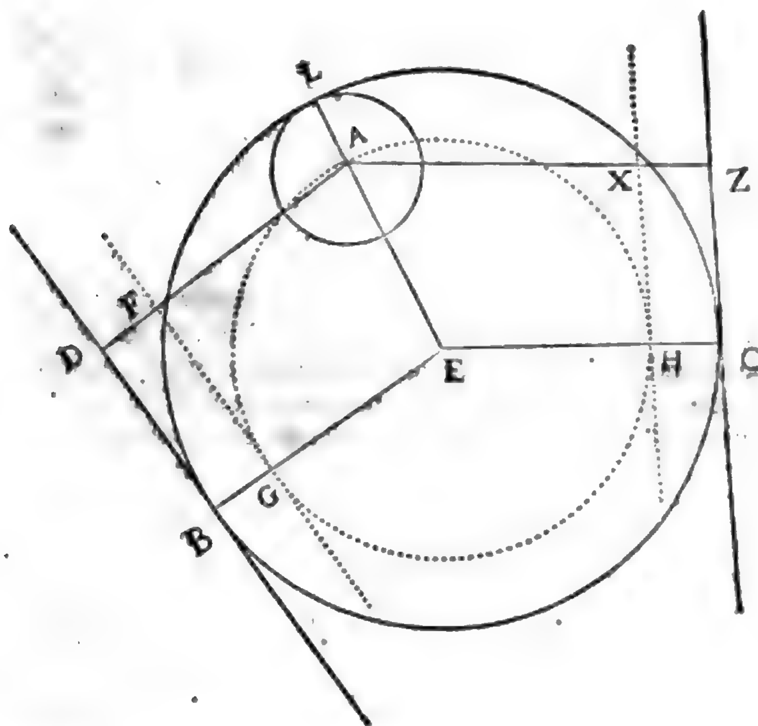
PRO-

PROBLEMA V.

Dato circulo, & duabus lineis describere circulum quem datus circulus, & datæ duæ lineæ rectæ contingant.

Sit datus circulus, cujus A centrum, datæ quoque rectæ lineæ ZC, DB. Oportet describere circulum, quem circulus, cujus A centrum, & rectæ lineæ ZC, DB contingant. Cadant in ZC, DB perpendiculares AZ, AD, quæ secentur ad easdem partes in punctis X, F posita unaquaque rectarum ZX, DF æqualibus semidiametro circuli, cujus A centrum, & per X, F agantur XH, FG ipsis ZC, DB parallelæ, & per ipsum A signum describatur circulus posititius AGH, quem actæ XH, FG contingant, & sit illius circuli centrum E. Et manifestum est fore E centrum circuli, quem datus circulus, cujus A centrum, &



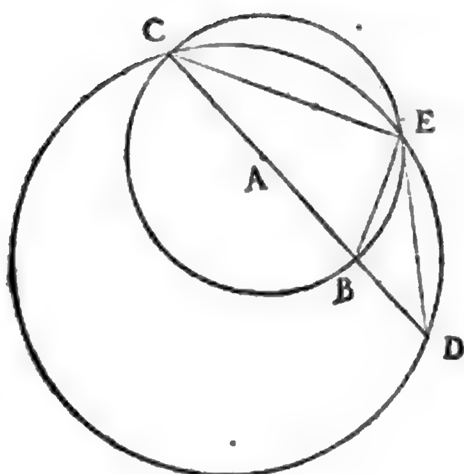


datæ rectæ CZ, DB contingent, ob æqualia æqualibus addita, vel adempta undecunque intervalla. Itaque cadat ad angulos rectos EC. Erit ea semidiameter circuli quæsiti.

Lemma I.

Si duo circuli se mutuo secent, à puncto autem sectionis ducatur per centrum unius circulorum linea recta, ea non transibit per alterius circuli centrum.

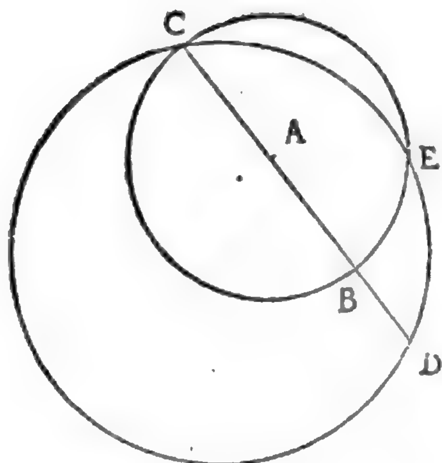
Duo



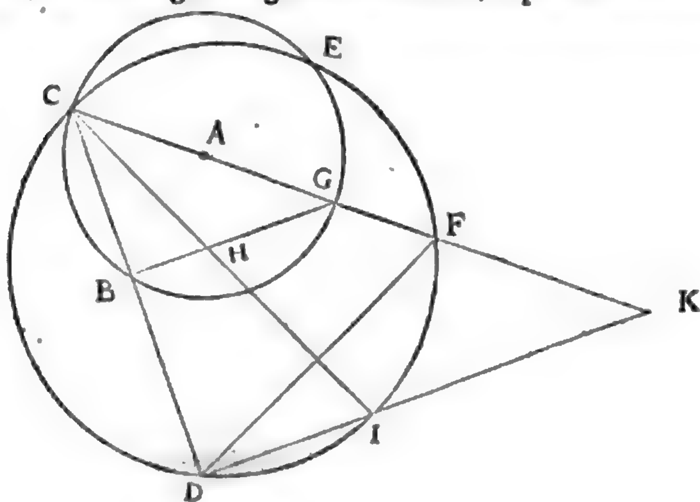
Duo circuli CEB, CED sese mutuo secent, sectio igitur erit in duobus punctis. Sint illa C, E. & sit A centrum circuli CEB, & agatur diameter ipsius CAB secans circulum CED in D. Dico rectam CABD non transire per centrum circuli CED. Iungantur enim EC, EB, ED. angulus igitur CEB est rectus, ut pote in semicirculo. Quare CED non erit rectus, sed recto major vel minor per angulum BED. Non est igitur CABD diameter circuli CED, atque ideo non transit per ejus centrum. Quod erat ostendendum.

Lemma II.

Si duo circuli sese mutuo secent, à puncto autem sectionis ducatur linea recta utrumque circulum secans, erunt dissimilia circulorum illorum segmenta.



Duo circuli CEB, CED sese mutuo secent in punctis C, E. Agatur vero linea recta CBD; secans circulum CEB in C, B; circulum vero CED in C, D punctis. Dico segmenta CB, CD esse dissimilia. Aut enim CB transit per centrum circuli CEB, vel non. Primum transeat per centrum circuli CEB, & sit illud A, non igitur transibit per centrum alterius circuli CED. Quare CB erit diameter circuli CEB, CD vero non erit diameter circuli CED. Non erunt igitur eo casu similia segmenta CB, CD. Sed non transeat CBD per alicujus circulorum centrum. Agatur per A centrum circuli CBE recta CAGF, unde sit CAG diameter circuli CBE, & connectantur BG, DF. Erit igitur angulus CBG rectus, ut pote in semicirculo, angulus vero CDF non erit rectus, sed recto major vel minor, quoniam CF non erit diameter circuli CED. Itaque non erunt GB, DF parallelæ. Sit H centrum circuli CED, & ejus diameter agatur CHI, & juncta DI intercipiat CG in K. Erit igitur angulus CDI rectus, & ideo parallelæ erunt BG, DK. Unde erit CB ad CD, sicut CG ad CK, erunt autem CI, CK inæquales. Quare non

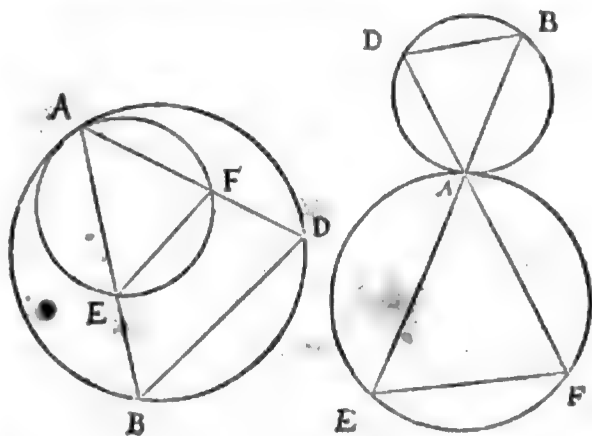


non erit CB ad CD, ſicut CG ad CI, & ideo eo quoque caſu diſſimilia erunt ſegmenta CB, CD. Quod erat oſtendendum.

Lemma III.

Si per crura trianguli agatur recta baſi parallela, itaque duo conſtruuntur ſub eodem vertice ſimilia triangula, qui circa triangulum unum deſcribetur circulus tangetur in vertice communi à circulo qui circa triangulum alterum deſcribetur.

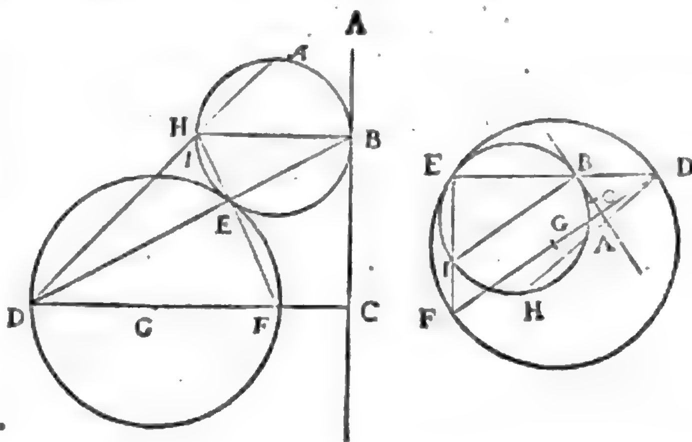
Sit triangulum ABD, ipſius autem crura AB, AD ſecet recta EF ipſi BD parallela, itaq; duo conſtituuntur ſimilia triangula ABD, AEF ſub eodem A vertice. Ajo circulum circa triangulum ABD deſcriptũ à circulo circa triangulũ AEF deſcripto tangi in ipſo A puncto. Deſcribatur enim circa triangulum ABD circulus primus, & circa triangulum AEF circulus ſecundus. Illi igitur circuli ſeſe mutuo ſecabunt in A vel ſeſe tangent, ſed non ſeſe mutuo ſecant. Eſſent enim AE, AB ſegmenta diſſimilia eorum, quorum ſunt ſubtenſæ, circulorum. Sed ſunt ſimilia. Similia enim ſunt triangula ABD, AEF. Itaque eſt ut AB ad AE, ita ſemidiameter circuli triangulum ABD circumſcribentis ad ſemidiametrum circuli triangulum AEF circumſcribentis. Cum igitur non ſeſe mutuo ſecent circuli ABD, AEF, ſeſe contingent in A. Quare circulus ABD à circulo AEF tangetur in A puncto. Quod erat oſtendendum.



PROBLEMA VI.

Datis puncto, linea recta, & circulo, per datum punctum deſcribere circulum, quem data linea recta & datus circulus contingant.

Sit datum A punctum, data quoque linea recta BC, ac datus denique circulus DEF. Oportet per A punctum circulum deſcribere, quem recta linea BC, ac circulus DEF contingant. Ex G centro circuli DEF demittatur in BC perpendicularis DC, ſecans ex diametro circulum DEF in punctis D, F, & connectatur DA, quæ ita ſecetur in H, ut quod fit ſub DA, DH æquale ſit ei quod fit ſub DC, DF, & per puncta AH deſcribatur circulus, quem recta contingat in B, & agatur DB ſecans circulum DEF in E, & connectatur FE. Rectus eſt igitur angulus DEF. Itaque in quadrilatero BEFC anguli oppoſiti duobus rectis ſunt æquales, rectus enim quoque eſt angulus BCF. Quare quod fit ſub DB, DE æquale eſt ei quod fit ſub DF, DC, id eſt ex conſtructione æquale ei quod fit ſub DA, DH. Sunt igitur puncta AHEB in circulo. Sed E eſt in circulo DEF. Quare circulus DEF ſecat vel



tangit in E circulum AHEB. Agatur autem BI diameter circuli. Quoniam is circulus tangitur à recta BC in B, erit angulus CBI rectus, atque adeo erunt IB. DC parallelæ, & cum jungetur IE fiet angulus IEB rectus, ficut est angulus DEF. Quare IE, EF coincidunt in eandem lineam rectam. Itaque duo fimilia triangula funt DEF, BEI fub eodem vertice, & ideo circuli ea triangula circumfcribentes fefe mutuo contingent in E, non etiam fecabunt. Igitur per A punctum defcriptus eft circulus BAE, quem recta BC in B, circulus vero DEF in E contingunt. Quod erat faciendum.

PROBLEMA VII.

Datis duobus circulis, & linea recta, defcribere tertium circulum, quem duo dati, & data linea recta contingant.

Sint dati duo circuli, primus cujus A centrum, fecundus cujus B, & data quoque linea recta CZ. Oportet defcribere tertium circulum quem circuli, quorum A, B centra, & recta CZ contingant. Cadat in rectam CZ perpendicularis BZ, & fecetur in X, ut fit ZX æqualis femidiametro A L ad primũ circulum pertinenti, & ipfi CZ agatur parallela HX, & centro B, intervallo BG, æquali adgregato vel differentiæ femidiametrorum primi & fecundi circuli defcribatur circulus pofititius, denique per A punctum defcribatur circulus AGH, quem pofititius contingat in G, & linea recta H X in H. & fit ejus E centrum. & manifeftum eft idem E fignum fore centrum circuli quem dati circuli, quorum A, B centra & data linea recta CZ continge[illegible], ob æqualia ab æqualibus dempta undiquaque, vel addita undiquaque intervalla. Itaq; demittatur in CZ datam perpendicularis EC, ea erit femidiameter circuli L M C, quem circuli, quorum A, B centra in punctis L, M & recta C Z in C contingent, habita ea, quam decebit, & opus exiget partium ratione. Itaque factum erit quod oportuit

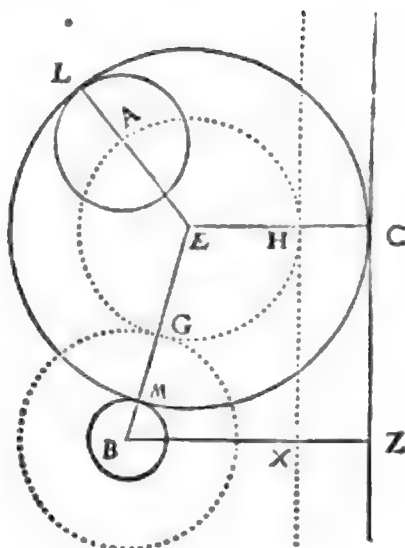
Πτώσις.

Sic autem habebitur ea quam decebit, opufve exiget, partium ratio.

I.

Vt tertium circulum duo dati cõtingant extra. Primus circulus, cujus A centrum erit major datorum

rum, Secundus, cujus B, minor, & erit BG differentia semidiametrorum primi & secundi, acta vero BX excedet datam CZ, cui est perpendicularis.



II.

Vt tertium circulum duo dati contingant intus. Rursus circulus, cujus A, centrum erit major datorum, Secundus, cujus B, minor, & erit BG differentia semidiametrorum primi & secundi, acta vero BX deficiet à data CZ, cui est perpendicularis.

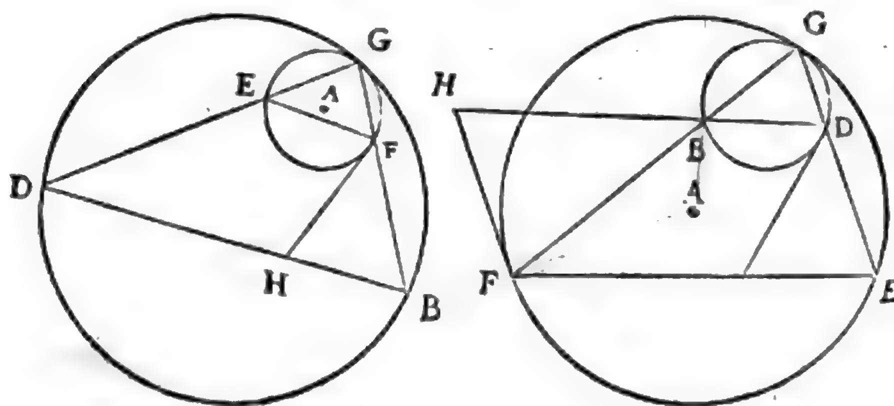
III.

Vt tertium primus contingat intus alter extra, erit BG adgregatum semidiametrorum primi & secundi, & acta BX deficiet à data CZ, cui est perpendicularis.

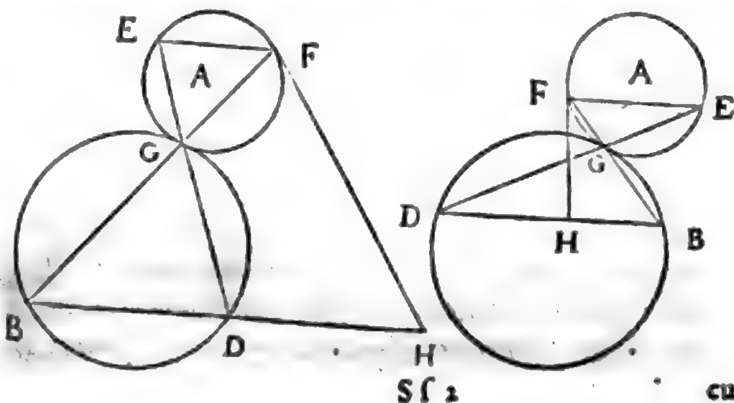
PROBLEMA VIII.

Datis duobus punctis, & circulo, per data duo puncta circulum describere, qui datum contingat.

Sint data duo puncta B, D, ac præterea circulus EFG, cujus A centrum. Oportet per



puncta B, D circulum describere, qui circulum GEF contingat. Secetur ita BD in H, ut quod fit sub BD, BH æquale sit differentiæ quadratorum AB, AF, & circulum EGF tangat recta HF, & connectatur BF secans circulum EFG tum in F tum in G, & connectatur quoq; DG, secans eundem circulum in E, & per puncta GBD describatur circulus. Quoniam rectangulum sub BD, BH constructum est æquale differentiæ quadratorum AB, AF,



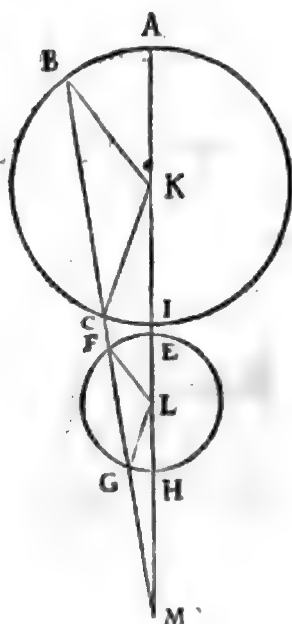
 cui

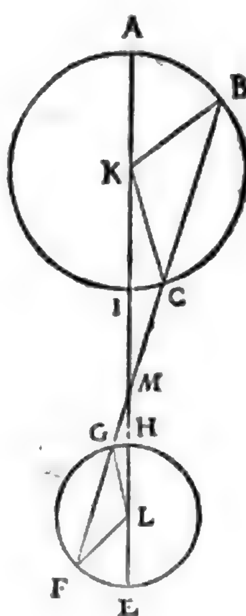
cui etiam æquale est id quod fit sub BG,BF, ideo puncta D,G,F,H sunt in circulo, & angulus D G B angulo FHB est æqualis, ac angulus G D B id est connectendo E F angulus GEF angulo HFB. Vterque igitur, sive angulus GEF, sive angulus HFB dematur à duobus rectis. Et angulus quidem GEF in triangulo GEF, relinquet angulos EGF, EFG; angulus vero HFB in triangulo HFB, relinquet angulos FHB, FBH. Erunt igitur anguli EGF, EFG simul juncti angulis FHB, FBH simul junctis æquales. Sed angulus EGF angulo FHB ostensus est æqualis. Itaque angulus reliquus EFG angulo reliquo FBH erit æqualis, atque adeo similia erunt triangula GDB, GEF, sub eodem G vertice. Unde descripti circuli duo, unus per puncta GEF, alter per puncta GDB, sese contingent in G communi vertice. Descriptus igitur est per D, B puncta circulus DBG, circulum GEF tangens in G. Quod erat faciendum.

Lemma I.

Propositis duobus circulis, invenire punctum in jungente ipsorum centra, à quo, cum ducetur quævis linea recta ipsos circulos secans, similia erunt segmenta.

Proponantur duo circuli ABC, EFG, & sit primi centrum K, secundi L, & jungatur KL. Oportet in K L invenire punctum à quo cum ducetur quævis linea recta circulos ABC, EFG secans, similia erunt segmenta. Secetur KL, vel producatur in M, ut sit KM ad LM, sicut AK ad EL. Dico cum à puncto M ducetur linea recta circulos ABC, EFG secans, similia fore ipsorum segmenta.





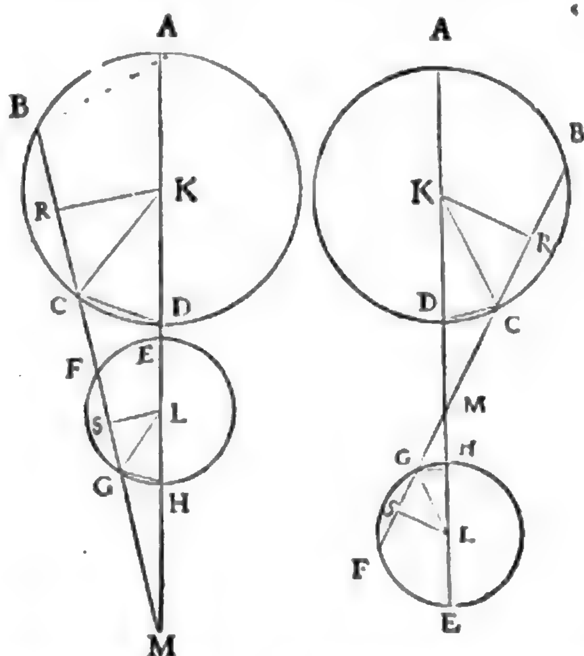
Agatur enim quævis M G F C B secans circulum ABC in punctis B, C, circulum vero EFG in punctis F, G, & sint puncta sectionum B, F ad easdem partes, ut pote remotiora ab ipso M, puncta vero C, G eidem M signo propiora, & connectantur B K, C K, F L, L G. Itaque constituuntur duo triangula BKC, FLG. Quoniam igitur est KM ad LM ex constructione, sicut K B ad FL, erunt BK, FL parallelæ, & angulus KBC angulo LFG æqualis. Æque, quoniam KM ad LM ex constructione est, sicut KC ad LG, erunt KC, LG parallelæ, & angulus KCB angulo LGF æqualis. Quare & angulus reliquus BKC, id est circumferentia BC, angulo reliquo FLG, id est circumferentiæ FG, est æqualis. Atque adeo BC, FG similia circulorum, ad quos pertinent, segmenta. Propositis igitur duobus circulis ABC, EFG inventum est in KL jungente ipsorum centra punctum M, à quo cum ducetur quævis recta linea ipsos secans, similia erunt segmenta. Quod faciendum erat.

Lemma II.

Sint duo circuli, unus ABCD, alter EFGH; jungens autem eorum centra KL secet circulum primum in A, D; secundum vero in E, H; & in ea sumatur M punctum, à quo acta MGFCB recta secet circulum primum in B, C, secundum in F, G, & sint similia segmenta, & puncta quidem sectionum A, B sint remotiora ipsis C, D, &

D, & puncta F, E ipsis C, H. Ajo id quod fit sub M G, M B aequari id quod fit sub M H, M A.

Cadant enim ex centris K, L in subtensas BC, FG perpendiculares KR, LS, & connectantur semidiametri KC, LG. Quoniam BC, FG proponuntur similia suorum circulorum segmenta, R C vero & SG sunt semisses subtensarum B C, F G, ideo similia sunt triangula KRC, LSG, & parallelae K C, L G; atque adeo anguli CKD, GLH similes, ac denique subtensae eorum amplitudini CD, GH parallelae. Quare est ut MD ad MC, ita MH ad MG. Sed MD ad MC est, ut MB ad MA. Et ideo quod fit sub MB, MG ei quod fit sub MA, MH est aequale.



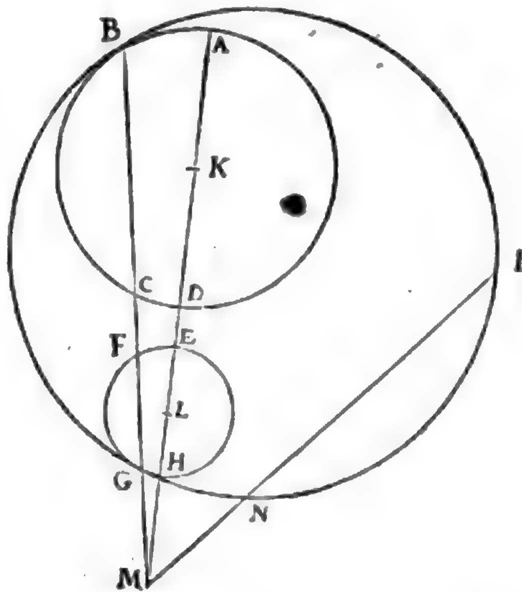
Iisdem positis, Ajo eadem ratione id quod fit sub M E, M D, aequari ei quod fit sub M F, M C.

Quoniam enim EFGH est in circulo, ideo est MH ad MG, sicut MF ad ME. Sed MH ad MG est, sicut MD ad MC. Ergo est MF ad ME, sicut MD ad MC, & ideo quod fit sub ME, MD ei quod fit sub MF, MC est aequale.

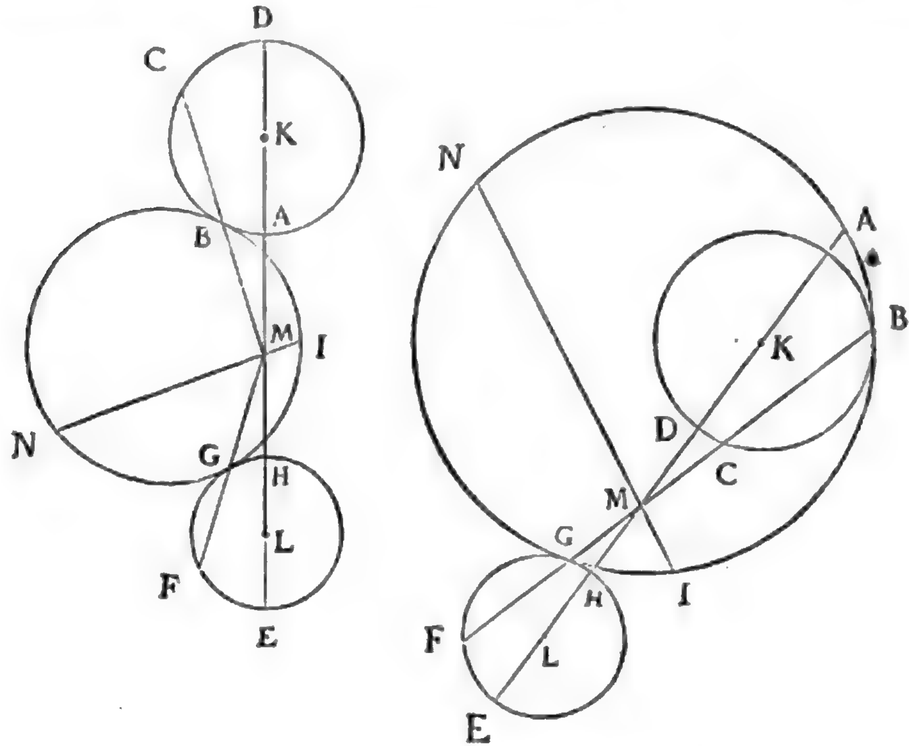
PROBLEMA IX.

Datis duobus circulis, & puncto, per datum punctum circulum describere quem duo dati circuli contingant.

Sint dati duo circuli, unus ABCD, alter EFGH, & praeterea datum I punctum. Oportet per I punctum circulum describere quem circuli ABCD, EFGH contingant. Circulorum ABCD, EFGH jungantur centra K, L, & in KL inveniatur ex antecedente, quod primo loco praemissum est, Lemmate, M punctum, à quo, cum ducentur rectae lineae secantes circulos ABCD, EFGH, similia sint segmenta. Ipsa vero KL secet ex diametro circulum ABCD in signis A, D, circulum vero EFGH in signis E, H, & ita secetur MI in N, ut quod fit sub MI, MN aequale sit ei quod fit sub MH, MA, & per I, N puncta describatur circulus qui à circulo ABCD tangatur. Id enim jam docuit Problema octavum. Et sit contactus in B, & con-

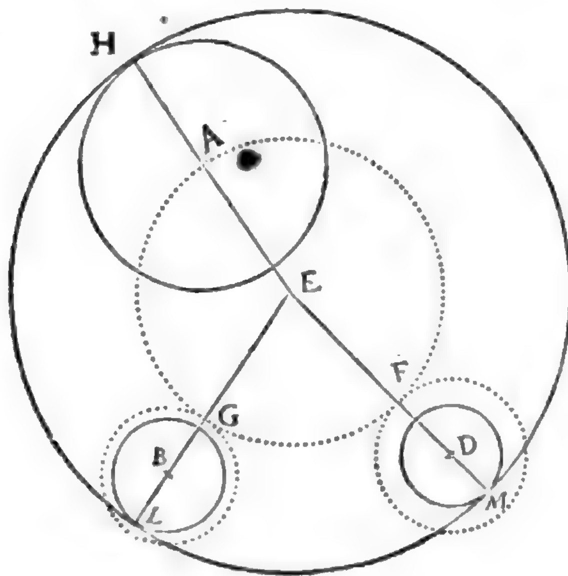


nectatur BM secans circulum ABCD in B, C, circulum vero EFGH in F, G. Quod fit igitur sub MG, MB æquale est ei quod fit sub MH, MA, id est ex constructione ei quod fit sub MN, MI ex antecedente, quod secundo loco præmissum est, Lemmate. Quare puncta NIBG sunt in eodem circulo. Sed punctum G est quoque in circulo EFGH. Quare circuli EFGH, IBGN sese mutuo secant, vel contingunt in G. At vero sese contingunt circuli BNI, BCD in B ex constructione. Unde segmentum BG simile est segmento BC. Segmentum autem FG simile est segmento BC. Itaque segmentum FG erit simile segmento BG. Quare circuli EFG, IBG sese contingunt in G, non etiam sese mutuo secabunt. Descriptus est igitur per I punctum circulus IBG, quem circuli ABD, EGH contingunt in B, G. Quod erat faciendum.



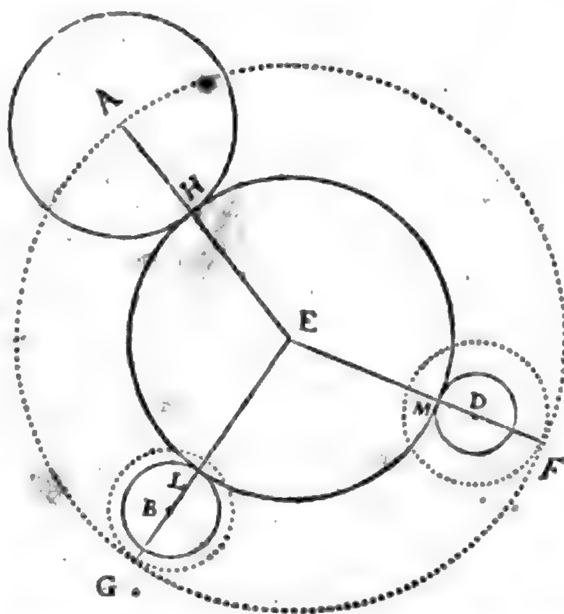
PROBLEMA X.

Datis tribus circulis, describere quartum circulum quem illi contingant.



Sint dati tres circuli quorum primi centrum A, secundi B, tertii D. Oportet describere circulum quartum quem illi contingant. Centro D intervallo DF differentia vel adgregato semidiametrorum primi & tertii, describatur circulus posititius unus. Et centro B, intervallo BG, differentia vel adgregato semidiametrorum circuli primi & secundi, describatur posititius alter. Denique per A punctum describatur circulus AGF quem posititii contingant in punctis G, F, & sit circuli illius centrum E. Et manifestum est ipsum E signum fore quoque centrum circuli, quem dati contingent, ob æqualia æqualibus dempta undiquaque,

quaque, vel undiquaque addita intervalla. Itaque ducatur ab eo puncto E recta per centrum alicujus datorum ad ipsius dati circumferentiam habita ea quam decebit opus-ve exiget, partium in positionibus ratione, & intervallo EH describatur circulus HLM. factum erit quod oportuit.



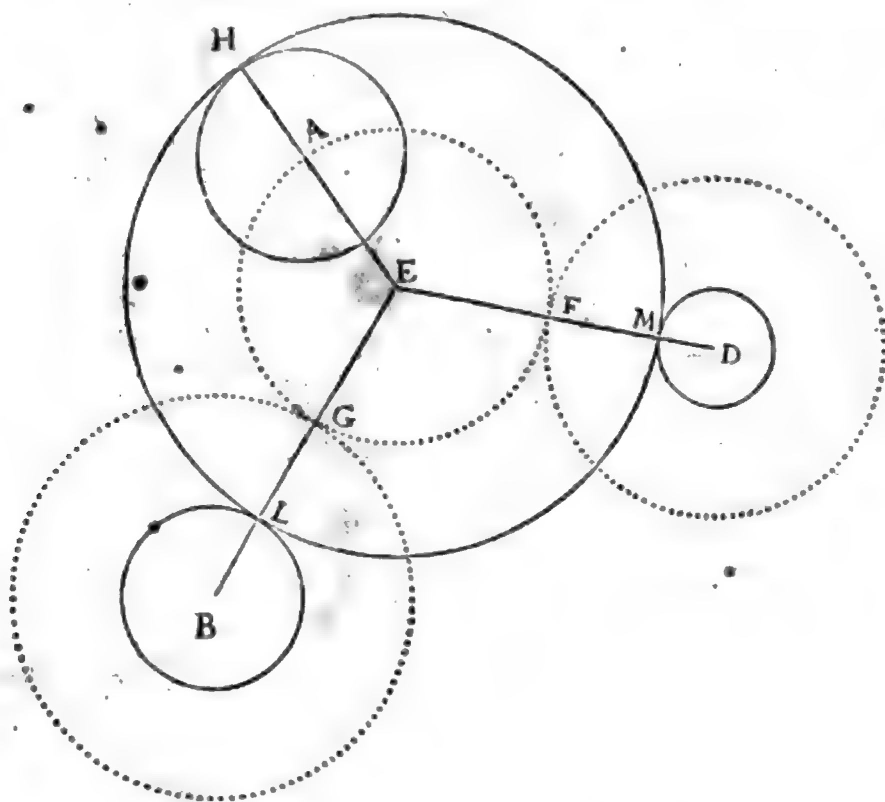
Sic autem habebitur ea, quam decebit opus-ve exiget partium ratio.

I.

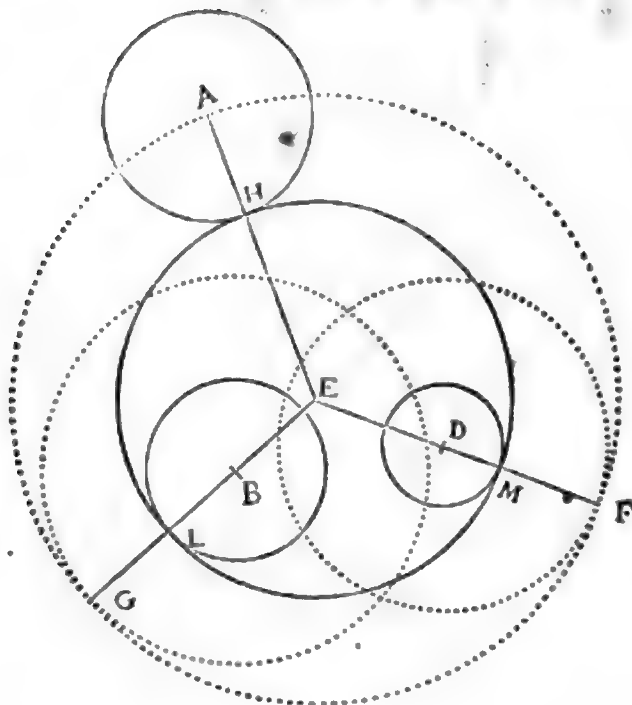
Vt quartus à datis tangatur intus. Sit A centrum maximi datorum, B medii, D minimi, DF differentia qua semidiameter maximi superat semidiametrũ minimi, BG differentia qua semidiameter maximi superat semidiametrum medii, & per A punctum describatur circulus quem posititii extra contingant.

II.

Vt quartus à datis tangatur extra. Sit rursus A centrum maximi, B medii, D minimi, DF differentia qua semidiameter maximi superat semidiametrum minimi, BG differentia qua semidiameter maximi superat semidiametrum medii, & per A punctum describatur circulus quem posititii intus contingant.



III. Vt



III.

Vt quartus à primo tangatur intus, & à secundo & tertio extra. Sit D F adgregatum semidiametrorum primi & tertii, BG adgregatum semidiametrorum primi & secundi. Et per A punctum describatur circulus quem posititii extra contingant.

IV.

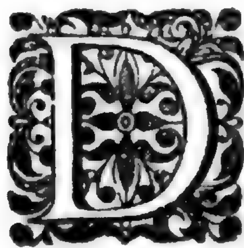
Vt quartus à primo tangatur extra, & à secundo & tertio intus. Sit rursus DF adgregatum semidiametrorum primi & tertii. BG adgregatum semidiametrorum primi & secundi, & per A punctum describatur circulus, quem posititii intus contingant.

Atque hæc universaliter dicta sunto de descriptione circuli per contingentias circulorum, & linearum rectarum. At specialis doctrina de describendo circulo, qui tres datos jam sese contingentes contingat, speciali digna erat tractatu. Vix enim alia potest proferri utilior ad Astronomica præsertim, & αὐτοματὶ Mechanica. Sed de eo Problemate jam ante plures annos rescripsi ad virum clarissimum Iacobum Fleurium Senatorum Parisiensium Decanum, & responsum retuli Variorum sexto. Unum est de quo te moneam, candide Belga. Qui jussus quadratum 2. resolvere, exhibet radicem $\frac{141,421,356}{100,000,000}$ tam perite facit, quam qui radicem exhibet $\frac{141,421,356,237,309,505}{100,000,000,000,000,000}$. Hic plus operæ confert, sed non plus artificii. Sic cum ego adsumo semidiametrum circuli particularum 100, 000, 000 & in iisdem subtensam peripheriæ scrupulorum XVI exhibeo 58, 329 non ideo cedam ei cui vastiores placebunt figuræ & semidiametrum in mille myriadum myriadas protraxerit. Immo vero dicam eum opera & ocio abuti, gnarus nullam inde nasci utilitatem. Abhorrenda autem est ingeniorum crux, & vitanda ματαιοτεχνία. Quare parallelarum, quibus in gratiam Ludovici tui uteris, constructio quoque hyperbolica est, &, ne me moveant, me vetat candor tuus. Subtilis admodum & peritus ille Logista est, quem & te mihi cupio amicissimos. Vale.

APPEN-

APPENDICULA I.

DE PROBLEMATIS, QUORUM GEOMETRICAM CONSRUCTIONEM SE NESCIRE AIT REGIOMONTANUS.



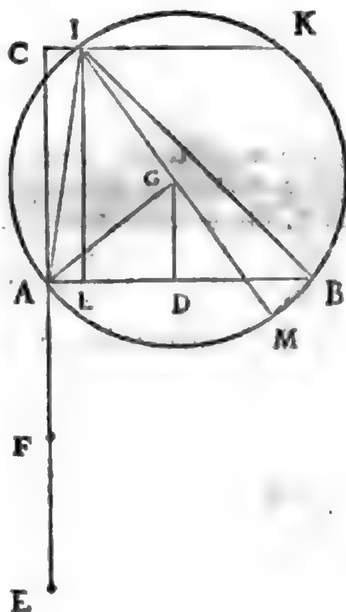
DIxi quædam esse Problemata, quorum Geometricam constructionem se nescire ait Regiomontanus, quanquam Algebrice, ut loquitur, ea explicet. Consulatur liber suus de triangulis. At Algebra, quam tradidere Theon, Apollonius, Pappus, & alii veteres Analystæ, omnino Geometrica est, & magnitudines, de quibus quæritur, sive re, sive numero statim exhibet, aut erit ἄῤῥητον ἢ ἄλογον πρόβλημα Neque vero

Ego Archimeden, aut ego Eucliden miser
Verso diurna, verso nocturna manu,
Subtilis artis aucupans palmarium.
Sed sive lectis quatuor Problematis
Orontianis, atque Stofleri novem,
Vitellionis quinque, Peurbachi tribus,

sive alia, quam boni illius Poëtæ, sed aliquando licentiosi, & in Geometricis infelicissimi, non est capessere via, Problemata tamen illa Regiomontani construxero.

PROBLEMA I.

DAta base trianguli, altitudine, & rectangulo sub cruribus, invenire triangulum.



Trianguli de quo quæritur esto data basis AB, altitudo æqualis rectæ A C, rectangulum autem sub cruribus detur æquale ei quod fit sub A C, A E. Oportet invenire triangulum, cujus basis A B, altitudo ipsi A C æqualis, & rectangulum sub cruribus æquale ei quod fit sub AC, AE. Inclinentur AC, AB ad angulos rectos, & ipsæ AE, AB secentur bifariam in F, D, & per D agatur DG ipsi CAE parallela, in qua ponatur A G ipsi A F æqualis, & centro G intervallo GA vel GB describatur circulus. Denique per punctum C agatur CK ipsi AB parallela, secans circulum in I, K, & connectantur AI, BI. In triangulo igitur AIB, cum ex vertice cadet in basin AB perpendicularis I L, ipsa erit altitudini AC æqualis. Agatur autem diameter IGM, & connectatur MB, erit triangulum IBM rectangulum, & simile triangulo IAL. Recti enim sunt anguli ILA, IBM, & sive anguli IMB sive anguli IAB duplam amplitudinem eadem peripheria IB definit. Quare est ut IL ad AI, ita IB ad IM. Sed IM est dupla ipsius AG, & ideo æqualis toti AE. Itaque rectangulum sub IM, IL constituitur rectangulo sub CA, AE æquale, ergo eidem quoque æquatur rectangulum sub AI, IB. Ad datam itaque basin AB, & altitudinem IL, seu AC ita constitutum est triangulum AIB, ut rectangulum sub cruribus æquale sit rectangulo sub AC, AE. Quod erat faciendum.

PROBLEMA II.

Data base, altitudine, & ratione crurum trianguli, invenire triangulum.

Oportebit autem, cum basis secabitur pro ratione crurum, & rectangulum quod fit sub segmentis adplicabitur ad altitudinem, quod inde orietur, non minus esse differentia segmentorum basis.

Sit data trianguli basis BD, altitudo Z, ratio crurum ut S ad R. Oportet invenire triangulum. Basis BD secetur bifariam & ad angulos rectos in C à recta AC quæ sit ipsi Z æqualis, & per A agatur FAG ipsi BD parallela. Eadem basis BD secetur in E ratione crurum ut sit BE ad ED, sicut S ad R, & agatur HE ipsi AC æqualis & parallela, & ita producatur in I ut quod fit sub HE, EI sit æquale ei quod fit sub BE, ED, & secetur EI bifariam in K, & centro K intervallo EK vel KI describatur circulus quem AC continuata secet in punctis L, M, aut demũ contingat in M. Secabit enim aut continget circulum illum AC. quoniam cadens in eam ex centro K perpendiculariter erit æqualis ipsi EC, cui ex cautione adjecta Problemati præstabit aut demum erit æqualis EK semidiameter circuli. Denique acta ME secet FG in N, & connectantur BN, ND. Triangulum igitur constructum est BND, cujus basis est data BD, in quam cadens perpendicularis NO sit ipsi AC seu Z datæ æqualis. Connectatur autem IM. Sunt igitur triangula similia rectangula NHE, IME, & est ut NE ad IE, ita HE ad EM. Quod fit itaque sub NE, EM æquale est ei quod fit sub HE, EI, id est rectangulo sub BE, ED. Quare puncta B, N, D, M sunt in circulo. In eo autem subtensa BD secatur bifariam ad rectos angulos ab AC. quare sectio est per centrum, & sunt peripheriæ æquales BM, MD. angulus igitur BNE angulo END est æqualis, & ideo est BN ad ND, sicut BE ad ED. Triangulum igitur B N D descriptum est sub data base BD, cujus altitudo NO æqualis est imperatæ Z seu AC, & BN ad ND se habet, ut BE ad ED seu, ut S ad R. Quod faciendum erat.

PROBLEMA III.

Data base, altitudine, & adgregato crurum trianguli, invenire triangulum.

Sit trianguli data basis BD, altitudo DF, adgregatum crurum BE. Oportet invenire triangulum. Centro B intervallo BE describatur circulus EZH, inclinentur autem DF, DB ad angulos rectos, ipsaque DF duplicetur in G, & per puncta G, D describatur circulus GHD circulum HEZ contingens in H, & sit circuli GHD centrum A, itaque connectatur AD. Triangulũ igitur cõstructum est ABD sub data base BD, & sunt AD, AH æqua-

æquales, auctæ videlicet semidiametri circuli GHD. Itaque componitur data BH ex cruribus AB, AD. Connectatur autem AF. Quoniam GD secatur bifariam in F ab ea quæ est ex centro (constructa est enim GD dupla ipsius DF) ideo secatur GD in F ad angulos rectos. Cadat igitur in basin BD perpendicularis AC, erunt AF, CD æquales & parallelæ, atque adeo æquales & parallelæ FD, AC. Est itaque AC altitudo trianguli ABD. Triangulum igitur ABD constructum est sub data base BD, habens altitudinem AC æqualem datæ FD, & crurum AB, AD adgregatum æquale est ipsi BH, id est BE datæ. Quod faciendum erat.

PROBLEMA IV.

Data base, altitudine & differentia crurum trianguli, invenire triangulum.

Trianguli de quo quæritur sit data basis BD, altitudo DF, differentia crurum BE. Oportet invenire triangulũ. Centro B intervallo BE describatur circulus EH, inclinentur autem DF, BD ad angulos rectos, ipsaque DF dupletur in G, & per puncta G, D describatur circulus GHD circulum HE contingens in H, & sit circuli GHD centrum A. Itaque connectatur AD. Triangulum igitur constructum est ABD sub base data BD, & sunt AD, AH æquales, uterque videlicet semidiameter circuli GHD. Itaque crus AD differt à crure AB per BH, id est per BE datam. Connectatur autem AF. Quoniam GD secatur bifariam in F ab ea quæ est ex centro (constructa est enim GD dupla ipsius DF) ideo secatur GD in F ad angulos rectos. Cadat igitur in basin BD perpendicularis AC, erunt AF, CD æquales & parallelæ, atque adeo æquales & parallelæ FD, AC. Est autem AC altitudo trianguli ABD. Triangulum igitur ABD constructum est sub data base BD, habens altitudinem AC æqualem datæ FD, & ejus crura AB, AD differunt per BH seu BE datam. Quod faciendum erat.

PROBLEMA V.

Data base, altitudine, & angulo verticis invenire triangulum.

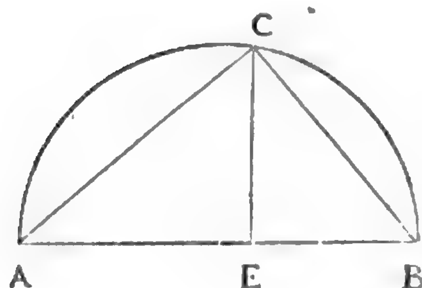
Sit data trianguli basis AC, altitudo CF angulus ad verticem æqualis angulo Z. Oportet invenire triangulum. Inclinentur AC, CF ad angulos rectos. Faciant vero AB, AC angulum æqualem ei quem relinquit è recto angulus Z, intercipiente AB ipsam CF in B puncto. Et per signa A, C, B describatur circulus, quem acta per F ipsi AC parallela secet in G. Dico triangulum AGC ipsum esse quod quæritur. Anguli enim sive ABC sive AGC duplam amplitudinem eadem definit peripheria AC, quare sunt æquales. Sed constructus est angulus ABC dato Z æqualis. Tantus est igitur angulus AGC. Cadat autem in AC perpendicularis GH, erit igitur ipsa trianguli AGC altitudo ac datæ CF æqualis, cæterum AC ipsa est basis data. Factum est igitur quod oportebat.

De Problemate Raymari.

Problema, quod à Raymaro non fuisse constructum merito conquereris, dum suam proposuit circuli quadrationem, ita concipio & absolvo.

PROBLEMA VII.

Invenire triangulum rectangulum, cujus tria latera sint proportionalia.



Exponatur linea AB secta in E media & extrema ratione, & fiat ea diameter circuli, quem excitata normalis ad E intercipiat in C, & connectantur AC, BC. Triangulum igitur fit rectangulum ACB, cujus latus AC proportionale est inter AB, AE. Quoniam vero proponitur AB secta media & extrema ratione, ideo proportionales sunt AB, AE, EB. Sed & proportionales quoque construuntur AB, BC, EB. Sunt igitur AE, BC æquales. Trianguli igitur rectanguli ACB latus AC proportionale est inter reliqua duo latera AB, BC. Quod faciendum erat.

Cum vero ita Quadratarii proponunt,

Si trianguli rectanguli latera fuerint proportionalia, latus autem quod angulo recto subtenditur, statuatur diameter circuli: majus reliquorum laterum erit quadranti circumferentiæ ejusdem circuli æquale,

quàm longe absint à vero ita planum fit.

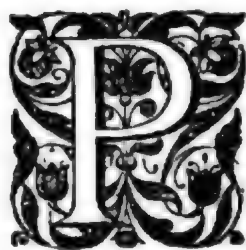
Sit	AB	100,000
Fit AE seu	BC	61,803
	EB	38,197
	AC	78,615

Diameter igitur circuli ad quadrantem circumferentiæ se haberet, ut 100, 000 ad 78, 615, & angulus BAC fieret partium xxxviii ii' xxii'' qualium rectus xc. At diameter circuli ad quadrantem circumferentiæ se habet proxime ut 100, 000 ad 78, 540. Et cum latus AC constituitur propemodum quadranti circumferentiæ æquale, angulus BAC existit partium xxxviii ix' xlvi''.

APPEN-

APPENDICVLA II.

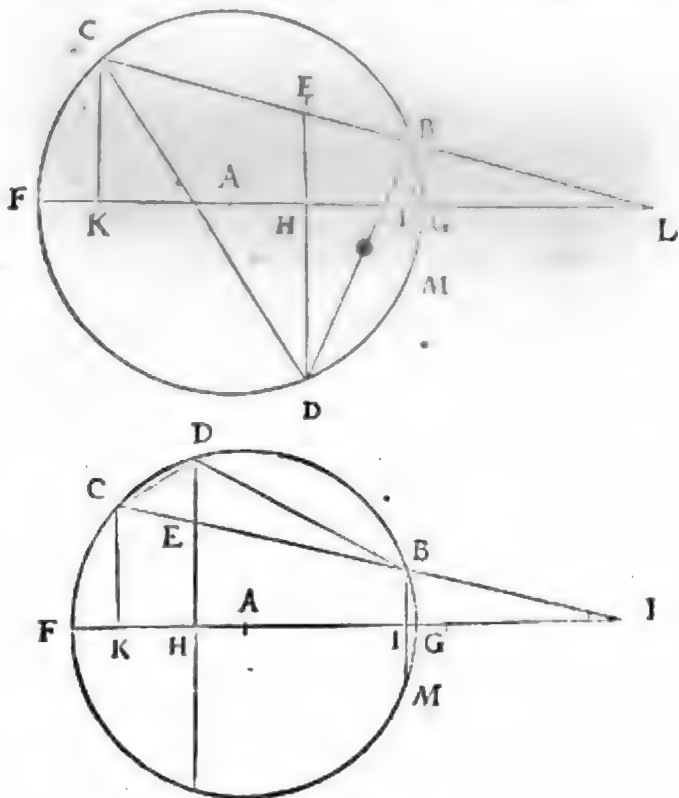
DE PROBLEMATIS QVORVM FACTIONEM GEOMETRICAM NON TRADUNT ASTRONOMI, ITAQUE INFELICITER RESOLVUNT.



PTOLEMÆVS ipſe, & Ptolemæi paraphraſtes Copernicus, cum ex tribus Epochis mediis, & totidem adparentibus exquirunt ſummarum abſidum loca, & Eccentrotetas vel Epicyclorum ſemidiametros, Geometras non ſe produnt, adſumentes opus tanquam confectum, quod ideo reſolvunt infeliciter. Immo vero Copernicus ἀπειρίαν non ſolum profitetur, ſed docet capite nono libri tertii revolutionum, cum ex Timocharis, Ptolemæi & Albategnii obſervatis ſtudet adſequi maximam proſtaphæreſin Æquinoctiorum, & Epochas anomaliæ à limite tarditatis. Jubet enim non jam artis, ſed aleæ magiſter, circulum tandiu revolvi, donec error, quem ex ſua ἀγεωμετρησίᾳ naſci agnoſcit, tandem ſi ſors dederit compenſetur. Quare Aſtronomos quoque excitabit Apollonius Gallus Adpendicula Secunda. Sane infelici Logiſta fuit infelicior Geometra Copernicus, itaque omiſſa à Ptolemæo omiſit, commiſit autem quamplurima. Sed ea ſupplebimus omiſſa & emendabimus commiſſa in Francelinide, in qua etiam exibebimus Epilogiſticen motuum cœleſtium Prutenianam per hypotheſes, quas vocant Apollonianas, ſi minus placent Ptolemaicæ à motu in alieno centro & hypocentris ſeu ἐπικύκλων περιαγωγῇ liberatæ.

PROBLEMA I.

Dato circulo, & tribus punctis in ejus circumferentia, invenire diametrum, in quam cum demittentur è datis punctis normales, ſegmenta diametri à normalibus intercepta datam teneant rationem.



In dato circulo BCD, cujus A centrum, ſignata ſunto puncta B, C, D. Oportet invenire diametrum illius circuli in quam cum cadent normaliter è punctis B, C, D demiſſæ, ſegmenta diametri ab iis intercepta datam teneant rationem. Imperetur ratio ſegmentorum à normalibus ex ſignis B, C, D demiſſis interceptorum eſſe ut S ad R. Secetur CB in E ut ſit CB ad BE, ſicut S ad R. & jungatur DE quam FG acta è centro ſecet in H ad angulos rectos. Dico diametrum FG eſſe quæſitam, in quam cum cadent normaliter BI, CK, DH: erit KI ad HI, ſicut S ad R. Rectæ enim CB, FG erunt parallelæ vel non. Quod ſi fuerint

 paral-

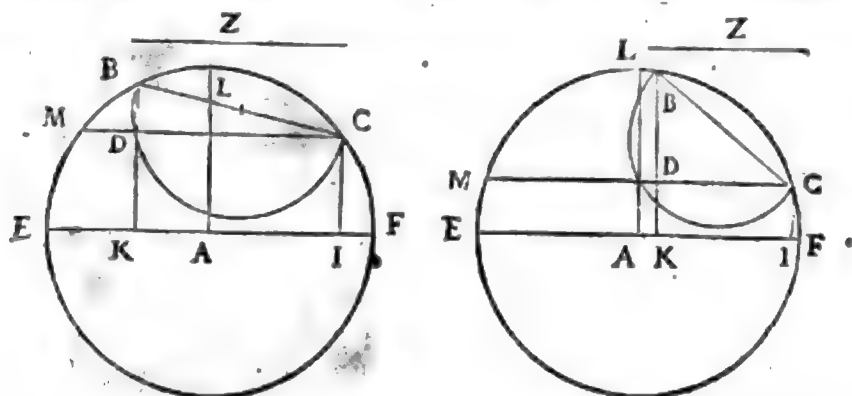
parallelæ erunt CB, IK æquales, ac æquales EB, IH, & ideo KI ad HI id est CB ad EB, erunt in ratione data S ad R ex constructione. Quod si sese committant, commissura esto in L, erit igitur ut LC ad LK, ita LE ad LH, & ita LB ad LI, & dividendo & permutando erit KI ad HI, sicut CB ad EB, id est sicut S ad R. Quemadmodum oportebat.

Sic licet datis KH, HI una cum peripheriis BC, CD, BD invenire peripheriam BG, atque adeo Epochas à limitibus, ac ipsam diametrum FG in partibus ipsorum KH, HI. Construatur enim triangulum BDC, erit igitur illud datorum angulorum propter datas peripherias, & ideo datorum quoque laterum in partibus diametri FG. Quare triangulum EBD data in iisdem partibus habebit latera EB, BD, una cum angulo EBD. Ergo dabitur angulus EDB seu DBM, qui ablatus è peripheria BMD, relinquet peripheriam BM, quæ dupla est ipsius BG.

PROBLEMA II.

Dato circulo, & duobus punctis in ejus circumferentia signatis, invenire diametrum, in quam, cum demittentur à datis punctis normales, segmentum diametri ab iis normalibus interceptum erit dato æquale.

In dato circulo BC, cujus A centrum, signata sunto duo puncta B, C. Oportet invenire diametrum, in quam, cum demittentur à signis B, C normales, segmentum diametri à normalibus interceptum sit æquale Z datæ. Subtendatur peripheria BC, & fiat recta BC diameter circuli, cui inscribatur CD æqualis ipsi Z. Per centrum autem A agatur EF dia-



meter circuli BC, ipsi DC parallela. Cum igitur connectetur BD fiet angulus BDC rectus. Et quoniam EF, DC sunt parallelæ, secabit BD ipsam EF ad angulos rectos. Secet in K, & ipsi BK agatur parallela CI, erunt igitur CD, KI æquales. Dato igitur circulo BC, & signatis in ejus circumferentia duobus punctis B, C, inventa est diameter EF, in quam demissis normaliter BK, CI, fit KI æquale segmentum ipsi CD, id est Z dato. Quod erat faciendum.

Sic licet dato adgregato peripheriarum, & adgregato sinuum, qui ad eas pertinent, peripherias & sinus distinguere.

Si quidem A consistat intra signa K, I. Vel,

Data differentia peripheriarum, & differentia sinuum, qui ad eas pertinent, peripherias & sinus distinguere.

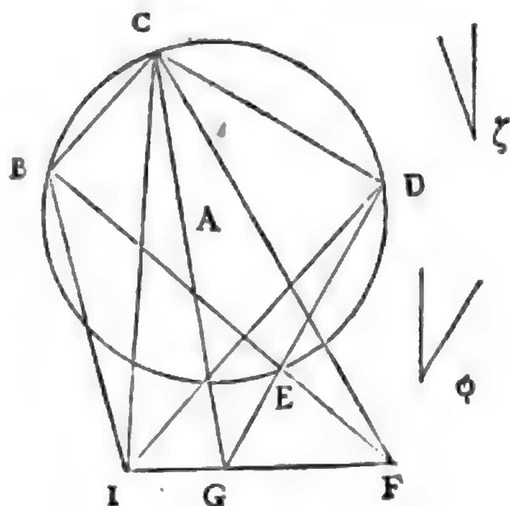
Si quidem K signum consistat intra signa A, I.

PROBLEMA IV.

Dato circulo, & signatis in ejus circumferentia tribus punctis, invenire punctum, à quo, cum ducentur tres lineæ rectæ ad signata puncta, inclinabuntur eæ ad angulos datos.

In

In dato circulo, cujus A centrum, signata sunto tria puncta B, C, D. Oportet invenire punctum, à quo acta ad B cum acta ad C faciat angulum æqualem dato angulo ζ, acta vero ad C cum acta ad D angulum æqualem dato angulo φ. Iunctis BC, CD inclinentur CB, BE ad angulos rectos, & sit E signum in peripheria. connectendo igitur DE inclinabuntur quoque CD, DE ad angulos rectos. Sumatur autem angulus BCF æqualis complemento anguli ζ, itaque CF intersecet BE in F. Sumatur quoque angulus DCG æqualis complemento anguli φ, ipsaque CG intercipiat DE in G. Porro in actam GF cadat normaliter CI. Ajo I esse punctum quæsitum à quo cum ducentur IB, IC, ID, erit angulus CIB angulo ζ æqualis, angulus vero CID angulo φ. Quoniam enim anguli CBF, CIF constructi sunt recti, ideo puncta CBIF erunt in circulo, cujus diameter CF. Itaque angulo CFB angulus CIB erit æqualis, & ideo angulo ζ, cujus complementum est angulus BCF ex constructione. Æque quoniã anguli CDG, CIG constructi sunt recti, ideo puncta C, D, G, I erunt in circulo, cujus diameter CG. Itaq; angulo CGD angulus CID erit æqualis, & ideo angulo φ, cujus complementum est angulus DCG ex constructione. Quare factum est quod oportebat.

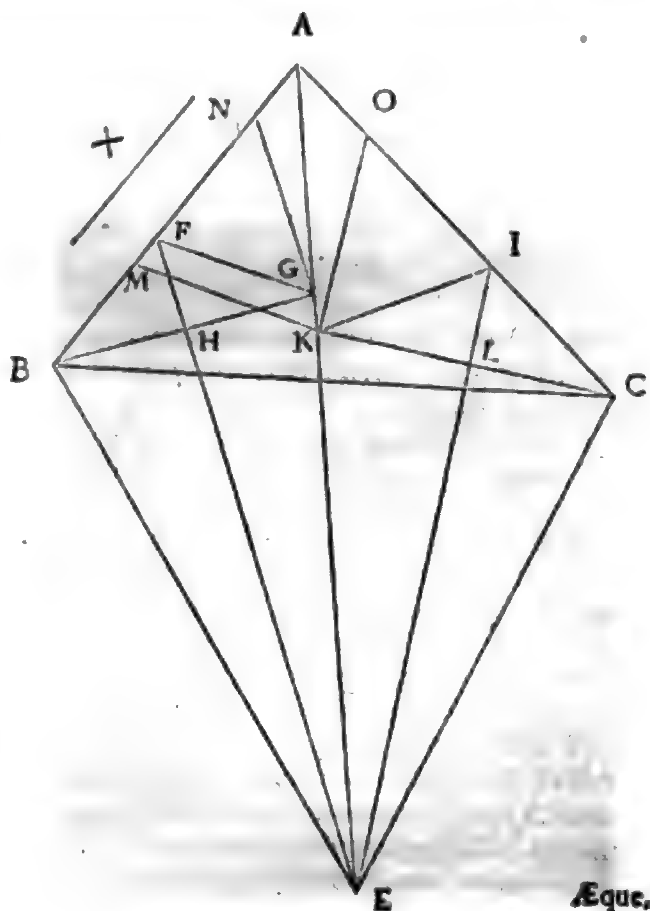


PROBLEMA V.

Dato triangulo, invenire punctum, à quo ad apices dati trianguli actæ tres lineæ rectæ imperatam teneant rationem.

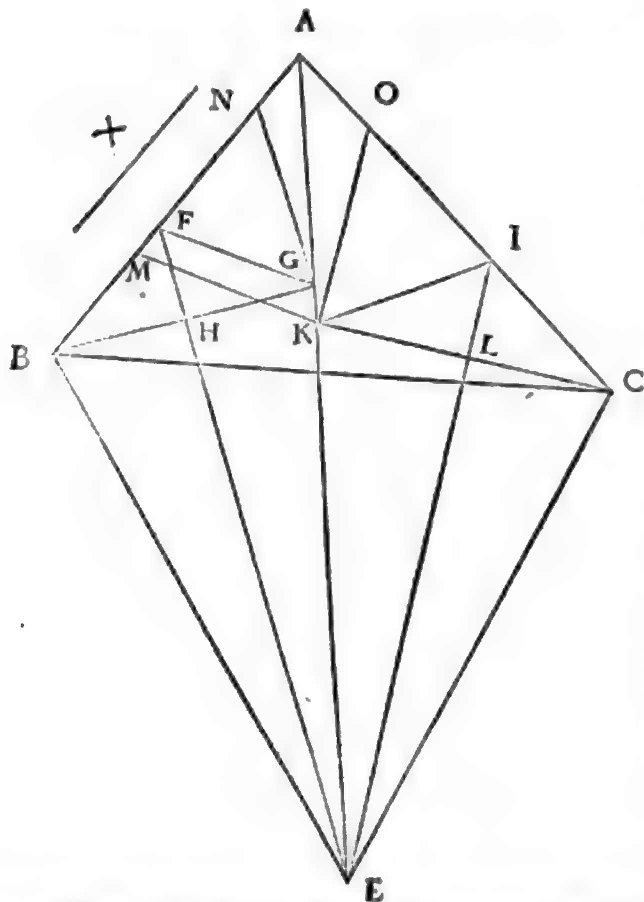
Sit datum triangulum ABC. Oportet invenire punctum, à quo actæ ad A, B, C apices dati trianguli tres lineæ rectæ imperatam teneant rationem, utpote acta ad A ad actam quidem ad B teneat rationem S ad Q, ad actam vero ad C teneat rationem S ad R.

Sit jam factum, & sit illud punctum E, itaque EA se habeto ad EB quidem sicut S ad Q, ad EC vero sicut S ad R. Cum igitur secabitur AB in F ut sit AF ad ad FB, sicut EA ad EB, id est S ad Q. & connectetur EF sectus erit bifariam angulus AEB. Itaque cum in EA sumetur EG ipsi EB æqualis, & connectetur BG, secabitur BG bifariam, & ad angulos rectos à recta EF. Secetur in H. & connectatur FG. Ergo FG, FB erunt æquales.



Æque,

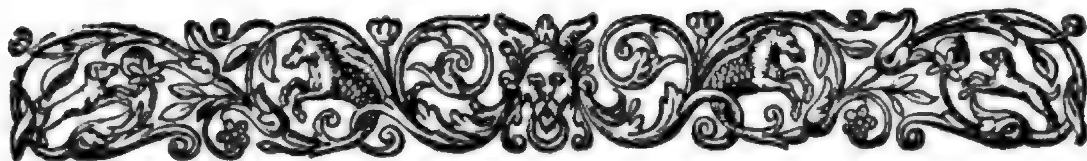
Æque, cum secabitur A C in I, ut sit AI ad IC, sicut EA ad EC, id est sicut S ad R, & connectetur EI, sectus erit bifariam angulus AEC. Itaque cum in EA sumetur recta EK ipsi EC æqualis, & connectetur CK, secabitur CK bifariam & ad angulos rectos à recta EI. Secetur in L, & connectatur IK. Ergo IK, IC erunt æquales. Ipsi autem FG agatur parallela KM, secans AB in M. Quoniam data sunt latera AB, AC, quæ secantur data ratione in signis F, I, ergo dantur AF, FB seu FG & AI, IC seu IK. Et quoniam parallelæ sunt FG, MK, quarum data est ratio, cum se habeat FG ad MK, sicut AG ad AK, id est ut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R, data autem est FG, ergo dabitur MK. Qua ratione dabitur etiam AM, cum sit sicut AG ad AK, ita AF data ad AM. Quadranguli igitur AMKC, aut (si coëant in eandem rectam MK, KC) trianguli, data erunt singula latera, una cum angulo MAC. Ergo data quoque erit AK datum angulum MAC secans, atque adeo EK, ob datam rationem EA ad EK.



Componetur autem sic. Secetur AB in F, ut sit AF ad FB, sicut S ad Q. & AC secetur in I, ut sit AI ad IC, sicut S ad R. Rursus AF secetur in M, ut sit AF ad AM, sicut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R. qua etiam in ratione sit F B ad X. Et centro M intervallo æquali ipsi X describatur circulus, quem centro I intervallo IC descriptus secet vel contingat in K, & connectatur AK, quæ producatur in E, ut sit AE ad KE, sicut S ad R. Ajo E punctum esse quæsitum, à quo cum ducentur EB, EC erit AE ad BE quidem sicut S ad Q. ad CE vero sicut S ad R. Ipsi enim MK agatur parallela FG secans AE in G, & connectantur BG, CK, EF, EI, ipsaque EF secet BG in H, & ipsa EI secet CK in L. Quoniam igitur constructæ sunt parallelæ MK, FG, erit AK ad AG, & MK ad FG sicut AM ad AF. id est sicut differentia inter S & R ad differentiam inter S & Q. Qua in ratione facta est MK, id est X ad FB. Sunt itaq; FB, FG æquales, ut etiam CI, IK sumptæ sunt æquales. Et eapropter triangula sunt æquicrura BFG KIC. Et quoniam AE ad KE facta est, sicut AI ad IC, id est, sicut S ad R, consequenter erit AE ad AK, sicut S ad differentiam inter S & R. Sed AG ad AK, est sicut differentia inter S & Q ad differentiam inter S & R. Ergo AE ad AG est, sicut S ad differentiam inter S & Q. Et componendo AE ad GE est, sicut S ad Q, id est, sicut AF ad FB. Iã agatur GN ipsi EF parallela, secans AB in N. Erit igitur AE ad GE, sicut AF ad FN. Ergo FN, FB erunt æquales, & consequenter æquales BH, HG. Trianguli itaq; æquicruri BFG secta est basis bifariam in H. Ergo ad angulos rectos. Unde triangula rectangula BHF, GHF æqualium sunt laterum & angulorum. Ac deniq; triangula rectangula BHE, GHE æqualium quoq; laterum & angulorum, ac proinde hypotenusa EB hypotenusæ EG æqualis. Est igitur AE ad GE. sicut S ad Q. Æque ducatur KO ipsi EI parallela. Erit igitur AE ad KE, sicut AI ad IO. Sed est sicut AI ad IC. Quare erunt IC, IO æquales, & consequenter æquales KL, LC. Trianguli itaque æquicruri KIC secta est basis KC bifariam in L. Ergo ad angulos rectos. Unde triangula rectangula CLI, KLI æqualium sunt laterum & angulorum. Ac denique triangula rectangula CLE, KLE, & proinde hypotenusa CE hypotenusæ EK æqualis. Est igitur AE ad CE, sicut S ad R. Itaque factum est quod oportuit.

FINIS.

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ VARIORVM DE REBVS MATHEMATICIS RESPONSORVM, LIBER VIII.

Capvt I.

Problema de duabus mediis, ἄλογον.



DE duplicatione cubi interrogatus, quare eam non adgnoſceret Geometra, ita reſpondi.

Lege Geometrica quiſquis duce conſtruit, unum
Ad duo quæ data ſunt puncta capit medium.
Sed medium duplex illum reperire neceſſe eſt,
Quem movet augendi fabrica juſſa Cubi.
Tu numerare potes, numeroſque reſolvere? binis
Solvere de mediis arte Problema potes.
Septa Geometræ non egreſſurus, idipſum
Tentas? in vanum te, miſer, excrucias.
Quæ cauſſa? anne illa hac ars eſt præſtantior arte?
Quodque poteſt numerus, linea nonne poteſt?
Eſt data principium numeri monas, illius omnes
Ad numeros ratio eſt nota ſubinde datos.
Sed nulla eſt ex ſe data linea, quæque relata eſt,
Quod punctum ſolamente ſubeſt minimum.
Sic, cum principium menſuræ circulus extet,
Ponitur ad radium quemlibet ille datum.
Qui vero exercet numeros, male collocat horas,
Si rectum curvo conciliare ſtudet.
Nempe eſt ad minimam cycloides linea rectam,
Ad monadem ſicut maximus eſt numerus.
Infinita Dei vis non datur, ut datur unus,
Nec punctum eſt cæli terra quod omnis habet.
Hæc ego perpendens myſteria Numinis alti,
In ſcirpo nodum quærere non ſtatuo.

Sane quot veteres conſtruxere Problema περὶ δύο μέσας, confugere εἰς ὀργανικήν, quales undecim ſummi illi artifices, Eudoxus, Plato, Hero, Apollonius, Diocles, Pappus, Sporus, Menechmus, Archytas, Eratoſthenes, ac denique Nicomedes. quorum omnium ſententiæ extant apud Eutocium in commentariis ad Archimedem, de Sphæra & Cylindro, ut non ſine cau-

sa Plutarchus dixerit Problema illud *ἄλογον*, non quod numeris explicari non possit, ut *γραμμαὶ ἄλογοι* dicuntur, sed cujus fabrica non ratione, sed instrumento constituatur.

Locus Plutarchi est in Marcello inquientis.

,, Ἀππίου μὲν τὸν πεζὸν ἐπάγοντος στρατὸν, αὐτὸς πεντήρεις ἔχων ἑξήκοντα, παντοδαπῶν
,, ὅπλων, καὶ βελῶν πλήρεις, ὑπὲρ δὲ μεγάλου ζεύγματος νεῶν ὀκτὼ πρὸς ἀλλήλας συν-
,, δεδεσμένων μηχανὴν ἄρας, ἐπέπλει πρὸς τὸ τεῖχος τῷ πλήθει καὶ τῇ λαμπρότητι τῆς
,, παρασκευῆς καὶ τῇ δόξῃ τῇ περὶ αὐτὸν πεποιθώς. ἧς ἄρα λόγος οὐδεὶς ἦν Ἀρχιμήδει, καὶ
,, τοῖς Ἀρχιμήδους μηχανήμασιν, ὧν ὡς μὲν ἔργου ἀξίου σπουδῆς, οὐδὲν ὁ ἀνὴρ προὔθετο. γεω-
,, μετρίας δὲ παιζούσης ἐγεγόνει πάρεργα πλεῖστα, πρότερον φιλοτιμηθέντος Ἱέρωνος τοῦ βα-
,, σιλέως, καὶ πείσαντος Ἀρχιμήδη τρέψαι τι τῆς τέχνης ἀπὸ τῶν νοητῶν ἐπὶ τὰ σωματικά,
,, καὶ τὸν λόγον ὅμως γέ πως δι᾽ αἰσθήσεως μίξαντα ταῖς χρείαις, ἐμφανέστερον καταστῆσαι
,, τοῖς πολλοῖς. τὴν γὰρ ἀγαπωμένην ταύτην καὶ περιβόητον ὀργανικὴν ἤρξαντο μὲν κινεῖν οἱ περὶ
,, Εὔδοξον καὶ Ἀρχύταν, ποικίλλοντες τῷ γλαφυρῷ γεωμετρίαν, καὶ λογικῆς ἀποδείξεως
,, οὐκ εὐποροῦντα προβλήματα, δι᾽ αἰσθητῶν καὶ ὀργανικῶν παραδειγμάτων ὑπερείδοντες,
,, ὡς τὸ περὶ δύο μέσας ἄλογον πρόβλημα, καὶ στοιχεῖον ἐπὶ πολλὰ τῶν γραφομένων ἀναγ-
,, καῖον, εἰς ὀργανικὰς ἐξῆγον ἀμφότεροι κατασκευὰς μεσογράφους τινὰς ἀπὸ καμπύλων
,, γραμμάτων, καὶ τμημάτων μεθαρμόζοντες. Ἐπεὶ δὲ Πλάτων ἠγανάκτησεν, καὶ διε-
,, τείνατο πρὸς αὐτοὺς, ὡς ἀπολλύντας καὶ διαφθείροντας τὸ γεωμετρίας ἀγαθόν. ἀπὸ τῶν ἀσω-
,, μάτων, καὶ νοητῶν ἀποδιδρασκούσης ἐπὶ τὰ αἰσθητά, καὶ προσχρωμένης αὖθις αὖ σώμασι
,, πολλῆς καὶ φορτικῆς βαναύσου ἀργίας δεομένης, οὕτω διεκρίθη γεωμετρίας ἐκπεσοῦσα μη-
,, χανικὴ καὶ περιορωμένη πολὺν χρόνον ὑπὸ φιλοσοφίας μία τῶν στρατιωτίδων τεχνῶν ἐγεγόνει.

Sunt tamen quidam adeo felicis ingenii, ut salutata Geometria statim se *ἄλογα* quæque & *ἄρρητα* adsequi posse contendant, & excitandi se causa sæpe ante triumphum canant & ludant. Publice autem interest ne studiosi opera & ocio abutantur. Quamobrem in eos ita lusi.

Plura, Mathematici, ne vota vovete caduca,
Decepti niveos nec jugulate boves.
Consecrare libet si vestra anathemata mentis,
Non ebur, at cornu, somnia vestra probet.

CAPUT II.

Historia duplicationis cubi.

HIstoria duplicationis cubi ex epistola Eratosthenis ad Ptolemæum regem, quam cum Epigrammate recenset Eutocius, & ex Vitruvio scitu digna, & jucunda est.

,, Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν.

,, Τῶν ἀρχαίων τινὰ τραγῳδοποιῶν φασὶν εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατασκευά-
,, ζοντα τάφον. πυθόμενον δὲ ὅτι πανταχοῦ ἑκατόμπεδος εἴη, εἰπεῖν,
,, Μικρόν γ᾽ ἔρεξας βασιλικοῦ σηκὸν τάφου,
,, Διπλάσιον ἔστω.
,, ὁ δὲ τέκτων τοῦ κύβου ἐπισφαλεῖς, διπλασιάζων ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου, ἐδόκει
,, διημαρτηκέναι. τῶν γὰρ πλευρῶν διπλασιασθεισῶν, τὸ μὲν ἐπίπεδον γίνεται τετραπλάσιον,
,, τὸ δὲ στερεὸν ὀκταπλάσιον. ἐζητεῖτο δὴ καὶ παρὰ τοῖς γεωμέτραις, τίνα ἄν τις τρόπον τὸ δο-
,, θὲν στερεὸν διαμένον ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διπλασιάσειεν. καὶ ἐκαλεῖτο τὸ τοιοῦτον πρόβλη-

μα,

μα, κύβου διπλασιασμός· ὑποθέμενοι γὰρ κύβον ἐζήτουν τοῦτον διπλασιάσαι· πάντων δὲ διαπορούντων ἐπὶ πολὺν χρόνον, πρῶτον Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπενόησεν, ὅτι ἐὰν εὑρεθῇ δύο εὐθειῶν γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονός ἐστι διπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, διπλασιασθήσεται ὁ κύβος, ὥστε τὸ ἀπόρημα αὐτοῦ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλασσον ἀπόρημα κατέστρεφεν. μετὰ χρόνον δέ τινάς φασιν Δηλίους ἐπιβαλλομένους κατὰ χρησμὸν διπλασιάσαι τινὰ τῶν βωμῶν ἐπιταχθέντας, ἐμπεσεῖν εἰς τὸ αὐτὸ ἀπόρημα. διαπεμψαμένους δὲ τοὺς παρὰ τῷ Πλάτωνι ἐν ἀκαδημίᾳ γεωμέτρας, ἀξιοῦν αὐτοῖς εὑρεῖν τὸ ζητούμενον. τῶν δὲ φιλοπόνως ἐπιδιδόντων ἑαυτοῖς, καὶ ζητούντων, δύο δοθεισῶν δύο μέσας λαβεῖν, Ἀρχύτας μὲν ὁ Ταραντῖνος λέγεται διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων εὑρηκέναι, Εὔδοξος δὲ διὰ τῶν καλουμένων καμπύλων γραμμῶν· συμβέβηκε δὲ πᾶσιν αὐτοῖς ἀποδεικτικῶς γεγραφέναι· χειρουργῆσαι δέ, καὶ εἰς χρείαν πεσεῖν μὴ δύνασθαι, πλὴν ἐπὶ βραχύ τι τοῦ Μενέχμου, καὶ ταῦτα δυσχερῶς. ἐπινενόηται δέ τις ὑφ' ἡμῶν ὀργανικὴ ῥᾳδία δι' ἧς εὑρήσομεν, δύο τῶν δοθεισῶν οὐ μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὅσας ἄν τις ἐπιτάξῃ. τούτου εὑρισκομένου δυνησόμεθα καθόλου τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλογράμμοις περιεχόμενον εἰς κύβον καθιστάναι, ἢ ἐξ ἑτέρου εἰς ἕτερον σχηματίζειν, καὶ ὅμοιον ποιεῖν καὶ ἐπαύξειν διατηροῦντας τὴν ὁμοιότητα. ὥστε καὶ βωμούς, καὶ ναούς. δυνησόμεθα δὲ καὶ τὰ τῶν ὑγρῶν μέτρα, καὶ ξηρῶν, λέγω δὲ οἷον μετρητὴν μέδιμνον εἰς κύβον καθιστάναι, καὶ διὰ τῆς τούτου πλευρᾶς ἀναμετρεῖν τὰ τούτων δεκτικὰ ἀγγεῖα πόσον χωρεῖ. χρήσιμον δὲ ἔσται τὸ ἐπινόημα, καὶ τοῖς βουλομένοις ἐπαύξειν καταπαλτικὰ καὶ λιθοβόλα ὄργανα. δεῖ γὰρ ἀνάλογον ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὰ πάχη, καὶ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς κατατρήσεις, καὶ τὰς χοινικίδας, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα νεῦρα, εἰ μέλλει καὶ ἡ βολὴ ἀνάλογον ἐπαυξηθῆναι· ταῦτα δὲ οὐ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς μέσων εὑρέσεως.

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλάσιον ὠγαθὲ τεύχειν
 φράζεαι, τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι, τόδε τοι πάρα· κἂν σύ γε μάνδρην
 ἢ σιρόν, ἢ κοίλου φρείατος εὐρὺ κύτος
Τῇ δ' ἀναμετρήσαιο μέσας ὅτι τέρμασιν ἄκροις
 συνδρομάδας δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων.
Μηδὲ σύ γ' Ἀρχύτεω δισμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
 μηδὲ Μενεχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
Δίζηαι· μηδ' εἴ τι θεουδέος Εὐδόξοιο,
 καμπύλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖς δέ τε ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μυρία τεύχοις,
 ῥεῖά κεν ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος.
Εὐαίων Πτολεμαῖε πατὴρ ὅτι παιδὶ συνηβῶν
 πάνθ' ὅσα καὶ μούσαις καὶ βασιλεῦσι φίλα.
Αὐτὸς ἐδωρήσω· τὸ δ' ἐς ὕστερον οὐράνιε Ζεῦ
 καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο· λέγοι δέ τις ἄνθεμα λεύσσων
 τοῦ Κυρηναίου τοῦτ' Ἐρατοσθένεος.

Vitruvius libro IX. Capite II.

Transferatur mens ad Archyta Tarentini, & Eratosthenis Cyrenai cogitata. Hi enim multa & grata à Mathematicis rebus hominibus invenerunt. Itaque cum in cateris inventionibus fuerint grati, in ejus rei concertationibus maxime sunt suspecti. Alius enim alia ratione explicare curavit quod Delo imperaverat responsis Apollo, uti ara ejus quantum haberet pedum quadratorum id duplicaretur, & ita fore ut ij qui essent in ea insula tunc religione liberarentur. Itaque Archytas hemi-

 cylin-

„ *cylindrorum descriptionibus, Eratosthenes organica Mesolabi ratione idem explicaverunt.*

Ut autem Eratosthenes de suo invento consecravit mentis anathema, sic ante Eratosthenem

Ηνίκε Πυθαγόρης τὸ περίκλεες εὕρετο γράμμα
Κεῖν' ἐφ' ὅτῳ κλεινὴν ἤγαγε βουθυσίην.

Et post Eratosthenem

Τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς εὕρων ἑλικώδεις
Περσεὺς. τῶν δ' ἕνεκα δαίμονας ἱλάσατο.

CAPVT III.

Protases Cyclotomicæ.

PRotases Cyclotomicæ non sunt folia Sibyllæ, si non ex vi verborum, sed ex verisimili mente proponentis candide & secundum Mathematicos interpretationem accipiant.

Protases.

„ *Quid est quæ spacium rotatile orbis*
„ *Quadro limite contrahit potestas?*
„ *Quid pomœria quæ rotunda circi*
„ *Curvis linea finibus coercet?*
„ *Ambas reddere possit an Logista*
„ *Argutis numeris? an hanc, an illam,*
„ *An neutras? Data circuli potestas*
„ *Cui sit debita circulo? Potestas*
„ *Quod segmen data segminis requirat?*
„ *Et quantum modulum in dato orbe circi?*
„ *Et quæ segminis est dati potestas?*
„ *Quavis scalpra trifariam secare.*
„ *In partes totidem angulum secare.*
„ *Hos si solveris, ô Poëta, nodos,*
„ *Si non solvero ego hos, Poëta, nodos,*
„ *Tu sis Phœbus, & ipse sim* * lacuna *

Primæ propositionis constructio est.

Quid est] quænam est. *Potestas*] figura plana. *Quadro limite*] quadrata. *Quæ contrahit*] quæ æquat. *Spacium rotatile orbis*] circulum.

Secundæ.

Quid linea] quænam est linea. *Quæ coërcet*] quæ terminat. *Finibus curvis*] punctis. *Pomœria rotunda circi*] circulum.

Tertiæ.

An Logista] an Geometra. *Possit reddere*] possit ostendere. *Ambas*] lineam rectam, cujus quadratum est æquale circulo, & circumferentiam circuli. *Argutis numeris*] se habere inter se ut numerum ad numerum, vel non. alteram alteri esse commensurabilem, vel incommensurabilem. *An hanc, an illam, an neutras?*] bene perspicuis demonstrationibus.

Quartæ.

Cui circulo sit debita] cui circulo æquetur. *Data potestas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Circuli*] æquandum circulo.

Quin-

Quintæ.

In dato orbe circi] in dato circulo. *Quod segmen requirat*] cui segmento æquetur. *Data potestas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Segminis*] æquandum segmento.

Sextæ.

In dato orbe circi] ad datum circulum. *Quantum modulum requirat*] quam analogiam habeat. *Data potestas*] datæ lineæ rectæ quadratum. *Segminis*] æquandum segmento.

Septimæ.

Quæ est potestas] quæ est linea recta, cujus quadratum est æquale. *Dati segminis*] dato segmento circuli.

Octavæ.

Quæris scalpra] datum sectorem circuli majorem. *Secare trifariam*] secare in ratione imperata.

Nonæ.

Angulum] datum sectorem circuli minorem. *Secare trifariam*] secare in ratione imperata.

Etsi autem insolens fortassis videbitur constructio, tamen omnino necessaria est, ut propositiones sint in tuto, quas alioquin ita conciperet Geometra.

1 Dato circulo invenire quadratum æquale.
2 Invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.
3 Ostendere latus quadrati circulo æqualis esse incommensurabile vel commensurabile diametro.
4 Dato quadrato invenire circulum æqualem.
5. & 6. Datum circulum ita secare, ut segmentum æquale sit dato quadrato.
7 Dato circuli segmento invenire quadratum æquale.
8. & 9. Datam circumferentiam circuli secare in ratione imperata.

Epilogus Poëtica est.

CAPUT IV.

Μεσόγραμμον. *Radius.* Μετρικὴ τέχνη. *Scalprum.* Δύναμις. *Dies Septimanæ.*

Διττὰ λαβεῖν μεσόγραμμα non est δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Non magis διττὰ μεσόγραμμα sunt duæ mediæ lineæ quam διττὰ παραλληλόγραμμα duæ lineæ parallelæ, vel διττὰ εὐθύγραμμα duæ rectæ, διττὰ μελανόγραμμα duæ nigræ, πολύγραμμα plures, πεντέγραμμα quinque, ac denique μονόγραμμον linea una. Παραλληλόγραμμα, εὐθύγραμμα, περιφερόγραμμα, καμπυλόγραμμα, & similia adjectiva à voce γραμμῆς deducta sunt schemata & figuræ, quæ lineis interstinguuntur.

¶ Radius elegans est verbum quo dimidia dimetiens circuli significetur. Cicero in Timæo.

„ Et globosus fabricatus est mundus quod Græci σφαιροειδῆ vocant, cu-
„ jus omnis extremitas paribus à medio radiis attingitur. Virgilius secundo
„ Georgicωn.

„ *Hinc* (id est, è Sylvis) *radios trivere rotis Agricolæ.*

Ovidius secundo Metamorphoseωn.

„ *Aureus axis erat, temo aureus, aurea summa,*
„ *Curvatura rotæ, radiorum argenteus ordo.*

Plato

Plato autem in eo quem Tullius interpretatus est Timæi loco vocem ἄκλινος non usurpavit.

¶ Non vox Metricæ pro Geometria, sed Geometriæ vox pro Metrica recepta est. Plato in Philebo; τί δὲ λογιστικὴ καὶ μετρητικὴ κατὰ τὴν τεκτονικὴν καὶ κατ' ἐμπορικὴν τῆς κατὰ φιλοσοφίαν γεωμετρίας τε καὶ λογιστικῶν καὶ καταμελετωμένων πότερον ὡς μία ἑκατέρα, λεκτέον ἢ δύο τιθῶμεν. Idem libro VII. de Republica Geometriam ponit τὴν περὶ τὸ ἐπίπεδον πραγματείαν. At μάθημα περὶ τὴν τῶν κύβων αὔξην καὶ τὸ βάθος μετέχον οὔπω δοκεῖ εὑρῆσθαι, καὶ τῇ ζητήσει γελοίως ἔχει. Et dicebatur Stereometria quam usu tamen Geometriam quoque σφόδρα γελοῖον ὄνομα, ut est in Epimenide, tandem vocaverunt.

¶ Σκυτοτόμος secat apud Platonem τομεῖ καὶ σμίλῃ. τομεὺς figura Geometrica est. Ergo σμίλη figura quoque erit Geometrica. Vix scalpra & formas ita emerim non sutor ad locupletandum Mathemata. Artificum enim organa à figuris Geometricis designantur. At figuras contra Geometricas ab artificum organis denominari non sinet Plato. Quinimmo dixerit illud esse τὸ γεωμετρίας ἀγαθὸν διαφθείρειν ἀπὸ τῶν ἀσωμάτων καὶ νοητῶν ἀποδιδρασκούσης ἐπὶ τὰ αἰσθητά.

¶ Δύναμις lineæ rectæ non est ipsa linea recta, aliave longitudo, sed planum. Δύναμις circuli non est circulus, aliave figura plana, sed plano-planum. Est δυναμοδύναμις. Plana planis, plano-plana plano-planis comparentur. Nemini licet à lege homogeneorum deflectere.

¶ De diebus septimanæ insignis est & singularis apud Dionem locus libro XXXVII. Sic enim ait ille.

Dion Cassius lib. 37.

,, Τὸ δὲ δὴ ἐς τοὺς ἀστέρας τοὺς ἑπτὰ τοὺς πλανήτας ὠνομασμένους τὰς ἡμέρας ἀνακεῖσθαι,
,, κατέστη μὲν ὑπ' Αἰγυπτίων, πάρεστι δὲ καὶ ἐπὶ πάντας ἀνθρώπους, οὐ πάλαι ποτὲ, ὡς λόγῳ
,, εἰπεῖν, ἀρξάμενον οἱ γοῦν ἀρχαῖοι Ἕλληνες οὐδαμῇ αὐτὸ (ὅσα γε ἐμὲ εἰδέναι) ἠπίσταντο, ἀλλ'
,, ἐπειδὴ καὶ πάνυ νῦν τοῖς τε ἄλλοις ἅπασι καὶ αὐτοῖς καὶ τοῖς Ῥωμαίοις ἐπιχωριάζει, καὶ ἤδη
,, καὶ τοῦτο σφισὶ πάτριον τρόπον τινὰ ἐστὶ βραχύ τι περὶ αὐτοῦ διαλεχθῆναι βούλομαι, πῶς
,, τε καὶ τίνα τρόπον τοῦτο τέτακται. ἤκουσα δὲ δύο λόγους, ἄλλως μὲν οὐ χαλεποὺς γνωσθῆναι
,, θεωρίας τινὰς ἐχομένους. εἰ γάρ τις τὴν ἁρμονίαν τὴν διὰ τεσσάρων καλουμένην (ἥπερ που καὶ
,, τὸ κῦρος τῆς μουσικῆς συνέχειν πεπίστευται) καὶ ἐπὶ τοὺς ἀστέρας τούτους ὑφ' ὧν ὁ πᾶς τοῦ οὐρανοῦ
,, κόσμος διείληπται, κατὰ τὴν τάξιν καθ' ἣν ἕκαστος αὐτῶν περιπορεύεται καὶ ἐπάγει). ἀρξά-
,, μενος ἀπὸ τῆς ἔξω περιφορᾶς τῆς τῷ Κρόνῳ διδομένης, ἔπειτα διαλιπὼν δύο τὰς ἐχομέ-
,, νας τὸν τῆς τετάρτης δεσπότην ὀνομάσειε, καὶ μετ' αὐτὸν δύο αὖ ἑτέρας ὑπερβὰς ἐπὶ τὴν ἑβδό-
,, μην ἀφίκοιτο, κἂν τῷ αὐτῷ τούτῳ τρόπῳ αὐτάς τε ἐπανιὼν καὶ τοὺς ἐφόρους σφῶν
,, θεοὺς ἀνακυκλῶν ἐπιλέγοι, τὰς ἡμέρας εὑρήσει πάσας αὐτὰς μουσικῶς πως τῇ τοῦ οὐρανοῦ
,, διακοσμήσει προσηκούσας. εἷς μὲν δὴ οὗτος λέγεται λόγος. ἕτερος δὲ ὅδε τὰς ὥρας τῆς
,, ἡμέρας καὶ τῆς νυκτὸς ἀπὸ τῆς πρώτης ἀρξάμενος ἀριθμεῖν καὶ ἐκείνην μὲν τῷ Κρόνῳ δι-
,, δοὺς, τὴν δὲ ἔπειτα τῷ Διὶ, καὶ τρίτην Ἄρει, τετάρτην Ἡλίῳ, πέμπτην Ἀφροδίτῃ, ἕκτην Ἑρμῇ,
,, καὶ ἑβδόμην Σελήνῃ, κατὰ τὴν τάξιν τῶν κύκλων καθ' ἣν οἱ Αἰγύπτιοι τοιαύτην νομίζουσι, καὶ
,, τοῦτο καὶ αὖθις τρίψας. πάσας γὰρ οὕτως τὰς τέσσαρας καὶ εἴκοσιν ὥρας περιελθὼν εὑρήσει τὴν
,, πρώτην τῆς ἐπιούσης ἡμέρας ὥραν ἐς τὸν Ἥλιον ἀφικνουμένην. καὶ τοῦτο καὶ ἐπ' ἐκείνων τῶν τεσσά-
,, ρων καὶ εἴκοσιν ὡρῶν κατὰ τὸν αὐτὸν τοῖς πρόσθεν λόγον πράξας τῇ Σελήνῃ τὴν πρώτην τῆς τρίτης
,, ἡμέρας ὥραν ἀναθήσεις. καὶ οὕτω καὶ διὰ τῶν λοιπῶν προϊὼν τὸν προσήκοντα ἑαυτῇ θεὸν ἑκάστη
,, ἡμέρα λήψεται. ταῦτα μὲν οὕτω παραδέδοται.

Id est ex interpretatione Xylandri.

Quod autem dies ad ſeptem ſidera illa quos planetas appellarunt referuntur, id ab Ægyptiis haud ita dudum, ut paucis dicam, inſtitutum ad omnes homines dimanavit. Nam priſcis Græcis, quantum mihi conſtat, notus hic mos non fuit, & quandoquidem is nunc & apud omnes homines ubique & præſertim apud Romanos uſitatus eſt, paucis qua ratione & quo pacto ita inſtitutus ſit diſſeram. De quo duos ſermones accepi haud ita difficiles cognitu, contemplationi tamen cuidam innitentes. Nam ſi quis harmoniam eam quæ diateſſaron vocatur (quæ alioquin in Muſica primas obtinere creditur) etiam ad iſthæc ſidera quibus omnis cæli ornatus conſtat, ita transferat, quemadmodum ordo converſionis unjuſcujuſque eorum exigit, factoque ab extremo ambitu quem Saturno tribuunt initio, dein proxime ſequentes duos motus præteriens quarti dominium recenſeat, iterumque ab eo duobus proxime præteritis ad ſeptimam converſionem deveniat. Atque hoc modo diebus ſingulis eorum inſpectores gubernatoreſq; Deos in orbem rediens deligat, aſſignetque. Is inveniet omnes dies Muſica quadam ratione cæleſti adminiſtrationi congruere. Atque hæc prior fertur ratio. Altera hæc eſt. Horas tam diei quam noctis numera à prima incipiens eamque Saturno tribue, ſequentem Jovi, tertiam Marti, quartam Soli, quintam Veneri, Mercurio ſextam, ſeptimam Lunæ ſecundum ordinem orbium quem eo quo perhibui modo Ægyptii tradunt, hocque aliquoties facto ubi per viginti quatuor horas circumiveris, primam ſubſequentis diei horam invenies Soli obtingere. Jam ſi hujus quoque diei horas viginti quatuor eodem modo tractes, ad Lunam referes primam tertiæ diei horam. Sique eodem modo reliquos etiam dies percurreris, quævis dies ſibi congruentem Deum accipiet. Atque hæc quidem ita perhibentur.

CAPUT V.

Περὶ δύο μέσας Πρόβλημα, cum extremæ ſunt in ratione dupla.

IN Supplemento Geometrico adnotata eſt ex Poriſticis methodus deſcribendi compendioſe *εἰς κύβου διπλασιασμὸν* quatuor lineas rectas *ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ* cum extremæ ſunt in ratione dupla. Placet igitur hoc loco via Syntheſeos idem opus demonſtrare.

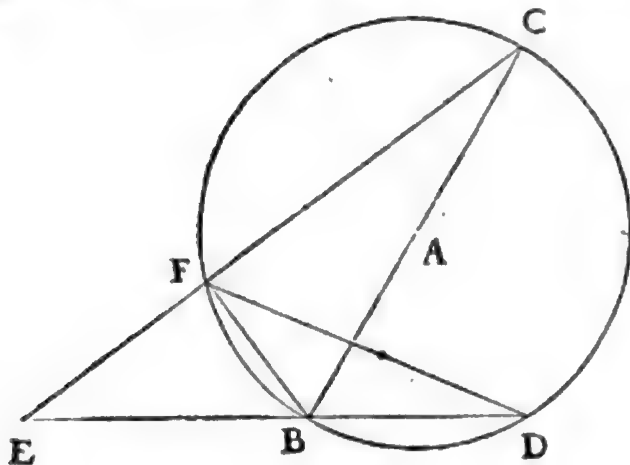
PROPOSITIO.

Deſcribere quatuor lineas rectas continue proportionales, quarum extremæ ſint in ratione dupla.

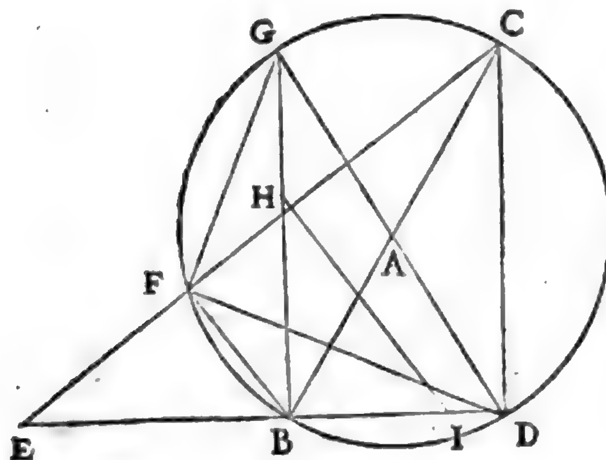
Centro A intervallo quocunque deſcribatur circulus, & acta diametro BAC, ſumatur BD circumferentia hexagoni. Et ſubtendantur BD, DC, & in DB continuata ponatur CE ſecans circulum in F, ita ut FE fiat æqualis ipſi BD ſeu AD vel AC ſemidiametro circuli, & connectatur FD. Dico continue proportionales eſſe EF, EB, FD, BC.

Quoniam enim triangula EFD, EBC angulum habent ad E communem, ipſi autem angulo ECB angulus FDE eſt æqualis, cum utriuſvis amplitudinem duplam definiat eadem circumferentia BF, ideo angulus EFD angulo EBC eſt æqualis, reliquus videlicet reliquo. Itaque ſimilia triangula ſunt EFD, EBC, & vi ſimilitudinis eſt ut EF ad EB, ita FD ad BC.

Porro actæ CD agatur æqualis & parallela BG, ſecans EC in H, & ad H educatur HI ipſi EC perpendicularis, ſecans ED in I, & connectantur GF, FB. Triangula igitur rectangula



ctangula sunt EFB, DFG. Anguli enim ad F recti sunt. Sed & anguli FBC duplam amplitudinem definit circumferentia CGF. Consequenter anguli exterioris, videlicet FBE amplitudinem duplam definit circumferentia FBD, angulus igitur FBE angulo FGD est æqualis, & reliquus reliquo. Quare triangula EFB, DFG similia sunt. Ipsi autem EFB simile est triangulum EHI, quia parallelæ sunt FB, HI, utraque secans EC perpendiculariter, hæc ex constructione, illa ex vi circuli.



Est igitur ut FD ad DG, ita EH ad EI, & ut EF ad EB, ita EH ad EI. Est autem ut EF ad EB, ita EB ad EH, propter triangulorum quoque EFB, EBH similitudinem. Quare proportionales sunt continue EF, EB, EH, EI. Sed ex ratione parallelarum est quoque ut BD id est EF ad EB, ita HC ad EH. Quare HC, EB sunt æquales. Dico EI quoque æquari BC.

In triangulo enim EBC obliquangulo, cujus altitudo CD, quadratum ex EC æquale est quadratis ex BC, EB singulis, una cum eo quod fit sub EB, BD bis. Ipsum vero quadratum ex EC, æquale quadratis ex EH, HC singulis una cum eo quod fit sub EH, HC bis. Vtrinque auferatur quadratum ex HC seu EB. Quadratum igitur ex EH una cum eo quod fit sub EH, EB bis, æquatur quadrato ex BC una cum eo quod fit sub EB, BC, id est, æquatur facto sub BC & composita ex EB, BC. Sed quadratum ex EH valet factum sub EB, EI. Facto autem sub EH, EB bis, æquatur factum sub EF, EI bis, factumve sub BC, EI. Quare factum sub EI & composita ex EB,BC, æquatur facto sub BC & composita ex EB, BC. Est igitur BC æqualis EI, & sunt continue proportionales EF, EB, EH, BC. Sed erat ut EF ad EB, ita FD ad BC. Quare FD quoque est æqualis ipsi EH, & fiunt continue proportionales EF, EB, FD, BC. Primæ autem EF extrema BC est dupla. Est enim BC diameter, & ipsa EF constructa est semidiametro æqualis. Constructæ sunt igitur quatuor lineæ rectæ continue proportionales EF, EB, FD, BC, quarum extremæ sunt in ratione dupla. Quod erat faciendum.

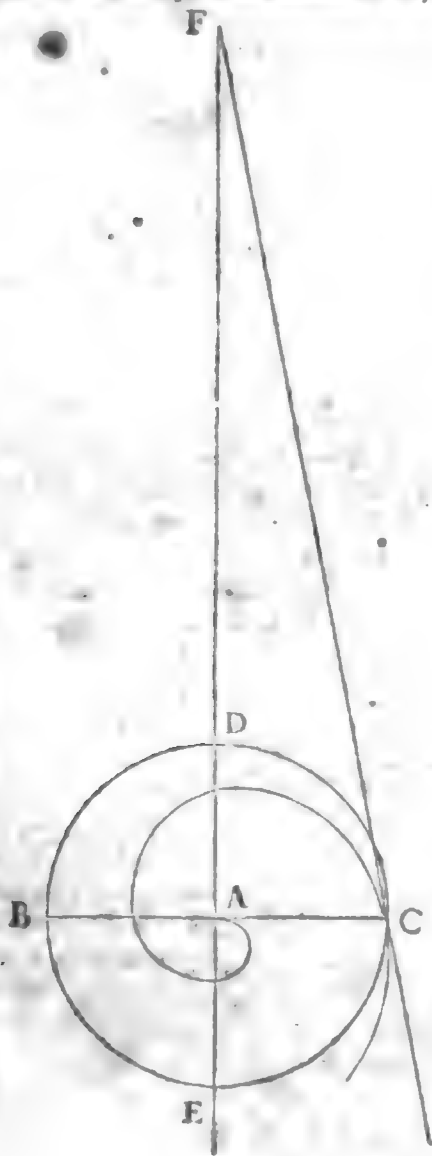
Est autem Mechanice bene obvia & absolvitur una, quod ajunt, circini adapertura.

Sit	EF	100,000,000.	I.	
Fit	EB	125,992,105.	II.	ἔγγιστα.
	FD	158,740,105.	III.	ἔγγιστα.
	CB	200,000,000.	IV.	ἀκριβῶς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cum jubetur Arithmeticus inter 1 & 2 exhibere numerum medium proportionalem, ille vero responderit non exhiberi, quoniam numeri extremi 1 & 2 non sunt similes plani, tam apte in ea hypothesi solvit Problema de uno medio, quam si juberetur inter 1 & 4 exhibere medium proportionalem, & exhibuerit,

hibuerit 2. Problema enim Arithmeticum Inter duos numeros datos invenire numerum medium proportionalem, *intelligitur, ſi modo dati extremi ſint ſimiles plani, id eſt, invenire medium, ſi quidem ſit aliquis medius. Sic cum jubetur inter 1 & 2 exhibere duos medios continue proportionales, ille vero reſponderit non exhiberi, quoniam extremi 1 & 2 non ſunt ſimiles ſolidi, tam apte in ea hypotheſi ſolvit Problema de duabus mediis, quam ſi juberetur inter 1 & 8 exhiberi duos medios numeros continue proportionales, & exhibeat 2 & 4. Problema enim Arithmeticum* Inter duos numeros datos invenire duos medios numeros continue proportionales, *intelligitur, ſi modo dati numeri ſint ſimiles ſolidi. Similitudinem autem numerorum arguit Arithmeticus ſtatim ac in ſpecie dati ſunt numeri. Cum autem Geometra profitetur inter datas duas lineas rectas invenire ſe mediam proportionalem, non ſatisfacit Problemati, niſi eam exhibeat, ſive data extrema ſe habeant in ratione quadrati numeri ad quadratum numerum, ſive in alia quacunque, quoniam media illa de qua quæritur eſt re ipſa. Neque enim ut in numeris, ſic in lineis perpetua eſt ſymmetria. Æque ſi quis profiteatur inter datas duas lineas rectas invenire ſe duas medias continue proportionales, non ſatisfaciet Problemati, niſi eas exhibeat, ſive data extrema ſe habeant in ratione cubi numeri ad cubum numerum, ſive alia quacunque. cum duæ illæ mediæ quæſitæ ſint re ipſa. Plane, datis duabus lineis rectis habentibus inter ſe proportionem numeri cubi ad numerum cubum, licebit invenire Geometrice duas medias continue proportionales. invenietur enim maxima datarum communis menſura, quæ metietur datas per numerum cubum. Metiatur ſane primum octies, quartam vicies ſepties. Prima igitur ad ſecundam per reſolutionem Arithmeticam erit ut duo ad tria. Itaque qualium partium prima erit octo, talium ſecunda erit duodecim. Fit autem Geometrice ut numerus ad numerum, ita linea recta ad lineam rectam. Sed eam habitudinem numeri cubi ad numerum cubum oportebit ex lege quæſtionis proponi, quoniam ut eam arguit Arithmeticus numerorum qui proponuntur, artificioſa, unitatis vi, reſolutione, non ita Geometra ſuarum linearum, quarum nulla datur ex ſe, conſtructione.*



CAPVT VI.

Vſus volutarum in dimenſione circuli.

QUæ ad dimenſionem circuli pertinent Problemata, ſoleo, miſſa facta Dinoſtrati, Nicomedis, & Hippiæ linea τετραγωνιζούσῃ, ea per Helicas Archimedeas, feliciores, meo quidem judicio, & elegantiores, quando earum vis dignius quam ſolet expenditur, ita abſolvere.

PROPOSITIO I.

Invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.

Sit datus circulus cujus A centrum, diameter BAC. Oportet invenire lineam rectam circumferentiæ dati circuli æqualem.

Diametrum BC ſecet perpendiculariter diameter DE, & deſcribatur helix, cujus principium A, principium vero converſionis recta AC. Tangat autem helicem in C puncto recta CF, abſcindens AD continuatam in F. Dico rectam AF toti cir-

cumferentiæ dati circuli ſub A centro deſcripti eſſe æqualem. Ex demonſtratis ab Archimede propoſitione xxviij περὶ ἑλικῶν.

PROPOSITIO II.

Invenire quadratum dato circulo æquale.

At per primam Archimedis ἐν κύκλου μετρήσει triangulum rectangulum cujus altitudo æqualis eſt perimetro circuli, baſis ſemi-diametro, circulo eſt æquale. Area autem cujuſvis trianguli eſt æqualis ei quod fit plano à baſe in dimidium altitudinis. Quod igitur fiet ex ſemiperimetro, & ſemidiametro circuli erit æquale circulo. Quare inter ſemidiametrum circuli, & lineam rectam æqualem ſemi-circumferentiæ ſumatur media proportionalis, à qua efformetur quadratum. Erit igitur illud circulo æquale.

PROPOSITIO III.

Invenire circulum dato quadrato æqualem.

Exponatur circulus quilibet, & is quadretur. Et fiat ut latus quadrati circulo expoſito æqualis, ad latus dati quadrati, ita ſemidiameter expoſiti ad aliam rectam. Erit igitur alia illa recta ſemidiameter inveniendi circuli. Deſcribatur itaque ex poſtulato circulus. Ergo deſcriptus dato quadrato erit æqualis.

PROPOSITIO IV.

Inſcriptas circulo lineas rectas ita producere, ut productæ ſint æquales circumferentiis, quibus inſcriptæ ſubtenduntur.

Circulo ſub A centro deſcripto: inſcribantur primum diameter BD, & præterea quælibet rectæ BC, BE. Oportet rectas BC, BD, BE ita producere, ut productæ ſint æquales ipſis circumferentiis B C, B D, BE. Tangat circulum recta FBG, poſita FB æquali duplo totius circumferentiæ circuli, & deſcribatur helix cujus principium ſit B, principium vero converſionis recta BF. Et in helicem incidant continuatæ F B quidem in G, inſcriptæ vero BC, BD, BE in H, I, K. Unde fiat BI æqualis ſemi-circumferentiæ, & BG æqualis toti circumferentiæ circuli. Et ſit L inter B & C verſus punctum F. Dico ſimiliter BCH, BEK eſſe æquales circumferentiis BLC, BL E. Et quotquot lineæ inſcribentur eidem circulo & porrigentur ad helicem. Dico porrectas & in helicem incidentes fore æquales ipſis circumferentiis intra quas deſcribuntur. Etenim ex natura & definitione helicum Archimedearum, eſt ut circumferentia BLD ad circumferentiam BLC, ita recta BI ad rectam BH. Sed recta BI eſt æqualis circumferentiæ BD. Ergo recta BH eſt æqualis circumferentiæ BLC. Viget autem in reliquis ea ipſa demonſtratio.

PRO-

Propositio V.

Datam circumferentiam secare in imperata ratione.

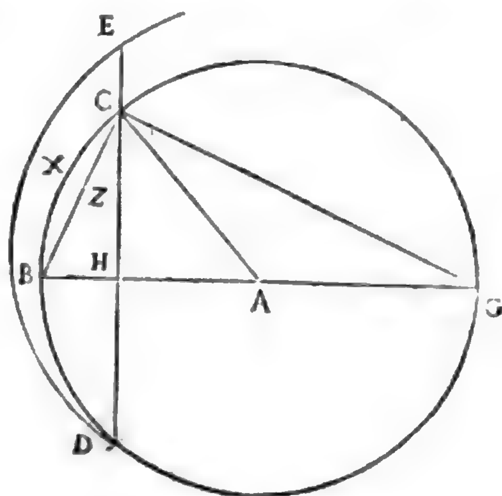
Sit circulus sub A centro descriptus, in quo detur quælibet circumferentia BC quam oporteat ita secare, ut tota BC ad partem ejusdem se habeat in ratione imperata X ad Z. Sumatur ipsi circumferentiæ BC recta BH æqualis, describendo helicem BHIG, ut in antecedente constructione, & fiat BH ad BM, sicut X ad Z. Et à puncto B incidat in helicem BIG recta BN, æqualis BM abscindens circumferentiam circuli in O. Est igitur circumferentia BC ad circumferentiam BO, sicut recta BH ad rectam BN seu BM, id est sicut X ad Z.

Quare factum est quod oportuit.

Propositio VI.

Si segmentum circuli sit minus semicirculo, id quod sit planum sub semi-diametro & differentia inter duplum circumferentiæ qua segmentum comprehenditur, & inscriptam ejusdem duplo, æquale est quadruplo ipsius segmenti.

Sub A centro describatur circulus BXCD sectus à quacumque BZC. Et sit segmentum BXCZ minus semicirculo. Ipsi autem CXB circumferentiæ sumatur circumferentia BD æqualis, & jungatur DC, producaturq; in E, ita ut DE sit æqualis circumferentiæ DBXC. Dico id quod fit planum sub AB, CE æquari quadruplo sectionis BXCZ.



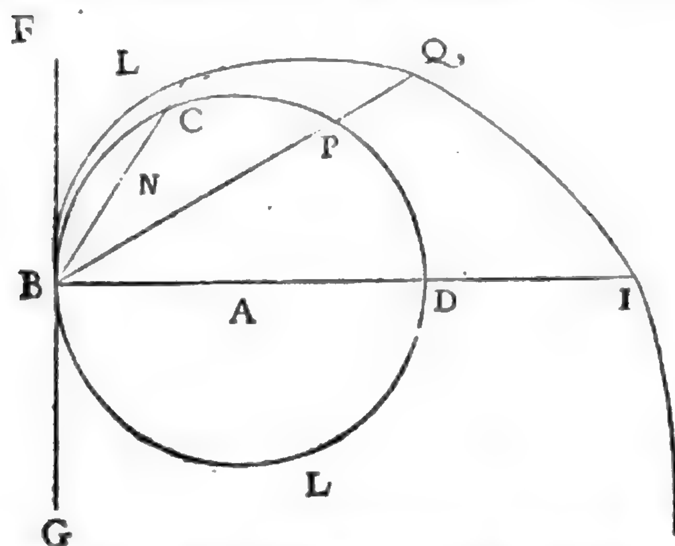
Agatur enim diameter BAG, secans CD in H, & jungantur CA, CG. Secatur igitur CD bifariam & perpendiculariter in H. Et triangulum BCG æquale est ei quod fit sub altitudine CH & AB, quæ dimidia est basis BG. Ejusdem vero trianguli BCG dimidium est triangulum CBA. Constat autem sector CAB tum segmento BXCZ tum triangulo CAB. Idem sector est æqualis dimidio ejus quod fit sub AB & circumferentia BC. Quare segmentum BXCZ una cum triangulo CAB, id est dimidio ejus quod fit sub CH, AB, æquatur dimidio ejus quod fit sub AB & circumferentia BC. Omnia quadruplicentur. Segmentum igitur BXCZ quater una cum eo quod fit sub CD, AB, æquatur ei quod fit sub AB & circumferentia DBXC, hoc est sub AB & recta DE. Utrinque auferatur id quod fit sub CD, AB. Quadruplo igitur segmenti BXCZ æquatur id quod fit planum sub AB, CE. Quod erat ostendendum.

Propositio VII.

Dato circuli segmento invenire quadratum æquale.

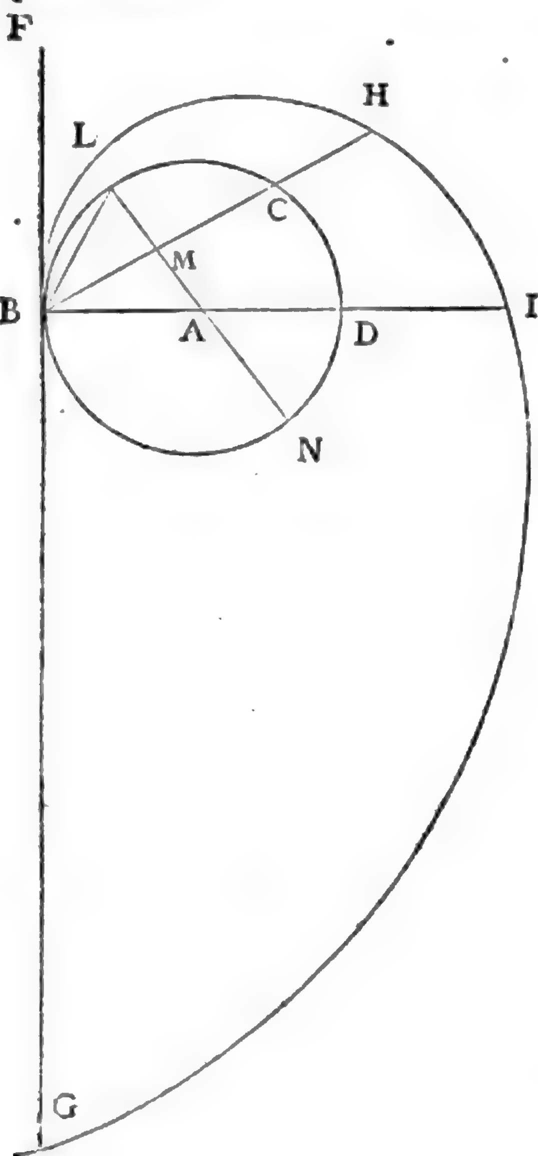
Sit datum circuli segmentum BLCN. Oportet segmento BLCN invenire quadratum æquale. Describatur circulus, cujus spacium BLCN portio est. Aut igitur segmentum BLCN minus est semicirculo, aut majus. Sit primum minus. In descripto igitur circulo suma-

sumatur circumferentia BP dupla ipsius BC & subtendatur BP & producatur in Q, ita ut recta BQ sit ipsi circumferentiæ BP æqualis, secundum jam tradita helicis idcirco describendæ præcepta.



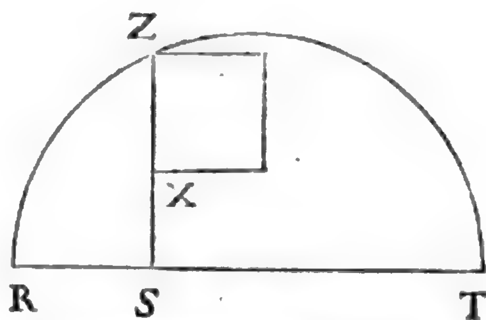
Agatur etiam semidiameter BA. Quod igitur fiet sub B A, P Q erit quadruplo segmenti BLCN æquale. Quare inter AB & PQ quæretur media proportionalis, à cujus mediæ semisse quadratum erit æquale segmento BLCN.

Quod si datum segmentum sit majus semicirculo, nihilominus quadrabitur minus, reliquum videlicet è circulo, quod cum auferetur è quadrato circulum æquante, dabitur quadratum æquale segmento majori quæsito. Itaque utrovis casu imperato satisfit.



PROPOSITIO VIII.

Datum circulum ita secare, ut segmentum sit æquale dato quadrato.



Sit datus circulus BCDN, datum quoque quadratum cujus latus ZX. Oportet circulum BCDN ita secare, ut segmentum sit æquale quadrato ex ZX. Aut igitur quadratum ex ZX minus est semicirculo vel majus. Sit primum minus semicirculo. Duplato igitur latere ZX in S, quadratum quod fit ex ZS erit quadruplum quadrati ex ZX, & ipsum quadratum ex ZS erit minus duplo circuli. Sit autem circuli diameter BAD, & cum quadratum ex ZS adplicabitur ad AB seu TS faciat latitudinem S R. Porro tangat circulum recta BF, posita BF æquali quadruplo totius circumferentiæ circuli, & describatur helix, cujus principium in B, principium vero conversionis in F, eaque dia-

diametrum BAD continuatam abscindat primum in I, contingentem vero abscindat primum in G, Ergo BI est semi-circumferentiæ æqualis & BG toti. Itaque quod fiet sub BA, BI erit æquale circulo. Quod vero sub BA, BG æquale ejusdem circuli duplo. Quadratum autem ex ZS minus est circuli duplo. Quare SR minor erit ipsa BG. Quæ quidem BG tangit circulum. Abs B igitur poterit educi recta incidens in helicen in puncto H, circulũ vero secans in puncto C, ut sit CH æqualis ipsi S R per viij Archimedis περὶ ἑλικῶν.

Educatur igitur, & secetur BC bifariam in M à diametro LAN, & jungatur BL. Dico segmentum comprehensum à circumferentia βL & recta quæ ei subtenditur esse æquale quadrato ex Z X secundum ea quæ in antecedentibus exposita sunt. Dato igitur circulo BCDN, & quadrato à latere ZX, sectus est circulus à recta BL ut segmentum minus æquale sit quadrato ex ZX. Quod erat faciendum.

Quod si datum quadratum sit majus semi-circulo, auferendum erit illud à quadrato datum circulum æquante, & ita secabitur circulus ut segmentum sit æquale illi residuo. Quo segmento dato, reliquum circuli erit segmentum majus quæsitum.

Quemadmodum autem ea quæ de quadratis dicuntur ad alias rectilineorum species possint trahi, evidens fit ex elementis.

CAPUT VII.

Ad descriptionem heptagoni propositam à F. F. C. Scholium.

DEscripturus Euclides in dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum exquisivit triangulum isosceles, in quo unusquisque angulorum qui sunt ad basin duplus esset reliqui. Sic ad inscriptionem heptagoni solet inquiri triangulum isosceles in quo unusquisque angulorum qui sunt ad basin sit triplus reliqui. Quam methodum etiam sequutus sum in Geometrico, quod anno superiore editum est, Supplemento.

Triplicem autem hujusmodi constructionem exhibet uno contextu F. F. C.

Primam Geometricam, sed veræ tantum proximam, non etiam accuratam.

Alteram veram & accuratam, sed non Geometricam.

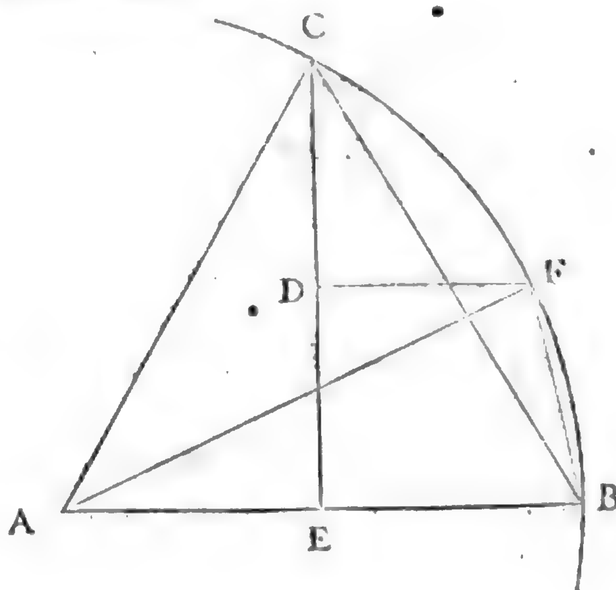
Tertiam Geometricam sed ἀσυλλόγιστον.

Quas singulas singulis Problematis suo ordine ita expono.

PROBLEMA I.

Triangulum isosceles constituere, habens proxime unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui.

Sub A centro intervallo quocunque AB describatur circulus, in cujus circumferentia sumatur BC arcus hexagoni, & cadat in AB semidiametrum perpendicularis CE, quæ secetur bifariam in D puncto, per quod agatur parallela ipsi AB, secans arcum CB in F, & jungatur FB.



Dico triangulum AFB esse triangulum isosceles habens proxime unumquemque angulorum qui sunt ad basin triplum reliqui qui ad A verticem constituitur.

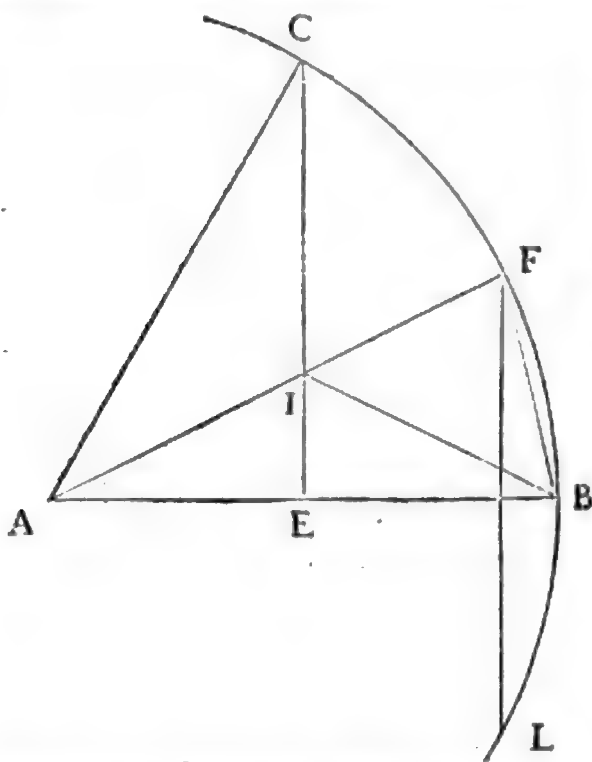
Æqualia enim sunt crura AF, AB, ut pote semidiame-

tri ejuſdem circuli, arcui autem FB congruus ſinus eſt DE, dimidia totius CE. Sit igitur AC particularum 100,000. talium fit AE 50,000, & CE 86,602. Itaque DE eſt 43,301, cui ſinui congruit ex Canone circumferentia xxv. partium cum beſſe partis unius proxime, conſtituto angulo recto earumdem xc, ſeu tota circumferentia ccclx. Septima autem pars duorum rectorum continet partes xxv cum quinque-ſeptimis partis unius. Quinque vero ſeptimæ non multo majores ſunt beſſe. Eſt igitur circumferentia FB amplitudo anguli bene proximi ſeptimæ parti duorum rectorum. Tanta autem eſt amplitudo anguli FAB. Quare anguli AFB, ABF continent ſinguli prope tres ſeptimas. Itaque unuſquiſque eorum eſt prope triplus reliqui. Quod erat oſtendendum.

PROBLEMA II.

Iſoſceles triangulum conſtituere Mechanica ratione, habens unumquemque angulorum qui ſunt ad baſin triplum reliqui.

Sub A centro intervallo quocunque deſcribatur circulus, in quo ſumatur circumferentia hexagoni CB. Cadat autem in actam ſemidiametrum AB perpendicularis CE, & aliqua Mechanica ratione (id enim non poſtulat Geometria) agatur altera ſemidiameter AF, quæ ita ſecet arcum CB in F; perpendicularem vero CE in I, ut cum ſubtendetur arcus FB, rectæ IB, FB ſint æquales.



Dico triangulum AFB eſſe iſoſceles, & habere unumquemque angulorum qui ſunt ad baſin triplum reliqui.

Crura enim AB, AF ſunt æqualia, cum ſint ſemidiametri ejuſdem circuli. Itaque anguli quoque AFB, ABF erunt æquales. Jungatur autem BI. Fiunt igitur duo triangula rectangula AIE, BIE, baſes habentia æquales AE, EB; altitudinem vero IE communem. Quare hypotenuſæ quoque AI, IB ſunt æquales. Sunt igitur ut lateribus ſic & angulis æqualia triangula AIE, BIE. Et eſt angulus IAE æqualis angulo IBE. Quoniam vero conſtructæ ſunt æquales IF, FB. Ideo anguli FIB, FBI ſunt æquales. Trianguli autem AIB exterior angulus FIB, cui æquatur FBI, binis IAB, IBA interioribus eſt æqualis. Angulo FBI addatur angulus IBA, id eſt FAB. Angulus itaque ABF, ſeu ei æqualis AFB, fit triplus anguli FAB reliqui. Atque adeo conſtitutum eſt ABF triangulum iſoſceles habens unumquemque angulorum ad baſin triplum reliqui.

COROLLARIUM.

Itaque ſi dupletur circumferentia FB in L, erit FBL circumferentia heptagoni.

Ἀσυλλόγιστον.

Placeat autem παραλογίζεσθαι. Et idcirco proponatur tanquam Geometricum, Sed re vera ἀσυλλόγιστον

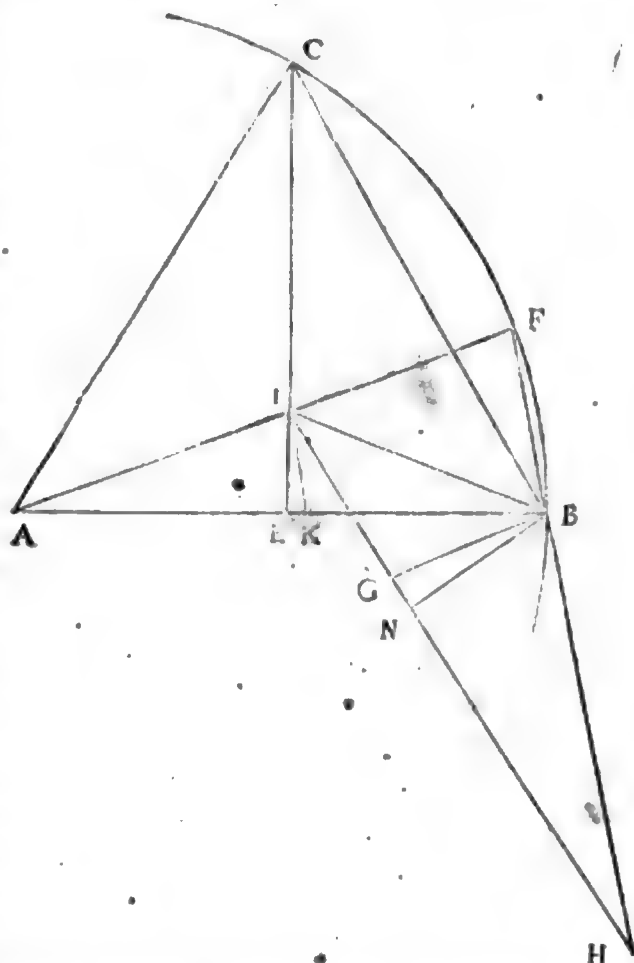
PROBLEMA III.

Iſoſceles triangulum conſtituere, habens unumquemque eorum qui ad baſin ſunt angulorum triplum reliqui.

Ἔκθεσις

Ἔκθεσις. Sub A centro, intervallo quocunque AB, describatur circulus, in quo sumatur circumferentia hexagoni BC, & cadat in semidiametrum AB perpendicularis CE, agatur autem altera semidiameter AF, secans CB in quocunque F puncto, perpendicularem vero CE in I. (Ecquid enim attinet ad constructionem secare CE bifariam in D, & per D agere parallelam ipsi AD, ad indicandum F punctum cum in quibuscunque sectionibus eadem omnino vigeat argumentatio?) Denique jungatur FB.

Διορισμὸς πρῶτος. Dico rectas IE, EB esse æquales.



Κατασκευή. Producatur enim „ recta FB quantumvis in H, ad re- „ ctam FI & ad signum ejus I angu- „ gulus constituatur FIH angulo „ FBA æqualis (per 23 primi,) per „ signum I recta IK parallela fiat re- „ ctæ FB, per signum vero B paral- „ lela fiat rectæ FI recta BG, juncta „ BI, & demissa in IH perpendicu- „ lari BN. „

Ἀπόδειξις I. Quoniam igitur „ isoscelium ABF, HIF anguli sunt „ æquales & AFH utrique commu- „ nis, æquiangula & similia erunt „ ABF & HIF isoscelia. Quia vero „ trianguli ABC perpendicularis „ CE secat basin AB bifariam in E „ & ad rectos AEI, BEI angulos, ea „ latera AI, IB & angulos EAI, EBI „ facit adinvicem æquales (per 4 „ sexti) cum proportionalia sint sin- „ gula singulis latera. Cæterum cum „ triangulorum ABF & HIF trape- „ zia BFIK & IFBG sint æquiangu- „ la. (Atque hæc apodictica hacte- „ nus vera sunt, sed jam sequitur pa- „ ralogismus) & in similia triangula „ dividantur, scilicet BIG & IFB. A- „ liud in IBK & IFB sectis angulis „ oppositis ex 20 sexti. Et triangu- „ lum IBF sit commune, sequetur (ex ejusdem Monito) basin BF unius esse ad dimetientem BI, ut alia basis FI ad eandem dimetientem BI, & idcirco æquales BF & FI (per nonam quinti.) „

Ἀπόδειξις II. Rursus & secundo cum isoscelium ABF & HFI bases ac reliqua latera sint proportionalia, si aliqua basis BF sit major FI basi reliqua, latus FI majus erit latere BF (cum sint similia triangula BFI & IBF,) sed & minus nempe æquale basi IF minore supposita. quod fieri non potest. Itaque erunt BF & IF rectæ æquales. „

Ἀπόδειξις III. Rursus & tertio in triangulis BFI, IFB æqualibus & habentibus unum angulum BFI uni IFB æqualem, utraque rectarum FI, FB est communis basi unius ac lateri alterius reciproce (per 15 sexti) & proinde æqualia erunt isoscelis IFB latera IF ipsi FB, & anguli qui ad basin IB æquales. „

Διορισμὸς δεύτερος. Secundo dico angulorum ABF, AFB unumquemque esse triplum reliqui. „

Ἀπόδειξις. Trianguli enim AIB exterior angulus FIB vel FBI illi æqualis, binis IAB, IBA interioribus est æqualis, cui addatur IBA æqualis ei qui ad A. Totus AFB & proinde reliquus ABF triplus erit anguli BAF reliqui. „

Συμπέρασμα. Isosceles itaque triangulum ABF habens unumquemque eorum ABF, AFB qui ad basin sunt angulorum triplum reliqui qui ad A, constituimus. „

Elen-

Elenchus Syllogiſmi.

At vero libere acta fuit AF per quodcunque ſegmentum circumferentiæ CB. Itaque ſequeretur quamcunque circumferentiam FB, modo faciat partem ipſius hexagoni CB, eſſe amplitudinem ſeptimæ partis duorum rectorum. Hoc autem omnino eſt abſurdum.

Eſt igitur in expoſita demonſtratione ἀσυλλογισία.

Concluſio ſecunda prorſus vera eſt, & ſyllogiſtica.

At in prima fallacia eſt.

Etſi enim quæ conſtructa ſunt trapezia IFBG, BFIK ſint & bene demonſtrentur æquiangula, non ideo lateribus cenſenda ſunt homologa. Itaque triangulum IBG triangulo IBK male concluditur ſimile.

Latus quidem IB utrique triangulo commune eſt & angulos IGB, IKB ſubtendit æquales, verum angulus FIB angulo BKI nullo caſu poteſt eſſe æqualis. Idem angulus FIB angulo BIK uno ſolo caſu poteſt accidere æqualis, videlicet, cum angulus FAB duarum eſt ſeptimarum recti. In aliis caſibus quibuſcunque inæqualitas eſt, & laterum conſequenter diſſimilitudo, eaque poteſt ita demonſtrari.

Cum ſint in triangulo AFB crura AF, AB æqualia, uterque angulorum AFB, FBA, ſeu iis æqualium AIK, AKI deficit à recto per ſemiſſem anguli FAB, ſeu ei æqualis IBA. Æque in triangulo IHF, quod ſimile conſtructum eſt ipſi ABF, cum ſint crura HI, HF æqualia, uterque angulorum HFI, HIF, ſeu iis æqualium HBG, HGB deficit à recto per ſemiſſem anguli IHF, id eſt anguli FAB. Quare angulus FBI, cui ex ratione parallelarum æqualis eſt BIK, deficit à recto per ſeſquialterum anguli FAB. Angulus autem FIB duplus ſit anguli FAB. Ac denique angulus IKB ſeu BGI, quem angulus IKA vel BGH relinquit è duobus rectis, excedit rectum per ſemiſſem anguli FAB.

Atque adeo triangulorum BIG, IBK anguli ita ſe habebunt.

Anguli trianguli BIG.

Angulus { BGI / IBG / FIB } æqualis ſit { recto plus ſemiſſe anguli FAB / recto minus $\frac{1}{2}$ anguli FAB / duplo anguli FAB.

Anguli trianguli IBK.

Angulus { IKB / BIK / BKI } æqualis ſit { recto plus ſemiſſe anguli FAB / recto minus ſeſquialtero anguli FAB / ipſi angulo FAB:

Non erit igitur angulus FIB æqualis angulo BKI, neque enim duplum eſt æquale ſimplo. Utrique vero, ſive angulo FIB ſive angulo BIK, addatur ſeſquialter anguli FAB. Triplus igitur angulus FAB cum ſemiſſe ejuſdem æquabitur recto. Itaque in alia proportione quacunque anguli FIB, IBK erunt inæquales.

Omnino æqualitates cubicas non adgnoſcit Geometria ſuis contenta ſolitis poſtulatis. Qui autem teſſeradecagonum deſcribit vel heptagonum, in æquationem incidit cubicam, ut eſt in Analyticis expoſitum. Atque ex jam conſtructo Mechanica ratione ſchemate ſic poteſt demonſtrari. Hic igitur eſto

PROTASIS IV. THEOREMA.

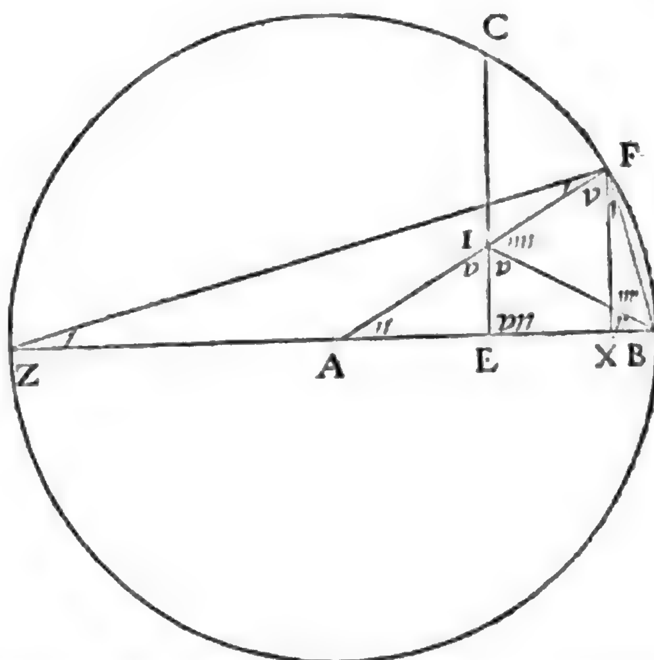
Si angulus acutus trianguli rectanguli fuerit ſeptima pars recti, ſolidum ſub hypotenuſa dimidia & quadrato perpendiculi, minus ipſius perpendiculi cubo, æquabitur cubo hypotenuſæ dimidiæ, minus ſolido duplo ſub perpendiculo & hypotenuſæ dimidiæ quadrato.

Sit triangulum ZFB, habens angulum ad F rectum; ad Z vero æqualem ſeptimæ parti recti, & ſecetur ZB bifariam in A.

Dico ſolidum ſub AB & quadrato ex FB, minus cubo ex FB, æquare cubum ex AB, minus ſolido duplo ſub FB & quadrato ex AB.

Centro enim A intervallo AB ſeu AZ deſcribatur circulus. Circumferentia igitur illius

lius transibit per F, cum sit angulus ZFB rectus, & acta semidiametro AF fiet triangulum AFB crurum æqualium AF, AB. Quoniam autem angulus FZB est septima pars recti, ideo constituto angulo recto ZFB partium septem, earumdē angulus FZB erit pars una, & angulus FBA seu AFB partium earumdem sex. angulus vero FAB duarum. Secetur autem AB bifariam in E. Itaque in AB cadat è circumferentia perpendicularis CE, abscindens AF in I. & connectatur BI. Triangula igitur AEI, BEI æqualium sunt laterum & angulorum, habentia angulum ad E rectum, & angulum IAE angulo IBE æqualem. Definitus est autem angulus totus FBZ partium sex, qualium rectus est septem. Angulus vero IAE seu IBE earumdem duarum. Cum itaque ab angulo FBZ auferentur partes duæ ad angulum IBE. Erit angulus FBI quatuor earumdem partium qualium etiam sex constitutus est angulus IFB. Quare angulus FIB erit earumdem quoque quatuor partium ut compleantur duo recti, quos tres anguli trianguli IFB adæquent. Est igitur triangulum IFB æqualium quoque crurum IF, FB, cum sint anguli FBI, FIB æquales.



Cadat porro in AB perpendicularis FX. Est igitur FB media proportionalis inter ZB, id est AB duplam, & XB differentiam inter AB & AX. Quare quadratum ex FB æquale est duplo quadrato ex AB, minus eo quod fit bis sub AB, AX. Et consequenter solidum quod fit sub AI & quadrato ex FB, æquabitur solido duplo sub AI & quadrato ex AB, minus eo quod fit bis sub AI, AB, AX. At vero est ut AI ad AE, ita AF seu AB ad AX Duplum igitur planum sub AI, AX æquale est quadrato ex AB. Itaque solidum quod fit sub AI & quadrato ex FB, æquabitur solido duplo sub AI & quadrato ex AB, minus cubo ex AB. Est autem AI differentia inter AB & IF, seu FB. Quare solidum quod fit sub AB & quadrato ex FB, minus cubo ex FB, æquale est cubo ex AB, minus solido duplo sub FB & quadrato ex AB. Quod erat ostendendum.

Sit AB 1. FB 1 N. 1 Q — 1 C, æquatur 1 + 2 N.

Sit ZB 100,000,000, fit FB latus tessere-decagoni circulò inscripti 44,504,187, cujus ZB est diameter.

PROTASIS V. THEOREMA.

Si angulus acutus trianguli rectanguli fuerit dupla septima pars recti: cubus è base, minus solido sub hypotenusa dimidia & ipsius basis quadrato, æquabitur duplo solido sub base & hypotenusæ dimidiæ quadrato, minus ipsius hypotenusæ dimidiæ cubo.

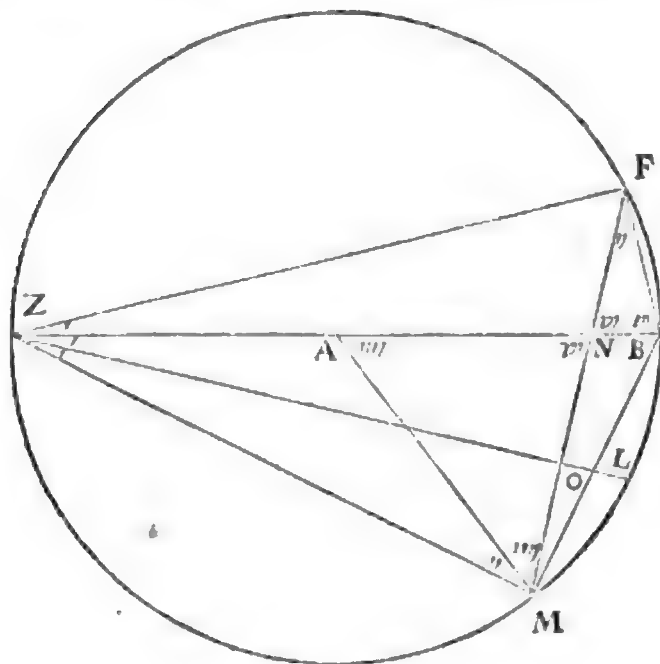
Sit triangulum ZMB, habens angulum ad M rectum; ad Z vero æqualem duabus septimis recti, & secetur ZB bifariam in A.

Dico cubum ex ZM, minus solido sub AB & quadrato ex ZM, æquari solido duplo sub ZM & quadrato ex AB, minus cubo ex AB.

Centro enim A, intervallo AB seu AZ describatur circulus. Circumferentia igitur illius transibit per M, cum sit angulus ZMB rectus. Secetur autem bifariam circumferentia

rentia BM in L, & ipsi circumferentiæ BL sumatur æqualis circumferentia BF, & jungantur rectæ FB, FM, ZL. Ipsaque FM abscindat diametrum ZB in N, ZL vero in O.

Quoniam igitur sive anguli BZM sive anguli MFB definit duplam amplitudinem circumferentia BLM, erunt æquales anguli MZB, MFB, ac singuli duarum septimarum recti. Ipsius autem circumferentiæ BLM dimidia est circumferentia FB, definiens amplitudinem anguli FZB. Et est triangulum ZFB rectangulum. Quare angulus FZB erit septima pars recti, angulus vero FBZ reliquus è recto continebit sex septimas. Cum itaque in triangulo FBN angulus ad F sit duarum septimarum recti, angulus vero ad B sex septimarum, reliquus FNB erit quoque sex septimarum, ut compleantur duo recti. Quare crura FN, FB erunt æqualia. Triangulo autem FNB fit simile triangulum Z N M. Itaque in eo crus ZN cruri quoque Z M erit æquale, atque adeo ZL secabit M N in O ad angulos rectos, cum secet & basin & angulum verticis bifariam. Et ideo erunt similia triangula Z O N seu Z O M & Z B F.



Et quoniam anguli BZM duplus est angulus BAM, & consequẽter quatuor septimarum; cum hic è centro ille sit è circumferentia; angulus vero FNB constitutus est sex septimarum: ideo in triangulo ANM reliquus angulus AMN erit quoque quatuor septimarum ad complendum duos angulos rectos, & fient rectæ AN, MN æquales.

Et vero ob similitudinem triangulorum Z O N, Z B F, erit ut Z B ad F N, ita Z N ad O N. Itaque quod fiet sub Z N, F N id est B F, æquale erit ei quod fit sub O N, Z B, id est sub M N, A B.

Et quoniam subtensæ Z B, FM sese intersecant in N, est ut ZN ad MN, ita FN id est FB ad NB. Et per consequens ut Z N ad MN, ita quod fit sub FB, ZN, id est sub MN, AB ad id quod fit sub NB, ZN. Sed MN seu A N differentia est inter Z N seu Z M & ZA seu AB. Et NB differentia est inter ZB seu AB bis & ZM. Quare per interpretationem, erit ut ZM ad ZM minus AB, ita quod fit sub ZM, AB, minus quadrato ex AB ad id quod fit sub ZM, AB bis, minus quadrato ex ZM. Et subducendo erit, ut ZM ad AB, ita quod fit sub ZM, AB, minus quadrato ex AB ad quadratum ex ZM, minus quadrato ex AB, & insuper eo quod fit sub ZM, AB. Et cum quæ fiunt solida sub extremis analogiæ illius terminis comparabuntur iis quæ fiunt sub extremis, & utrobique addatur solidum sub AB & quadrato ex ZM. Cubus ex ZM, minus solido sub AB & quadrato ex ZM æquabitur solido duplo sub ZM & quadrato ex AB, minus cubo ex A B. Quod erat ostendendum.

Sit AB 1. ZM 1 N. 1 C — 1 Q, *æquabitur* 2 N — 1.

Sit ZM 200, 000, 000, *fit* ZM 180, 193, 774. *Itaque recta* BM *seu* FL *fit* 86, 677, 748 *latus heptagoni circulo inscripti cujus* ZM *est diameter.*

CAPUT VIII.

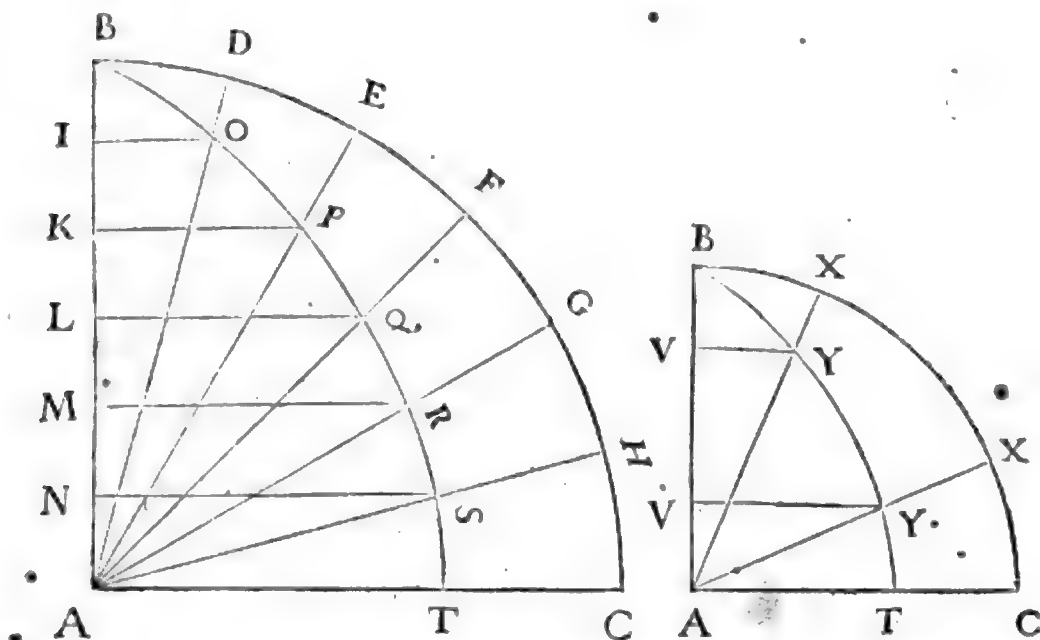
Γραμμὴ τετραγωνίζουσα.

QUid sit, γραμμὴ τετραγωνίζουσα, & quis ejus effectus, quæve miracula ἐν τῇ κύκλου μετρήσει καὶ τομῇ, ita expendo.

PROPOSITIO I.

Quadratariæ hypotyposin exhibere.

Sit A centrum circuli, B C quadrans totius circumferentiæ, A B, A C semidiametri orthogoniæ. Seceturautem BC in partes quotcunque æquales, ut pote sex BD, DE, EF, FG, GH, HC, & agantur semidiametri AD, AE, AF, AG, AH. Secetur quoque B A in partes totidem nempe sex, & sint illæ B I, I K, K L, L M, M N, N A, & ipsi AC agantur parallelæ IO, KP, LQ, MR, NS, secantes semidiametros AD, AE, AF, AG, AH in punctis O, P, Q, R, S. Porro intelligatur duci linea per puncta B, O, P, Q, R, S, & cadere ad A C in puncto T uniformi progressu, nempe ut cum semidiameter BA &



circumferentia BC secabuntur similiter, illa in V hæc in X, & per V acta ipsi AC parallela secabit AX in Y, transeat BT per Y, atque adeo cum ad punctum B describetur ipsi AC parallela BZ, & movebitur illa per singula ipsius BA puncta eo ipso tempore, & uniformi motu, quo semidiameter AB circum agit BC, lineaBT transeat per puncta sectionum ipsarum BZ, BA. talis BT est γραμμὴ τετραγωνίζουσα seu (quandoquidem quadratarii voce utitur Sidonius Apollinaris) quadrataria, cujus principium B, finis T. puncta parodica O, P, Q & similia, incidentes à centro ad quadratariam AB, AO, AP, AQ & similes, quarum maxima est AB semidiameter, minima AT.

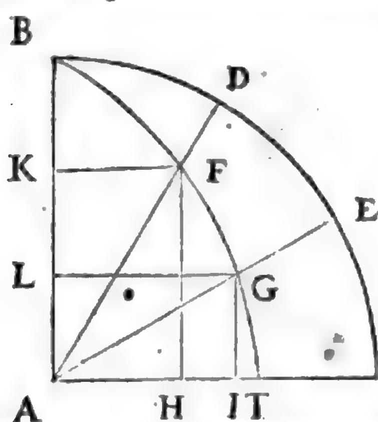
PROPOSITIO II.

Si ex centro circuli incidant in quadratariam lineæ rectæ, & à puncto incidentiæ demittantur in diametrum, in qua desinit quadrataria, perpendiculares: demissæ sunt similes angulis quibus illæ subtenduntur.

Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentiæ, AB, AC semidiametri orthogoniæ. Et ad B C agantur ad quæcunque D, E puncta circumferentiæ semidiametri

 AD, AE,

AD, AE, quas ducta quadrataria BT principium habens in B finem in T, secet in F, G. Et in AT demittantur perpendiculares FH, GI. Dico esse ut FH ad GI, ita angulum FAH ad angulum GAI. Cadant enim in AB perpendiculares FK, GL. Quoniam igitur F, G puncta sunt parodica quadratariæ, secta est semidiameter BA in K, L similiter ac circumferentia BC in D, E. Itaque est ut BA ad KA, ita circumferentia BC ad circumferentiam DC, & ut BA ad LA, ita circumferentia BC ad circumferentiam EC. Quare est KA ad LA, ut circumferentia DC ad circumferentiam EC. Et vero KA, LA sunt ipsis FH, GI æquales. Et circumferentia DC est amplitudo anguli FAH, & circumferentia EC amplitudo anguli GAI. Quare est ut FH ad GI, ita angulus FAH ad angulum GAI. Quod erat ostendendum.

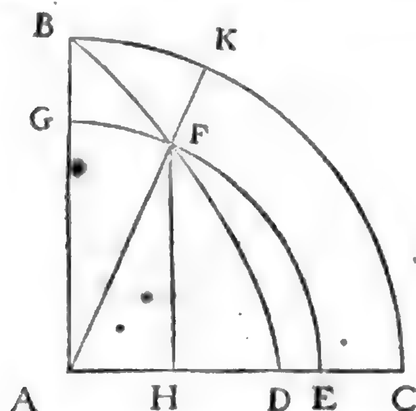


PROPOSITIO III.

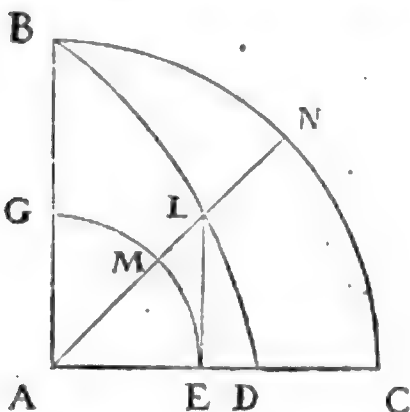
Semidiameter circuli est media proportionalis inter quadrantem circumferentiæ, & minimam incidentium ex centro in quadratariam.

Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentiæ, AB, AC semidiametri orthogoniæ. Et ducatur quadrataria cujus principium B, finis D. unde fit AD minima incidentium ex centro in quadratariam. Dico AB mediam esse proportionalem inter circumferentiam BC, & rectam AD, id est, esse ut circumferentiam BC ad AB, ita AB ad AD.

Si enim non ita sit, esto ut circumferentia BC ad AB, ita AB ad AE, & centro A intervallo AE describatur circulus abscindens AB in G. Est igitur circumferentia BC ad circumferentiam GE, sicut semidiameter AC ad semidiametrum AE. Ex hypothesi autem est circumferentia BC ad AC id est AB, sicut AC ad AE. Quare est circumferentia GE ad AE, sicut AC ad AE. Est igitur GE ipsi AC æqualis. Est autem AE major ipsa AD, vel minor.



Sit primum major. Secabit igitur GE quadratariam BD. secet in F, & cadat in AC perpendiculariter FH, & connectatur AF, & producatur ad circumferentiam BC, quam secet in K. Est igitur BC ad KC, sicut GE, id est AC ad FE. BC autem ad KC est, sicut BA ad FH: erit igitur BA ad FH, sicut AC ad FE. Sed BA, AC sunt æquales, FH igitur & FE essent quoque æquales. Hoc autem est absurdum. Dupla enim FH duplo circumferentiæ FE inscribitur. Cedit autem circumferentiæ inscripta. Non est igitur AE major quam ipsa AD.



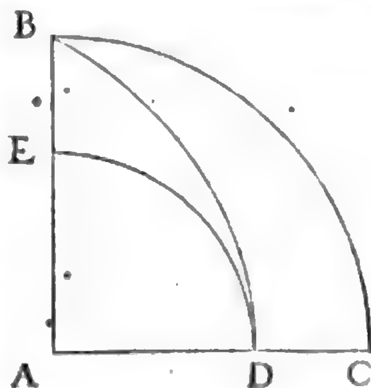
Secundo sit AE minor quam AD. Circulum igitur GE tangat ad E recta secans quadratariam in L. Et jungatur AL & producatur ut ante ad circumferentiam BC, quam secet in N; GE vero in M. Est igitur BC ad NC, sicut GE id est AC ad ME. BC autem ad NC est, sicut BA ad LE. Est igitur BA ad LE, sicut AC ad ME. Sed BA, AC sunt æquales. Æquales igitur quoque essent LE, ME. Hoc autem est absurdum. Dupla enim ipsius LE circumscribitur duplo circumferentiæ ME. Præ-

ME. Præstat autem circumferentiæ circumscripta. Non est igitur AE minor quam ipsa AD. Cum itaque AE non sit minor ipsa AD neque major, est igitur ipsi æqualis. Quare est ut BC ad AB, ita AB ad AD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IV.

Semidiameter circuli est æqualis quadranti circumferentiæ circelli homocentri intervallo æquali minimæ incidentium ex centro in quadratariam descripti.

Sit A centrum circuli, BC quadrans totius circumferentiæ, AB, AC semidiametri orthogoniæ. Et ducatur quadrataria cujus principium B, finis D. & centro A intervallo AD describatur circellus abscindens AB in E, unde fit ED quadrans totius circumferentiæ circuli sub A centro intervallo AD descripti. Dico semidiametrum AB esse circumferentiæ ED æqualem.



Est enim AC seu AB ad AD, sicut circumferentia BC ad circumferentiam ED. cum illæ rectæ sint semidiametri suorum circulorum, hæ circumferentiæ, & singulæ quadrantes sui totius. Sed est quoque AB ad AD, sicut circumferentia BC ad AB, ex jam demonstratis. Ergo AB æqualis est circumferentiæ ED. Quod erat ostendendum.

Atque his datæ quidem circumferentiæ licet invenire lineam rectam æqualem, atque adeo quadrare circulum, & quodlibet circuli segmentum. Et contra, datæ lineæ rectæ licet invenire circumferentiam æqualem, & dato quadrato invenire circulum æqualem. At vix dato quadrato invenietur dati circuli segmentum æquale. Quod tamen opus concessis helicibus absolvitur eo ipso, quod ad supplementum Geometriæ inductum est, postulato. Itaque majora sunt helicis quam quadratariæ commoda. Sed & quadrataria est δυσμηχανωτέρη, quanquam fortassis non minus feliciter quam helix æqualitatem lineæ rectæ & circumferentiæ comprobet.

CAPUT IX.

Γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχουσαι.

CUm ab extremitate diametri circuli, secta circumferentia in partes quotcunque æquales, educuntur rectæ per quælibet æqualium sectionum puncta, eductas autem terminat helix ab eadem extremitate ducens exordium, fiunt γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχουσαι quæ ad percipiendum vim helicis non infeliciter lineis rectis à circumferentia conclusis comparantur. Sed & hujusmodi lineis æqualiter sese excedentibus firmatur valde multangulorum numerorum doctrina, in quibus nulla non recondi mysteria Platonici testantur. Quamobrem περὶ ταύτας τὰς γραμμὰς propono.

PROPOSITIO I.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes, sit autem minima excessui æqualis: est minima ad maximam, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Sit enim minima eadem & prima. Quoniam igitur prima est excessui æqualis, seipsam metitur unitate, secundam binario, tertiam ternario, quartam quaternario, ac denique

 maxi-

maximam sui ordinis numero secundum naturalem progressum. Itaque quotus est excessus in maxima, tot sunt lineæ, & constat propositum.

PROPOSITIO II.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: est excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu, & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Sit enim minima eadem & prima. Differentia igitur primæ & secundæ erit excessui æqualis. Quare differentiam illam metitur excessus unitate, differentiam vero primæ & tertiæ binario, differentiam primæ & quartæ ternario, differentiam primæ & quintæ quaternario, ac denique differentiam primæ & extremæ seu maximæ, sui ordinis numero secundum naturalem progressum unitate dempta. Est igitur excessus ad differentiam maximæ & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum una dempta, & per synæresin, Est excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu & minimæ, sicut unitas ad multitudinem linearum accurate, ut est enunciatum.

Sint numeri septem progredientes per ternarii crementum quorum primus est 1. & oporteat invenire extremum. Fiet ut 1 ad 7, ita 3 ad 21. Quare 21 differentia erit inter extremum continuatum ternario & unitatem. Continuatus igitur ternario extremus erit 22, accuratus 19.

Sint rursus numeri progredientes per æquum ternarii crementum, quorum primus est 1, extremus 19. Et oporteat invenire multitudinem numerorum ita progredientium. Fiet ut 3 ad 21, ita 1 ad 7. Quare numerus 19 in ea progressione sedem occupat septimam.

PROPOSITIO III.

Si fuerint quatuor lineæ, quarum primam tanto superet secunda, quanto tertiam quarta: composita ex extremis est æqualis compositæ è mediis.

Sit enim prima B, secunda B plus F, tertia D. Quarta igitur erit D plus F, ex lege propositionis. Composita autem ex extremis est B plus D, plus F, quanta etiam composita ex mediis. Itaque constat propositum.

PROPOSITIO IV.

Si fuerint tres lineæ æqualiter sese excedentes: composita ex extremis est æqualis mediæ duplæ.

Sit enim prima B, secunda B plus F. Tertia igitur erit B plus F bis. Composita autem ex extremis fit F bis, plus B bis, quanta etiam est media dupla. Itaque constat propositum.

PROPOSITIO V.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: est composita ex extremis ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum.

Multitudo enim linearum æqualiter sese excedentium erit numero par, aut impar. Sit par, veluti sint lineæ sex. Prima igitur cum sexta, secunda cum quinta, tertia cum quarta erunt æquales inter se per propositionem tertiam. Sunt autem tres binæ lineæ. Quare composita ex prima & sexta ter sumpta fiet composita ex omnibus, sexies vero composita dupla. Est igitur composita ex prima & sexta ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad senarium.

Sit autem numerus linearum impar, veluti sint septem lineæ. Prima igitur cum septima, secunda cum sexta, tertia cum quinta erunt inter se æquales. Sunt autem tres binæ lineæ. Quare composita ex prima & septima sexies sumpta erit dupla compositæ ex omnibus, excepta media seu quarta. Sed composita ex prima & septima æqualis est mediæ duplæ per propositionem quartam. Quare composita ex prima & septima septies sumpta erit composita ex omnibus dupla accurate. Est igitur composita ex prima & septima

ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad septenarium. Quæ demonstrationis veritas in quotcunque aliis linearum numeris paribus imparibusve eandem vim manifesto obtinet. Est igitur composita ex extremis ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum, quemadmodum est ordinatum.

PROPOSITIO VI.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes, minima autem sit excessui æqualis: est ut minima ad maximam, ita composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam.

Per antecedentem enim propositionem, est composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum. Per primam autem propositionem, minima excessui æqualis, est quoque ad maximam, sicut unitas ad multitudinem linearum. Quare est composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam, sicut minima excessui æqualis ad maximam, ut hic est ordinatum.

Sint numeri progredientes per unitatis crementum. Primus 1. extremus 20. & oporteat invenire summam omnium, fiet ut 1 ad 20, ita 21 ad 420. Itaque 420 erit summa omnium dupla, 210 simpla, eaque ducta in unitatem dicitur numerus triangulus.

PROPOSITIO VII.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: est ut excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu, & minimæ, ita composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam.

Per propositionem enim quintam est composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam, sicut unitas ad multitudinem linearum. Per secundam autem propositionem excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu & minimæ, est quoque sicut unitas ad multitudinem linearum. Quare est composita ex minima & maxima ad compositam ex omnibus duplam, sicut excessus ad differentiam maximæ continuatæ excessu, & maximæ, ut hic est ordinatum.

Sint numeri progredientes per ternarii crementum. Primus 1, extremus 10. & oporteat invenire summam omnium. fiet ut 3 ad 12, ita 11 ad 44. Itaque 44 erit summa omnium dupla, 22 simpla, & ea ducta in unitatem dicitur numerus quinquangulus.

PROPOSITIO VIII.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes: quadratum maximæ continuatæ dimidio excessu, æquale est duplo quod fit plano sub composita ex omnibus, & excessu, una cum quadrato differentiæ inter minimam & excessum dimidium.

Sit enim excessus F, minima B, composita ex omnibus G, maxima vero continuata dimidio excessu sit E. Ex antecedente igitur propositione est, ut F ad E plus F semisse, minus B, ita E minus F semisse, plus B ad G bis. Qua resoluta analogia. E quadratum, æquatur F in G bis, plus quadrato differentiæ inter B & F semissem. Quod ipsum est quod ordinatur.

Sint numeri aliquot progredientes per quaternarii crementum, & horum primus 1, summa vero omnium 120. (Is autem ductus in unitatem dicetur sexangulus. Excessus enim adscito binario multitudinem angulorum exprimit.) Et oporteat invenire latus numeri illius sexanguli. Primum igitur quæretur gnomon extremus, id est maximus in ea progressione numerus. Itaque ille continuatus dimidio progressionis cremento, id est binario, sit 1 N. Ergo ex hac propositione 1 Q, æquabitur 961. 1 N est 31, gnomon extremus 29. Cum igitur primus sit 1, extremus 29, crementum gnomonum per monadas quatuor, fiet per propositionem secundam ut 4 ad 32, ita 1 ad 8. Itaque 8 est latus quæsitum propositi 120 sexanguli.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si fuerint tres lineæ æqualiter ſeſe excedentes : octuplum quod fit planum ſub media & maxima, adjunctum minimæ quadrato, æquatur quadrato compoſitæ ex maxima & media dupla.

Minima enim eademque prima trium linearum ſeſe æqualiter excedentium, ſit B; exceſſus F. Secunda igitur erit B plus F. Tertia B plus F bis. Quod autem fit planum ex B plus F, in B plus F bis, ipſum (ut ex Logiſtica Specioſa evidens fit) octies ſumptum, & adjunctum B quadrato, facit quadratum abs radice B ter, plus F quater, quanta eſt compoſita ex maxima & media dupla. Quare conſtat propoſitum.

PROPOSITIO X.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes, ſit autem minima exceſſui æqualis: eſt ut minima ad maximam, ita quadratum compoſitæ ex minima & maxima, adjunctum plano ſub eadem compoſita & maxima ad adgregatum quadratorum à ſingulis ſextuplum.

Illud ipſum eſt quod tradit Archimedes propoſitione XX περὶ ἑλικῶν.

Oporteat invenire ſummam omnium quadratorum, quæ fiunt à ſingulis lateribus ab 1 ad 9. Fiet ut 1 ad 9, ita 190 ad 1710. Itaque 1710 ſumma erit ſextupla ad ſummam quadratorum quæſitam, quæ ideo eſt 285.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes : eſt ut unitas ad multitudinem linearum una dempta, ita quod fit planum ſub maxima & minima, adjunctum trienti quadrati differentiæ inter maximam & minimam, ad planum majus quam adgregatum quadratorum à ſingulis lineis, multatum quadrato maximæ ; ſed minus quam adgregatum idem, multatum quadrato minimæ.

Illud quoque ipſum eſt quod tradit Archimedes propoſitione XXI περὶ ἑλικῶν.

PROPOSITIO XII.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter ſeſe excedentes, ſit autem minima exceſſui æqualis: eſt ut minima ad maximam, ita ſolidum quod fit ſub maxima & quadrato compoſitæ ex minima & maxima ad adgregatum cuborum à ſingulis quadruplum.

Eſt enim minima ad maximam, ſicut compoſita ex maxima & minima ad compoſitam ex omnibus duplam, & omnibus quadratis, eſt quadratum minimæ ad quadratum maximæ, ſicut quadratum compoſitæ ex minima & maxima ad quadratum compoſitæ ex omnibus duplæ. Et conſequenter eſt minima ad maximam, ſicut ſolidum ſub maxima & quadrato compoſitæ ex maxima & minima ad ſolidum ſub prima & quadrato compoſitæ ex omnibus duplæ. Sed ſolidum ſub prima & quadrato compoſitæ ex omnibus, eſt æquale adgregato cuborum à ſingulis (id enim oſtenſum eſt in Zeteticis.) Ergo conſtat enunciatum.

Oporteat invenire ſummam omnium cuborum qui fiunt à ſingulis lateribus ab 1 ad 9, fiet ut 1 ad 9, ita 900 ad 8, 100. Itaque 8, 100 ſumma erit quadrupla ad ſummam cuborum quæſitam, quæ ideo eſt 2, 025.

PROPOSITIO XIII.

Et ſi fuerint lineæ quotcunque ſeſe excedentes, ſit autem prima exceſſui æqualis, fiunt ab iis quatuor ſolida continue proportionalia, qualia ſequuntur.

Pri-

Primum, Cubus minimæ.

Secundum, Cubus compositæ ex maxima & minima, multatus adgregato cuborum minimæ & maximæ.

Tertium, Adgregatum cuborum è singulis ter duodecuplum.

Quartum, Cubus compositæ ex omnibus sextuplæ.

Ostensum enim quoque est in Zeteticis, solidum quod fit sub quadrato minimæ & composita ex omnibus sextupla, adjunctum cubo è minima, æquari differentiæ inter cubum compositæ ex maxima & minima, & cubum maximæ. Itaque per translationem sub contraria adfectionis nota, solidum quod fit sub quadrato minimæ & composita ex omnibus sextupla, æquat cubum compositæ ex maxima & minima, multatum adgregato cuborum minimæ & maximæ. Quare cum ponitur minima, ut prima continue proportionalium; composita vero ex omnibus sextupla, ut quarta. Latus cubi æquantis cubum compositæ ex maxima & minima, multatum adgregato cuborum minimæ & maximæ, fiet secunda. Et cum singulæ illæ proportionales ducentur cubice, fient quoque cubi illi proportionales. Æque quoniam solidum quod fit sub minima & quadrato compositæ ex omnibus, æquatur adgregato cuborum è singulis. Ideo cum ponitur minima ut prima quatuor continue proportionalium; composita vero ex omnibus sextupla, ut quarta. Latus cubi æquantis ter duodecuplum adgregatum cuborum è singulis, fiet tertia. Et cum singulæ illæ proportionales ducentur cubice, fient quoque cubi illi proportionales. Et constat propositum.

Sit minima 1, maxima 4. Summa omnium sextupla fit 60. Et sunt continue proportionalia solida, 1. 60. 3,600. 216,000.

Addatur ad illustrandum locum Plutarchi Platonica quæstione quarta, cum inquit πᾶς τρίγωνος ἀριθμὸς ὀκτάκις γενόμενος καὶ μονάδα προσλαβὼν γίνεται τετράγωνος.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint lineæ quotcunque æqualiter sese excedentes, sit autem prima excessui æqualis: octuplum ejus quod fit sub minima & composita ex omnibus, adjunctum minimæ quadrato, æquatur quadrato compositæ ex minima & extrema dupla.

Linearum enim æqualiter sese excedentium minima, eademque excessui æqualis, sit X; maxima vero D. Duplum igitur ejus quod fiet sub minima & composita ex omnibus, erit D quadratum, plus X in D. Octuplum vero addito minimæ quadrato, erit D quadratum quater, plus X in D quater, plus X quadrato. Quod ipsum est quadratum à binomia radice D bis, plus X. Itaque constat propositum.

Sit X 1, D 9, composita ex omnibus dupla erit 90. Itaque numerus triangulus est 45, cujus octuplum adsciscens unitatem ut planum, facit 361 quadratum à 19, radice composita ex dupla ipsius 9 & unitate.

CAPUT X.

Progressio linearum rectarum quæ circumferentiis circuli subtenduntur.

IN recognitione Canonis Mathematici, & universalium ad eundem inspectionum singularis libri (is enim infeliciter editus est anno 1579) repetivi, ac in brevem Epitomen congessi Analytica fere omnia quæ pertinent ad generale, quod aperui, mysterium angularium sectionum. Verumtamen hic etiamnum erit utilis & jucunda recordatio eorum Theorematum, quibus progressio manifesta fit linearum rectarum quæ circumferentiis circuli subtenduntur, commode deinceps per spirica diagrammata cum progredientibus Arithmetice comparandarum.

THEOREMA I.

Καθολικὸν Ad triangula rectangula, quorum anguli acuti se habent inter se, ut numerus ad numerum.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi sit sub-multiplus ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa fit similis potestati conditionariæ hypotenusæ primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ; quadratum videlicet in ratione dupla; cubus in tripla; quadrato-quadratum in quadrupla; quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenusæ congruentium, efficitur à base & perpendiculo primi ut binomia radice, potestas æque alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum adfirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis fit basis secundi, perpendiculum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato hypotenusæ primi, seu aliter, adgregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentiæ; perpendiculum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusa secundi fit similis cubo hypotenusæ primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculi primi & base ejusdem; perpendiculum simile solido ter sub perpendiculo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculi.

In ratione quadrupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-quadrato hypotenusæ primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculi; perpendiculum simile plano-plano quater sub perpendiculo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculi primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusa secundi fit similis quadrato-cubo hypotenusæ primi; basis similis quadrato-cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculi primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendiculo primi, & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendiculum plano solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculi primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculi & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Trianguli rectanguli de angulo acuto enunciandi proponatur hypotenusa Z, basis D, perpendiculum B. Et oporteat constituere triangula rectangula anguli dupli, tripli, quadrupli, quintupli, &c.

Ad triangulum anguli dupli fit hypotenusa similis Z quadrato. Basis D quadrato, minus B quadrato. Perpendiculum B in D 2.

Ad triangulum anguli tripli fit hypotenusa similis Z cubo. Basis D cubo — B quadr. in D 3. Perpendiculum B in D quad. 3 — B cubo.

Ad triangulum anguli quadrupli fit hypotenusa similis Z quad.-quad. Basis D quadr.-quad. — B quadr. in D quadr. 6. + B quadr.-quadr. Perpendiculum B in D cub. 4. — B cubo in D 4.

Ad triangulum anguli quintupli fit hypotenusa similis Z quad.-cubo. Basis D quad.-cubo,

cubo — B quad. in D cub. 10 + B quadr.-quadr. in D 5. Perpendiculum B in D quad.-quad. 5 — B cubo in D quad. 10 + B quad.-cubo.

Proponatur triangulum rectangulum cujus basis 10. perpendiculum 1. & angulus acutus ejusdem intelligatur simplus.

Ad triangulum anguli dupli, statuetur basis 99. perpendiculum 20.

Ad triangulum anguli tripli, statuetur basis 970. perpendiculum 199.

Ad triangulum anguli quadrupli, statuetur basis 9401. perpendiculum 3960.

Ad triangulum anguli quintupli, statuetur basis 90050. perpendiculum 49001.

Et cum angulus acutus primi trianguli deprehendetur esse.

	PART.	SCRVP.	SEC.
	5	42	38
Erit angulus acutus secundi	11	25	16
tertii	17	7	54
quarti	22	50	32
quinti	28	33	10.

Cum autem factorum nequit fieri subtractio, argumentum est angulum multiplum esse obtusum. Eoque casu nihilominus excessus factorum adsignabitur lateri, & angulus subtensus intelligitur exterior multipli.

ALITER.

Si fuerint triangula rectangula quotcunque, & horum secundi angulus acutus sit duplus ad acutum primi, tertii triplus, quarti quadruplus, quinti quintuplus, & eo continuo naturali progressu, primi autem trianguli perpendiculum statuatur prima proportionalium, basis ejusdem secunda, eaque series continuetur.

In secundo, erit basis ad perpendiculum, ut tertia, minus prima, ad secundam bis.

In tertio, ut quarta, minus secunda ter, ad tertiam ter, minus prima.

In quarto, ut quinta, minus tertia sexies, plus prima, ad quartam quater, minus secunda quater.

In quinto, ut sexta, minus quarta decies, plus secunda quinquies, ad quintam quinquies, minus tertia decies, plus prima.

In sexto, ut septima, minus quinta quindecies, plus tertia quindecies, minus prima, ad sextam sexies, minus quarta vicies, plus secunda sexies.

In septimo, ut octava, minus sexta vicies semel, plus quarta tricies quinquies, minus secunda septies, ad septimam septies, minus quinta tricies quinquies, plus tertia vicies semel, minus prima.

Et ita in infinitum, distributis successive in duas partes proportionalibus secundum earum seriem, utrobique primum adfirmatis deinde negatis, & sumptis multiplicibus, ut ordo graduum in artificiosa genesi potestatum, quibus eæ addicuntur, exigit.

THEOREMA II.

Si à termino diametri sumantur in circulo circumferentiæ quotcunque æquales, & ab altera extremitate educantur lineæ rectæ adsumptarum circumferentiarum æqualium terminos: eductæ fiunt bases triangulorum rectangulorum, quorum communis hypotenusa est diameter; ac basis quidem diametro proximior intelligitur basis anguli simpli, succedens dupli, & eo continuo ordine. Constituatur autem series linearum rectarum continue proportionalium; quarum prima, sit æqualis semidiametro; secunda, basi anguli simpli.

Is reliquarum basium ordine succedentium erit progressus.

Tertia continue proportionalium, minus prima bis, erit æqualis basi anguli dupli.

Quarta, minus secunda ter, basi anguli tripli.

Quinta, minus tertia quater, plus prima bis, basi anguli quadrupli.

Sexta, minus quarta quinquies, plus secunda quinquies, basi anguli quintupli.

Septima, minus quinta sexies, plus tertia novies, minus prima bis, basi anguli sextupli.

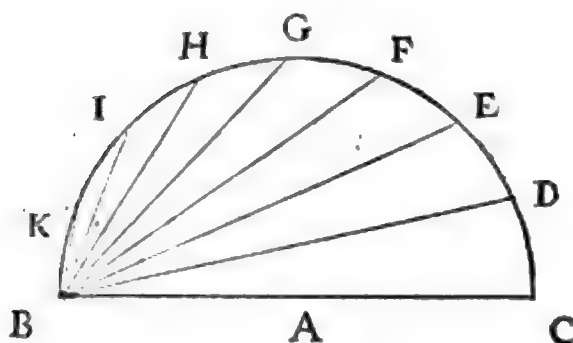
Octava, minus sexta septies, plus quarta quater-decies, minus secunda septies, basi anguli septupli.

Nona, minus septima octies, plus quinta vicies, minus tertia sedecies, plus prima bis, basi anguli octupli.

Decima, minus octava novies, plus sexta vicies septies, minus quarta tricies, plus secunda novies, basi anguli novemcupli.

Et ita in infinitum, ut per loca proportionalium imparia nova adfectio succedat, adfirmatæ videlicet negata, negatæ adfirmata. Ac proportionales illæ sint semper alternæ, & multiplices quidem in prima adfectione per unitatis crementum, in secunda per numeros triangulos, in tertia per numeros quos vocant pyramidales, in quarta per numeros triangulo-triangulos, & ita continue, secundum potestatis, cui proportionalis addicta est, conditionem.

Vt hæc in Analyticis abunde, sufficienterque demonstrata & exposita sunt.



Sit circulus sub A *centro, diametro* BC *descriptus, & sumantur circumferentiæ æquales* CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, *& subtendantur* BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK; *sit autem dimidia* BC *partium* 100,000; BD *partium* 196,000. *Et ad datas primam* BA, *secundam* BD, *construantur proportionales continue. Vnde fit.*

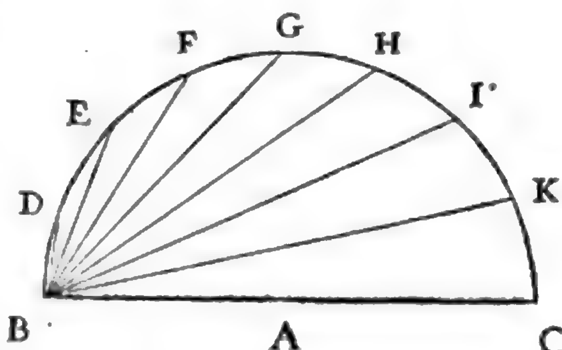
Prima	100,000,000,000,000.
Secunda	196,000,000,000,000.
Tertia	384,160,000,000,000.
Quarta	752,953,600,000,000.
Quinta	1,475,789,056,000,000.
Sexta	2,892,546,549,760,000.
Septima	5,669,392,237,529,600.
Octava	11,112,006,825,558,016.

Qualium igitur est recta	BC	200,000,000,000,000.
	BD	196,000,000,000,000.
Erit	BE	184,160,000,000,000.
	BF	164,953,600,000,000.
	BG	139,159,056,000,000.
	BH	107,778,549,760,000.
	BI	72,096,901,529,600.
	BK	33,531,377,238,016.

THEO-

THEOREMA III.

Si secetur semi-circumferentia circuli in partes quotcunque æquales, & à termino diametri educantur rectæ ad quælibet sectionum puncta: est ut minima educta ad diametrum, ita composita ex diametro, & minima, & ea insuper, cujus quadratum adjunctum minimæ quadrato efficit quadratum diametri ad compositam ex omnibus eductis duplam.



Sit circulus sub A centro, diametro BC descriptus. Secetur autem circumferentia BC in partes quotcunque æquales, ut pote octo, & sint illæ BD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, KC, & subtendantur BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK. Est igitur BK æqualis subtensæ DC, cujus quadratum adjunctum quadrato ex DB æquale est quadrato ex BC. Dico esse ut BD ad BC, ita compositam ex BC, BD, BK seu DC ad compositam ex omnibus duplam, videlicet compositam duplam ex BD, BE, BF, BG, BH, BI, BK, BC, ut hæc abunde demonstrata sunt & exposita in Analyticis angularium sectionum.

Est conditus Canon sinuum per singula sexagesima scrupula partium quadrantis circuli, in partibus qualium sinus totus adsumitur 100, 000, 000. Quærit aliquis summam omnium sinuum singulis scrupulis congruentium. Quoniam igitur est ut sinus unius scrupuli ad sinum totum, ita sinus unius scrupuli, sinus complementi, & sinus totus ad sinum totum, prosinum complementi, & transsinuosam complementi: Addat Logista transsinuosam complementi unius scrupuli suo congruenti prosinui, & insuper sinui toto, & conflabitur duplum summa quæsita. Transinuosas, videlicet, voco hypotenusas, quas suppeditat Canon fœcundissimus; Prosinus, latera circa rectum, quæ Canon fœcundus.

Transsinuosa igitur complementi unius scrupuli numeratur.	343, 774, 681, 923
Prosinus vero,	343, 774, 667, 379
His addatur sinus totus.	100, 000, 000
Summa fit	687, 649, 349, 302

Est igitur 343, 824, 674, 651 *summa omnium sinuum scrupulorum quadrantis, ipso sinu toto* XC *partium numerato, tam accurata quam patitur in ea hypothesi linearum symmetria.*

CAPUT IX.

Arbeli, & Lunularum quadrationes aliquæ.

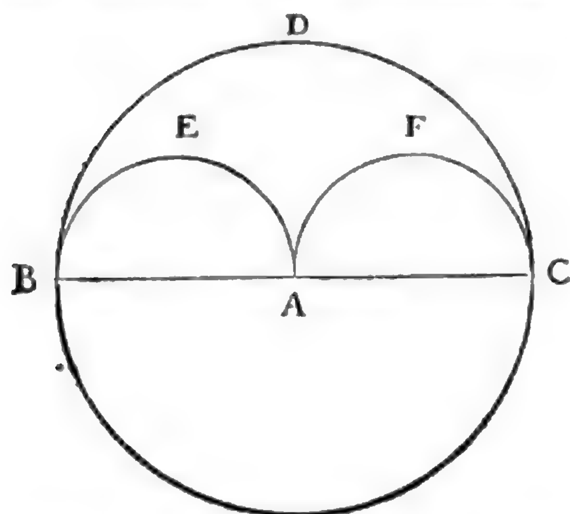
Lunulam unam quadravit Hippocrates Chius. Lunulas autem post Hippocratem quadravit nullus Geometra. Neque enim Analyticum quadrandi lunulas hactenus propositum fuit à quopiam artificium. Ergo universalia universaliter docenda sunt, & quadrandæ non una, sed infinitæ eadem & generali methodo lunulæ. Primum autem proponam de arbelo.

PROPOSITIO I.

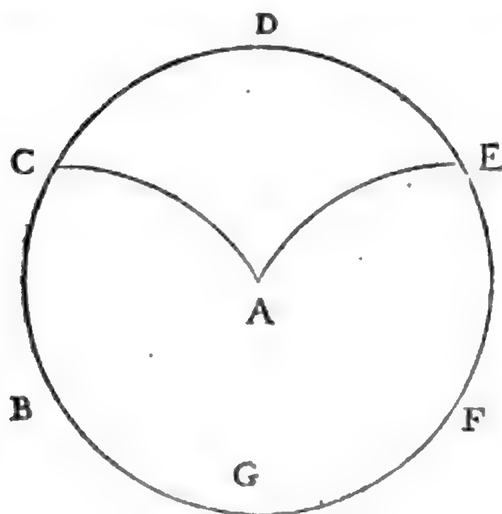
Arbelum describere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

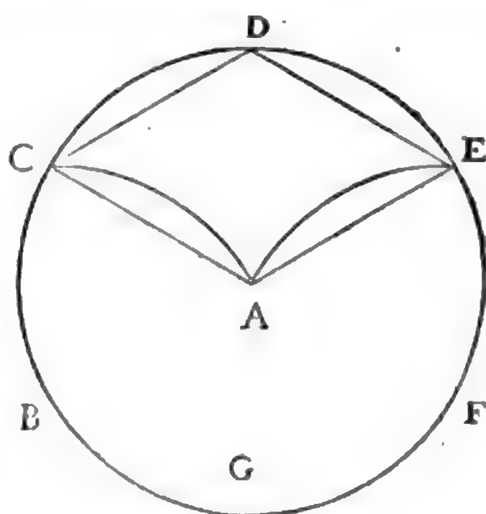
Τοῖς ἀρβύλοις σμίλαις καὶ ξύστροις οἱ σκυτοτόμοι τέμνουσι καὶ ξέουσι τὰ δέρματα. Sunt autem arbeli seu arbela τὰ κυκλοτερῆ σιδήρια, ut adnotavit Scholiastes Nicandri. Itaque Proclus appellavit arbelum spacium tribus circumferentiis comprehensum. Vt ecce, describatur

batur circulus ſub A centro, & agatur diameter B A C, & fiant AB, A C ſingulæ dimetientes circulorum, ipſiſque deſcribantur circuli. Sunt igitur ſemicircumferentiæ ſuorum circulorum, ſingulæ B C, B A, AC curvæ lineæ. Quapropter ſpacium C D B E A F eſt arbelus, ſcalprumve ſutorium. Figuram autem arbeli Proculianam imitatur arbelus alter, quem ita deſcribimus.



Sub A centro, intervallo AB deſcribatur circulus, cujus circumferentia ſecetur in partes ſex æquales, quæ ſunto B C, C D, D E, E F, F G, G B, & centro B intervallo BC, & centro F intervallo FE deſcribantur circuli, atque adeo circumferentiarum ſuarum ſextantes ſunto C A, A E. Spacium igitur DCAE eſt arbelus noſter, cui rectilineum ita licet exhibere æquale. Subtendantur enim CD, DE, CA, AE. Dico quadrangulum CDEA æquari deſcripto arbelo DCAE. Æquales enim circumferentiæ ſunt CD, DE, CA, AE, ſingulæ videlicet ſextantes totius perimetri ſuorum circulorum, qui quidem circuli ſunt æquali intervallo deſcripti, ideoque inter ſe æquales. Quantas igitur partes arbeli auferunt tmemata





C D, D E, tantas reſtituunt æqualia quoque tmemata C A, A E, Quod enim recta C D circumferentiam CA non ſecet, ideo manifeſtum eſt, quia anguli DCA duplam amplitudinem definit circumferentia DEF. Itaque angulus DCA continet δίμοιρον τῆς ὀρθῆς. Quod ſi CD ſecaret circumferentiam CA, anguli DCA amplitudo minor eſſet circumferentia DEF dimidia CA. Non igitur recta CD ſecat circumferentiam CA, & locus eſt omnino expoſitæ proſtaphæreſi, atque adeo juſtæ expoſiti arbeli quadrationi.

PROPOSITIO II.

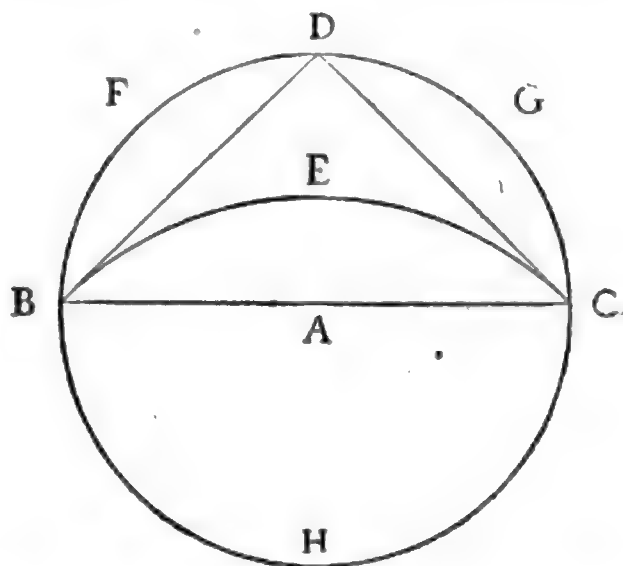
Ex circumferentiis duorum circulorum exiſtentium in ratione dupla lunulam deſcribere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

Μηνίσκους adnotavit Suidas dici τὰ τοῦ κύκλου σιδήρεια παρὰ τοῖς φιλοσόφοις. At apud Geometras μηνίσκος ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ δύο περιφερειῶν, vel δύο κύκλων μὴ περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων ὑπεροχὴ κοίλης καὶ κυρτῆς, vel τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο περιφερειῶν

ἐπὶ

ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἐχουσῶν. Στεφάνη excessus est duorum circulorum circa unum idemque centrum. Πελεκὺς figura comprehensa quatuor circumferentiis, duabus concavis, & duabus convexis. Ac meniscum quidem sive lunulam quadravit Hippocrates Chius, conflatam ex circumferentia duorum circulorum existentium in ratione dupla. At figuras στεφανοειδεῖς καὶ πελεκοειδεῖς quadravit nemo artificiose, ut neque circulos neque circulorum τομέας καὶ τμήματα. Causa est quod perimetri ad circulum analogia ἐν θεῶν γόνασι κεῖται. Ita autem quadrantur lunulæ, ut ex syncrisi περιφερογράμμων cum περιφερογράμμοις, non etiam cum εὐθυγράμμοις demonstratio pendeat, ut ante exposita quadratio arbeli demonstrata est καθ' ἐφαρμόσιν ex collatione æqualium in æqualibus circulis segmentorum. Enimvero oportet facere quod hic propositum est, omnino artificium analyticum erit hujusmodi.

Quoniam figura proponitur describenda duabus comprehensa circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione dupla, ita ut ei figuræ rectilineum possit exhiberi æquale, eo reducitur res ut in exposito quolibet circulo sit secanda bifariam circumferentia, cui quæ subtenditur recta ad subtensam dimidio ejusdem circumferentiæ sit quadratica potestate in ratione dupla, ut pote in circulo sub A centro descripto aliqua circumferentia BC ita secanda est bifariam in D, ut sit quadratum ex subtensa BD ad quadratum ex subtensa B C, sicut unum ad duo. Cum enim per puncta B, C describetur circulus à cujus dimetiente quadratum sit ad quadratum à dimetiente circuli habentis A centrum, sicut duo ad unum, describetur lunula DBEC, ipsique rectilineum licebit exhibere æquale. Quoniam enim circuli, cujus BACE est segmentum, quadratum ad quadratum circuli habentis A centrum est, ut duo ad unum, ideo circulus ille hujus est duplus. Et cum sit eadem ratio totius ad totum quæ partis ad partem, est autem EBAC segmentum circuli simile segmento FBD, seu GDC. Ideo segmentum EBAC æquabit ambo segmenta FBD, GDC. Et vero recta BD circumferentiam non secat, quia anguli DBC duplam amplitudinem definit circumferentia DGC. Itaque angulus DBC æquat dimidiam circumferentiam BEC, cum sint BEC, DGC similes circumferentiæ suorum circulorum. Quod si recta BD secaret circumferentiam BEC, angulus DBC minor esset dimidia circumferentia BEC. Sunt autem DC, BD æquales, & similiter sitæ. Itaque recta quoque DC circumferentiam BEC non secat. A lunula igitur DBEC auferantur DFB, DGC, & restituantur additione segmenti EBAC, fit rectilineum triangulum DBC æquale descriptæ lunulæ DBEC. Quæ cum ita sese habeant, esto jam factum quod quæritur, sit nempe circumferentia BDC secta bifariam in D, ita ut quadratum à subtensa BD descriptum ad quadratum à subtensa BC sit, sicut unum ad duo. Quantarum igitur partium quadratum à BC est 2, tantarum quadratum à BD est 1, & à DC quoque 1. Ergo trianguli BDC quadrata à lateribus BD, DC æqualia sunt quadrato à latere BC.



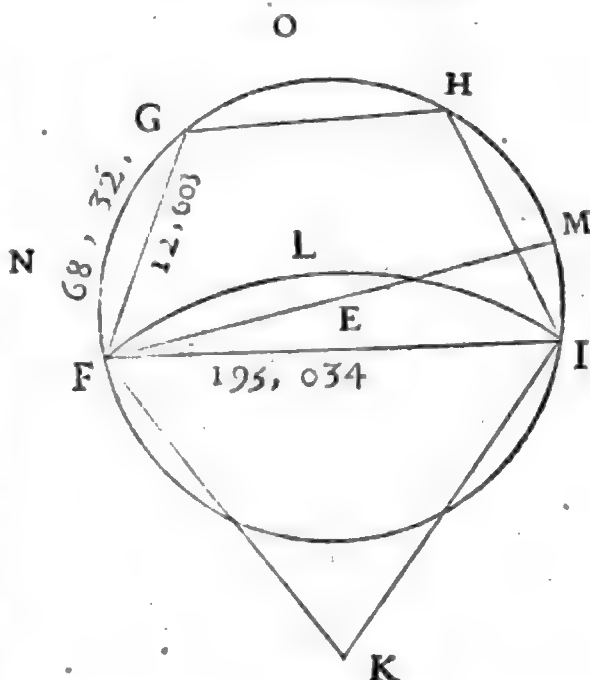
Rectangulum est igitur triangulum BDC, angulum ad D habens rectum. Consequenter BC dimetiens est ipsius in quo triangulum inscribitur circuli. Quare ad compositionem, exponatur circulus cujus A centrum, & ipsius circumferentia secetur quadrifariam in punctis B, D, C, H, & centro H intervallo HB vel HC describatur circulus alter, fit igitur lunula DBEC à duobus circulis existentibus in ratione dupla. Quadratum enim à latere tetragoni inscripti circulo descriptum, duplum est quadrati à semidiametro descripti.

ſicut quadratum ex B C ad quadratum triplum ex BC, minus quadrato ex BZ. Et cum quadratum ex BZ æquale ſit ei quod fit ſub BD, BC: eſt BZ ad FI, ſicut BC ad BC triplum, minus BD. Ipſa porro BD valet BC ter, minus AC. Compoſita enim eſt BD ex BC, CD. Ipſaq; CD conſtructa eſt æqualis exceſſui quo AB, id eſt dupla BC, præſtat ipſi AC. Ergo eſt BZ ad FI, ſicut BC ad AC. Sed quadratum ex BC ad quadratum ex A C eſt, ut unum ad tria. In circulo igitur ſub L centro deſcripto, ſumptæ ſunt duæ circumferentiæ F G, F I quarum hæc ad illam eſt tripla, ſicut etiam triplum eſt quadratum FI ad quadratum FG. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO IV.

Ex circumferentiis duorum circulorum exiſtentium in ratione tripla lunulam deſcribere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

Exponatur circulus quilibet ſub L centro deſcriptus in quo ſumatur circumferentia FI, cui quæ ſubtenditur ad ſubtenſam ejuſdem circumferentiæ trienti ſit quadratica poteſtate, ut tria ad unum. Deinde per puncta FI, intervallo KI vel FK ſumpto æquali latere trigoni eidem circulo F I inſcripti deſcribatur circulus alter F L I ſub K centro. Secetur autem circumferentia FI trifariam in punctis G, H, & ſubtendantur trientes illi FG, GH, H I, ac denique F I. Dico factum eſſe quod oportuit. Deſcriptam enim eſſe lunulam GFLIH conflatam ex circumferentiis FGHI, FLI ad duos circulos in ratione tripla exiſtentes, pertinentibus, ita ut ei rectilineum exhibeatur æquale. Ipſi namque lunulæ GFLIH æquale eſſe rectilineum quadrilaterum F G H I.



Quoniam enim circulo FGHI inſcripta F I ad inſcriptam F G eſt quadratica poteſtate, ut tria ad unum, itaque longitudine eſt ut latus trigoni eidem circulo inſcripti ad ſemidiametrum. Qua in ratione conſtituta eſt ſemidiameter circuli F L I ad ſemidiametrum circuli FGHI. Igitur circulus FLI ad circulum FGHI triplam habet rationem. Et ſegmentum LFI ſimile fit ſegmento FGN, valetque triplum ſegmenti F G N. Atque adeo ipſa ſegmenta tria inter ſe æqualia FGN, GHO, HIM. Neque vero HI recta, nedum recta G H vel F G ſecabit circumferentiam F L I, propter ſimilitudinem circumferentiarum FNG, FLI, ex jam demonſtratis. A lunula igitur GFLIH auferantur ſegmenta F G N, G H O, H I M; addatur vero ſegmentum LFI. Tantundem ergo lunulæ CFLIH ſupplet ſegmentum FIL, quantum eidem lunulæ adimunt ſegmenta FGN, GHO, HIM. Rectilineum itaque quadrilaterum FGHI lunulæ LFGHI circulorum à circumferentiis duorum circulorum exiſtentium in ratione tripla deſcriptæ, effectum eſt æquale, ſicut oportebat.

PROPOSITIO V.

In circulo duas circumferentias ſumere exiſtentes in ratione quadrupla, in qua etiam ſe habeant rectarum, quæ ipſis circumferentiis ſubtenduntur, quadrata.

Exponatur rursus triangulum rectangulum ACB, habens angulum ad C rectum; angulum vero ad A trientem recti. Et ex AC abscindatur CD ipsi BC æqualis, & jungatur BD. Ad datam vero EG compositam ex tripla AC, ut adgregatum extremarum in serie trium linearum rectarum continue proportionalium, & datam quoque HF ipsi BD æqualem ut mediam trium illarum, inveniantur extremæ EF, FG. Et rursus inter ipsas EF, FG inveniantur duæ mediæ continue proportionales LK, KF. Cum autem quadratum compositæ ex LK, KF auferetur à quadrato duplæ AC, relinquat quadratum ex MN. Et centro O, intervallo OP sumpto æquali ipsi AC describatur circulus, cui inscribantur PQ, QR, RS, ST ipsi MN æquales. Est igitur circumferentia PT ad circumferentiam PQ quadrupla. Subtendatur autem PT. Dico quadratum ex subtensa PT esse quoque quadruplum quadrati ex subtensa PQ, id est, longitudinem PT ad longitudinem PQ esse duplam.

Agatur enim diameter POX, & subtendatur QX. Est igitur QX æqualis compositæ ex LK, KF & quoniam circumferentia PQRST est quadrupla ad circumferentiam PQ: ideo est subtensa PQ ad subtensam PT, sicut cubus ex PX ad cubum octuplum ex QX, minus solido quadruplo sub QX & quadrato ex PX, vel sicut cubus ex PO ad cubum ex QX, minus solido duplo sub QX & quadrato ex PO, per ea quæ exposita sunt in Analyticis angularium sectionum Zetetico Theorematis quarti. Proposita autē quavis serie quatuor continue proportionalium, cubus compositæ è mediis æquat solidum sub composita ex extremis & rectangulo quod sub iisdem fit vel mediis, plus triplo solido sub eadem composita è mediis & prædicto rectangulo. Itaque cum QX componatur ex duabus mediis continue proportionalibus inter EF, FG, sub quibus quod fit rectangulum æquale est quadrato ex HF, id est duplo quadrato ex BC; sextuplum autem quadratum ex BC valet duplum quadratum ex AC. Cubus ex QX, multatus solido duplo sub QX & quadrato ex PO,

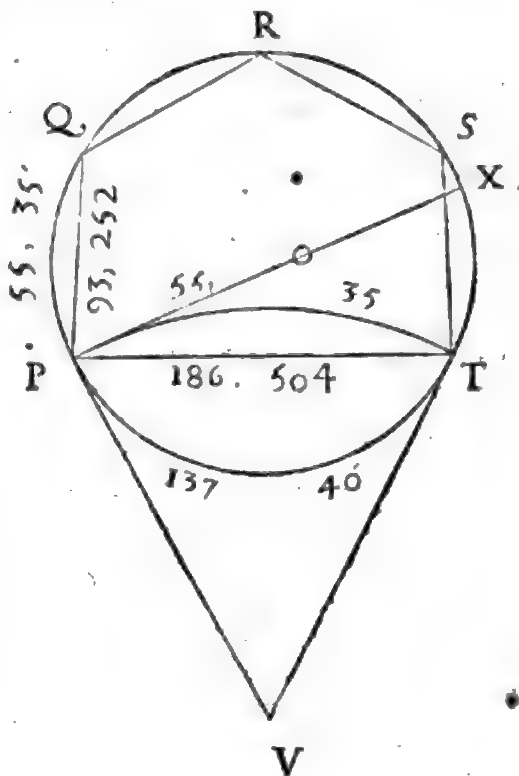
id

id est AC, æquat solidum sub duplo quadrato ex BC & composita ex EF, FG. id est tripla AC. Quare PQ ad PT est, sicut cubus ex AC ad solidum sub duplo quadrato ex AC & AC: & postremis binis analogiæ terminis ad AC adplicatis, est PQ ad PT, sicut AC quadratum ad sextuplum quadratum ex BC, id est, ad duplum ex AC quadratum, atque adeo ut unum ad duo. In circulo igitur sub O centro descripto, sumptæ sunt duæ circumferentiæ PQ, PT quarum hæc ad illam est quadrupla, sicut etiam quadratum subtensæ PT ad quadratum subtensæ PQ. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO VI.

Ex circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione quadrupla lunulam describere, cui rectilineum exhibeatur æquale.

Exponatur circulus quilibet sub O centro descriptus, in quo sumatur circumferentia PT cui quæ subtenditur ad subtensam ejusdem circumferentiæ quadranti sit quadratica potestate, ut quatuor ad unum. Deinde per puncta PT intervallo VP vel VT æquante diametrum circuli jam descripti, describatur circulus alter sub V centro. Secetur autem circumferentia PT quadrifariam in punctis Q R, S, & subtendantur quadrantes illi PQ. QR, RS, ST, ac denique PT. Dico factum esse quod oportuit. Descriptam enim esse lunulam QPTSR conflatam ex circumferentiis PQRST, PT ad duos circulos in ratione quadrupla existentes pertinentibus, ita ut ei rectilineum exhibeatur æquale. ipsi namque lunulæ RPT æquale esse rectilineum quinque-laterum PQRST.



Quoniam enim circulo PRT inscripta PT ad inscriptam PQ est quadratica potestate, ut quatuor ad unum, & consequenter longitudine ut duo ad unum. Qua in ratione constituta est semidiameter circuli PT ad semidiametrum circuli PRT. Igitur circulus PT ad circulum PRT quadruplam habet rationem. Et segmentum PT simile fit segmento PQ, valetque quadruplum segmenti PQ, atque adeo ipsa segmenta quatuor inter se æqualia PQ, QR, RS, ST. A lunula igitur QPTSR auferantur segmenta PQ, QR, RS, ST. Addatur vero segmentum PT. Tantundem ergo lunulæ QPTSR supplet segmentum PT, quantum eidem lunulæ adimunt segmenta PQ, QR, RS, ST.

Rectilineum itaque quinque laterum PQRST lunulæ QPTSR à circumferentiis duorum circulorum existentium in ratione quadrupla descriptæ, effectum est æquale, sicut oportebat.

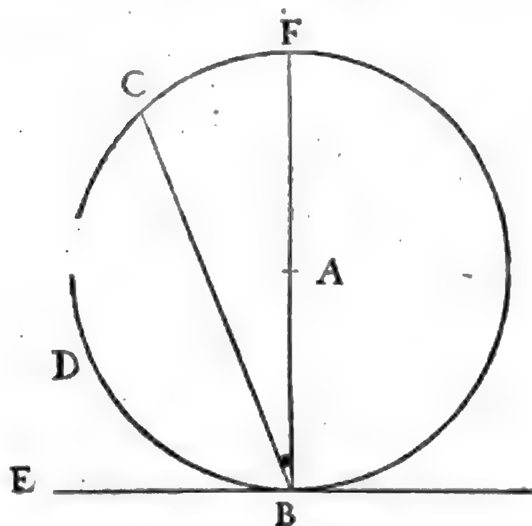
CAPUT XII.

De Mistilineis sive angulis sive figuris.

QUæ de Mistilineis sive angulis sive figuris hactenus occurrerunt πχυικώπεα fere sunt hæc.

PROPOSITIO I.

Circumferentia ſub qua & baſe comprehenditur ſegmentum circuli, dupla eſt amplitudo anguli ſectionis, continuati angulo corniculari.



Angulus qui fit à linea recta circulum tangente & ipſa circumferentia, ſolet ab interpretibus dici κερατοειδής, ſive cornicularis.

Circuli igitur ſub A centro deſcripti, ſit ſegmentum quodcunque B D C, comprehenſum à recta B C quæ baſis eſt ſegmenti, & circumferentia BDC. tangat autem circulum recta B E. Dico circumferentiam BDC duplam eſſe amplitudinem anguli EBC, compoſiti ex ſectionis angulo DBC,& corniculari DBE. Agatur enim diameter B A F, angulus igitur rectus eſt EBF. recti autem anguli amplitudo dupla eſt ſemicircumferentia circuli. Itaque dupla amplitudo anguli EBF eſt circumferentia B D C F. à quo auferatur C F, dupla amplitudo anguli C B F. reſidua igitur C D B dupla eſt amplitudo anguli E B C. Quod erat oſtendendum.

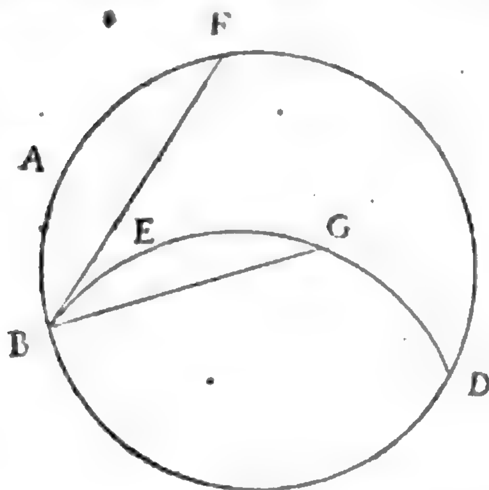
PROPOSITIO II.

Curvum quo differunt in eodem circulo anguli diſſimilium ſectionum, ejuſdem circuli circumferentia eſt.

Anguli enim propoſitarum diſſimilium ſectionum circuli, ſunto D, B; illa major, hæc minor; angulus vero cornicularis F. Eſt igitur ex antecedente propoſitione F plus D circumferentia, & rurſus F plus B circumferentia, & harum differentia eſt D minus B, & vero differentia duarum circumferentiarum, circumferentia eſt. Quare differentia angulorum D, B, circumferentia eſt. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO III.

Angulo dato, quem faciunt duæ circumferentiæ duorum ſeſe ſecantium æqualium circulorum, una convexa, altera concava, angulum rectilineum exhibere æqualem.



Duo circuli ABD, BED æquali intervallo deſcripti, ſeſe mutuo interſecent in punctis B, D. unde fiat lunula ABED. Oportet angulo ABED lunari, angulum rectilineum exhibere æqualem. Circulum BED tangat in B recta B F, ſecans circulum ABD tum in B, tum in F; circumferentiæ autem B F ſumatur in circulo ſecundo B E D, circumferentia B G æqualis, & ſubtendatur B G. Quoniam igitur æquales ſunt ſectiones ABF, EBG; quantum ab angulo lunari ABED aufert angulus ſectionis ABF; tantum reſtituit angulus ſectionis

nis E B G. Angulo itaque A B E D lunari exhibitus est æqualis angulus rectilineus F B G. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO IV.

A duobus æqualibus circulis lunulam describere, cujus angulus dato angulo existat æqualis.

Sit datus angulus A. Oportet describere lunulam, cujus angulus dato A angulo existat æqualis.

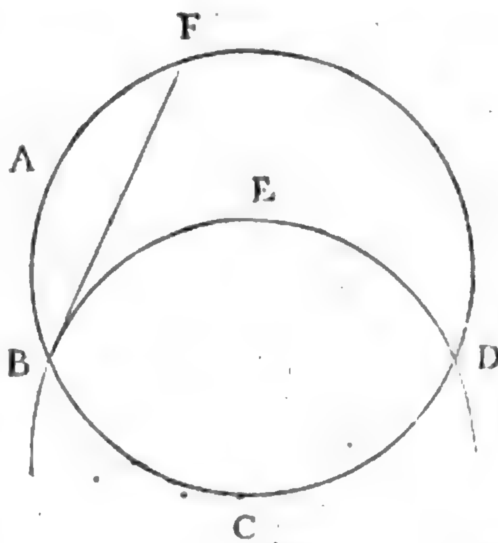
In circulo sub B centro descripto, sumatur circumferentia CED æqualis amplitudini duplæ anguli A dati, & residua DFC secetur bifariam in F, & per puncta FC ducatur circulus descripto jam circulo æqualis. Dico factum esse quod oportuit. Lunulam enim esse descriptam, cujus angulus EFC sit dato A angulo æqualis. Recta enim FG tangat circulum secundum in F, secans primum tum in F, tum in G, & subtendatur F C. Circumferentia igitur FC seu FD circumferentiæ GC est æqualis, utravis enim definit amplitudinem duplam anguli rectilinei GFC. Quare circumferentia G D F est circumferentiæ C E D æqualis. Ipsa autem G E F est amplitudo dupla anguli sectionis E F G, continuati angulo corniculari ejusdem circuli, vel æqualis. Angulus vero sectionis EFG continuatus angulo corniculari GFC, est ipse angulus lunaris. Lunaris igitur anguli EFC amplitudo dupla æqualis est circumferentiæ GDF, id est CED; simpla dimidiæ CED, id est angulo A dato.

Itaque factum est quod oportuit.

PROPOSITIO V.

Anguli lunulæ à duobus circulis æqualibus descriptæ, definire amplitudinem.

Duo æquales circuli unus ABCD, alter B E D describant lunulam ABED. Oportet anguli lunaris ABED definire amplitudinem.

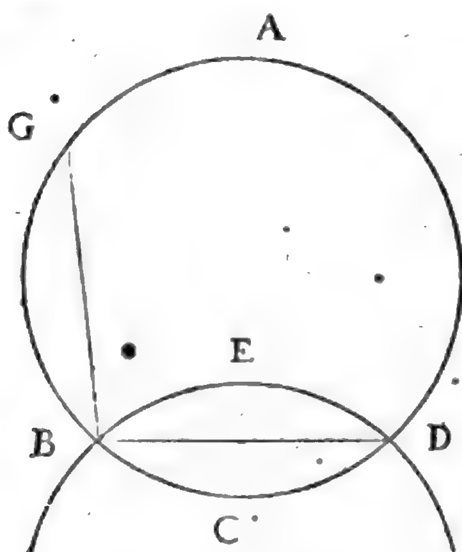


Circulum B E D tangat recta in B, secans primum circulum tum in B, tum in F. Dico circumferentiam FAB æqualem esse duplæ amplitudini anguli lunaris ABED, Angulus enim lunaris componitur angulo sectionis A B F, & angulo corniculari F B E D; qui quidem angulus cornicularis FBED æqualis est angulo corniculari quem efficeret tangens ipsum circulum ABCD: cum sint circuli ABCD, B E D æquales. Sed anguli sectionis F B A, continuati angulo corniculari

ejusdem circuli BCD seu ei æqualis BED duplæ amplitudini, æqualis est circumferentia FAB. Eadem igitur æqualis quoque est duplæ amplitudini anguli lunaris A B E D. Secta autem esto bifariam FAB circumferentia in A. Anguli igitur lunaris ABED definita est amplitudo, videlicet circumferentia BA. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO VI.

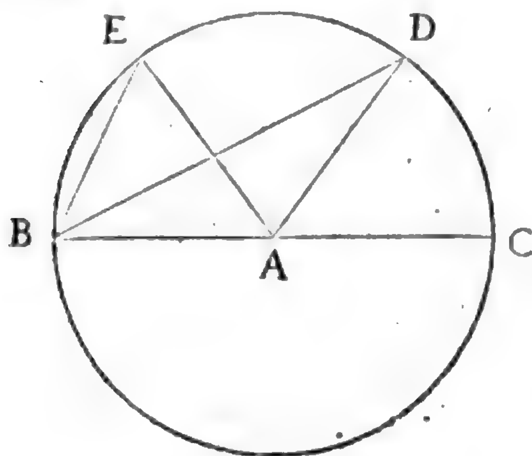
Triangula mistilinea, lunulis quas æquales circuli describunt, exhibere æqualia.



Duo æquales circuli unus ABCD, alter B E D describant lunulam ABED. Oportet lunulæ ABED exhibere triangulum mistilineum æquale. Subtendatur BD, erunt igitur circumferentiæ BED, BCD æquales. est autem B D minor diametro, si enim esset communis diameter duorum æqualium circulorum concurrerent illi, non etiam lunulam describerent. Quare secatur circulus quilibet inæqualiter. Sit autem superior circulus A B C D, à quo dempta lunula relinquatur figura κερατοειδὴς E B C D. Est igitur circumferentia DAB major circumferentia BCD, seu BED. Quare à circumferentia BAD auferatur circumferentia BG circumferentiæ B C D seu B E D æqualis, & manifestum est triangulum mistilineum G B D; ctura habens æqualia BG, BD, ipsasque rectas lineas; basin vero GD circumferentiam, lunulæ ABED esse æquale. Tantum enim detrahit lunulæ sectio B G, quantum eidem addit sectio B D: cum sint BD, BG sectiones similes & æquales.

PROPOSITIO VII.

Si ab unaquaque extremitatum diametri, sumantur in eandem partem circuli duæ circumferentiæ æquales; ab altera autem earundem extremitatum, inscribantur lineæ rectæ ad terminos sumptarum æqualium circumferentiarum: spatium circuli quod interjacet inter diametrum & proximam inscriptam, adjunctum sectioni circuli, quam facit altera inscriptarum, æquale est duobus sectoribus qui sub æqualibus sumptis circumferentiis comprehenduntur.



Sit circulus sub A centro, dimetiente quacunque BC descriptus, & in eandẽ partem circuli à dimetiente BC bifariam secti sumantur circumferentiæ CD, BE æquales, & subtendantur BD, BE, agantur quoque semidiametri A D, A E. Dico spacium comprehensum à rectis B D, B C & circumferentia DC, æquari sectoribus BAE, CAD. Triangula enim rectilinea B A E, D A C æqualium sunt laterum & angulorum. Quoniam autem in angulo rectilineo BDC recta DA secat bifariam basin BC, ideo secat quoque bifariam ipsum triangulum

lum BDC. Quare triangulum BAD æquale est triangulo DAC, seu BAE. Spacium itaque mistilineum illud DBC, æquale est sectori DAC & triangulo BAE. Utrobique addatur sectio BE. Spacium igitur mistilineum illud DBC additum sectioni BE, æquale est sectoribus BAE, CAD. Quod erat ostendendum.

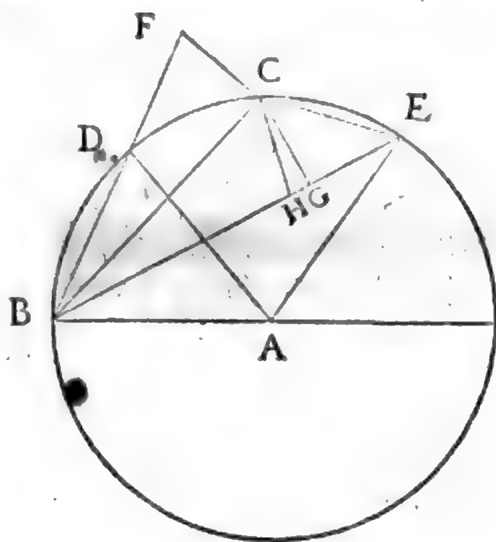
PROPOSITIO VIII.

Si ab unaquaque extremitatum diametri, sumantur in eandem partem circuli circumferentiæ æquales; ab altera autem earundem extremitatum, inscribantur lineæ rectæ ad terminos sumptarum æqualium circumferentiarum: spacium circuli quod inter rectas inscriptas interjacet, æquale est sectori ab eadem circumferentia, qua spacium ipsum, comprehenso.

Repetatur antecedens diagramma. Dico spacium circuli EB D comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia ED, esse æquale sectori EAD. A semicirculo enim BEC auferatur spacium B D C comprehensum à rectis B D, B C & circumferentia D C, ipsa etiam demater sectio BE: superest itaque spacium EBD comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia E D. Ab eodem autem semicirculo auferantur sectores CAD, BAE qui quidem prædicto mistilineo B D C spacio, una cum sectione BE sunt æquales. Superest igitur sector EAD. Ergo sectori EAD æquale est spacium EBD comprehensum à rectis EB, BD & circumferentia ED. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IX.

Cum ab eodem puncto circumferentiæ inscribuntur circulo tres lineæ rectæ, quarum media latus est tetragoni, secans bifariam angulum ab inscriptis extremis factum. Itaque descripta sunt duo triangularia spacia, quorum bases sunt circumferentiæ æquales, latus autem inscripti tetragoni crus utrique commune. Dimidiam differentiam duorum illorum spaciorum triangularium, figuræ tum mistilineæ, tum rectilineæ, adæquare.



Sub A centro, intervallo quocunque AB describatur circulus, in quo sumatur B C circumferentia tetragoni, & à puncto C sumantur utrinque circumferentiæ æquales CD, CE circumferentia tetragoni minores, & subtendantur BD, BE. Sunt itaque descripta duo spacia triangularia DBC, CBE, quorum bases DC, CE sunt circumferentiæ æquales. latus autem tetragoni BC crus est eis triangulis mistilineis commune. Itaque oportet dimidiam differentiam duorum illorum spaciorum triangularium, figuræ tum mistilineæ tum rectilineæ adæquare.

Sub centro B, intervallo BC describatur circulus, cujus circumferentiam abscindant BD, BE in F, G. Dico in primis differentiam dimidiam inter spacium DBC & spacium CBE, æquari triangulo mistilineo CGE, seu CDF. Descriptus enim circulus sub B centro, intervallo B C duplus fit ad circulum sub A centro, intervallo A B descriptum. Itaque sector FBG ad illum pertinens circulum, æqualis est sectori D A E ad hunc pertinenti; qui quidem sector D A E æqualis ostensus est spacio mistilineo D B E. Quare si ab his æqualibus commune utrinque auferatur spacium mistilineum B D C G, relinquetur triangulum mistilineum C D F triangulo mistilineo CGE æquale. Est autem FBC sector dimidius totius sectoris FBG, id est spacii mixtilinei DBE

inæqua

inæqualiter ſecti à recta BC, & eſt DBC minus ſegmentum, CBE majus. Atque huic majori ſegmento cum aufertur triangulum miſtilineum GCE, remanet dimidium totius ſpacii, ſicut cum illi minori adjicitur triangulum CFD, triangulo GCE æquale. Cum autem ſecatur magnitudo quæpiam, dimidia differentia ſegmentorum, adjuncta dimidiæ magnitudini, facit majus ſegmentum, ablata minus. Dimidia igitur differentia inter ſpacium DBC & ſpacium CBE, eſt triangulum miſtilineum GCE ſeu CFD. Quod primo loco fuit oſtendendum.

Secundo cadat in BE perpendiculariter CH, & ſubtendatur CE. Dico rectilineum ac rectangulum triangulum CHE, æquari miſtilineo GCE. Quoniam enim circulus FCG eſt duplus circuli DCE, ideo cum ſecabuntur ſimiliter circuli illi: ſegmenta illius erunt ſegmentorum hujus dupla. Itaque totum ſegmentum CE, quod deſcribitur in minore duorum illorum circulorum, æquale eſt dimidio ſimili ſegmento deſcripto in majore, nempe ſpacio HCG, cum dupla circumferentia CG ſimilis ſit circumferentiæ CE. Quantum igitur triangulo mixtilineo GCE detrahit ſegmentum CE, tantundem reſtituit dimidium ſimile ſegmentum HCG. atque adeo rectilineum triangulum CHE, æquale ſit mixtilineo GCE. Quod ſecundo loco fuit oſtendendum.

Sic igitur dimidia differentia inter ſpacium DBC & ſpacium CBE, adæquata eſt tum figuræ mixtilineæ nempe DCF ſeu GCE, tum rectilineæ HCE, ut erat faciendum.

CAPVT XIII.

Angulus cornicularis.

COepit agitari quæſtio à ſagacibus quibuſdam Geometris, an diverticulum quod facit circulus à linea recta vel circulari, quæ ipſum tangit, ſit angulus nec-ne. Circulus enim cenſetur figura plana, infinitorum laterum & angulorum; linea autem recta rectam contingens quantulæcunque ſit longitudinis, coincidit in eandem lineam rectam, nec angulum facit. Itaque cum propoſuit Euclides inter lineam rectam quæ circulum tangit & ipſam circumferentiam, non cadere alteram lineam rectam *εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, οὐ* inquit *ἑτέρα εὐθεῖα παρεμπεσεῖται*, non etiam *γωνίαν περιεχομένην ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας οὐ τέμνει ἑτέρα εὐθεῖα.* Sic Apollonius Pergæus cum idipſum quod in circulo Euclides ineſſe in coni ſectione demonſtravit, uſus eſt voce *τόπου* non *γωνίας*, nec inde elicuit Poriſma quale in propoſitione Euclidis legitur de angulo ſemicirculi his verbis: *καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστί, ἡ δὲ λοιπὴ ἐλάττων.* Ita ut non temere quis ſuſpicetur ea eſſe adulterina, ne ſibi non ſatis conſtet Euclides, & alioqui Geometrica multa corruant fundamenta.

1. Anguli ex ipſa Euclidis partitione, recti ſunt aut obliqui. Obliqui vero aut ſunt acuti vel obtuſi. Cum itaque angulus ſemicirculi non ſit obtuſus neque acutus, videtur eſſe rectus; is vero qui exiſtimatur reliquus è recto *κερατοειδὴς* ſolet vocari, angulus imaginarius, *γωνία εἰκονική*.

2. Angulos circumferentia definit. Nulla circumferentia definit diverticulum *κερατοειδές*. Diverticulum igitur illud non eſt angulus.

3. Secto diſſimiliter circulo, anguli ſectionum diſſimilium differunt per circumferentiam; quæ autem magnitudo metitur totam & ablatam, eadem metitur & reliquam. Propoſitis igitur ſectionibus diſſimilibus, metiatur magnitudo quæpiam angulum majoris, metietur & angulum minoris. Differentiam igitur majoris & minoris metietur, id eſt circumferentiam. Ergo anguli ſectionum circumferentiæ ſunt, & cum iidem non ſint majores neque minores dimidio circumferentiæ, ſub qua & baſe comprehenduntur ſectiones, ei dimidio cenſendi ſunt æquales.

4 An

4 An circulus quænam figura plana est anomala? an non Aristoteli prima figura planarum est & perfectissima, ut sphæra solidarum. Regularis autem est in planis figuris, ut similitudo earum æqualitatem angulorum arguat & æqualitas similitudinem. Itaque in circulis inæqualibus, anguli similium sectionum videntur æquales. Si angulus semicirculi in majore circulo idem est qui in minore, angulus κερατοειδὴς angulo κερατοειδεῖ non exhibetur minor. Cum itaque decrementum non suscipiat, magnitudo non est, neque enim datur magnitudo ἐλαχίστη aliter quam intellectu.

5 Anguli κερατοειδοῦς siquidem is incrementum suscipit, duplus est angulus qui fit in contactu duorum æqualium circulorum: cur ejusdem non dabitur triplus, quadruplus, aliterve multiplus?

6 Circulus circulum æqualem in lunari spacio potest secare ad angulum rectum: an igitur angulus exterior qui fit ex concavis circumferentiis deficiet à recto, per angulum contingentiæ ipsorum circulorum?

In sphæra maximus circulus maximum circulum per polos ductum ad angulos rectos utrinque secat. Qualis autem est circulus in planis, talis est sphæra in solidis, inquit Aristoteles.

Obtinuit tamen Procli & aliorum interpretum sententia adserentium angulum κερατοειδῆ angulum esse, ipsumque minorem quovis acuto. Lineæ enim circulari à suo ortu inesse curvaturam. Itaque transiri per majus & minus & non transiri per æquale, cum immota base trianguli rectanguli circumducetur hypotenusa donec coincidat cum base.

CAPVT XIV.

Æqualitas lineæ rectæ & circumferentiæ, secundum Archimedem comprobata.

TRadit Eutocius à nemine unquam dubitatum fuisse εἶναί τινα τῇ φύσει εὐθεῖαν ἴσην τῇ περιφερείᾳ τοῦ κύκλου. Æqualitatem autem illam ita demonstravit Archimedes.

PROPOSITIO I.

Datis duabus inæqualibus lineis, una recta, altera circulari, invenire lineam rectam minorem majore datarum, & majorem minore.

Excessus enim datarum linearum rectæ & circularis, esto Z. Recta vero ipsa G. Aut igitur recta G major est circulari, aut minor. Sit primum major. Oportet igitur invenire lineam rectam, quæ sit minor quam G, sed major quam G minus Z.

Sumatur quæcunque longitudo major ipsa G, & sit H: & fiat ut H ad G, ita H minus Z ad A. Dico inprimis longitudinem A esse minorem quam G. Quoniam enim ex hypothesi est, ut H ad G, ita H minus Z ad A: ideo subducendo erit ut H ad G, ita Z ad G minus A. Cum igitur A possit ex G auferri, est A minor quam G. Secundo dico A esse majorem quam G minus Z. Quoniam enim H est major quam G: ideo erit ut H ad G, ita Z ad minorem quam Z, veluti, ad F; & subducendo erit ut H ad G, ita H minus Z ad G minus F. Itaque G minus F æquabitur A. Est autem G minus F major quam G minus Z. Ab eadem enim G longitudine minor illic quam hic aufertur longitudo. Quare A est major quam G minus Z.

Propositis itaque duabus inæqualibus lineis; una recta, nempe G; altera circulari, eaque minore, nempe G minus Z: inventa est A linea recta; minor quam G: sed major quam G minus Z. Quod erat faciendum in prima πτώσει.

Sed esto G recta minor circulari. Oportet igitur invenire lineam rectam, quæ sit major quam G, sed minor quam G plus Z. Sumatur rursus quæcunque longitudo major

quam G, & sit H: & fiat ut H ad G, ita H plus Z ad E. Dico inprimis longitudinem E majorem esse quam G. Quoniam enim est, ut H ad G, ita H plus Z ad E. Ideo subducendo erit ut H ad G, ita Z ad E minus G. Cum igitur G auferatur ex E, præstat E ipsi G. Secundo dico E esse minorem quam G plus Z. Quoniam enim H est major quam G: ideo est ut H ad G, ita Z ad minorem quam Z, veluti ad F. Et per additionem ut H ad G, ita H plus Z ad G plus F. Itaque G plus F æquabitur E. Est autem G plus F minor quam G plus Z. Eidem enim longitudini G minor illic quam hic additur longitudo. Quare E minor est quam G plus Z.

Propositis itaque duabus lineis, una recta nempe G, altera circulari eaque majore nempe G plus Z: inventa est E linea recta, major quam G, sed minor quam G plus Z. Quod erat faciendum in secunda θέσει. Atque adeo constat Problema.

SCHOLIVM.

Eadem argumentatione propositis duobus angulis uno rectilineo, altero mistilineo, poterit inveniri rectilineus minor dato rectilineo, sed major dato mistilineo. Quod tamen negabunt Euclidei, neque enim dabitur angulus rectilineus minor recto rectilineo idemque major angulo semicirculi.

PROPOSITIO II.

Circulo dato, & linea recta in eo inscripta, quæ diametro minor existat, ipsaque extra circulum continuata, educere lineam è centro ita secantem circulum & continuatam inscriptam, ut pars eductæ è centro interjacens inter circumferentiam & inscriptam, se habeat ad jungentem inscriptæ & eductæ terminos in circumferentia notatos viciniores, sicut dimidia inscripta ad minorem ea quæ ex centro inscriptam illam bifariam secat.

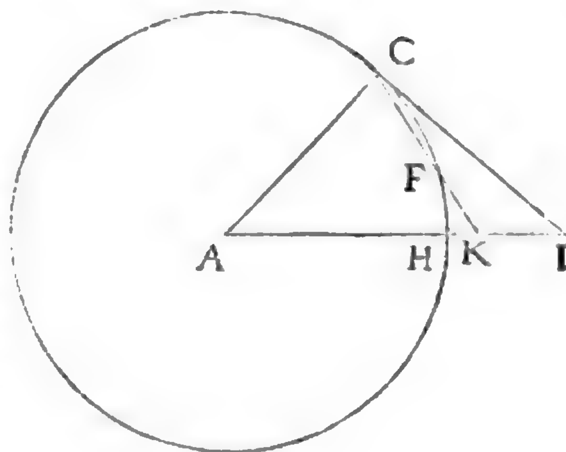
Sit datus sub A centro descriptus circulus, cui inscripta sit BC minor diametro, secta bifariam ab ea quæ ex centro in D. Eadem BC producta esto extra circulum. Dico posse educi talem AFE; secantem BC productam in E; circumferentiam vero in F: ut FE ad CF se habeat, ut DC ad quamcunque minorem ipsa AD, utpote DZ. Ipsi enim BC agatur diameter parallela GAH, quam tangens circulum in C secet in I. Sunt igitur similia triangula ADC, AIC. Quare DC ad AD est, sicut AC ad CI. DC vero ad DZ,

est sicut AC ad minorem quam CI. Sit illa X. Potest igitur è puncto C educi recta, secans circumferentiam in F, parallelam vero GI in K: ita ut FK sit æqualis ipsi X, cum sit X minor quam CI. Educatur igitur & jungatur AF, & continuetur ad BC in E. Ergo est ut DC ad DZ, sic AF ad FK. Sed cum sint parallelæ BE, GI, similia triangula sint AKF, GFE. Quare est, ut AF ad FK, ita FE ad CF. Est igitur FF ad CF, sicut CD ad DZ. Et constat propositum.

SCHOLIVM.

Quod sumit Lemma Archimedes posse à puncto C educi rectam, quæ secat circumferentiam in F: rectam vero AI in K, ita ut FK sit æqualis cuicumque rectæ X; modo ea sit

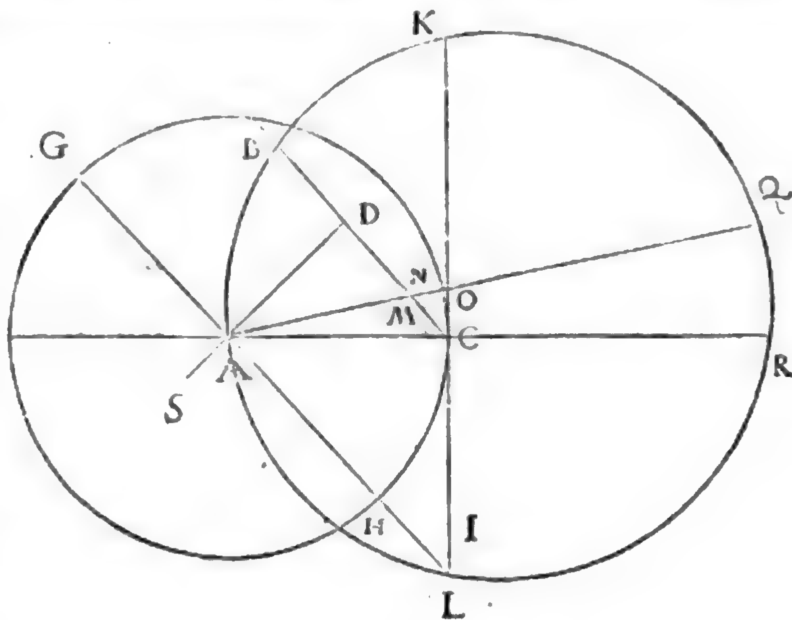
fit minor quam CI: verum eft καθ' αἴσθησιν. Neque enim X tam proxima ipfi C I defignabitur, quin educetur FK ipfi æqualis, & tamen different C K, F K. Secabit enim C K circulum in F, cum fit CK alia à tangente CI; & minor ipfa C I; major vero recta C H. Sectio autem contingit in duob us punctis. Unde linea erit infcripta CF. Itaque κατὰ φύσιν, verum eft aliquam effe lineam, quæ erit minor ipfa C I, & major ipfa FK, nempe ipfam CK: cum imaginabitur CK omnium poft CI maximam.



PROPOSITIO III.

Circulo dato, & linea recta in eo infcripta, quæ diametro minor exiftat, & alia infuper quæ circulum tangat in infcriptæ termino, educere lineam è centro ita fecantem circulum & ipfam tangentem, ut pars eductæ è centro interjacens inter circumferentiam & infcriptam fe habeat ad partem tangentis quæ eft inter contactum & ipfam eductam, ficut dimidia infcripta ad majorem ea quæ ex centro infcriptam illam bifariam fecat.

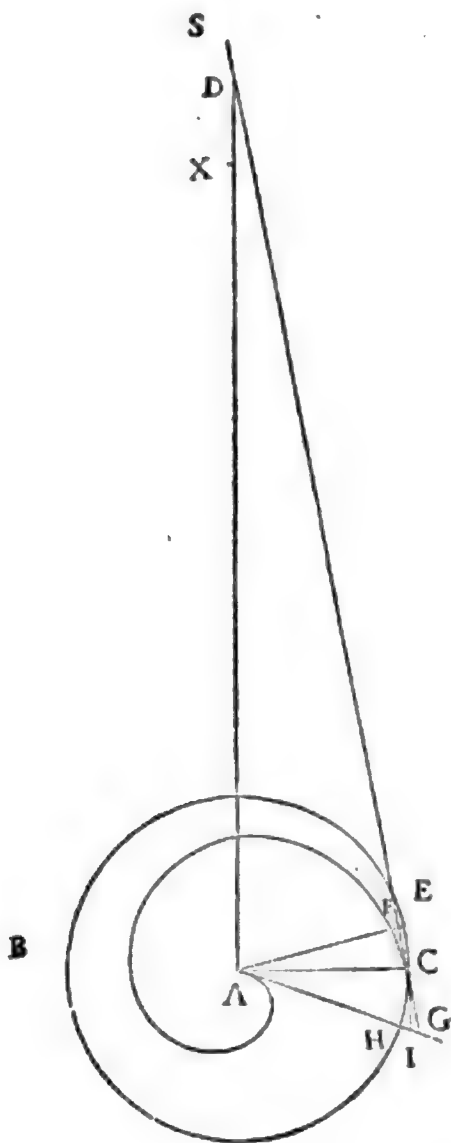
Sit datus fub A centro defcriptus circulus, cui infcripta fit BC minor diametro, fecta bifariam ab ea quæ ex centro in D. Sed & tangat circulum recta LC. Dico poffe educi talem AMNO; fecantem BC in M; circumferentiam in N; tangentem vero LC in O: ut MN ad OC, fe habeat ut DC ad quamcunque majorem ipfa DA, utpote DS. Ipfi enim BC agatur diameter parallela GAH, quam tangens LC fecet in L. Sunt igitur fimilia triangula ADC, ALC. Quare DC ad AD eft, ficut AC ad CL. DC vero ad DS eft, ficut AC ad majorem quā CL. Sit illa CK, & per tria puncta KAL defcribatur circulus, ad cujus circumferentiam producatur AC in R, & eidem circulo infcribatur AMNOQ: ita ut OQ fit ipfi CR æqualis. (Id enim fieri poteft) quoniam CK conftructa eft major quam CL. Dico effe MN ad OC, ficut AC ad CK, feu DC ad DS. Eft enim OA ad MA, ficut OL ad CL: cum fint BC, GL parallelæ. Itaque quod fit fub OA, CL, æquale eft ei quod fit fub MA, OL. Sed & quod fit fub KO, OL, æquale eft ei quod fit fub AO, OQ. Eft autem id quod fit fub KO, OL ad id quod fit fub AM, OL, ficut KO ad AM. Et ut id quod



sit sub AO, OQ ad id quod fit sub AO, CL, sicut OQ id est CR ad CL. Quare est KO ad AM, sicut CR ad CL. Sed CR ad CL est, sicut CK ad CA. Quare est KO ad AM, sicut CK ad CA. Et convertendo est AM ad KO, sicut CA ad CK, & subducendo est CA minus AM ad CK minus KO vel OC; seu aliter est MN ad OC, sicut AC ad CK, id est sicut DC ad DS. Et constat propositum.

PROPOSITIO IV.

Invenire lineam rectam, circumferentiæ dati circuli æqualem.

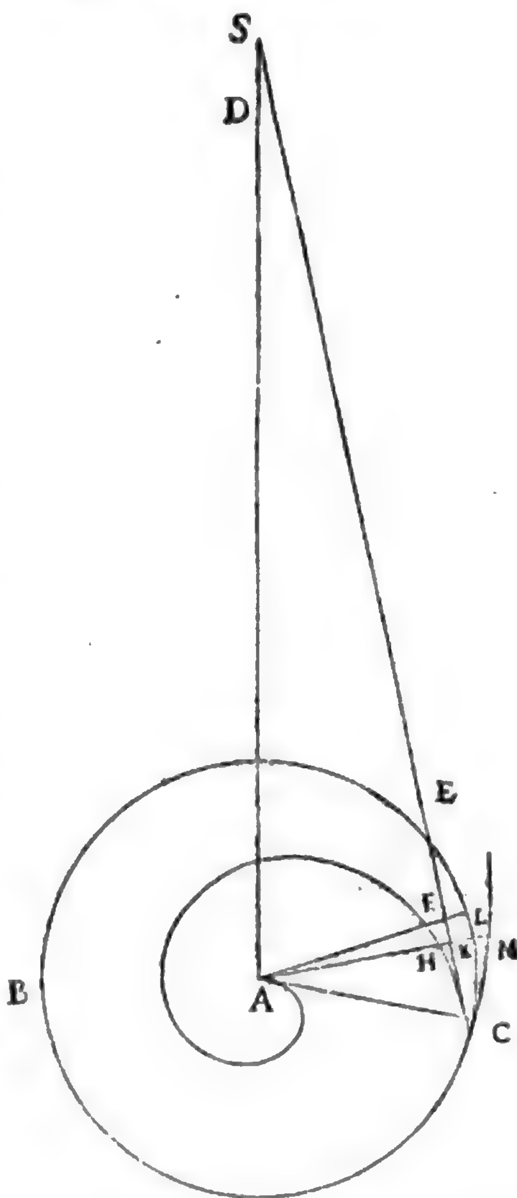


Sit datus circulus cujus A centrum, diameter BAC. Oportet facere quod propositum est. Describatur helix cujus principium A, principium vero conversionis AC. Cadat autem in AC perpendiculariter recta DA, quam alia recta tangens helicem ad C intercipiat in D. Dico DA toti circumferentiæ dati circuli BC esse æqualem.

Si enim non sit æqualis, erit igitur major aut minor. Primum si fieri possit esto DA major circumferentia dati circuli BC. Itaque ex propositione prima sumatur recta minor quidem ipsa DA; sed major ipsa circumferentia circuli BC; & sit illa XA. Helicen autem tangens recta CD, intercipiat circumferentiam in E. Et è centro acta AF secet inscriptam EC bifariam in F. Est igitur sicut CA ad AD, ita CF ad FA. Sed sicut CA ad XA, ita erit CF ad minorem quam AF, ut pote FZ. Itaque ex propositione secunda continuetur EC, & educatur AHG ita secans circumferentiam quidem in H; continuatam vero EC in G; ut HG ad CH, se habeat sicut CF ad FZ, hoc est sicut AC ad AX. Conversim igitur & permutatim erit AC seu AH ad HG, sicut AX ad rectam CH. Hoc autem est absurdum. Ipsa enim AG intercipiat helicen in I. Ex proprietate igitur helicis, est AH ad HI, sicut circumferentia tota circuli ad circumferentiam CH; & consequenter cum tota circumferentia cedat rectæ AX, erit AH ad HI, sicut AX ad majorem circumferentia CH; & cum HG præstet ipsi HI (tangit enim helicen recta CG non etiam secat) multo magis erit AH ad HG, sicut AX ad majorem longitudinem circumferentia CH, nedum recta CH, quæ minor est quam curva CH. Non est igitur DA minor circumferentia circuli.

Sed si fieri possit, esto DA minor circumferentia dati circuli EBC. Itaque ex eadem propositione prima sumatur recta minor quidem circumferentia circuli EBC; sed major ipsa AD, & sit AS. Erit igitur AC ad AS, sicut CF ad majorem quam FA, ut pote FR. Itaque tangat quæpiam recta circulum ad C, & ex propositione tertia educatur AKLM; ita

ita secans EC in K; circumferentiam in L; tangentem vero in M, ut sit KL ad MC, sicut CF ad FR, hoc est, sicut AC seu AL ad AS. Conversim igitur & permutatim erit AL ad KL, sicut AS ad MC. Hoc autem est absurdum. Ipsa enim ALM intercipiat helicen in H. Ex proprietate igitur helicis est AL ad HL, sicut circumferentia tota ad circumferentiam LC, & per consequens, cum tota circumferentia pręstet ipsi AS; erit AL ad HL, sicut AS ad minorem circumferentia LC. Et cum KL cedat ipsi HL (tangit enim helicen recta CK, non etiã secat.) Erit AL ad KL, sicut AS ad minorem circumferentia LC, nedum recta MC, quæ ipsa LC circumferentia est major. Non est igitur DA minor circumferentia circuli. Itaque est eidem æqualis. Circumferentiæ igitur dati circuli EBC inventa est recta DA æqualis. Quod faciendum erat.



SCHOLIUM.

Sic dixerit aliquis angulo semicirculi æqualem esse rectum. Si enim non sit æqualis, aut erit major, aut minor. Sit primum major, & sumatur angulus rectilineus; minor quidem recto; sed major angulo semicirculi. Et statim deprehendet, id fieri non posse. esse enim adsumpto quoque rectilineo majorem angulum semicirculi, demonstrabit. Sit autem minor, & sumatur angulus rectilineus; major quidem recto; sed minor angulo semicirculi. Et statim quoque deprehendet, id fieri non posse. esse enim adsumpto quocunque obtuso minorem angulum semicirculi, demonstrabit. Itaque concludet tandem secundum propositum adversus Euclidem, Euclideorumve sententiam.

CAPUT XV.

Geometrica κύκλου μέτρησις, bene proxima veræ.

QUæ sit analogia circumferentiæ circuli ad diametrum, adhuc nescitur. Neque enim inventio lineæ rectæ circulo æqualis, sive Archimedea, sive Nicomedea, est ἐπιτυχής. Arguit itaque Archimedes analogiam circumferentiæ circuli proximam veræ, ex collatione polygonorum inscriptorum circulo cum similibus polygonis circumscriptis. Polygona inscripta minora sunt circulo, circumscripta majora. Area circuli media est inter aream polygoni inscripti & polygoni similis circumscripti. Diameter autem ducta in perimetrum circuli, facit aream ipsius quadruplam. Sic conclusit Archimedes circumferentiam minorem esse tripla sesquiseptima

prima diametri, sed majorem tripla decupartiente septuagesimas primas diametri, id est, posita diametro partium septem, circumferentiam minorem esse partibus viginti duabus. Sed posita eadem diametro partium 71, circumferentiam majorem esse partibus 223. Sed nos egressi longe fines Archimedeos, etsi sua insequuti vestigia: posita diametro particularum 100, 000, deprehendimus certo in Analyticis angularium sectionum; circumferentiam majorem esse 314, 159 $\frac{26,535}{100,000}$; sed minorem 314, 159 $\frac{26,537}{100,000}$. Itaque duo Theoremata inde elicuimus, & totidem Problemata, ad Mechanicen bene adcommoda, qualia hic subjicimus.

PROPOSITIO I.

Si secetur linea recta per extremam & mediam rationem: erit proximè ut minus segmentum ad totam, ita diameter circuli ad dextantem circumferentiæ.

Lineæ rectæ sectæ ἄκρον καὶ μέσον λόγον, minus segmentum sit 100, 000. Tota sit paulo major 261, 803. Constituta autem diametro 100, 000. Fit circumferentia tota 314, 160. Uncia vero 26, 180. Dextans 261, 800. Quare bene proxima veræ est analogia.

PROPOSITIO II.

Si secetur linea recta per extremam & mediam rationem: erit proxime ut tota continuata minore segmento ad totam duplam, ita quæ potest quadrato sesquialterum semidiametri ad latus quadrati circulo æqualis.

Linea recta secta ἄκρον καὶ μέσον λόγον, sit 100, 000. Minus segmentum sit paulo minus 38, 197. Constituta autem semidiametro circuli 100, 000, quæ potest quadrato sesquialterum semidiametri, paulo major est 122, 474. & est ut 138, 197 ad 200, 000, ita 122, 474 ad 177, 245, cujus quadratum est 31, 416, 000, 000 proxime. Tanta autem fere est area circuli semidiametrum habentis 100, 000. Quare bene proxima veræ est analogia.

PROPOSITIO III.

Quadranti circumferentiæ dati circuli invenire proxime lineam rectam æqualem.

Sit datus circulus sub A centro descriptus BDCE. Oportet quadranti circumferentiæ dati circuli B D C E, invenire lineam rectam proxime æqualem.

Datus B D C E circulus secetur quadrifariam à duabus diametris B C, D E, sese perpendiculariter intersecantibus in A, ipsaque DA secetur bifariam in F, & per punctum F inscribatur B G, & in B C cadat perpendicularis GH. Abs BF autem auferatur ZF ipsi FA æqualis, unde fit BZ latus decagoni, cui ponatur in E A semidiametro æqualis E I: & fiat ut A I ad A E, ita A H ad A K, juncta videlicet H I, & acta EK ipsi HI parallela. Dico rectam AK esse æqualem circumferentiæ DGC.

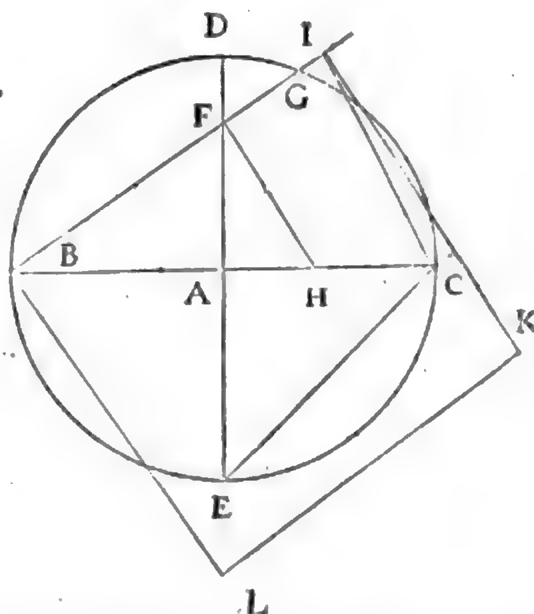
Quoniam enim I E posita est æqualis ipsi B Z, ideo secatur A E per mediam & extremam rationem in I, & est A I minus segmentum, I E majus. Itaque ex propositione prima, sicut est AI ad A E, ita erit diameter ad dextantem circumferentiæ, ita semidiameter

ad

ad quincuncem, & ita dimidia ſemidiameter ad duas uncias cum ſemiſſe, ac denique ita dimidia ſemidiameter aucta quinta parte ad tres uncias quadrantemve circumferentiæ. At vero AH eſt dimidia ſemidiameter aucta quinta parte, eſt enim ut B A ad AF, ita BG ad GC ſive longitudine, ſive poteſtate. Sed quadratum ex BG ad quadratum ex GC eſt, ut BH ad HC. Ergo quadratum ex B A ad quadratum ex A F eſt, ut B H ad H C. Et per ſyneresin eſt quadratum ex B F ad quadratum ex B A, ut B C ad B H. Qualium autem BA 10, talium FA 5, BF $\sqrt{}$ 125, BC 20. Et quoniam eſt ut 125 ad 100, ita 20 ad 16, talium etiam BH eſt 16, atque ideo AH 6. Eſt igitur AH æqualis dimidiæ BA auctæ quinta parte. Quare cum ſit ut A I ad A E, ita A H ad A K: erit A K æqualis quadranti circumferentiæ circuli. Quadranti igitur circumferentiæ dati circuli, inventa eſt recta AK proxime æqualis. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO IV.

Invenire quadratum circulo proxime æquale.



Sub A centro deſcribatur circulus ſectus quadrifariam à duabus diametris BC, DE, ſeſe perpendiculariter interſecantibus in A, & in AD ponatur AF æqualis dimidiæ C E, & per F inſcribatur BG. Secetur autem A C per extremam & mediam rationem in H, & ſit AH minus ſegmentum, HC majus. Et fiat ut BH ad BF, ita BC ad BI, juncta videlicet FH, & acta CI ipſi HF parallela. Dico B I eſſe latus quadrati circulo B E C D proxime æqualis.

Eſt enim B H ad B C, ſicut tota continuata minore ſegmento ad totam duplam. Itaque ut B H ad B C, ſic quæ poteſt quadrato ſeſquialterum ſemidiametri ad latus quadrati circulo æqualis proxime. Sed BF poteſt quadrato ſeſquialterum ſemidiametri. Poſita eſt enim FA æqualis dimidiæ C E. Quoniam igitur eſt ut B H ad B C, ita B F ad B I: erit BI latus quadrati circulo D B E C æqualis proxime. Deſcribatur itaque ipſum quadratum B I K L.

Inventum eſt igitur B I K L quadratum, circulo B D C E proxime æquale. Quod erat faciendum.

CAPUT XVI.

De altera methodo quadrandi circulum per angulum angulo, qui fit à tangente helicem, & diametro circuli, propemodum æqualem.

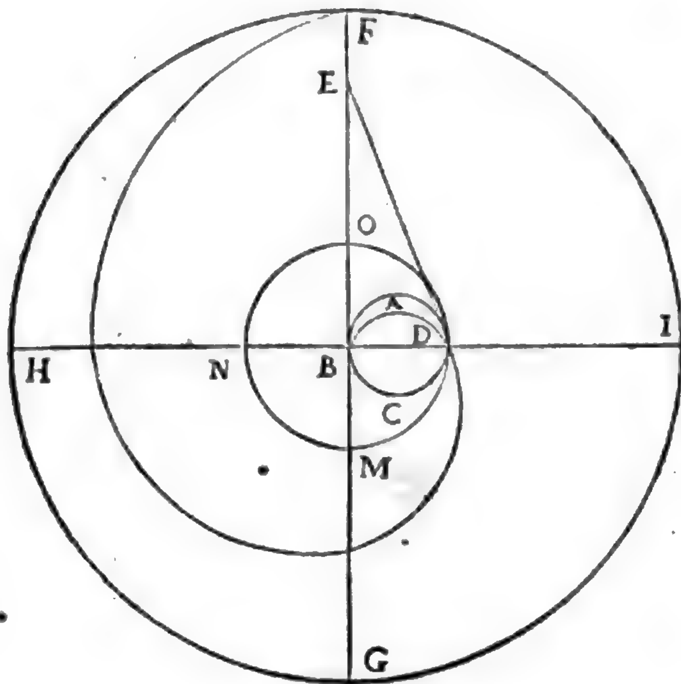
ETſi non deſcribantur volutæ, neque tangantur κατ᾽ ἐπιστημονικὸν λόγον, attamen quanti ſint anguli in volutarum contactu, quantæve rectæ, quæ iis angulis ſubtenduntur, ratiocinamur ἐπιστημονικῶς, & μηχανικὴν juvat τεχνική, τεχνικὴν μηχανική, ut hoc capite placet exemplificari, & quadrandi circulum tam proxime quam placuerit vero, methodum bene paratam, neque δυσμήχανον exhibere, qua haud ſcio an alia poſſit proponi generalior & artificioſior.

PRO-

PROPOSITIO I.

Si describatur helix, cujus principium sit in una extremitate diametri alicujus circuli; quadrans vero principii conversionis sit ipsa diameter; sese autem mutuo secent duæ lineæ rectæ. Vna circulum contingens in principio helicis. Altera contingens helicem in quadrante principii conversionis. Itaque duæ illæ lineæ rectæ una cum diametro circuli triangulum rectangulum describant, cujus basis sit ipsa diameter. Erit altitudo trianguli semi-perimetro dati circuli æqualis, ipsum vero triangulum circulo æquale.

Sit circulus A B C D, cujus diameter B D, & describatur helix, cujus principium B, quarta vero pars principii conversionis sit BD. Sese autem mutuo secent duæ lineæ rectæ in E. Una circulum contingens in B, altera contingens helicem in D. Itaque duæ illæ lineæ rectæ BE, DE una cum diametro BD triangulum EBD rectangulum constituant, cujus basis sit B D. Dico altitudinem EB circumferentiæ B A D, id est semiperimetro dati circuli A B C D esse æqualem, atque adeo ipsum triangulum E B D dato circulo A B C D esse æquale.



Centro enim B, intervallo B F quadruplo ad B D, describatur circulus F H G I quadrisectus à duabus diametris HBDI, FEBG. Itaque BF sit principium revolutionis helicis, cujus continuetur in prima revolutione descriptio. Sed & centro B intervallo BD describatur circulus tertius D M N O.

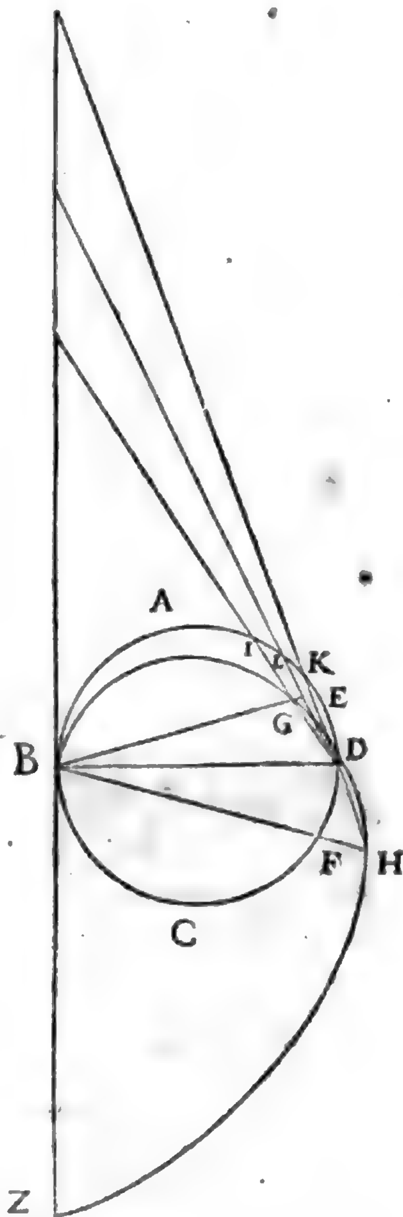
Per ea igitur quæ demonstrata sunt ab Archimede XXI propositione περὶ ἑλικῶν, recta BE quadranti totius circumferentiæ D M N O est æqualis. Quadrans autem totius circumferentiæ circuli DMNO est æqualis semiperimetro circuli BAD. Perimetri enim circulorum sunt, ut ipsorum diametri. Diameter vero circuli D M N O est dupla ad diametrum circuli A B C D. Itaq; BE est æqualis semiperimetro circuli ABCD. Quod erat primo loco ostendendum.

Triangulum porro rectangulum cujus altitudo est quadrupla ipsius BE, immutata base BD, esset æquale circulo DMNO, ex propositione prima περὶ μετρήσεως κύκλου. Triangulum igitur rectangulum EBD, erit æquale quadranti circuli D M N O. Sed quadranti circuli D M N O æqualis est circulus A B C D. Circuli enim similes sunt iis, quæ à dimetientibus illorum describuntur, quadratis. Triangulum igitur rectangulum EBD circulo A B C D est æquale. Quod erat secundo loco ostendendum.

PRO-

PROPOSITIO II.

Si describatur helix cujus principium sit in una extremitate diametri alicujus circuli, quadrans vero principii conversionis sit ipsa diameter, incidant autem in helicem duæ rectæ quæ faciant angulos cum diametro æquales, & ab extremitate diametri ad punctum incidentiæ educantur duæ aliæ lineæ rectæ, à quibus qui fit angulus secetur bifariam à tertia quapiam recta. Tertia illa in ea anguli bipartitione helicem fere continget, tantoque propius cum contingente concurret, quo incidentium anguli cum diametro facti erunt acutiores.



Sit circulus A B C D, cujus diameter B D, & describatur helix BGHZ, cujus principium conversionis intelligatur recta contingens circulum ad B, quadrupla ad ipsam B D diametrum. Itaque sit B D quadrans principii conversionis. Sumantur autem D E, D F circumferentiæ æquales, & agantur B E, B F incidentes in helicen ad puncta G, H, & connectantur D G, H D secantes circumferentiam in I, K. Ipsaque circumferentia I K secetur bifariam in L, & jungatur D L. In helicen igitur incidentes D G, D F, faciunt cum diametro BD angulos æquales. Angulum autem ab eductis D G, H D secat bifariam recta D L. Dico rectam D L helicen fere contingere in ipso D puncto.

Helicen enim vere contingat recta D M, intercipiens in M eam quæ circulum ad B contingit. Est igitur B M semiperimetro circuli A B C æqualis. Qualium itaque DB est 200,000, talium BM est 314,159 proxime. Angulus igitur B D M fit partium LVII. XXX'I. VI'. Ipsa autem D M circuli A B D circumferentiam intercipiat in N. Erit circumferentia B N partium CXV. II. XII'. Sed & helix contingentem B M intercipiat primum in O. Itaque B O sit semis principii conversionis, & jungatur D O secans circumferentiam in P. Quoniam B O dupla est B D, fit angulus B D O partium LXIII. XX'V. LIIII'. Itaque circumferentia P B partium est CXXVI. L'I. XLVIII'. Residua vero è tota perimetro B N D P fit partium CCXXXIII. VIII'. XII'. Et si residua illa secetur bifariam in R, fit BR seu RP partium CXVI. XXXIIII. VI'. excedens BN duntaxat per partem I. XXX'I. LIIII'. etiamsi angulus ex incidente B O & diametro sit rectus. Itaque sit B O maxima incidentium in hypothesi duarum quæ cum diametro faciant angulos æquales. Duæ autem illæ incidentes quæ in exposita constructione sum-

ptæ sunt B G, B H, faciant cum diametro angulos bene acutos. Sint sane D E, D F peripheriæ singulæ partium I X, ad peripheriam decagoni subquadruplæ. Est I X ad C L X X X, ut 1 ad 20. Qualium itaque B D est 20, talium incidens BG est 19, B H vero 21. Et anguli DBG, D B H fiunt singuli partium I V cum semisse. In triangulo itaque G D B, cum data sit ratio crurum G B, B D, una cum angulo verticis D B G: dabitur angulus G D B. Æque in triangulo B H D, cum data sit ratio crurum B H, B D, una cum angulo verticis H B D: dabitur angulus B D H, qui cum angulo B D K duorum rectorum est. Cum autem resecabitur ab angulo K D B angulus G D B, remanebit angulus I D K, atque adeo dimidius angulus I D L, seu L D K. Instituatur igitur calculus. Fit angulus G D B partium L I V. X X X V I I. X L V″. angulus B D H partium C X I X. X X X I V′. L I″. K D I partium V. X L V I I. X X I I I I′. peripheria BL, C X V. I I. L I V″. besse duntaxat scrupuli major circumferentia B R. D L igitur fere concurrit cum D R, & tanto propius concurret quanto circumferentiæ D E, D F adsumentur breviores. Quo pertinet propositum.

PROPOSITIO III.

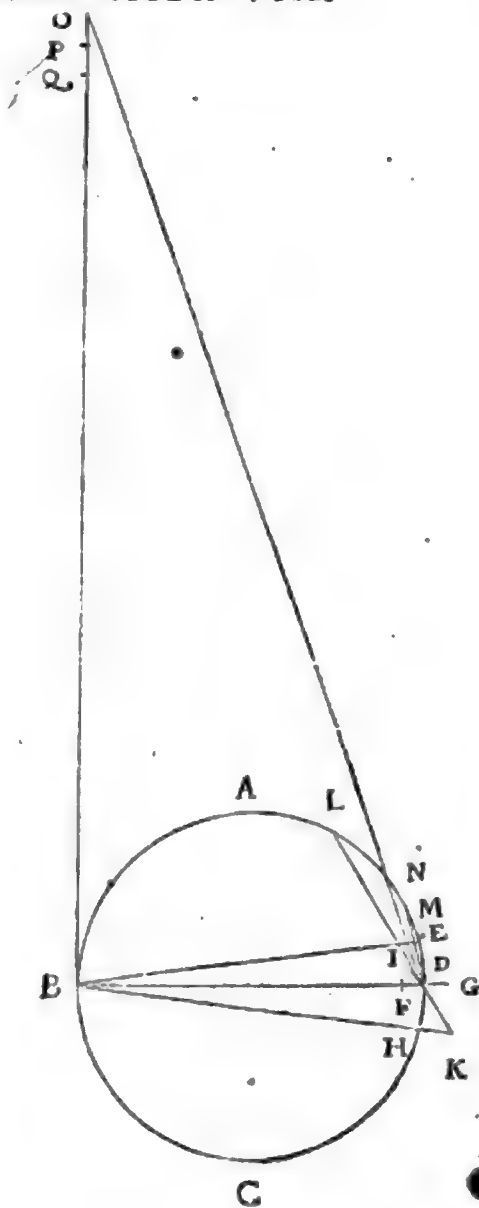
Invenire quadratum dato circulo tam proxime quam placuerit, æquale.

Sit datus circulus A B C D. Oportet dato A B C D circulo invenire quadratum tam proxime quam placuerit, æquale. Sit dati circuli diameter B D, & abs semicirculo B D abscindatur circumferentia D E, datam habens ad semiperimetrum DEB rationem. Sit data ratio ut unum ad viginti, quanta erit si peripheria D E sumpta sit æqualis quadranti peripheriæ, quam absumit latus decagoni circulo inscripti. Abscindatur ab DB recta D F, æqualis vigesimæ parti ipsius DB. Eadem D B producatur in G, posita D G æquali ipsi FD. Est igitur D B ad BF, sicut semiperimeter BED ad peripheriam B E, quam rationem obtinebit B D diameter ad rectam minorem subtensa B E. Abs BE igitur abscindatur BI ipsi B F æqualis. B H vero producatur in K, ita ut B G, B K sint æquales. Et connectantur D I, K D, secantes semicircumferentiam B A D in punctis L, M, & secetur LM bifariam in N. Circulum autem tangat recta in B, quam acta DN intercipiat in O. Dico rectam B O esse semiperimetro B A D proxime æqualem, atque adeo triangulum B O D dato circulo A B C D propemodum æquale. Excedere enim circulum tam pauxilla differentia, ut ejus excessus vix habenda sit ratio.

Recta enim tangat helicen in D puncto, & intercipiat contingentem BO in P. Ex his igitur quæ superiore propositione demonstrata sunt, punctum P concurret fere cum

O pun-

O puncto. Erit autem O aliquanto elatius, sed ea differentia erit admodum exigua. Et si utravis D H, D E foret quadragesima pars, aut octogesima, aut pro arbitrio minutula semiperimetri, F D vero vel D G tantula semidiametri, tanto propius punctum P ad O punctum accedet. Sane si per puncta I D K describatur circulus, quem recta tangat in D puncto intercipiens BO in Q, erit BQ minor ipsa B P nedum minor ipsa B O, ita ut B P inter B Q & BO consistat, ut numeris quoque potest demonstrari. Triangulum igitur O D B seu Q D B, fiet triangulo PDB hoc est areæ circuli tam prope æquale quam placuerit. Triangulo autem rectilineo BDO æquale quadratum constituatur R S T V. Circulo igitur A B C D quadratum R S T V inventum est tam proxime quam placuit æquale. Quod erat faciendum.



Caput XVII.

Progressio Geometrica.

PRogressionis Geometricæ doctrina uno fere absolvitur Theoremate, deductis videlicet ex eo quatuor δεδομένοις.

Theorema.

Si fuerint magnitudines continue proportionales: erit ut terminus rationis major ad terminum rationis minorem, ita differentia compositæ ex omnibus & minimæ ad differentiam compositæ ex omnibus & maximæ.

Sint magnitudines continue proportionales, quarum maxima sit D, minima X, & composita ex omnibus F, & sit ratio majoris ad minorem sicut D ad B. Dico esse ut D ad B, ita F minus X ad F minus D.

Δεδόμενον I.

Itaque datis D, B, X, *dabitur* F. *Enimvero* $\frac{\text{B quad.} - \text{B in X}}{\text{D} - \text{B}}$ *æquabitur* F.

II.

Contra datis D, B, F, *dabitur* X. *Enimvero* $\frac{\text{B in F} + \text{D quad.} - \text{D in F}}{\text{B}}$ *æquabitur* X.

III.

Et datis D, F, X, *dabitur* B. *Enimvero* $\frac{\text{D in F} - \text{D quad.}}{\text{F} - \text{X}}$ *æquabitur* B.

IV.

Et datis B, F, X, *dabitur* D. *Enimvero* D *in* F — D *quad. æquabitur* B *in* F — B *in* X.

Ut hæc in Analyticis abunde demonstrata, & exemplificata sunt.

At vero cum magnitudines ſunt continue proportionales in infinitum, abibit X in nihilum. Et evaneſcere aſſerent Mechanici, cum minima quantitas ſubſit tantum intellectu.

Itaque erit ſecundum eos: Vt differentia terminorum rationis ad terminum rationis majorem, ita maxima ad compoſitam ex omnibus. Cum alioquin eſſet, Vt differentia terminorum rationis ad terminum rationis minorem, ita minima ad crementum. Et ut differentia terminorum rationis ad terminum rationis majorem, ita maxima ad compoſitam ex omnibus plus cremento.

Sint magnitudines proportionales in continua ratione ſubquadrupla εἰς ἄπειρον, & ſit maxima omnium 3. Compoſita ex omnibus fiet 4. Neque enim magnitudinibus illis in continua ratione ſubquadrupla exiſtentibus quarum maxima eſt 3, tantuła poteſt addi, quin compoſita ſit major 4. Eoque pertinet quadratio Paraboles Archimedæa.

Sed vix adſentientur Platonici, cum ipſa omnis Geometria ſit intellectu.

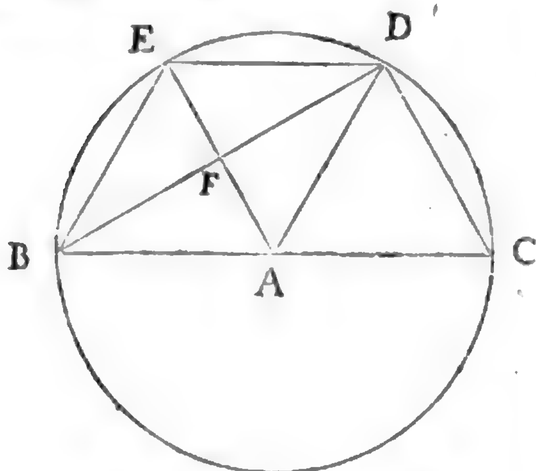
CAPVT XVIII.

Polygonorum circulo ordinate inſcriptorum ad circulum ratio.

QUadravit parabolen Archimedes inſcriptione continua triangulorum exiſtentium ἐν λόγῳ ῥητῷ. Quoniam enim triangulo maximo parabolæ inſcripto, ſuperinſcripſit triangula in continua ratione ad maximum illud conſtanter ſubquadrupla in infinitum: Ideo concluſit parabolen eſſe maximi illius trianguli ſeſquitertiam. At ita circulum quadrare neſcivit Antiphon, quoniam circulo inſcripta continue triangula exiſtunt ἐν λόγῳ ἀρρήτῳ, & vago. An igitur circulus non poterit quadrari? Si enim figura compoſita ex triangulis in ratione ſubquadrupla ad datum maximum triangulum conſtitutis in infinitum, ſit ad idem ſeſquitertia, infinitorum aliqua ſcientia eſt. Et figura quoque plana poterit componi ex triangulis circulo in infinitum continue inſcriptis ἐν λόγῳ, licet ἀρρήτῳ, & vago. Et compoſita illa ad maximum triangulum inſcriptum aliquam habebit rationem. Valebunt autem Euclidæi adſerentes angulum majorem acuto & minorem obtuſo non eſſe rectum. Circa hæc, ut liceat liberius Philoſophari de incerta illa & inconſtanti polygoni cujuſvis ordinate inſcripti ad polygonum infinitorum laterum, ſeu, ſi placet, circulum, ita propono.

PROPOSITIO I.

Si eidem circulo inſcribantur duo ordinata polygona, numerus autem laterum vel angulorum primi, ſit ſubduplus ad numerum laterum vel angulorum ſecundi: erit polygonum primum ad ſecundum, ſicut apotome lateris primi ad diametrum.



Apotomen lateris voco ſubtenſam peripheriæ, quam relinquit è ſemicirculo ea cui latus ſubtenditur.

In circulo igitur cujus A centrum, diameter BC, inſcribatur polygonum quodcunque ordinatum, cujus latus ſit BD. Secta vero circumferentia BD bifariam in E, ſubtendatur BE. Itaque inſcribatur aliud polygonum ordinatum cujus latus ſit BE. Numerus igitur laterum vel angulorum polygoni primi, erit ſubduplus ad numerum laterum vel angulorum ſecundi. Connectatur autem DC. Dico polygonum primum cujus latus BD ad polygonum ſecun-

secundum cujus latus BE vel ED esse, ut DC ad BC. Iungantur enim DA, ED. Constat igitur polygonum primum tot triangulis B A D, quot existunt latera vel anguli polygoni primi. Polygonum autem secundum constat totidem trapeziis BEDA. Polygonum igitur primum ad polygonum secundum se habet, ut triangulum B A D ad trapezium BEDA. Quod quidem trapezium B E D A dividitur in duo triangula BAD, BED, quorum basis communis est B D. Triangula autem quorum eadem est basis sunt ut altitudines. Agatur itaque semidiameter A E, secans B D in F. Quoniam igitur circumferentia B D secta est bifariam in E, acta A E secat B D ad rectos angulos. Itaque A F est altitudo trianguli B D A, & F E altitudo trianguli BED. Quare triangulum B A D ad triangulum BED est, ut AF ad E F, & componendo triangulum BAD ad triangula B A D, B E D simul juncta, id est trapezium B E D A, sicut AF ad AE. Qua adeo in ratione erit etiam polygonum primum ad polygonum secundum. Sed AF ad AE seu AB est, ut DC ad BC. Est enim angulus BDC rectus sicut BFA. & ideo sunt parallelæ A F, D C. Est igitur polygonum primum, cujus latus BD, ad polygonum secundum, cujus latus BE vel ED, sicut D C ad B C. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO II.

Si eidem circulo inscribantur polygona ordinata in infinitum, & numerus laterum primi sit ad numerum laterum secundi subduplus, ad numerum vero laterum tertii subquadruplus, quarti suboctuplus, quinti subsexdecuplus, & ea deinceps continua ratione subdupla.

Erit polygonum primum ad tertium, sicut planum sub apotomis laterum polygoni primi & secundi ad quadratum à diametro.

Ad quartum vero, sicut solidum sub apotomis laterum primi secundi & tertii polygoni ad cubum à diametro.

Ad quintum, sicut plano-planum sub apotomis laterum primi secundi tertii & quarti ad quadrato-quadratum à diametro

Ad sextum, sicut plano-solidum sub apotomis laterum primi secundi tertii quarti & quinti polygoni ad quadrato-cubum à diametro.

Ad septimum, sicut solido-solidum sub apotomis laterum primi secundi tertii quarti quinti & sexti polygoni ad cubo-cubum à diametro. Et eo in infinitum continuo progressu.

Sit enim apotome lateris polygoni primi B, secundi C, tertii D, quarti F, quinti G, sexti H. Et sit diameter circuli Z. Ex antecedente igitur propositione polygonum primum ad polygonum secundum erit, ut B ad Z. Itaque quod fit ex B in polygonum secundum, erit æquale ei quod fit ex Z in polygonum primum; polygonum vero secundum ad tertium erit, ut C ad Z. Et per consequens, quod fit sub polygono secundo & B, id est quod fit sub primo & Z ad id quod fit sub polygono tertio & B, sicut C ad Z. Quare quod fit sub polygono primo & Z quadrato, æquale est ei quod fit sub polygono tertio & plano B in C. Est igitur polygonum primum ad polygonum tertium, sicut planum B in C ad Z quadratum. Et quod fit sub tertio & plano B in C, æquale erit ei quod fit sub primo & Z quadrato. Rursus ex eadem antecedente propositione est, ut polygonum tertium ad polygonum quartum, sicut D ad Z. Et per consequens. Quod fit sub tertio & plano B in C, id est quod fit sub primo & Z quadrato ad id quod fit sub quarto & plano B in C, est sicut D ad Z. Quare quod fit sub primo & Z cubo, æquale erit ei quod fit sub quarto & solido B in C in D. Est igitur polygonum primum ad quartum, sicut B in C in D ad Z cubum. Eademque demonstrationis methodo erit ad quintum, sicut B in C in D in F ad Z quadrato-quadratum. Ad sextum, sicut B in C in D in F in G ad Z quadrato-cubum. Ad septimum, sicut B in C in D in F in G in H ad Z cubo-cubum. Et eo constanti in infinitum progressu.

COROLLARIVM.

Itaque quadratum circulo inſcriptum erit ad circulum, ſicut latus illius quadrati ad poteſtatem diametri altiſſimam adplicatam ad id quod fit continue ſub apotomis laterum octogoni, hexdecagoni, polygoni triginta duorum laterum, ſexaginta quatuor, centum viginti octo, ducentorum quinquaginta ſex, & reliquorum omnium in ea ratione angulorum laterumve ſubdupla.

Sit enim quadratum circulo inſcriptum polygonum primum, octogonum erit ſecundum, hexdecagonum tertium, polygonum triginta duorum laterum quartum, & eo continuo ordine. Itaque erit, ut quadratum circulo inſcriptum ad polygonum extremum ſeu infinitorum laterum, ſicut quod fit ſub apotomis laterum tetragoni, octogoni, hexdecagoni, & reliquorum omnium in ea ratione ſubdupla in infinitum, ad poteſtatem diametri altiſſimam. Et per adplicationem communem, ſicut apotomes lateris quadrati ad poteſtatem diametri altiſſimam adplicatam ad id quod fit ſub apotomis laterum octogoni, hexdecagoni, & reliquorum omnium in ea ratione ſubdupla in infinitum. Eſt autem apotome lateris quadrati circulo inſcripti ipſi lateri æqualis, & polygonum infinitorum laterum circulus ipſe.

Sit circuli diameter 2. Latus quadrati ei circulo inſcripti ſit $\sqrt{2}$, *quadratum ipſum 2. Apotome lateris octogoni* $\sqrt{2+\sqrt{2}}$. *Apotome lateris hexdecagoni* $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$. *Apotome lateris polygoni triginta duorum laterum* $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$. *Apotome lateris polygoni ſexaginta quatuor laterum* $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}$. *Et eo continuo progreſſu.*

Sit autem diameter 1. Circulus 1 N. Erit $\frac{1}{2}$ *ad 1 N, ſicut* $\sqrt{\frac{1}{2}}$ *ad unitatem adplicatam ad id quod fit ex* $\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}$, *in* $\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}}$, *in* $\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}}}$, *in* $\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}}}}}}$.

Sit diameter X. Circulus A planum. Erit X quadratum $\frac{1}{2}$ ad A planum, ſicut L. X quadrati $\frac{1}{2}$ ad X poteſtatum maximam adplicatam ei quod fit ex radice binomia X quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem binomiam X quadrati $\frac{1}{2}$, plus radice binomiæ X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem binomiæ X quadrati $\frac{1}{2}$, plus radice binomiæ X quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice binomiæ X quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, + radice X quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrato-quadrati $\frac{1}{2}$, in radicem &c. in infinitum obſervata uniformi methodo.

CAPVT XIX.

Πρόχειρον, *ſeu ad uſum Mathematici Canonis methodica.*

AT vos, ô nobiles ſiderum obſervatores, miſſa facta matæotechnia ad veram Cyclometriam revoco, hoc eſt, ad legitimum Mathematici Canonis uſum. Ut enim vulgo peccatur in ejus fabrica, ſic etiam in uſu. Itaque dum renovatur meus ad Canonem inſpectionum liber, Analyticæ meæ methodi, qua ſoleo expedire me à triangulis planis ac ſphæricis, ultro copiam facio ad excitandum veſtra ſtudia per aliquod laborum, quos ſuſtinetis in abacis Aſtronomicis, ſublevamen. Neque vero obruent vos multitudine præcepta. Tum enim negocium viginti & uno διδομένοις fere abſolvo.

Δεδο-

Δεδόμενον I.

TRIANGVLI PLANI RECTANGVLI

Datis angulis, dantur latera in partibus Canonis.

Enimvero,

Ex canonica serie prima:

Perpendiculum fiet simile sinui anguli acuti. Basis, sinui reliqui è recto. Hypotenusa, sinui toto.

Vel,

Ex serie secunda:

Perpendiculum fiet simile prosinui anguli acuti. Basis, sinui toto. *Hypotenusa, transsinuosæ anguli acuti.*

Vel denique,

Ex serie tertia:

Perpendiculum fiet simile sinui toto. *Basis, prosinui anguli reliqui. Hypotenusa, transsinuosæ ejusdem.*

Vel etiam,

Mixtim ex Canonis serie trina:

Perpendiculum fiet simile differentiæ inter transsinuosam anguli acuti & sinum reliqui è recto. Basis, sinui acuti. Hypotenusa, prosinui ejusdem.

Vel,

Perpendiculum fiet simile differentiæ inter sinum anguli acuti & transsinuosam reliqui è recto. Basis, sinui reliqui è recto. Hypotenusa, prosinui ejusdem.

Vel denique,

Perpendiculum fiet simile transsinuosæ anguli acuti. Basis, transsinuosæ reliqui è recto. Hypotenusa, adgregato prosinus acuti & prosinus reliqui è recto.

Δεδόμενον II.

Trianguli plani rectanguli.

Data hypotenusa ac perpendiculo vel base, dantur anguli,

Enimvero erit,

Vt hypotenusa ad sinum totum, *ita perpendiculum ad sinum anguli acuti. Et ita basis ad sinum reliqui è recto.*

Aliter erit,

Vt basis ad sinum totum, *ita hypotenusa ad transsinuosam anguli acuti.*

Vel,

Vt perpendiculum ad sinum totum, *ita hypotenusa ad transsinuosam anguli reliqui è recto.*

III.

Trianguli plani rectanguli.

Datis perpendiculo & base, dantur anguli.

Enimvero erit,

Vt basis ad perpendiculum, ita sinus totus *ad prosinum anguli acuti.*

Vel,

Vt perpendiculum ad basin, ita sinus totus *ad prosinum anguli reliqui è recto.*

TRIAN-

IV.

TRIANGVLI CVIVSCVNQVE PLANI

Datis angulis, dantur latera in partibus Canonis.

Enimvero,

Latera sunt similia sinibus, quibus ea subtenduntur.

Aliter,

Latera trianguli sunt similia compositis ex prosinibus pertinentibus ad complementa semissium, quibus ea adjacent, angulorum.

Aliter,

Basis trianguli fit similis composita ex prosinibus semissium, qui ad eam existunt, angulorum. Crus vero unumquodque simile excessui, quo prosinus pertinens ad complementum dimidii anguli ad verticem, superat prosinum ipsius anguli ad basin, cui crus idem adjacet, dimidii.

Aliter,

Crura sunt similia transsinuosis pertinentibus ad complementa angulorum ad basin, quibus ea adjacent. Basis autem similis differentiæ vel adgregato prosinuum ad eadem pertinentium complementa; adgregato videlicet cum uterque angulorum ad basin proponitur acutus; differentiæ cum alter eorum obtusus.

V.

Trianguli cujuscunque plani

Datis lateribus, dantur anguli.

Enimvero erit,

Vt duplum rectangulum sub cruribus ad differentiam inter quadrata crurum simul juncta & quadratum basis, ita sinus totus *ad sinum complementi anguli ad verticem.*

Et si quidem quadratum basis cedat quadratis crurum simul junctis, erit angulus qui ad verticem existit acutus, si præstet, obtusus. Sed si æquale fuerit, rectus.

Lemmatia duo.

I.

Dato angulo, qui ad verticem existit, datur summa angulorum ad basin.

Ea enim æqualis est angulo exteriori ad verticem.

II.

Data summa angulorum ad basin, & differentia eorundem, dantur anguli ad basin singuli.

Enimvero dimidia differentia duarum magnitudinum adjecta dimidiæ summæ earundem, efficit magnitudinem majorem, ablata minorem.

VI.

Trianguli cujuscunque plani

Datis cruribus ac verticis angulo, dantur anguli ad basin.

Enimvero erit,

Vt adgregatum crurum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidiæ summæ angulorum ad basin ad prosinum dimidiæ differentiæ.

Aliter,

Aliter,

Datis cruribus & verticis angulo, dantur anguli ad basin.

Enimvero erit,

Vt crus primum ad crus secundum, ita transsinuosa complementi anguli verticis ad aliam rectam, cujus effectæ analogæ & prosinus complementi anguli verticis adgregatum vel differentia, erit prosinus complementi anguli à crure primo subtensi.

Adgregatum videlicet, cum angulus qui ad verticem existit proponitur obtusus; differentia, cum acutus.

Et hoc quidem casu, si prosinm complementi anguli verticis minor fuerit facta analoga: angulus cui crus primum subtenditur erit acutus; & si major, obtusus; sed si æqualis, rectus.

VII.

Trianguli cujuscunque plani

Datis cruribus, & uno ex angulis ad basin, datur angulus alter ad basin.

Enimvero dato angulo crus quod subtendetur intelligitor primum, eritque

Vt crus primum ad crus secundum, ita sinus anguli dati ad sinum anguli alterius adbasin quæsiti.

Vel erit,

Vt crus secundum ad crus primum, ita transsinuosa complementi anguli dati ad transsinuosam complementi anguli quæsiti.

Cum autem is qui datur angulus fuerit acutus, ac crus primum quod ei subtenditur cedat secundo: erit adfectio anguli de quo quæritur anceps, si quidem crus secundum ad primum minorem habuerit rationem ea quam habet sinus totus *ad sinum anguli dati. Itaque constituetur eo casu pro libito sive acutus quem exhibet Canon, sive is, quem acutus idem relinquit è duobus rectis. Vter autem adsumendus sit non licebit definire per ea quæ proponuntur.*

VIII.

TRIANGVLI SPHÆRICI RECTANGVLI

Dato latere, quod angulo recto opponitur, ac uno ex obliquis angulo, dantur latera reliqua, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris dati, ita sinus anguli dati ad sinum lateris angulo dato oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad prosinum lateris reliqui.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris dati, ita prosinus anguli dati ad prosinum complementi anguli reliqui.*

Aliter erit,

1 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris dati, ita transsinuosa complementi anguli dati ad transsinuosam complementi lateris angulo dato oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad prosinum complementi lateris reliqui.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris dati, ita prosinus complementi anguli dati ad prosinum anguli reliqui.*

IX.

Trianguli sphærici rectanguli.

Datis duobus lateribus, è quibus unum angulo recto opponatur, datur latus reliquum, ac reliqui anguli.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris angulo recto oppositi, ita transsinuosa alterius lateris dati ad sinum complementi lateris reliqui.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris angulo recto oppositi, ita sinus alterius lateris dati ad sinum anguli cui latus illud alterum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus totus ad prosinum complementi lateris angulo recto oppositi, ita prosinus alterius lateris dati ad sinum complementi anguli reliqui.*

ALITER

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris angulo recto oppositi, ita sinus complementi alterius lateris dati ad transsinuosam lateris reliqui.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris angulo recto oppositi, ita transsinuosa complementi alterius lateris dati ad transsinuosam complementi anguli cui latus illud alterum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris angulo recto oppositi, ita prosinus complementi alterius lateris dati ad transsinuosam anguli reliqui.*

X.

Trianguli sphærici rectanguli

Datis duobus lateribus, circa angulum rectum consistentibus, datur latus reliquum, ac anguli reliqui.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris primi dati, ita sinus complementi lateris secundi dati ad sinum complementi lateris tertii.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi lateris primi dati, ita sinus lateris secundi dati ad prosinum complementi anguli cui datum latus primum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris primi dati, ita prosinus complementi lateris secundi dati ad prosinum complementi anguli cui datum latus secundum opponitur.*

ALITER

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris primi dati, ita transsinuosa lateris secundi dati ad transsinuosam lateris tertii.*

Et,

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris primi dati, ita transsinuosa complementi lateris secundi dati ad prosinum anguli cui latus primum opponitur.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris primi dati, ita prosinus lateris secundi dati ad prosinum anguli cui latus secundum opponitur.*

XI.

Trianguli sphærici rectanguli

Dato uno è lateribus, quæ circa rectum angulum consistunt, ac angulo cui latus idem opponitur, dantur reliqua latera, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris dati, ita prosinus complementi anguli dati ad sinum lateris alterius circa rectum angulum consistentis.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris dati, ita transsinuosa complementi anguli dati ad sinum lateris angulo recto oppositi.*

Denique,

3 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad sinum anguli reliqui.*

ALITER.

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi lateris dati, ita prosinus anguli dati ad transsinuosam complementi lateris alterius circa rectum angulum consistentis.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad transsinuosam complementi lateris dati, ita sinus anguli dati ad transsinuosam complementi lateris angulo recto oppositi.*

Denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad transsinuosam complementi anguli reliqui.*

XII.

Trianguli sphærici rectanguli

Dato uno è lateribus, quæ circa angulum rectum consistunt, & angulo cui latus alterum circa eundem rectum consistens opponitur, dantur latera reliqua, ac angulus reliquus.

Enimvero erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum complementi lateris dati, ita sinus complementi anguli dati ad prosinum complementi lateris angulo recto oppositi.*

Et,

2 *Vt sinus* totus *ad sinum lateris dati, ita prosinus anguli dati ad prosinum lateris alterius circa rectum consistentis.*

Ac denique,

3 *Vt sinus* totus *ad sinum complementi lateris dati, ita sinus anguli dati ad sinum complementi anguli reliqui.*

ALITER.

Erit,

1 *Vt sinus* totus *ad prosinum lateris dati, ita transsinuosa anguli dati ad prosinum lateris angulo recto oppositi.*

Et,

2 *Vt ſinus* totus *ad tranſsinuoſam complementi lateris dati, ita proſinus complementi anguli dati ad proſinum complementi lateris alterius circa rectum conſiſtentis.*

Ac denique,

3 *Vt ſinus* totus *ad tranſsinuoſam lateris dati, ita tranſsinuoſa complementi anguli dati ad tranſsinuoſam anguli reliqui.*

XIII.

Trianguli ſphærici rectanguli

Datis angulis, dantur latera.

Enimvero erit,

1 *Vt ſinus* totus *ad proſinum complementi anguli primi obliqui dati, ita proſinus complementi anguli ſecundi obliqui dati ad ſinum complementi lateris angulo recto oppoſiti.*

Et,

2 *Vt ſinus* totus *ad tranſsinuoſam complementi anguli primi, ita ſinus complementi anguli ſecundi ad ſinum complementi lateris angulo ſecundo oppoſiti.*

Ac denique,

3 *Vt ſinus* totus *ad ſinum complementi anguli primi, ita tranſsinuoſa complementi anguli ſecundi ad ſinum complementi lateris angulo primo oppoſiti.*

ALITER.

Erit,

1 *Vt ſinus* totus *ad proſinum anguli primi, ita proſinus anguli ſecundi ad tranſsinuoſam lateris angulo recto oppoſiti.*

Et,

2 *Vt ſinus* totus *ad ſinum anguli primi, ita tranſsinuoſa anguli ſecundi ad tranſsinuoſam lateris angulo ſecundo oppoſiti.*

Ac denique,

3 *Vt ſinus* totus *ad tranſsinuoſam anguli primi, ita ſinus anguli ſecundi ad tranſsinuoſam lateris angulo primo oppoſiti.*

XIV.

Προθηκίδιον.

Data duorum maximorum in ſphæra circulorum inclinatione, quorum unus ſecatur à tertio per alterius polos, arguitur quanta ſit maxima differentia ſuarum à nodo longitudinum.

Et contra. Ex maxima differentia longitudinum à nodo, arguitur quanta ſit circulorum inclinatio.

Enimvero eſt,

Vt ſinus totus *plus ſinu complementi inclinationis ad ſinum* totum *minus ſinu complementi inclinationis, ita ſinus* totus *ad ſinum differentiæ maximæ.*

Et,

Vt ſinus totus *plus ſinu maximæ differentiæ ad ſinum* totum *minus ſinu maximæ differentiæ, ita ſinus* totus *ad ſinum complementi inclinationis.*

Eſt autem limes velocitatis in nodo, Mediocritatis in puncto maximæ differentiæ, Tarditatis in æquidiſtantia a nodo.

TRIAN

XV.

TRIANGVLI CVIVSLIBET SPHÆRICI

Datis tribus lateribus, dantur anguli.

Enimvero latus quærendo angulo oppositum, esto primum. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod sit sub sinibus qui pertinent ad complementa laterum secundi & tertii; alterum sub sinibus ipsorummet laterum secundi & tertii.*

Et erit,

Vt exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundæ & sinus complementi lateris primi, ita sinus totus *ad sinum complementi anguli quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum latus illud primum fuerit minus quadrante circuli; latera vero secundum & tertium fuerint adfectionis inter se diversæ. Vel cum latus idem primum fuerit majus quadrante; reliqua vero adfectionis ejusdem.

Ac Primo quidem exposito casu angulus qui quæritur erit acutus; Secundo vero obtusus.

Contra sumetur differentia; cum latus primum fuerit minus quadrante; reliqua vero ejusdem adfectionis. qui Tertius est casus. Vel cum latus idem fuerit majus quadrante; reliqua vero diversæ adfectionis, qui sit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo erit minor sinu complementi lateris primi, erit angulus qui quæritur acutus; & cum major, obtusus. Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor eo sinu, erit angulus qui quæritur obtusus; & cum major acutus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit angulum qui quæritur esse rectum.

Quando vero latus illud primum erit quadrans circuli, fiet compendiose

Vt sinus totus *ad prosinum pertinentem ad complementum lateris secundi, ita prosinus pertinens ad complementum tertii ad sinum complementi anguli quæsiti.*

Et cum latera secundum & tertium fuerint adfectionis ejusdem, erit is obtusus; cum diversæ, acutus.

At cum latera secundum & tertium proponentur inter se æqualia, erit

Vt sinus totus *ad sinum lateris secundi vel tertii, ita transinuosa pertinens ad complementum dimidii lateris primi ad transinuosam pertinentem ad complementum dimidii anguli quæsiti.*

XVI.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis tribus angulis, dantur latera.

Enimvero angulus cui latus quærendum opponitur, primus è datis esto. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod sit sub sinibus qui pertinent ad complementa angulorum secundi & tertii; alterum sub sinibus qui pertinent ad angulos ipsos secundum & tertium.*

Et erit,

Vt exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitu-

titudinis ex prima adplicatione oriunda & sinus complementi anguli primi, ita sinus totus *ad sinum complementi lateris quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum angulus ille primus fuerit obtusus; reliqui vero adfectionis inter se diversæ. Vel cum angulus idem primus fuerit acutus; reliqui vero ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem casu latus quæsitum erit majus quadrante; Secundo minus.

Contra sumetur differentia; cum angulus ille primus fuerit obtusus; reliqui vero ejusdem adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum angulus idem primus fuerit acutus; reliqui vero adfectionis diversæ, qui sit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet sinui complementi anguli primi, latus quæsitum erit majus quadrante; & cum præstabit, minus. Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet ei sinui, latus quæsitum erit minus quadrante; & cum præstabit, majus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo quæritur esse quadranti æquale.

Quando vero angulus ille primus fuerit rectus, fiet compendiose

Vt sinus totus *ad prosinum complementi anguli secundi, ita prosinus complementi tertii ad sinum complementi lateris quæsiti.*

Et cum anguli illi secundus & tertius fuerint adfectionis diversæ, erit latus quæsitum majus quadrante; & cum ejusdem, minus.

At cum angulus secundus & tertius proponentur æquales, erit

Vt sinus totus *ad sinum anguli secundi vel tertii, ita transsinuosa dimidii anguli primi ad transsinuosam dimidii lateris quæsiti.*

XVII.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis lateribus duobus, & angulo quem ea comprehendunt, dantur anguli reliqui.

Enimvero latus quærendo angulo oppositum, esto è datis primum. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod sit sub sinu complementi anguli dati & prosinu complementi lateris dati secundi; alterum sub sinu ipsius anguli dati & transsinuosa complementi lateris dati secundi.*

Et erit,

Et exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriunda & prosinus complementi lateris primi, ita sinus totus *ad prosinum complementi anguli quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum latus illud primum fuerit minus quadrante; latus vero secundum & angulus datus fuerint adfectionis inter se diversæ. Vel cum latus idem primum fuerit majus quadrante; latus vero secundum datum & angulus datus fuerint ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem casu angulus de quo quæritur erit acutus; Secundo obtusus.

Contra sumetur differentia; cum latus illud primum fuerit minus quadrante; latus vero secundum & datus angulus fuerint ejusdem adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum latus primum fuerit majus quadrante; latus vero secundum & datus angulus fuerint ejusdem adfectionis, qui sit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor prosinu complementi lateris primi, erit angulus qui quæritur acutus; & cum major, obtusus. *Con-*

Contra in Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo fuerit minor prosinu complementi lateris primi, erit angulus qui quæritur obtusus; & cum major, acutus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit angulum qui quæritur esse rectum.

Quando vero latus primum quadrans erit circuli, fiet compendiose

Vt sinus totus *ad sinum complementi lateris secundi, ita prosinus complementi anguli dati ad prosinum complementi anguli quæsiti.*

Et cum latus illud secundum & angulus datus fuerint ejusdem adfectionis, angulus qui quæritur erit obtusus; & cum diversæ, acutus.

At cum data latera primum & secundum proponentur inter se æqualia, erit

Vt sinus totus *ad transsinuosam lateris primi vel secundi, ita prosinus complemento dimidii anguli dati congruus ad prosinum anguli cui primum secundum-ve latus opponitur; obtusi, si majus quadrante; acuti, si minus.*

XVIII.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis duobus angulis, & latere quod adjacet, dantur latera reliqua.

Enimvero anguli cui latus quærendum opponitur, è datis primus esto. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod sit sub sinu complementi lateris dati & prosinu complementi dati anguli secundi; alterum sub sinu ipsius lateris dati & transsinuosa complementi ejusdem anguli secundi.*

Et erit,

Vt exiens è prima adplicatione latitudo ad adgrègatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriunda & prosinu complementi anguli primi, ita sinus totus *ad prosinum complementi lateris quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum angulus primus fuerit obtusus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint adfectionis inter se diversæ. Vel cum is angulus primus fuerit acutus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint ejusdem adfectionis.

Ac Primo quidem exposito casu latus quæsitum erit majus quadrante; Secundo minus.

Contra sumetur differentia; cum is angulus primus fuerit obtusus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint ejusdem adfectionis; qui Tertius erit casus. Vel cum is angulus primus fuerit acutus; alter vero datus angulus & datum latus fuerint adfectionis diversæ, qui casus sit ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet prosinui complementi anguli primi, latus quæsitum erit majus quadrante; & cum præstabit, minus.

Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet prosinui complementi anguli primi, latus quæsitum erit minus quadrante; & cum præstabit, majus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo quæritur esse quadranti circuli æquale.

Quando vero angulus primus fuerit rectus, fiet compendiose

Vt sinus totus *ad sinum complementi anguli secundi, ita prosinus complementi lateris dati ad prosinum complementi lateris quæsiti.*

Et

Et si angulus secundus & latus datum fuerint diversæ adfectionis, erit latus quæsitum majus quadrante; & si ejusdem, minus.

At cum dati anguli primus & secundus proponentur æquales, erit

Vt sinus totus *ad transsinuosam anguli primi vel secundi, ita prosinus dimidii lateris dati ad prosinum lateris angulo primo vel secundo oppositi; si acuto, minoris quadrante; & si obtuso, majoris.*

XIX.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis lateribus duobus, & angulo quem ea comprehendunt, datur latus reliquum.

Enimvero duo rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; *unum quod fit sub prosinibus qui pertinent ad complementa datorum laterum; alterum sub eorundem complementorum transsinuosis.*

Et erit,

Vt exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundæ & sinus complementi anguli dati, ita sinus totus *ad sinum complementi lateris quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum datus angulus fuerit acutus; data vero latera ejusdem inter se adfectionis. Vel cum datus angulus fuerit obtusus; data vero latera adfectionis diversæ.

Ac Primo quidem exposito casu latus quæsitum erit minus quadrante; Secundo majus.

Contra sumetur differentia; cum datus angulus fuerit acutus; data vero latera fuerint diversæ adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum datus angulus fuerit obtusus; data vero latera adfectionis ejusdem, qui fit casus ordine Quartus.

Ac Tertio quidem casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet sinui complementi anguli dati, latus quæsitum erit minus quadrante; & cum præstabit, majus.

Contra Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo cedet sinui complementi anguli dati, latus quæsitum erit majus quadrante; & cum præstabit, minus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit latus de quo quæritur esse quadranti circuli æquale.

Quando vero datus angulus fuerit rectus, fit compendiose

Vt sinus totus *ad sinum complementi unius datorum laterum, ita sinus complementi alterius ad sinum complementi lateris quæsiti.*

Et si data latera fuerint ejusdem adfectionis, latus quæsitum erit minus quadrante; & si diversæ, majus.

At cum latera data proponentur æqualia, erit

Vt sinus totus *ad sinum lateris dati, ita sinus dimidii anguli dati ad sinum dimidii lateris quæsiti.*

XX.

Trianguli cujuslibet sphærici

Datis angulis duobus, & latere quod iis adjacet, datur angulus reliquus.

Enim-

Enimvero duo rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum ; *unum quod sit sub prosinibus qui pertinent ad complementa datorum angulorum; alterum sub eorundem complementorum transsinuosis.*

Et erit,

Ut exiens è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundæ & sinus complementi lateris dati, ita sinus totus *ad sinum complementi anguli quæsiti.*

Sumetur autem adgregatum; cum latus datum fuerit majus quadrante; anguli vero dati ejusdem adfectionis. Vel cum datum latus fuerit minus quadrante, anguli vero dati adfectionis diversæ.

Ac Primo quidem exposito casu angulus qui quæritur erit obtusus; Secundo acutus.

Contra sumetur differentia, cum datum latus fuerit majus quadrante; dati vero anguli diversæ adfectionis, qui Tertius erit casus. Vel cum latus datum fuerit minus quadrante; dati vero anguli adfectionis ejusdem, qui sit casus ordine Quartus.

Ac Tertio casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo erit minor sinu complementi lateris dati, erit quæsitus angulus obtusus; & cum major, acutus.

Contra in Quarto casu; cum exiens è prima adplicatione latitudo minor erit sinu complementi lateris dati, angulus quæsitus erit acutus; & cum major, obtusus. Quod si nulla sit differentia, argumentum erit angulum de quo quæritur esse rectum.

Quando vero latus datum fuerit quadranti circuli æquale, fiet compendiose

Ut sinus totus *ad sinum complementi unius datorum angulorum, ita sinus complementi alterius ad sinum complementi quæsiti.*

Et si anguli dati fuerint ejusdem adfectionis, angulus quæsitus erit obtusus; & si diversæ, acutus.

At cum anguli dati proponentur æquales, erit

Ut sinus totus *ad sinum anguli dati, ita sinus complemento dimidii lateris dati congruus ad sinum complemento dimidii anguli quæsiti congruum.*

XXI.

Trianguli cujuslibet sphærici.

Datis duobus lateribus, & angulo cui unum ex illis lateribus opponitur, datur angulus cui alterum datorum laterum opponitur.

Vel,

Datis duobus angulis, & latere quod alteri datorum angulorum opponitur, datur latus reliquo oppositum.

Enimvero,

Sinus laterum sunt similes sinibus angulorum quibus latera opponuntur. Erit autem adfectio in prima hypothesi plerumque anceps.

Σωύπμον.

Quæ per factionem sub sinibus peripheriarum & adplicationem ad sinum totum exurgunt, eadem opere additionis vel subductionis præsto sunt.

Enimvero,

Cum duæ peripheriæ angulum acutum componunt, est

Ut sinus totus *ad sinum duplum primæ, ita sinus secundæ ad sinum complementi differentiæ, minus sinu complementi compositæ.*

2 *Et cum componunt obtusum, utraque vero componentium quadrante minor existit, est*

Vt sinus totus *ad sinum duplum primæ, ita sinus secundæ ad sinum complementi differentiæ, plus sinu complementi compositæ.*

3 *Aut si prima componentium major est quadrante, secunda minor: est*

Vt sinus totus *ad sinum duplum primæ, ita sinus secundæ ad sinum complementi compositæ, minus sinu complementi differentiæ.*

ALIVD.

Generaliter invertuntur & varie concipiuntur, ac etiam sæpenumero compendiose absolvuntur triangulorum tam planorum quam sphæricorum Analogiæ.

Enimvero,

In comparatione simplicis peripheriæ, est

1 *Vt sinus peripheriæ ad sinum* totum, *ita sinus* totus *ad transsinuosam complementi.*

Et,

2 *Vt sinus complementi peripheriæ ad sinum* totum, *ita sinus* totus *ad transsinuosam peripheriæ.*

Et,

3 *Vt prosinus peripheriæ ad sinum* totum, *ita sinus* totus *ad prosinum complementi.*

Et cum proponuntur duæ peripheriæ

4 *Vt sinus peripheriæ primæ ad sinum peripheriæ secundæ, ita transsinuosa complementi secundæ ad transsinuosam complementi primæ.*

Et,

5 *Vt sinus complementi primæ ad sinum complementi secundæ, ita transsinuosa secundæ ad transsinuosam primæ.*

Et,

6 *Vt prosinus peripheriæ primæ ad prosinum peripheriæ secundæ, ita prosinus complementi secundæ ad prosinum complementi primæ.*

Rursus est,

7 *Vt rectangulum sub sinu peripheriæ primæ & sinu complementi secundæ ad rectangulum sub sinu peripheriæ secundæ & sinu complementi primæ, ita prosinus primæ ad prosinum secundæ.*

Et,

8 *Vt rectangulum sub prosinu peripheriæ primæ & sinu secundæ ad rectangulum sub prosinu secundæ & sinu primæ, ita transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ.*

Et,

9 *Vt rectangulum sub sinu primæ & transsinuosa ejusdem ad rectangulum sub sinu secundæ & transsinuosa ejusdem, ita prosinus primæ ad prosinum secundæ.*

Et,

10 *Vt rectangulum sub sinibus duarum ad rectangulum sub sinibus complementorum earundem, ita prosinus unius ad prosinum complementi alterius.*

Et,

11 *Vt rectangulum sub sinibus duarum ad rectangulum sub prosinibus earundem, ita sinus complementi unius ad transsinuosam alterius.*

Et,

12 *Vt rectangulum sub transsinuosa complementi primæ & sinu secundæ ad rectangulum sub prosinu complementi primæ & differentia inter* totum *& sinum complementi secundæ, ita transsinuosa primæ ad prosinum complementi dimidiæ secundæ.*

Et cum proponuntur tres peripheriæ, est

13 *Vt rectangulum quod fit sub sinu* toto *& transsinuosa primæ ad id quod fit sub transsinuosa secundæ & transsinuosa tertiæ, ita quod fit sub sinu complementi secundæ & sinu complementi tertiæ ad id quod fit sub sinu* toto *& sinu complementi primæ.*

Et,

14 *Vt rectangulum quod fit sub sinu* toto *& transsinuosa primæ ad id quod fit sub prosinu secundæ & prosinu tertiæ, ita quod fit sub prosinu complementi secundæ & prosinu complementi tertiæ ad id quod fit sub sinu* toto *& sinu complementi primæ.*

Et,

15 *Vt rectangulum quod fit sub sinu* toto *& transsinuosa primæ ad id quod fit sub sinu secundæ & trans-*

& transsinuosa tertiæ, ita quod fit sub transsinuosa complementi secundæ & sinu complementi tertiæ ad id quod fit sub sinu toto *& sinu complementi primæ.*

Et,

16 *Vt rectangulum quod fit sub sinu* toto *& prosinu primæ ad id quod fit sub sinu secundæ & prosinu tertiæ, ita quod fit sub transsinuosa complementi secundæ & prosinu complementi tertiæ ad id quod fit sub sinu* toto *& prosinu complementi primæ.*

DATI SEXTI.

Παραπομπή I.

Peripherias intelligo tripleuro sphærico constituendo idoneas. Itaque ne semicirculum excedunto.

Data peripheria composita è duabus peripheriis, quarum transsinuosæ datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si composita minor est circuli quadrante*,

Erit,

Vt transsinuosa componentium primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum secundæ, plus prosinu complementi compositæ.

2 *Et si composita major est quadrante circuli, utraque vero componentium minor quadrante*,

Erit,

Vt transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum secundæ minus prosinu complementi compositæ.

3 *Et si denique componentium peripheriarum prima sit minor quadrante, secunda major*,

Erit,

Vt transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ minus prosinu secundæ.

Et,

Vt transsinuosa secundæ ad transsinuosam primæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ plus prosinu secundæ.

II.

Data differentia duarum peripheriarum, quarum transsinuosæ datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si differentia sit major circuli quadrante*,

Erit,

Vt transsinuosa differentium primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi differentiæ plus prosinu secundæ.

2 *Et si differentia sit minor quadrante, differentes autem peripheriæ diversæ sint speciei*,

Erit,

Vt transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum secundæ minus prosinu complementi differentiæ.

3 *Et si denique differentia sit minor quadrante, utraque vero differentium vel minor quadrante, vel utraque major. Prima autem intelligatur ea ad quam pertinet transsinuosa major*,

Erit,

Vt transsinuosa primæ ad transsinuosam secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum secundæ minus prosinu complementi differentiæ.

Et,

Vt transsinuosa secundæ ad transsinuosam primæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum primæ minus prosinu complementi differentiæ.

III.

ALITER.

Data summa vel differentia duarum peripheriarum, quarum transsinuosæ datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si utraque peripheria proponatur minor quadrante vel utraque major.*

 Erit,

Erit,

Vt adgregatum similium transsinuosarum ad differentiam earundem, ita prosinus complementi dimidiæ summæ peripheriarum ad prosinum dimidiæ differentiæ, Et ita prosinus complementi dimidiæ differentiæ ad prosinum dimidiæ summæ.

2 *Quod si una è peripheriis proponitur minor quadrante, altera major,*

Erit,

Vt adgregatum similium transsinuosarum ad differentiam earundem, ita prosinus dimidiæ differentiæ peripheriarum ad prosinum complementi dimidiæ summæ, Et ita prosinus dimidiæ summæ ad prosinum complementi dimidiæ differentiæ.

IV.

Data peripheria composita è duabus peripheriis, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si composita minor est circuli quadrante,*

Erit,

Vt sinus componentium primæ ad sinum secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi primæ minus prosinu complementi compositæ.

2 *Et si composita major est quadrante, utraque vero componentium minor quadrante,*

Erit,

Vt sinus primæ ad sinum secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ plus prosinu complementi primæ.

3 *Et si denique componentium peripheriarum prima sit minor quadrante, secunda major,*

Erit,

Vt sinus primæ ad sinum secundæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ minus prosinu complementi primæ.

Et,

Vt sinus secundæ ad sinum primæ, ita transsinuosa complementi compositæ ad prosinum complementi compositæ plus prosinu secundæ.

V.

Data differentia duarum peripheriarum, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si differentia sit major quadrante circuli,*

Erit,

Vt sinus componentium primæ ad sinum secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi primæ minus prosinu complementi differentiæ.

Cum autem prima sumetur major quadrante, secunda sumetur minor, & contra.

2 *Et si differentia sit minor quadrante circuli, differentes autem peripheriæ diversæ sint speciei,*

Erit,

Vt sinus primæ ad sinum secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi differentiæ, plus prosinu complementi primæ.

Et cum prima sumetur major quadrante, altera sumetur minor, & contra.

3 *Et si denique differentia sit minor quadrante, utraque vero differentium vel quadrante minor vel utraque quadrante major, ac prima quidem intelligatur ea cui debetur sinus major, secunda cui minor,*

Erit,

Vt sinus primæ ad sinum secundæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi differentiæ minus prosinu complementi primæ.

Et,

Vt sinus secundæ ad sinum primæ, ita transsinuosa complementi differentiæ ad prosinum complementi differentiæ plus prosinu complementi primæ.

Cum autem sumetur prima minor quadrante, sumetur quoque secunda minor quadrante. Et contra cum sumetur prima major quadrante, sumetur quoque secunda major quadrante. Itaque omni casu ἀμφίβολον est Problema.

VI. ALI-

VI.

ALITER.

Data summa vel differentia duarum peripheriarum, quarum sinus datam habeant rationem, dantur singulares peripheriæ.

1 *Enimvero si utraque peripheria proponitur minor quadrante, vel utraque major,*
Erit,
Vt adgregatum similium sinuum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidiæ summæ peripheriarum ad prosinum dimidiæ differentiæ earundem, Vel ita prosinus complementi dimidiæ differentiæ peripheriarum ad prosinum complementi dimidiæ summæ.
2 *Quod si una è peripheriis proponatur minor quadrante, altera major,*
Erit,
Vt adgregatum sinuum ad differentiam eorundem, ita prosinus dimidiæ differentiæ peripheriarum ad prosinum dimidiæ summæ, Vel ita prosinus complementi dimidiæ summæ ad prosinum complementi dimidiæ differentiæ.

DATI SEPTIMI.

Παρεχτμητή.

Data summa vel differentia duarum peripheriarum, quarum prosinus datam habeant rationem, dantur singulæ.

1 *Enimvero si utraque peripheria proponatur minor quadrante, vel utraque major,*
Erit,
Vt adgregatum similium prosinuum ad differentiam eorundem, ita sinus summæ peripheriarum ad sinum differentiæ, Vel ita transsinuosa complementi differentiæ ad transsinuosam complementi summæ.
2 *Quod si una è peripheriis proponatur minor quadrante, altera major,*
Erit,
Vt adgregatum similium prosinuum ad differentiam eorundem, ita sinus differentiæ peripheriarum ad sinum adgregati, Vel ita transsinuosa complementi summæ ad transsinuosam complementi differentiæ.

Τέλος Προχείρου.

ΕΙΣ ΠΡΟΧΕΙΡΟΝ ΣΧΟΛΙΑ.

I.

Canonis Mathematici Hypotyposis.

EX angulis latera, vel ex lateribus angulos & mixtim in triangulis tam planis quam sphæricis adsequi, summa gloria Mathematici est. Sic enim cælum & terras & maria felici & admirando calculo mensurat. Itaque ad eum finem paratur Canon Mathematicus, quo exhibentur latera trianguli plani rectanguli, æstimata in numeris serie trina in habitudine anguli acuti ad rectum quacunque. Deinde docet ars obliquangulorum ad rectangula, & sphæricorum ad plana, reductionem.

Latera trianguli plani rectanguli vocantur, Hypotenusa, Perpendiculum, Basis.

Hypotenusa dicitur latus subtensum angulo recto, reliquis famosiori.

Perpendiculum unum è lateribus circa rectum. Basis alterum.

E duobus angulis acutis trianguli plani rectanguli, unus acuti nomen retinet, alter dicitur reliquus è recto. Is autem angulus acutus intelligitur, cui latus perpendiculi voce designatum subtenditur, Reliquus è recto; cui basis. Et vice versa, latus ei angulo qui acuti voce primus exauditur subtensum, Perpendiculum denominatur. Latus subtensum reliquo è recto, Basis.

Angulus rectus datur ex se & constituitur partium xc, qualium tota circumferentia circuli, quæ quatuor æstimatur rectorum, adsumitur IIIcLX: unaquæque pars rursus subdividitur in LX scrupula.

Anguli acuti vel sui exterioris amplitudo est peripheria.

Differentia autem inter eam & amplitudinem anguli recti, dicitur complementum, seu residua.

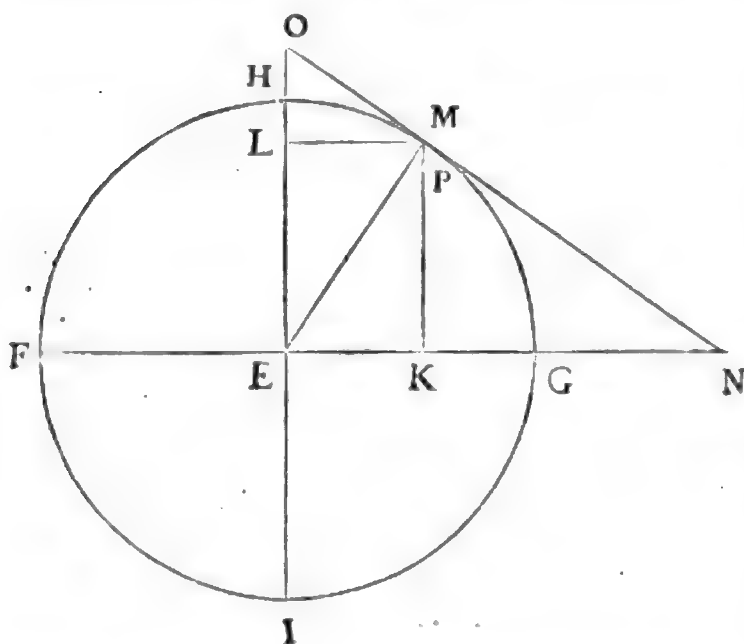
Semidiameter canonica circuli datur ex se, & constituitur particularum 100, 000. Latera trianguli reliqua in unaquaque serie taxantur in iisdem, per quæcunque scrupula quadrantis circuli congruenter.

Itaque absolvitur totus Mathematicus Canon ter similibus planis triangulis rectangulis 2700, quot videlicet scrupulis constat dimidius angulus rectus.

A quo systemate deinceps convertuntur triangula, qui enim angulus dicebatur is, quem acutus relinquebat è recto, exinde nomen Acuti adsumit; alter ipse nomen Reliqui è recto. Atque ideo Basis in Perpendiculum transit, & viceversa Perpendiculum in Basin, ut sola opus sit vocum permutatione.

Quæ ut oculis Geometrice subjiciantur

Exponatur circulus cujus E centrum, quadrisectus à duabus diametris F E G, H E I, & in quadrante circuli HG sumatur quæcunque peripheria G M, & cadant in semidiametros E G, E H perpendicula M K, M L. Sed & tangat circulum ad M recta M N, quam continuatæ semidiametri E G, E H secent in N, O. Tria igitur in conspicuo sunt triangula plana rectangula similia, Primum E K M seu M L E, Secundum E M N, Tertium O M E, latus unum E M, commune habentia, quod quidem primi sit Hypotenusa, secundi Basis, tertii Perpendiculum, quando videlicet angulus M E K, cujus amplitudinem peripheria G M definit, acuti nomine exauditur. Idemque latus commune E M constituitur semidiameter circuli.



Canon igitur Mathematicus adsumit latus E M particularum 100,000. sectaque GH bifariam in P. promovet P punctum per quæcunque peripheriæ G H segmenta, id est ex instituta partitione, per sexagesima quæcunque partium quadragenarum quinarum scrupula, quæ sunt loca 2700. Et totidem exhibita terna similia triangula rectangula.

Punctum M mobile consistit in P, quoniam ab eo signo idem est progressus versus H, qui regressus versus G. Itaque M H convertitur in quandam M G & vice versa, ut invertenda quoque sit sola denominatio laterum vel angulorum.

Porro expositis tribus similibus triangulis rectangulis E K M, E M N, O M E, alia quoque in exposito schemate cernuntur triangula tria similia M K N, O L M, O E N. Ut evidens fit ex ipsa constructione.

II.

Linearum rectarum ad circumferentias relatarum notatio. Et de Canonibus Sinuum, Facundo, & Facundissimo seu Hypotenusarum.

Linearum rectarum ad circumferentias relatarum, duæ apud Geometras reperiuntur species, inscriptæ & circumscriptæ. Inscriptæ pertinent ad circumferentias ab iis subtensas,

tensas, Circumscriptæ ad peripherias ab eductis è centro ad earum extrema interceptas. Sive autem inscriptas sive circumscriptas, cadens ad angulos rectos semidiameter bifariam secat, cum videlicet circumscriptio fit ordinati polygoni.

Itaque in adcommodatione trianguli plani ad circulum serie primâ, Perpendiculum fit semissis inscripta duplo peripheriæ, ejus videlicet quæ anguli acuti vel sui exterioris amplitudinem definit. Basis semissis inscriptæ duplo reliqui è recto, seu complementi. Hypotenusa semidiameter.

In serie secunda, Perpendiculum fit semissis circumscripta duplo peripheriæ. Basis semidiameter. Hypotenusa educta è centro ad metam semissis circumscriptæ duplo peripheriæ.

In serie tertia, Perpendiculum fit semidiameter. Basis semissis circumscriptæ duplo complementi. Hypotenusa educta è centro ad metam semissis circumscriptæ duplo complementi.

Quoniam vero triangulum ipsum non omne describitur intra vel circa circulum, ideo ne vocum catachresis quempiam deludat, dicitur rudiuscule triangulum circulo adcommodari.

Cæterum latera unius seriei à lateribus alterius, sive proprie sive per synecdochen distinguuntur, ex ipsa adcommodationis per inscriptionem aut circumscriptionem, varietate.

Arabes autem semisses inscriptas duplo, numeris præsertim æstimatas, vocaverunt allegorice SINVS, atque ideo ipsam semidiametrum, quæ maxima est semissium inscriptarum, SINVM TOTVM. Et de iis sua methodo Canones exaraverunt qui circumferuntur, supputante præsertim Regiomontano bene juste & accurate, in iis etiam particulis qualium semidiameter adsumitur 10,000,000.

Ex Canonibus deinde Sinuum derivaverunt recentiores Canonem semissium circumscriptarum, quem dixere Fæcundum; & Canonem eductarum è centro, quem dixere Fæcundissimum & Beneficum, Hypotenusis addictum. Atque adeo semisses circumscriptas, numeris præsertim æstimatas, vocaverunt Fæcundos Sinus numerosve videlicet; quanquam nihil vetat Fæcundi nomen substantivè accipi. Hypotenusas autem Beneficas, vel etiam simpliciter Hypotenusas: quoniam Hypotenusa in prima serie Sinus TOTIVS nomen retinet. Itaque ne novitate verborum res adumbretur, & alioquî sua artificibus eo nomine debita præripiatur gloria, præposita in Canone Mathematico Canonicis numeris inscriptio, candide admonet primam seriem esse Canonem Sinum. In Secunda vero, partem Canonis fæcundi, partem Canonis fæcundissimi, contineri. In tertia, reliquam.

Sane præter inscriptas & circumscriptas, circulum etiam adficiunt aliæ lineæ rectæ, velut Incidentes, Tangentes, & Secantes. Verum illæ voces substantivæ sunt, non peripheriarum relativæ. Ac secare quidem circulum linea recta tunc intelligitur, cum in duobus punctis secat. Itaque non loquuntur bene Geometrice, qui eductas è centro ad metas circumscriptarum vocant secantes improprie, cum secantes, & tangentes ad certos angulos vel peripherias referunt. Immo vero artem confundunt, cum his vocibus necesse habeat uti Geometra abs relatione.

Quare si quibus arrideat Arabum metaphora, quæ quidem aut omnino retinenda videtur, aut omnino explodenda; ut semisses inscriptas, Arabes vocant Sinus; sic semisses circumscriptæ, vocentur Prosinus Amsinus-ve; & eductæ è centro, Transsinuosæ. Sin allegoria displiceat, Geometrica sane inscriptarum & circumscriptarum nomina retineantur. Et cum eductæ è centro ad metas circumscriptarum, non habeant hactenus nomen certum neque elegans, vocentur sane Prosemidiametri, quasi protensæ semidiametri, se habentes ad suas circumscriptas, sicut semidiametri ad inscriptas.

III.

Ad triangulorum planorum πραγματείαν.

CAnonis usum in triangulis planis rectangulis, docet ipsa constructio. Quæ autem triangula plana proponuntur obliquangula, aut demum indeterminatæ speciei, resolvuntur in certa rectangula, educta ab angulorum aliquo ad latus quod ei subtenditur perpendi-

pendiculari; ea cautione, ut ex datis terminis salvi superſint ac illibati, qui ſufficiant ad adſequendum rectangula.

IV.

Ad τριπλεύρων ſphæricorum πραγματείαν.

1 TRipleurum ſphæricum conſtituunt, tres maximi circuli in ſphæra deſcripti.

2 Circuli appellatione jam non exauditur plana figura. Semicirculus, Quadrans circuli, Segmenta circulorum, ſunt peripheriæ ἀπολαμβανόμεναι.

3 Anguli, quem bini quique maximi circuli, in mutua eorum ſectione efficiunt, æſtimantur in circumferentia maximi circuli, ſub puncto ſectionis tanquam polo deſcripti, quanta ab illis duobus maximis circulis intercipitur.

4 Sectores circulorum, quorum ſunt ſegmenta latera tripleuri ſphærici, angulum ſolidum conſtituunt in centro ſphæræ.

5 Itaque duo latera quomodo-cunque ſumpta, ſunt majora reliquo.

6 Tria autem latera ſimul juncta, ſunt minora circulo.

7 Et majus latus majori angulo opponitur.

8 Si peripheria eſt ſemicirculus, ſectores angulum non conſtituunt in centro ſphæræ, verùm coincidunt in eandem lineam rectam. Itaque quodlibet latus ſphærici trianguli, minus eſt ſemicirculo.

9 Producto autem uno latere, angulus exterior minor eſt duobus angulis reliquis, ſimul ſumptis.

10 Si ſub apicibus ſingulis propoſiti tripleuri ſphærici, deſcribantur maximi circuli: tripleurum ita deſcriptum, tripleuri primum propoſiti, lateribus & angulis eſt reciprocum.

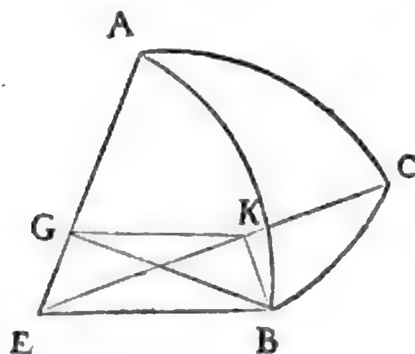
11 In triangulis ſphæricis quorum tres anguli, aut etiam anguli duo proponuntur recti, factione res non indiget. Enimvero latera tripleuri ſphærici, amplitudinibus eorum quibus opponuntur angulorum, eo caſu ſunt æqualia. Et contra, angulorum amplitudines ſunt lateribus, quæ ipſis opponuntur, æquales. Et ſi dati duo anguli fuerint recti, & data quæ iis opponuntur latera, non licebit tertium latus angulum-ve definire, per ea, quæ proponuntur.

12 Itaque circa ea triangula, quorum angulus unus eſt rectus, diriguntur artis præcepta. Et ſi quidem in iis rectangulis proponatur angulus aliquis obtuſus aliquod-ve latus majus quadrante, invertitur triangulum κατ' ἀναπλήρωσιν. Et cum idem triangulum quatuor modis variari poſſit, ad quod cujuſcunque ſit modi pertineant eædem ſinuoſæ lineæ rectæ, eligitur adſequenda ea ſpecies, quæ angulos, qui acuti ſunt, exhibet, & latera quadrante minora. Ea enim adſequuta, de ſpecie propoſita licet judicium facere & ratiocinari.

13 Sphærica tripleura rectangula τεχνικῶς ita reducuntur ad plana.

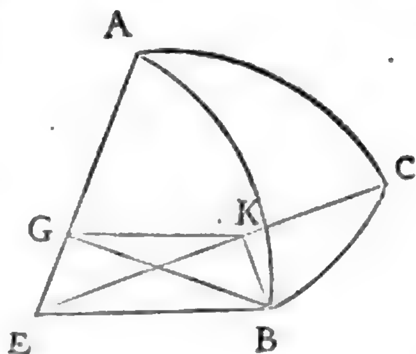
Sit triangulum ſphæricum A B C, cujus angulus ad C rectus exiſtat, qui vero ad A acutus. Et ex E centro ſphæræ agantur ſemidiametri E A, E B, E C, & ad A E in plano A E B perpendicularis demittatur B G; excitetur vero in plano A E C ipſa G K perpendicularis ad AE. Dico in primis angulum K G B, eſſe angulo ſphærico B A C æqualem.

Quoniam enim planorum A E C, A E B, ſectio communis eſt E A, cui ducuntur πρὸς ὀρθὰς in plano quidem AEB recta B G; & in plano A E C recta K G: ideo angulus acutus B G K eſt inclinatio planorum A E C, A E B. At inclinantur eadem plana A E C, A E B, circulive, per angulum ſphæricum B A C. Eſt igitur angulus K G B angulo ſphærico B A C æqualis. Quod primo loco fuit oſtendendum.



Secundo dico angulos G K B, E K B eſſe rectos.

Quoniam enim recta linea A G, duabus rectis G K, G B ſeſe mutuo ſecantibus in G ſigno, ad rectos



ctos angulos insistit: ideo plano G K B per ipsas ducto, ad angulos rectos erit. Per ipsam autem lineam A G transit planum A E C. Quare planum G K B, erit ad planum A E C rectum. Ad planum autem A E C, rectum est quoque planum B E C: circuli enim A C, C B sese mutuo normaliter secant ex hypothesi, quia angulus A C B proponitur rectus. Et horum planorum G K B, B E C, eidem plano A E C rectorum, communis sectio est recta K B. Itaque eidem plano A E C ad rectos angulos ipsa B K insistit, & ideo ad omnes rectas lineas quæ ipsam contingunt & in subjecto sunt plano A E C quales G K, E B, rectos angulos efficit. Sunt igitur anguli G K B, E K B recti. Quod secundo loco fuit ostendendum.

14 Cum triangulum sphæricum proponitur obliquangulum aut incertæ adhuc speciei sed ex datis adsequendæ, in duo rectangula quemadmodum & planum resolvitur. Aut etiam ipsummet obliquangulum sphæricum ad planum reducitur. Verum methodus illa videtur hac expeditior.

Resolvitur triangulum obliquangulum in duo rectangula, demissa ab aliquo angulorum ad latus quod ei opponitur peripheria orthogonia. Itaque circulus maximus, cujus peripheria illa est segmentum, educendus est per polos circuli, à quo absumitur latus angulo parodico oppositum.

Curandum autem est ea eductione, ut ex datis terminis salvi supersint ac illibati, qui sufficiant ad adsequendum rectangula.

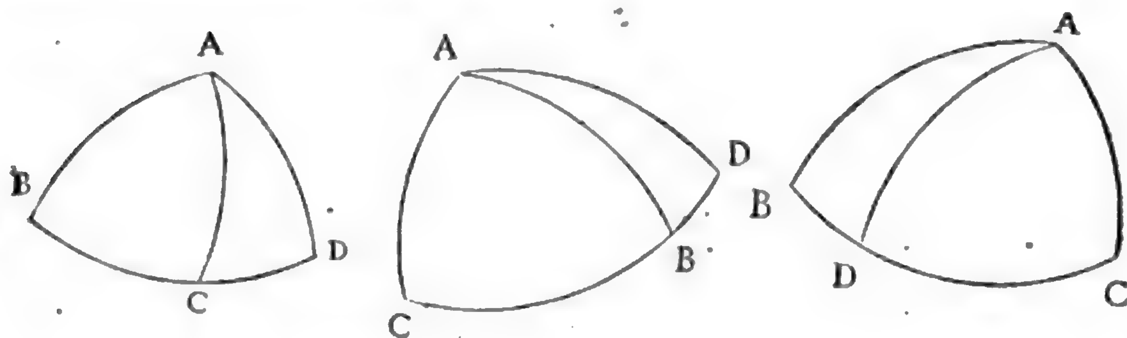
15 Si uterque angulorum ad basin trianguli sphærici fuerint ejusdem adfectionis, peripheria ab angulo verticis ad basin demissa, cadit intra triangulum; sed si diversæ, extra.

16 Si crura trianguli sphærici fuerint majora quadrante circuli; basis vero quadrans aut quadrante major: anguli omnes erunt obtusi.

17 Si trianguli sphærici tres anguli fuerint acuti, latera quoque minora erunt quadrante circuli.

18 Sit triangulum sphæricum A B D, & in peripheriam B D cadat segmentum orthogonii A C.

Primum dico esse transsinuosam anguli B A C ad transsinuosam anguli D A C, sicut prosinum peripheriæ A B ad prosinum peripheriæ A D.



Secundo dico esse transsinuosam peripheriæ C B ad transsinuosam peripheriæ C D, sicut transsinuosam peripheriæ A B ad transsinuosam peripheriæ A D.

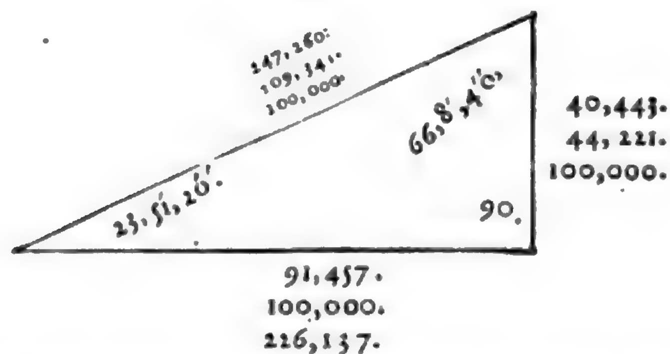
Tertio dico esse sinum C D ad sinum C B, sicut prosinnm anguli B ad prosinum anguli D.

Denique & quarto dico esse sinum anguli B A C ad sinum anguli D A C, sicut transsinuosam anguli D ad transsinuosam anguli B.

V.

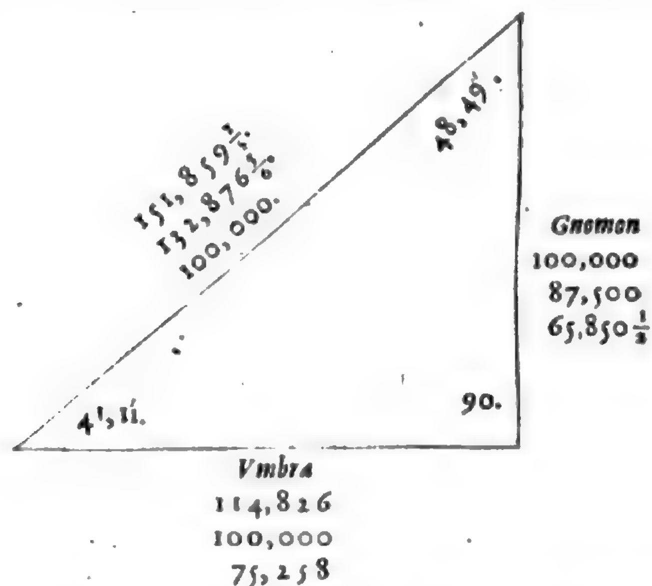
Triangulorum aliquæ constitutiones, ad comprobandum exemplis præcepta.

1 CANONICVM TRIANGVLVM PLANVM RECTANGVLVM, *obliquitatis sphæræ, quanta deprehensa est ab Hipparcho, Eratosthene, & Ptolemæo.*

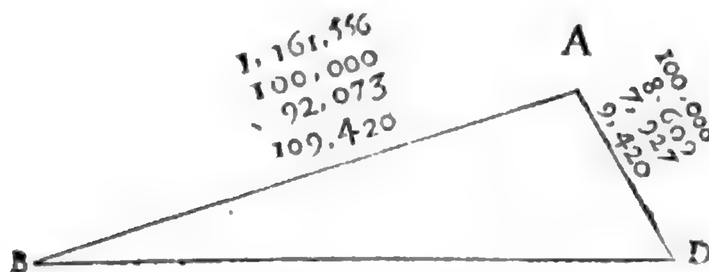


2 CANONICVM TRIANGVLVM PLANVM RECTANGVLVM, *elevationis poli supra horizontem Parisiensem.*

Parisiis, observante me die æquinoctii umbra meridiana, deprehensa est gnomonis sesquiseptima.



3 TRIANGVLI PLANI CATASCEVE, AD PROSTAPHÆRESES *Lunæ plenæ vel novæ.*



Anguli

Anguli.

A	B	D
Anomalia μέση à limite velocitatis.	Prosthaphæresis.	Anomalia φαινομένη à limite tarditatis.

Ratio AB ad AD constituitur, ut sinus totus ad sinum partium IV, LVI cum triente, quanta deprehenditur maxima prosthaphæresis ἐν συνοδικοῖς καὶ πανσεληνοῖς ex observatis.

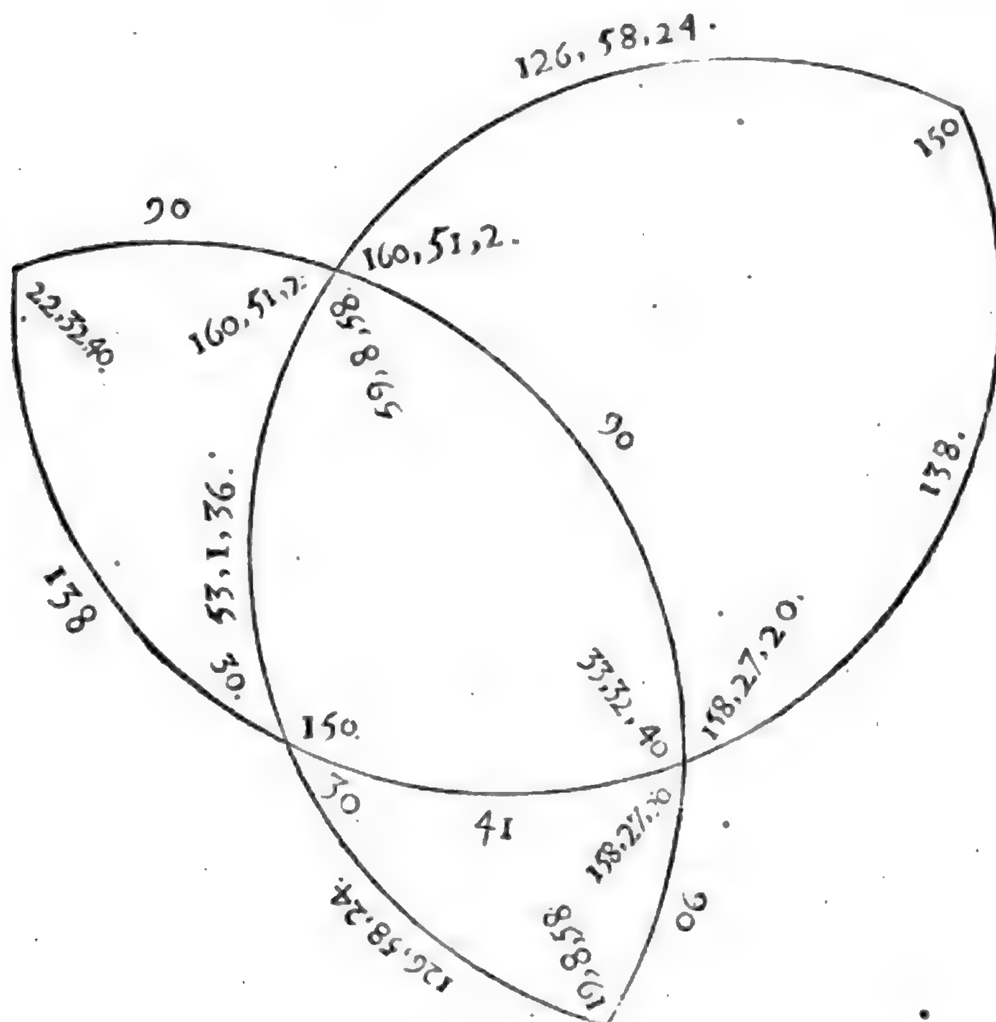
I. TRIPLEVRVM SPHÆRICVM RECTANGVLVM

A
30
41.
23,32,40.
53,1,36.
90.
B
C
19,8,58.

II. IDEM INVERSVM κατ' ἀναπλήρωσιν.

90.
156,27,20.
150
53,1,36.
139
139.
41.
23,32,40.
30
126,58,24.
160,51,2
160,51,2.
53,1,36
90
19,8,58
90
159,58,24.
150
156,27,20.
150
41.

III. IDEM INVERSVM PER ENALLAGEN πλευρογωνικήν.

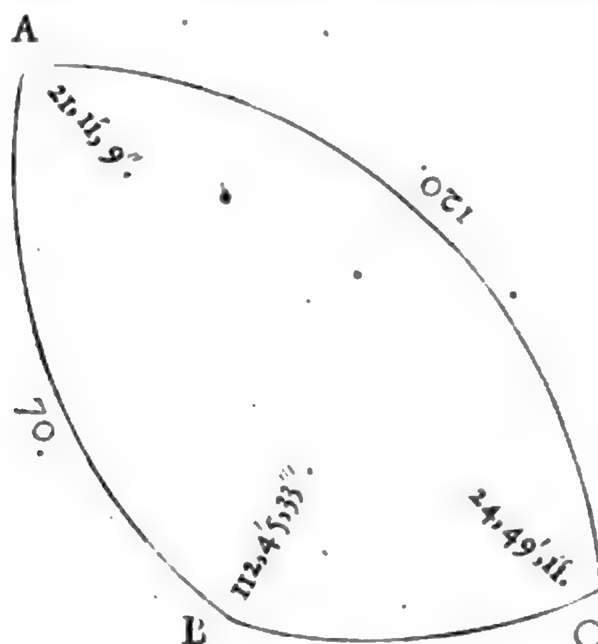


IV. NVMERI CANONICI.

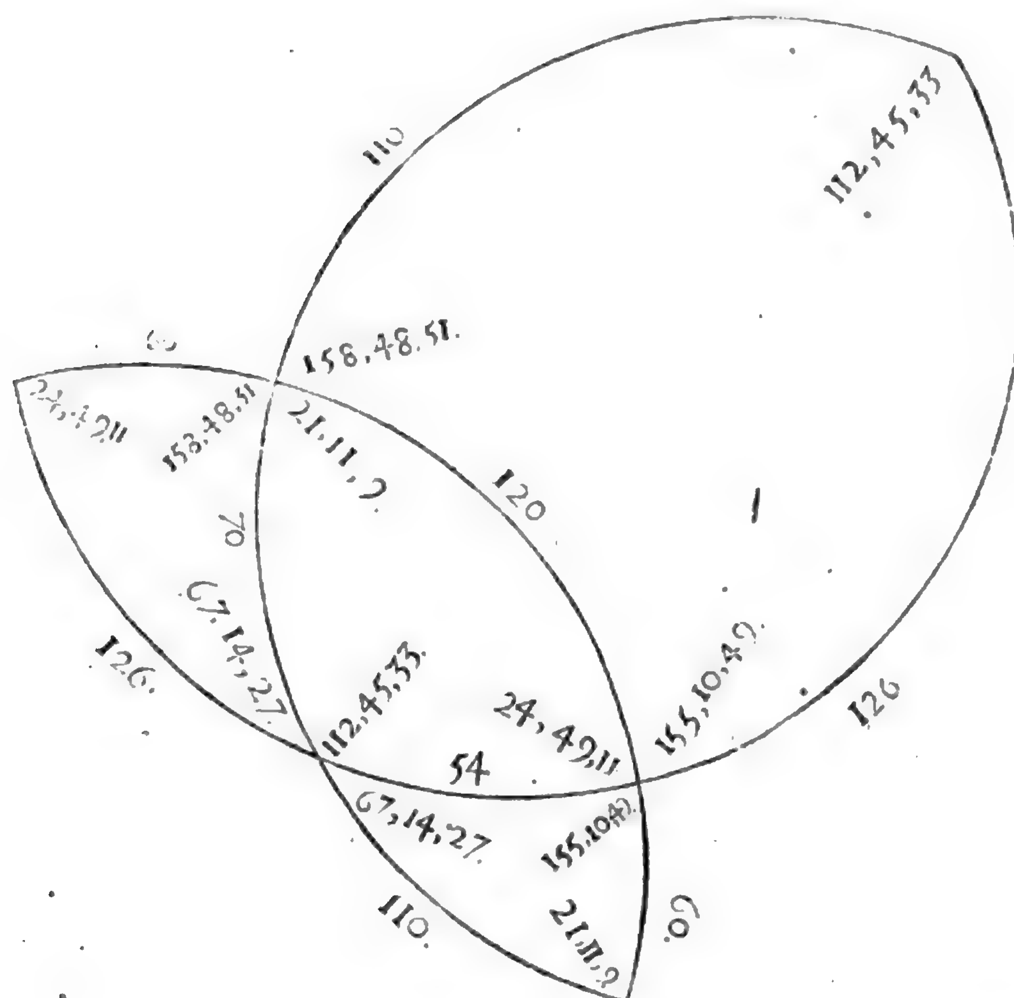
	P. ′ ″	Sinus	Sinus complementi.	Profinus.	Transsinuosa.	Profinus complementi.	Transsinuosa complementi.	P. ′ ″	
C B	XIX. VIII. LVIII.	32,803	94,467	34,725	105,858	287,980	304,850	LXX. LI. II.	
A C	XXIII. XXXII. XL.	39,946	91,675	43,573	109,080	229,499	250,339	LXVI. XXVII. XX.	
A B	XXX.	50,000	86,602	57,735	115,470	173,205	200,000	LX.	
	XXXVI. LVIII. XXIV.	60,145	79,891	75,282	125,170	132,833	166,266	LII. II. XXXVI.	B
A	XLI.	65,606	75,471	86,929	132,501	115,037	152,425	XLIX.	
C	XC.	100,000							
		Sinus complementi.	Sinus	Profinus complementi.	Transsinuosa complementi.	Profinus.	Transsinuosa.		

I. TRI-

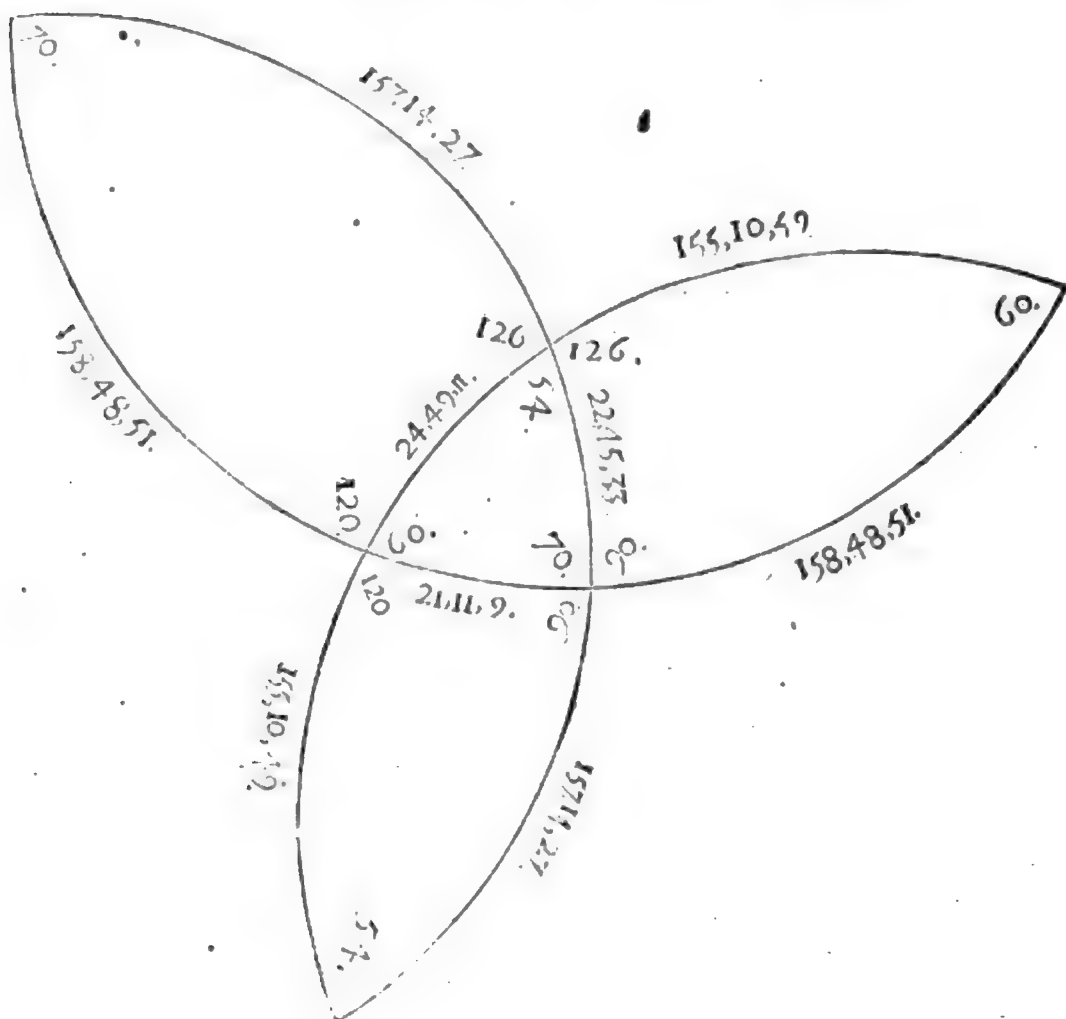
I. TRIPLEVRVM SPHÆRICVM OBLIQVANGVLVM.



II. IDEM INVERSVM κατ' ἀναπλήρωσιν.



III. IDEM INVERSVM PER ENALLAGEN πλευρογωνικήν.

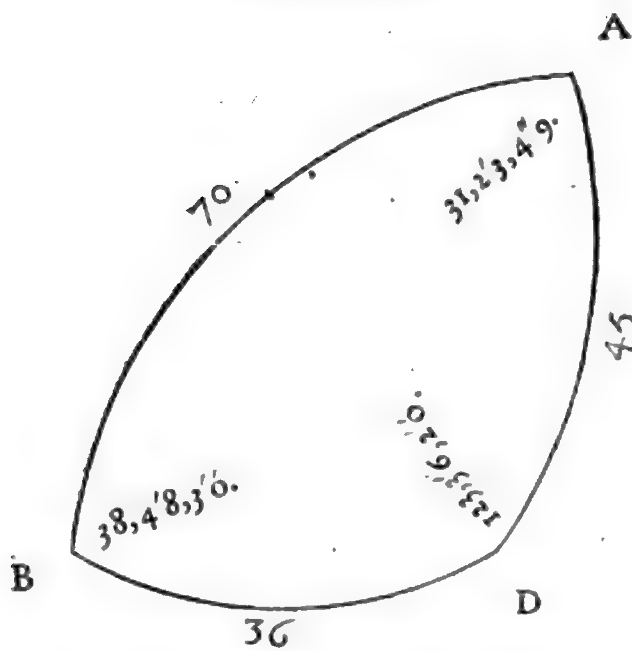


IV. NVMERI CANONICI.

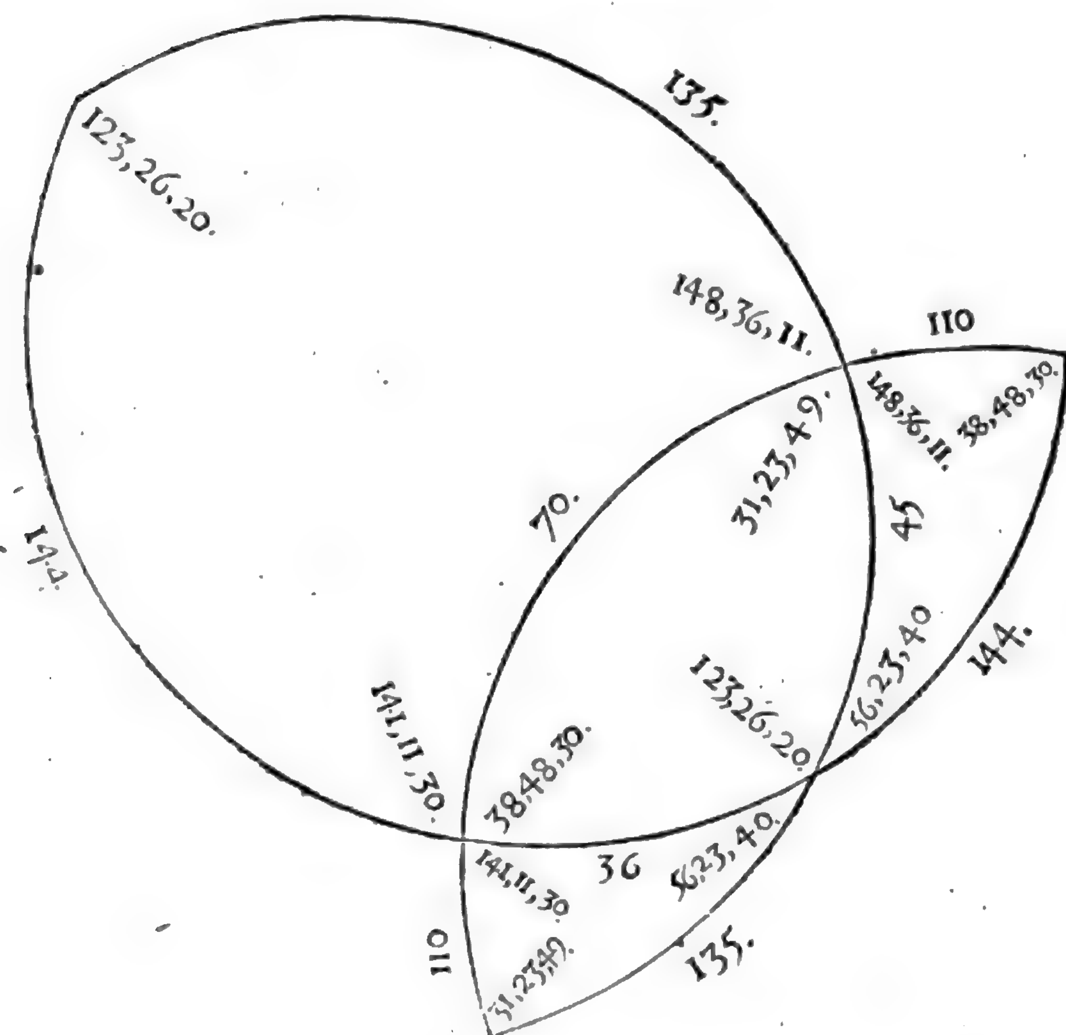
	P. ′ ″	Sinus	Sinus complementi.	Profinus.	Transfinuosa.	Profinus complementi.	Transfinuosa complementi.	P. ′ ″	
	XX.	34,202	93,969	36,397	106,418	274,748	292,379	LXX.	AB
A	XXI. XI. IX.	36,139	93,241	38,758	107,247	258,006	276,707	LXVIII. XLVIII. LI.	
B	XXII. XLV. XXXIII.	38,686	92,214	41,952	108,443	238,337	258,493	LXVII. XIV. XXVII.	
D	XXIV. XLIX. XI.	41,977	90,763	46,248	110,177	216,223	238,229	LXV. X. XLIX.	
	XXX.	50,000	86,602	57,735	115,470	173,205	200,000	LX.	AD
	XXXVI.	58,779	80,902	72,654	123,607	137,638	170,130	LIV.	BD
		Sinus cõplementi.	Sinus	Profinus complementi.	Transfinuosa complementi.	Profinus.	Transfinuosa.		

VI. Ca-

I. ALIVD.

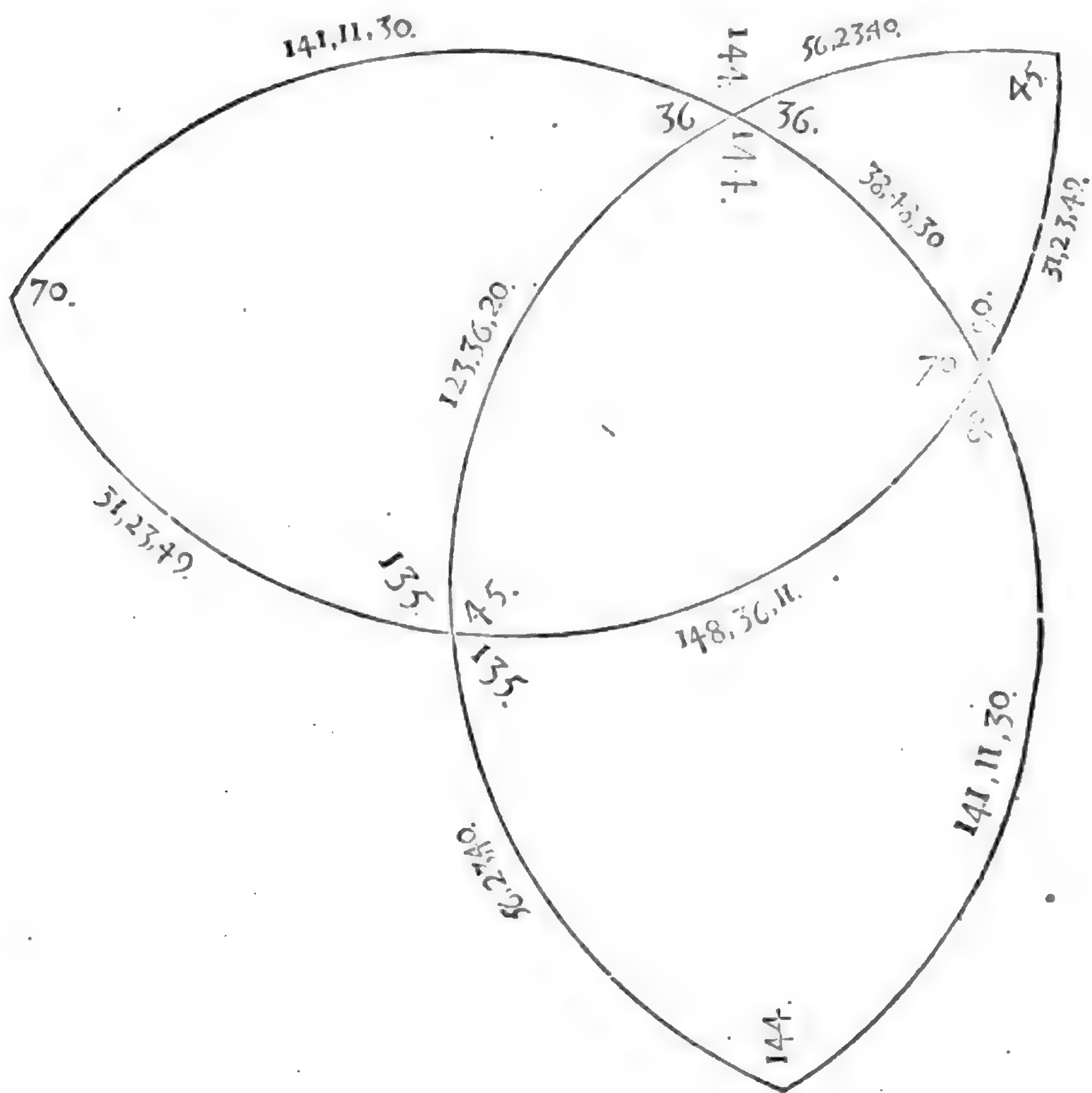


II. IDEM INVERSVM καθ' ἀναπλήρωσιν.



III. IDEM

III. IDEM INVERSVM PER ENALLAGEN πλευρογωνικὴν.



IV. NVMERI CANONICI.

	P. ′ ″	Sinus	Sinus complementi.	Profinus.	Transsinuosa.	Profinus complementi.	Transsinuosa complementi.	P. ′ ″	
	XX.	34,202	93,969	36,397	106,418	274,748	292,379	LXX.	A B
A	XXXI. XXIII. XLIX.	52,097	85,358	61,032	117,153	163,848	191,953	LVIII. XXXV. XI.	
	XXXIII. XXXVI. XX.	55,347	83,287	66,454	120,067	150,480	180,678	LVI. XXIII. XL.	D
B D	XXXVI.	58,779	80,902	72,654	123,607	137,638	170,130	LIIII.	
B	XXXVIII. XLVIII. XXX	62,672	77,923	80,4 0	128,313	124,330	159,554	LI. XI. XXX.	
A D	XLV.	70,711	70,710	100,000	141,421	100,000	141,421	XLV.	
		Sinus complementi.	Sinus	Profinus complementi.	Transsinuosa complementi.	Profinus.	Transsinuosa.		

VI. Ca-

VI.

Canonicæ analogiæ triangulorum sphæricorum in notis.

CAnonicas sphæricorum triangulorum analogias recenseo, ac ne earum mole obruantur studiosi potius quam juventur, eas in notis ad paratiorem usum exhibeo. Notarum autem radiatione designantur laterum vel angulorum complementa.

I.

Canonicæ analogiæ trianguli rectanguli.

AD OPUS PER MULTIPLICATIONEM.

DECADIS PRIMÆ. PENTAS PRIMA. — PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.		Totus.	Profin*.	Profin*.	Sinus.
I	C	AB	A	CB	VI	C	AC	Ƀ	CB
II	C	AB	B	AC	VII	C	CB	Ⱥ	AC
III	C	ȻɃ	ȺȻ	ȺɃ	VIII	C	Ƀ	Ⱥ	ȺɃ
IV	C	ȺȻ	A	Ƀ	IX	C	ȺɃ	CB	Ƀ
V	C	ȻɃ	B	Ⱥ	X	C	ȺɃ	AC	Ⱥ

DECADIS II. PENTAS PRIMA.

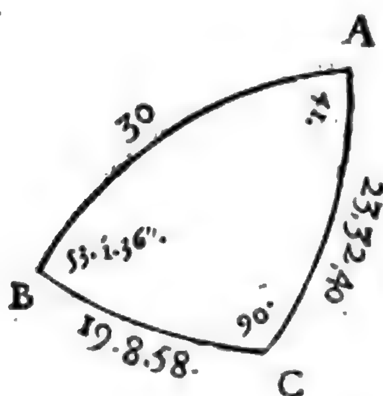
	Totus.	Sinus.	Tráſs*.	Tranſs*.
III	C	ȺȻ	AB	CB
IV	C	A	B	AC
II	C	B	ȺȻ	ȺɃ
V	C	ȻɃ	A	Ƀ
I	C	AB	ȻɃ	Ⱥ

HYPODECADIS PRIMÆ. PENTAS PRIMA. — PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Tranſs*.	Tráſs.*.	Tráſs*.		Totus.	Profin*.	Profin*.	Tráſs*.
I	C	ȺɃ	Ⱥ	ȻɃ	VI	C	ȺȻ	B	ȻɃ
II	C	ȺɃ	Ƀ	ȺȻ	VII	C	ȻɃ	A	ȺȻ
III	C	CB	AC	AB	VIII	C	B	A	AB
IV	C	AC	Ⱥ	B	IX	C	AB	ȻɃ	B
V	C	CB	Ƀ	A	X	C	AB	ȺȻ	A

HYPODECADIS II. PENTAS PRIMA.

	Totus.	Tranſs*.	Sinus.	Sinus.
III	C	AC	ȺɃ	ȻɃ
IV	C	Ⱥ	Ƀ	ȺȻ
II	C	Ƀ	AC	AB
V	C	CB	Ⱥ	B
I	C	ȺɃ	CB	A



DECADIS II. — PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Sinus.	Proſinꝰ.	Proſinꝰ.
VII	C	AC	A	CB
X	C	Ⱥ	AB	AC
IX	C	B'	ȻB'	ȺB'
VI	C	CB	ȺȻ	B'
VIII	C	ȺB'	B	Ⱥ

DECADIS TERTIÆ.

PENTAS PRIMA.

	Totus.	Sinus.	Trãſª.	Tranſª.
V	C	B	A	CB
III	C	ȻB'	AB	AC
I	C	A	ȻB'	ȺB'
II	C	AB	ȺȻ	B
IV	C	ȺȻ	B	Ⱥ

PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Sinus.	Proſinꝰ.	Proſinꝰ.
IX	C	B'	AB	CB
VI	C	CB	B	AC
X	C	Ⱥ	ȺȻ	ȺB'
VIII	C	ȺB'	A	B'
VII	C	AC	ȻB'	Ⱥ

HYPODECADIS II. — PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Trãſª.	Proſinꝰ.	Proſinꝰ.
VII	C	ȺȻ	Ⱥ	ȻB'
X	C	A	ȺB'	ȺȻ
IX	C	B	CB	AB
VI	C	ȻB'	AC	B
VIII	C	AB	B'	A

HYPODECADIS TERTIÆ.

PENTAS PRIMA.

	Totus.	Tranſª.	Sinus.	Sinus.
V	C	B'	Ⱥ	ȻB'
III	C	CB	ȺB'	ȺȻ
I	C	Ⱥ	CB	AB
II	C	ȺB'	AC	B'
IV	C	AC	B'	A

PENTAS SECVNDA.

	Totus.	Trãſ.ª.	Proſinꝰ.	Proſinꝰ.
X	C	B	ȺB'	ȻB'
VI	C	ȻB'	B'	ȺȻ
X	C	A	AC	AB
VIII	C	AB	Ⱥ	B
VII	C	ȺȻ	CB	A

AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Transf.	Sinus.	Totus.	Sinus.		Profin.	Profin.	Totus.	Sinus.		Transf.	Transf.	Totus.	Transf.
I	ȺB'	A	C	CB	VI	ȺЄ	B'	C	CB	III	ȺЄ	ȺB'	C	ЄB'
II	ȺB'	B	C	AC	VII	ЄB'	Ⱥ	C	AC	IV	A	B'	C	ȺЄ
III	AC	ЄB'	C	ȺB'	VIII	B	Ⱥ	C	ȺB'	II	B	AC	C	AB
IV	AC	A	C	B'	IX	AB	CB	C	B'	V	ЄB'	Ⱥ	C	B
V	CB	B	C	Ⱥ	X	AB	AC	C	Ⱥ	I	ȺB'	ЄB'	C	Ⱥ

	Sinus.	Transf.	Totus.	Transf.		Profin.	Profin.	Totus.	Transf.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Sinus.
I	AB	Ⱥ	C	ЄB'	VI	AC	B	C	ЄB'	III	ȺЄ	ȺB'	C	ЄB'
II	AB	B'	C	ȺЄ	VII	CB	A	C	ȺЄ	IV	A	B'	C	ȺЄ
III	ȺЄ	CB	C	AB	VIII	B'	A	C	AB	II	B	AC	C	AB
IV	ȺЄ	Ⱥ	C	B	IX	ȺB'	ЄB'	C	B	V	ЄB'	Ⱥ	C	B
V	ЄB'	B'	C	A	X	ȺB'	ȺЄ	C	A	I	AB	CB	C	A

Aliter, AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Transf.	Sinus.	Totus.	Sinus.		Profin.	Profin.	Totus.	Sinus.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Transf.
I	Ⱥ	AB	C	CB	VI	B	AC	C	CB	III	ȺB'	ȺЄ	C	CB
II	B'	AB	C	AC	VII	A	CB	C	AC	IV	B'	A	C	AC
III	CB	ȺЄ	C	ȺB'	VIII	A	B'	C	ȺB'	II	AC	B	C	ȺB'
IV	Ⱥ	ȺЄ	C	B'	IX	ЄB'	ȺB'	C	B'	V	Ⱥ	ЄB'	C	B'
V	B'	ЄB'	C	Ⱥ	X	ȺЄ	ȺB'	C	Ⱥ	I	CB	AB	C	Ⱥ

	Sinus.	Transf.	Totus.	Transf.		Profin.	Profin.	Totus.	Transf.		Transf.	Transf.	Totus.	Sinus.
I	A	ȺB'	C	ЄB'	VI	B'	ȺЄ	C	ЄB'	III	AB	AC	C	ЄB'
II	B	ȺB'	C	ȺЄ	VII	Ⱥ	ЄB'	C	ȺЄ	IV	B	Ⱥ	C	ȺЄ
III	ЄB'	AC	C	AB	VIII	Ⱥ	B	C	AB	II	ȺЄ	B'	C	AB
IV	A	AC	C	B	IX	CB	AB	C	B	V	A	CB	C	B
V	B	CB	C	A	X	AC	AB	C	A	I	ЄB'	ȺB'	C	A

AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Transſª.	Profinꝰ.	Totus.	Profinꝰ.		Transſª.	Trāſª.	Totus.	Transſª.		Transſª.	Profinꝰ.	Totus.	Profinꝰ.
VII	AC	Ⱥ	C	Є.B'	V	B'	A	C	CB	IX	B	AB	C	CB
X	Ⱥ	Ⱥ.B'	C	Ⱥ.Є	III	CB	AB	C	AC	VI	Є.B'	B	C	AC
IX	B'	CB	C	AB	I	Ⱥ	Є.B'	C	Ⱥ.B'	X	A	Ⱥ.Є	C	Ⱥ.B'
VI	CB	AC	C	B	II	Ⱥ.B'	Ⱥ.Є	C	B'	VIII	AB	A	C	B'
VIII	Ⱥ.B'	B'	C	A	IV	AC	B	C	Ⱥ	VII	Ⱥ.Є	Є.B'	C	Ⱥ

	Sinus.	Profinus.	Totus.	Profinꝰ.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Sinus.		Sinus.	Profinꝰ.	Totus.	Profinꝰ.
VII	AC	Ⱥ	C	Є.B'	V	B	Ⱥ	C	Є.B'	IX	B'	Ⱥ.B'	C	Є.B'
X	Ⱥ	Ⱥ.B'	C	Ⱥ.Є	III	Є.B'	Ⱥ.B'	C	Ⱥ.Є	VI	CB	B'	C	Ⱥ.Є
IX	B'	CB	C	AB	I	A	CB	C	AB	X	Ⱥ	AC	C	AB
VI	CB	AC	C	B	II	AB	A.Є	C	B	VIII	Ⱥ.B'	Ⱥ	C	B
VIII	Ⱥ.B'	B'	C	A	IV	Ⱥ.Є	B'	C	A	VII	AC	CB	C	A

Aliter, AD OPUS PER DIVISIONEM.

	Profinus.	Sinus.	Totus.	Profinꝰ.		Sinus.	Sinus.	Totus.	Transſª.		Profinus.	Sinus.	Totus.	Profinꝰ.
VII	Ⱥ	AC	C	CB	V	Ⱥ	B	C	CB	IX	Ⱥ.B'	B'	C	CB
X	Ⱥ.B'	Ⱥ	C	AC	III	Ⱥ.B'	Є.B'	C	AC	VI	B'	CB	C	AC
IX	CB	B'	C	Ⱥ.B'	I	CB	A	C	Ⱥ.B'	X	AC	Ⱥ	C	Ⱥ.B'
VI	AC	CB	C	B'	II	AC	AB	C	B'	VIII	Ⱥ	Ⱥ.B'	C	B'
VIII	B'	Ⱥ.B'	C	Ⱥ	IV	B'	Ⱥ.Є	C	Ⱥ	VII	CB	AC	C	Ⱥ

	Profinꝰ.	Trāſª.	Totus.	Profinꝰ.		Trāſª.	Transſª.	Totus.	Sinus.		Profinꝰ.	Trāſ.ª	Totus.	Profinꝰ.
VII	A	Ⱥ.Є	C	Є.B'	V	A	B'	C	Є.B'	IX	AB	B	C	Є.B'
X	AB	A	C	Ⱥ.Є	III	AB	CB	C	Ⱥ.Є	VI	B	Є.B'	C	Ⱥ.Є
IX	Є.B'	B	C	AB	I	Є.B'	Ⱥ	C	AB	X	Ⱥ.Є	A	C	AB
VI	Ⱥ.Є	Є.B'	C	B	II	Ⱥ.Є	Ⱥ.B'	C	B	VIII	A	AB	C	B
VIII	B	AB	C	A	IV	B	AC	C	A	VII	Є.B'	Ⱥ.Є	C	A

II. Ca

II.

Canonica analogia sphærici trianguli obliquanguli.

Vt ex lateribus, anguli.

	Sinus Sinum.	Totus. Sinus. Sinum. Sinum.	Totus.	Sinus.
I	AD in AB	C in BD =+− AD in AB	C	A
II	AB in BD	C in AD =+− AB in BD	C	B
III	BD in AD	C in AB =+− BD in AD	C	D

Vt ex angulis latera.

IV	B in D	C in A =+− B in D	C	BD
V	D in A	C in B =+− D in A	C	AD
VI	A in B	C in D =+− A in B	C	AB

Vt ex cruribus & angulo verticis, anguli ad basin.

	Sinus. Transsinuosá.	Totus. Sinus. Profinum. Profinum.	Totus.	Profinus.
I	A in AD	C in AB =+− A in AD	C	D
II	A in AB	C in AD =+− A in AB	C	B
III	B in AB	C in BD =+− B in AB	C	A
IV	B in BD	C in AB =+− B in BD	C	D
V	D in BD	C in AD =+− D in BD	C	B
VI	D in AD	C in BD =+− D in AD	C	A

Vt ex angulis ad basin & base, crura.

	Sinus. Transsinuosa.	Totus. Sinus. Prosinum. Prosinum.	Totus.	Prosinus.
VII	B D in B	C in D = B D in B	C	A B
VIII	B D in D	C in B = B D in D	C	A D
IX	A D in D	C in A = A D in D	C	B D
X	A D in A	C in D = A D in A	C	A B
XI	A B in A	C in B = A B in A	C	A D
XII	A B in B	C in A = A B in B	C	B D

Vt ex cruribus & angulo verticis, basis.

	Transsin. Transsin.	Totus. Prosinus. Sinum. Prosinum.	Totus.	Sinus.
I	A B in A D	C in A = A B in A D	C	B D
II	B D in A B	C in B = B D in A B	C	A D
III	A D in B D	C in D = A D in B D	C	A B

Vt ex angulis ad basin & base, angulus verticis.

IV	D in B	C in B D = D in B	C	A
V	A in D	C in A D = A in D	C	B
VI	B in A	C in A B = B in A	C	D

Vt ex angulis ad basin & crure, crus alterum.

Vel ex cruribus & vno angulorum ad basin, angulus alter ad basin.

Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.	Sinus.
A	BD	B	AD	D	AB

CA-

CAPVT XX.

Annus Gregorianus. Decem dies exemptiles. Sedes Æquinoctij verni. Επακταὶ ἡμέραι.

ANnum quo utimur, ad cursum Solis feliciſſimè direxiſſe mihi videtur Gregorius decimus tertius. Annum definiverat Julius Cæſar dierum $365\frac{1}{4}$: itaque edixerat, ut peracto quadriennii Ægyptiaci circuitu, qui dierum eſt quater 365, dies unus intercalaretur. quod quidem Biſſextum vocarunt. Faſtos correxit Gregorius, & conſtituit annum dierum $365\frac{97}{400}$. Itaque quoniam quadringenti anni Gregoriani à totidem Iulianis deficiunt triduo, vetuit Gregorius ne in quadringentorum annorum circuitu, alioqui juxta Cæſaris edictum peragendo, centeſimus annus, ducenteſimus, ac trecenteſimus diem adſciſceret intercalarem. Sanè Tropicus annus, quem ex anno Thebitij vel Copernici ſidereo & Æquinoctiorum præceſſione componit Reinholdus, dierum eſt $365\frac{242,544}{1000,000}$, aliter dierum 365, horarum 5, ſcrupulorum primorum 49, ſecundorum 16. At $\frac{97}{400}$ diei, ſunt $\frac{2,425}{10,000}$, ſeu horæ 5, ſcrupula prima 49, ſecunda 12. Peritiorum igitur in arte calculo conſentit adprimè calculus Gregorianus. Turbanda verò nimium non fuit ſolita Biſſextorum œconomia, utpote ſi perimendum fuiſſet primo Tetracoſieteridis triente Biſſextum primum, ſecundo ſecundum, ac tertio denique tertium. Itaque ſcrupuloſæ magis quam utili pſephophoriæ elegans ac expedita, & ad vulgi ſenſum per annorum centurias accommodata, inſenſili errore antepoſita eſt.

Die dominico poſt decimam quartam Lunam primi menſis, celebrandum eſſe Paſcha, ſanxerunt patres Niceni, circa annum Chriſti 326. Quo ſeculo vigeſimus primus dies Martij ſedes erat Æquinoctij verni. Primam autem Lunam vocabant primum diem ab antecedente ſynodo, ſeu φάσιν, Neomeniamve Politicam. Itaque epochas Neomeniarum primi menſis ita concluſerunt, ut limes citimæ, dies eſſet Martij octavus; remotiſſimæ, dies Aprilis quintus. Si itaque in octavum diem Martij cadebat Neomenia, primaue Luna ſeu φάσις, die Dominico qui 21 diem Martij proximè ſequebatur, Paſcha celebrabant; & ſi cadebat in quintum Aprilis, Dominico qui proximè ſequebatur decimum octavum Aprilis. Eodem ſervato in ſitibus intermediis, præcepto. At noſtro ſæculo ante adhibitam correctionem non jam vigeſimo primo die Martij, ſed undecimo menſis ejuſdem adparebat Sol vernus Æquinoctialis. Intervallo enim temporis elapſi à Nicenâ ſynodo ad initium Tetracoſieteridis Gregorianæ, defecerant anni Juliani à Tropicis, per dies decem. Ne itaque Decreta de termino Paſchali forent immutanda, ac ritus & ordo ordinandi ſolennia, cui jam adſueverat Romana Eccleſia, juſſit Gregorius ab anno Chriſti 1582 eximi decem dies, ut Æquinoctium vernum in ſuam priſtinam ſedem, id eſt, vigeſimum primum diem Martij piâ patrum Nicenorum memoriâ, reſtitueret. Quidam autem cenſuerunt id factum male, quoniam non ideo vigeſimus primus dies Martij conſtans erit Æquinoctij Epocha. Itaque magis erat ut Æquinoctij medij ſedes præfigeretur, non veri. Ego verò an, & quæ ſit differentia medij Æquinoctij & veri, hactenus non didici. Nullam

Iam agnovere Ariſtarchus Samius, Hipparchus, Eratoſthenes, ac Ptolemæus. Probabili ſanè conjectura à Phyſicis motuum legibus ductâ, incrementum ac decrementum obliquitatis ſphæræ, & ſecundùm illud anomaliam anni Tropici, arguit Copernicus. At eam conjecturam pro veritate non accepero. Decrevit ajunt obliquitas Sphæræ ab Hipparcho & Ptolemæo adnotata, decrevit annus Tropicus, quem iidem obſervarunt. Eſto. Ecquis donec incrementum perceperit de anomaliæ periodo ratiocinabitur ſecurè? Hactenus incrementum percepit nemo. Sed & quod deprehenditur decrementum tam exiguum eſt, ut τηρήσεως fallaciæ tam æquè cauſa phænomeni adſignanda ſit, quàm motui alicujus novæ jam inducendæ ſphæræ.

Annus Lunæ ad annum Solis dirigitur per ἐπακτὰς ἡμέρας. Etenim menſis Lunæ politicus, æſtimatur dierum 30 & 29, ſerie alternâ. Itaque annus Lunaris, qui talium menſium conſtituitur duodecim, eſt dierum 354. Ergo ἡμέραι ἕνδεκα ſunt ἐπαγόμεναι anno Lunæ, ut is Solari adæquetur. Quanquam enim ab Aſtronomis ſynodicus menſis Lunæ taxetur dierum 29 $\frac{530,592}{1000,000}$, atque adeo annus Lunaris conſtet 354 $\frac{367,105}{1000,000}$, æqualis videlicet ſeu medius, quandoquidem calculi adparentiarum moleſtiam non ſubit vulgaris computator, politicus tamen iſte calculus in Aſtronomicum tandem recidit. Annis enim 19 Julianis debentur dies 6,939 $\frac{1}{4}$, & annis 19 Tropicis ſeu Gregorianis dies 6,939 $\frac{343}{400}$. Menſes verò ſynodici 235 explentur diebus 6,939 $\frac{689,197}{1000,000}$, id eſt 6,939 $\frac{5\frac{1}{2}}{7\frac{1}{2}}$ ἔγγιστα. At inter $\frac{5\frac{1}{2}}{7\frac{1}{2}}$ & $\frac{1}{4}$ vel $\frac{343}{400}$ pauxilla differentia eſt. Ergo errorem, qui ex Biſſextilium annorum cum Ægyptiacis ſeu communibus commixtione irrepit, emendat tandem Enneadecaeteris, ac ſuâ quâque periodo eandem fere ætatem Lunæ reſtituit. Ποσταῖα igitur ſit Luna ad conſtitutum anni diem an decima quarta, an junior, ſeniorve; cyclus Epactarum ex data radice arguit ἀπταίστως, per totam Enneadecaeteridis ſive Julianæ ſive Gregorianæ periodum, ut pote

Sit anno Chriſti 1598. Dies Marti vigeſimus primus decima quarta Luna, idem igitur ſtatus Æquinoctij dies erit anno 1599 vigeſima quinta Luna. Anno 1600 ſexta. Anno 1601 decima ſeptima, & eo continuò donec ſingulares anni Enneadecaeteridis expleantur, per vndenarium numerum progreſſu, abjecto tricenario, cum ad eum adſcenditur, numero, id eſt, menſe politico pleno.

Addit tamen ætati Lunæ Enneadecaeteris Juliana $\frac{40,803}{1000,000}$ diei unius, id eſt $\frac{6}{148}$ ἔγγιστα. Quo ſpaciolo ſuas Epochas Novilunia in antecedentia promovebunt. Contra adimit Enneadecaeteris Gregoriana $\frac{81,697}{1000,000}$ diei vnius, id eſt $\frac{3}{37}$ ἔγγιστα. Quo ſpaciolo ſuas Epochas Novilunia in conſequentia promovebunt. Quanquam verò illa Lunæ προέμπτωσις, vel hæc μετέμπτωσις, in una vel altera Enneadecaeteride neglecta, errorem non inducit ſenſilem, ejus tamen παραλλάξεως habenda tandem aliqua ratio eſt. Annis enim 2812 Julianis, quæ ſunt Enneadecaeterides 148, προέμπτωσις numerabitur dierum novem. Itaque poſt exactos annos 304 Julianos, erunt ſyzygiæ die uno citiores. Contra annis totidem 2812 Gregorianis, μετέμπτωσις numerabitur dierum duodecim, vel in annis 703, quæ ſunt Enneadecaeterides 37, tridui. Itaque poſt exactos annos 228 Gregorianos, erunt ſyzygiæ die vno tardiores.

Non igitur abs re ſublatus eſt de Kalendario aureus, qui fallax eſt ad arguen-

arguendum Neomenias, nisi suo situ sæpe moveatur numerus, & accersitus in ejus locum Epactarum cyclus, quarum characteres tam constanter suas sedes retinent, quàm ipsi dierum quibus adscribuntur, numeri.

Omnis in iis ordinandis & adæquandis labor. Neque enim paucæ in Lilianum πασχαλίων ψῆφον irrepserunt mendæ. Sed de iis tollendis ad Ecclesiasticos referam commodiore loco, ac ipsis detegam periodum, quæ summo ipsorum adplausu mirum Solis & Lunæ consensum prodat εἰς ἱερὰ νουμήνια. Sed

Eheu, quis unctum chrismate mystico
Necare regem, sacrilegâ manu,
Ausus cucullatus sodalis
In numerum colitur Deorum!
Pij haud vacillent, ECCE MALVS BONIS.
Tremant procaces, ECCE BONVS MALIS
Non compater nomen sodali
Omen at imposuit nefando.

FINIS



Hhh FRAN-

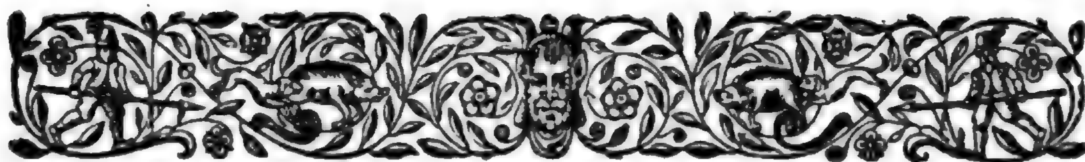
FRANCISCI VIETÆ

MVNIMEN

ADVERSVS NOVA CYCLOMETRICA,

Seu,

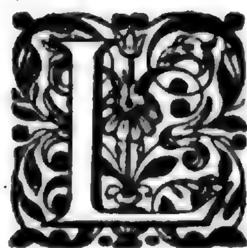
ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΥΣ.



FRANCISCI VIETÆ MVNIMEN ADVERSVS NOVA CYCLOMETRICA,

Seu,

ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΥΣ.



USERVNT illi operam inſeliciter, qui ſuis, quas Securiclas vocant, figuris conati ſunt circulum triginta ſex ſegmentis hexagoni adæquare. Quid enim certi ex magnitudinibus plane incertis poterant reſolvendo conſequi? Æqualia æqualibus addant vel ſubtrahant, per æqualia dividant aut multiplicent, invertant, permutent, ac denique per quoſcunque proportionum gradus deprimant, vel attollant, hilum ſua Zeteſi non proficient. ſed in vicium, quod Logici appellant *αἴτημα τοῦ αἰτήματος*, Diophantæi *ἀνισότητα*, incident, aut demum falſo ſeipſos deludent calculo, ut præſenſiſſent, ſi qua lux eis adfulſiſſet veræ analyticæ doctrinæ. Sunt autem imbelles, qui *μονοςόμους* iſtas bipennes reformidant, & jam ab iis ſauciatum deflent Archimedem. Sed vivit Archimedes. Neque enim eum offendunt *ψευδογραφήματα περὶ τὸ ἀληθὲς, ψευδοψηφοφορίαι*, Anapodixes, verba magnifica. Quo tamen undique ſint tutiores,

Nubigeros clypeos, intactaque cædibus arma,

ſed *δυσαπελέκητα*, quibus primum ſeſe muniant, profero, ſubminiſtraturus *πολεμικά*, ſi forte hoſtium ferocior audacia eſt.

PROPOSITIO I.

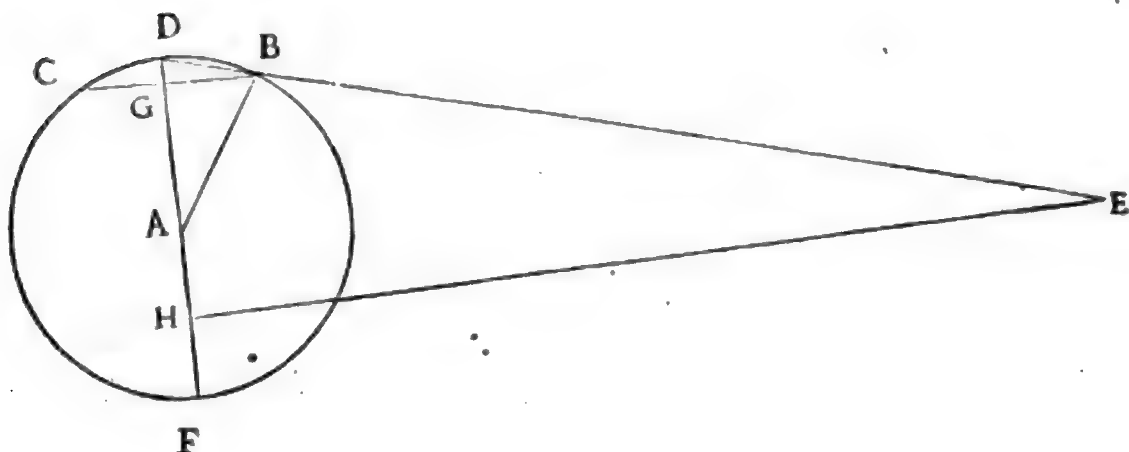
AMBITVS dodecagoni circulo inſcripti, minorem habet rationem ad diametrum, tripla ſequioctava.

Centro A intervallo quocunque A B deſcribatur circulus B C D, in quo ſumatur B C circumferentia hexagoni, quæ ſecetur bifariam in D, & ſubtendatur D B. Eſt igitur D B latus dodecagoni, quo duodecuplato in E, erit D E æqualis ambitui dodecagoni circulo B D C inſcripti. Agatur autem diameter D F. Dico D E ad D F, rationem habere minorem tripla ſeſquioctava.

Jungantur enim B C, B A, ipſamque B C diameter D F ſecet in G. Ergo bifariam & ad angulos rectos ſecabit. Triangulo autem D B G conſtruatur ſimile triangulum D E H.

Quoniam recta B C ſubtenditur circumferentiæ hexagoni, ideo B A ſeu D A ipſi B C eſt æqualis. Quare conſtituta A C ſeu B C partium octo, ſit B G earundem quatuor. Quadratum vero abs A G eſt 48, & ideo A G ſit major $6\frac{12}{13}$. Ipſa autem D G minor $1\frac{1}{13}$. Et cum conſtituta ſit D E duodecupla ipſius D B, erit quoque E H duodecupla

ipsius B G, & D H duodecupla ipsius D G. Quare erit E H earundem partium 48. D H vero minor 13. Immo minor $12\frac{12}{13}$. Quadratum autem à latere 48, est 2304; abs 13 ve-



ro, 169. Quæ duo quadrata conficiunt 2473, non etiam 2500, quadratum à latere 50. Quare recta D E, cujus quadratum æquale est quadratis E H, D H, minor est 50. At vero ratio 50 ad 16, est tripla sesquioctava accurate. Ratio igitur D E ad D F, minor est tripla sesquioctava. Quod erat ostendendum.

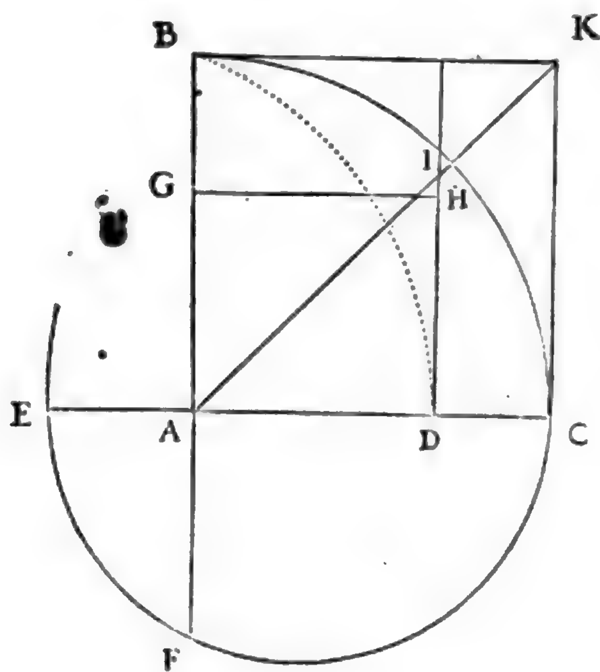
Omnino Arithmetica tam scientia est quam Geometria. Magnitudines rationales rationalibus numeris, irrationales irrationalibus commode designantur. Qui per numeros magnitudines metitur, si suo calculo alias is deprehendit, quam re ipsa sint, non arti sed artificis culpa est.

Immo vero, ait Proclus, est ἀριθμητικὴ ἀκριβεστέρα γεωμετρίας. *Accurate supputanti constituta diametro partis unius, ambitus dodecagoni inscripti fit latus binomia* $72 - \sqrt{3888}$. *Qui contra pronunciaverit, errat vel in mensuris Geometra, vel in numeris Epilogista.*

Ambitus autem circuli ad diametrum majorem esse tripla sesquioctava, sicuti minorem tripla sesquiseptima non dubitavit hactenus Mathematicorum schola. Id enim vere demonstravit Archimedes. Non igitur è falso Epilogismo inducendum fuit ἀτόπημα ὀφθαλμοφανές. *Lineam rectam esse circulari iisdem terminis contenta majorem, contrarium sumente Archimede* ἐκ τῆς κοινῆς ἐννοίας, *& ipsum etiam demonstrante Eutocio, ac generaliter definiente* πασῶν τῶν ταὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

PROPOSITIO II.

Semidiametri circuli à quadrataria divisæ pars à centro ad quadratariam, major est media proportionali inter semidiametrum & duas quintas semidiametri.



Sit quadrans circuli A B C, quadrataria B D; sumatur A E æqualis duabus quintis semidiametri A B vel A C; media vero proportionalis inter A E, A C, sit A F. Dico A D majorem esse quam A F.

Ex iis enim, quæ de quadrataria à Pappo demonstrata sunt, semidiameter A B seu A C, me-

A C, media est proportionalis inter circumferentiam B C & A D. Sit A B partium 7. Circumferentia B C, quæ quadrans est perimetri, erit minor 11. Nam diametro existente 14, perimeter minor est 44. Sit autem A B 35. Circumferentia B C minor erit 55. Quod vero fit sub A D, B C, æquale est quadrato ex A B. Quare erit A D major $22\frac{3}{11}$. Qualium autem A B, id est A C, valet 35, talium est A E 14; A F vero minor $22\frac{3}{11}$. Erit igitur A D major quam A F. Quod erat ostendendum.

Itaque si ex diametro A B *abscindatur recta* A G *ipsi* A F *æqualis, & compleatur parallelogrammum* G H D A, *ipsum erit* ἑτερόμηκες, *non quadratum. Et cum complebitur quadratum* B C, *acta diagonia* B K *non transibit per* H, *sed per aliquod* I *punctum remotius à* D *puncto. Quod ad vitandum Pseudographema præstabat adnotasse.*

PROPOSITIO III.

Quadratum ab ambitu circuli, minus est decuplo quadrati à diametro.

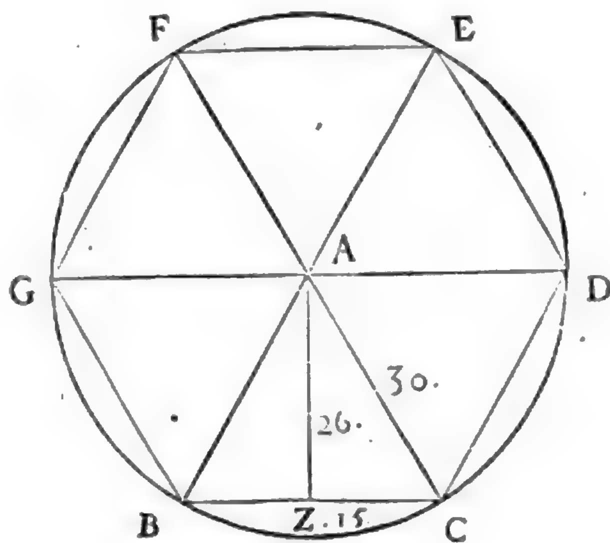
Sit enim diameter 7. Diametri quadratum erit 49. Ipsius vero decuplum 490. At ambitus circuli minor erit 22, & proinde quadratum ab ambitu minus 484.

Fuit autem hæc Arabum in quadrando circulo jamdiu explosa sententia, Quadratum ab ambitu circuli esse decuplum quadrati à diametro. *Neque vero ferendus est, qui adversus demonstrantem Archimedem* ἀντιφατικῶς *Anapodicta proposuerit.*

PROPOSITIO IV.

Circulus ad hexagonum ei inscriptum rationem habet majorem, quam sex ad quinque.

Circulo, cujus A centrum, inscribatur hexagonum B C D E F G. Dico circulum cujus A centrum ad hexagonum BCDEFG rationem habere majorem, quam sex ad quinque. Iunctis enim A B, A C, B C, cadat in B C perpendicularis A Z.



Quoniam igitur in triangulo A B C crura A B, A C æqualia sunt, basis secta est bifariam in Z & sunt æquales B Z Z C. Triangulum autem æquilaterum est A B C. Crura enim ambo sunt semidiametri. Sed & basis, cum sit latus hexagoni, semidiametro est æqualis. Constituta igitur semidiametro B A seu A C 30, fit B Z seu Z C 15, A Z vero fit minor 26, cujus quadratum est 676. Differentia vero quadratorum A B, B Z est duntaxat 675. Quod fit porro sub B Z, A Z rectangulum, triangulo B A C est æquale. Ducatur itaque 15 in 26, fiunt 390. Qualium igitur quadratum A B erit 900, talium triangulum A B C erit minus 390, vel (omnibus divisis per 30) existente quadrato A B 30, triangulum A B C erit minus 13. Iungantur A D, A E, A F, A G. Constat igitur hexagonum B C D E F G triangulis sex æqualibus ipsi B A C. Quare qualium quadratum A B erit 30, talium hexagonum erit minus 78. Vel qualium quadratum A B erit quinque, talium hexagonum erit minus partibus tredecim.

At vero, eſt ut perimeter circuli ad diametrum, ita quod fit ſub perimetro circuli & quadrante diametri ad id quod fit ſub diametro & quadrante diametri. Sed id quod fit ſub perimetro circuli & quadrante diametri, eſt æquale circulo. Quod autem fit ſub diametro & quadrante diametri, ipſum eſt quadratum à ſemidiametro. Ergo eſt ut perimeter ad diametrum, ita circulus ad quadratum è ſemidiametro. Qualium autem diameter eſt 1, talium perimeter major eſt $3\frac{10}{71}$, & tanto manifeſtius major $3\frac{10}{80}$ ſeu $3\frac{1}{8}$. Qualium igitur quadratum ſemidiametri A B erit quinque, ut ante, talium circulus erit major $15\frac{5}{8}$. Hexagonum autem in iiſdem partibus fuit minus 13. Quare circulus ad hexagonum ei inſcriptum majorem habebit rationem quam $15\frac{5}{8}$ ad 13, id eſt, quam 125 ad 104, ſeu 6 ad $4\frac{124}{125}$, & tanto evidentius majorem, quam ſex ad quinque. Quod erat oſtendendum.

Non igitur κατὰ τὸ πρᾶγμα circulum quadrant, qui eum hexagono & quinta parti hexagoni ſtatuunt æqualem, cum ſit major ſecundum limites ab Archimede ἐκ τῶν ἰδίων ἀρχῶν præſtitutos. Scholæ autem noſtræ Platonicæ ſunt, ô profeſſores candidi. Quare ne principiis Geometricis obluctamini. Et vero ut circulum truncarunt πλεκτικοὶ, ſic in damni accepti compenſationem caudæ ſuæ hirundinum acutiorem verſus partem jam decurtentor.

PROPOSITIO V.

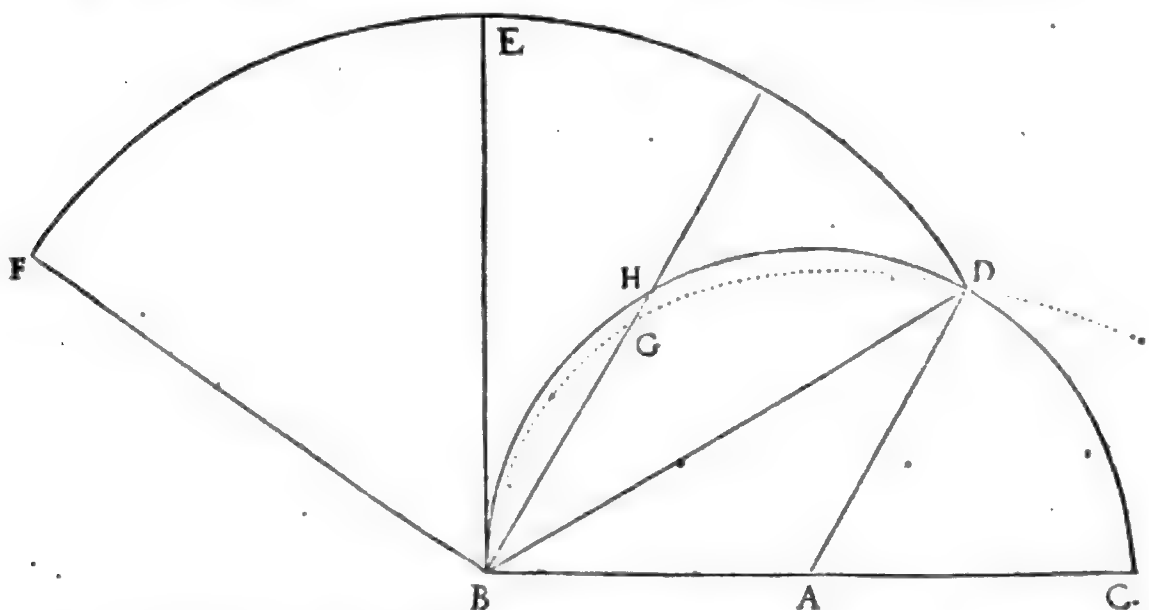
Triginta ſex hexagoni ſegmenta majora ſunt circulo.

Quoniam enim circulus ad hexagonum ei inſcriptum majorem habet rationem, quam ſex ad quinque, ſeu as ad dextantem, ideo differentia inter circulum & hexagonum erit major ſextante circuli. Sed differt circulus ab hexagono per ſex ſegmenta hexagoni. Sex igitur ſegmenta hexagoni ſuperant ſextantem circuli, atque adeo triginta ſex ſegmenta erunt aſſe circulove majora. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO VI.

Omne ſegmentum circuli majus eſt ſextante ſectoris ſimilis, ſimiliterque deſcripti in eo circulo, cujus ſemidiameter baſi ſegmenti propoſiti eſt æqualis.

In deſcripto ſub A centro, circulo B D C, ſubtendatur quævis circumferentia BD; tangat autem circulum recta B E, & centro B intervallo B D deſcribatur circulus alter DEF.



Circumferentia igitur E D ſimilis erit ſemiſſi circumferentiæ B D. Itaque ſumatur D F circumferentia ipſius DE dupla, & jungantur BF, AD. Similes igitur erunt ſectores BAD, FBD. Dico ſegmentum circuli B D C contentum recta B D & circumferentia, cui ea ſubtenditur, eſſe majus ſextante ſectoris F B D.

Deſcri-

Describatur enim linea spiralis, cujus principium B, transitus per D, existente BD tanta parte principii conversionis BEZ, quanta pars est angulus E B D quatuor rectorum. Sectoris igitur E B D tertia pars est spatium contentum recta B D & spirali. Id enim post Archimedem Pappus demonstravit propositione XXII. libri IV. Mathematicarum collectionum. Sectoris vero FBD spacium idem erit pars consequenter sextupla. duplus enim constructus est sector F B D ad sectorem EBD. Neque vero spiralis concurret cum circulari. Id enim esset absurdum. Sed neque spiralis in progressu egredietur circulum priusquam ad D punctum pervenerit. Secetur enim angulus E B D utcunque à recta B G H, intercipiente spiralem in G, circumferentiam in H. Recta igitur BD ad rectam BG erit, ut angulus EBD ad angulum EBG; id est, ut circumferentia BD ad circumferentiam BH, ex conditionibus helicῶn. At major est ratio circumferentiæ BD ad circumferentiam BH, quam subtensæ BD ad subtensam BH. Majores enim circumferentiæ ad minores majorem habent rationem, quam rectæ ad rectas, quæ iisdem circumferentiis subtenduntur. Quare recta BH rectam BG excedet. Idemque in quibuslibet rectis, angulum EBD secantibus, accidet. Itaque transibit spiralis sub circumferentia B D, & aliquod spacium inter se & circumferentiam relinquet. Quo quidem spacio segmentum circuli contentum recta B D & circumferentia, excedit spacium, quod ab eadem recta & spirali comprehenditur, & sextanti sectoris F B D ostensum est æquale. Segmentum igitur illud erit majus sextante sectoris F B D. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Atque hinc quoque manifestum est, triginta sex segmenta hexagoni esse circulo majora.

Quando enim eveniet B D esse segmentum hexagoni, sectores F B D, B A D erunt æquales, quoniam suorum circulorum semidiametri B D, A D erunt æquales. Sex igitur segmenta hexagoni erunt sectore B A D majora, atque adeo triginta sex segmenta majora sex sectoribus, id est, toto circulo.

Potuit non minus generale Theorema, per parabolas, aut potius ea, quibus parabola quadrantur, Geometrica media demonstrandum ita proponi, Omne segmentum circuli majus est sesquitertio trianguli isoscelis ipsi segmento immota base inscripti. *Secundum quod statim adparebit majorem esse rationem triginta sex segmentorum hexagoni ad circulum, quam 48 ad 47. Immo etiam accuratius supputanti sola triginta quatuor segmenta, & spacium paulo majus besse segmenti, sed minus dodrante, deprehendentur complere circulum. Licet autem hyperochen segmenti supra trientem unciæ circuli ita oculis exhibere.*

PROPOSITIO VII.

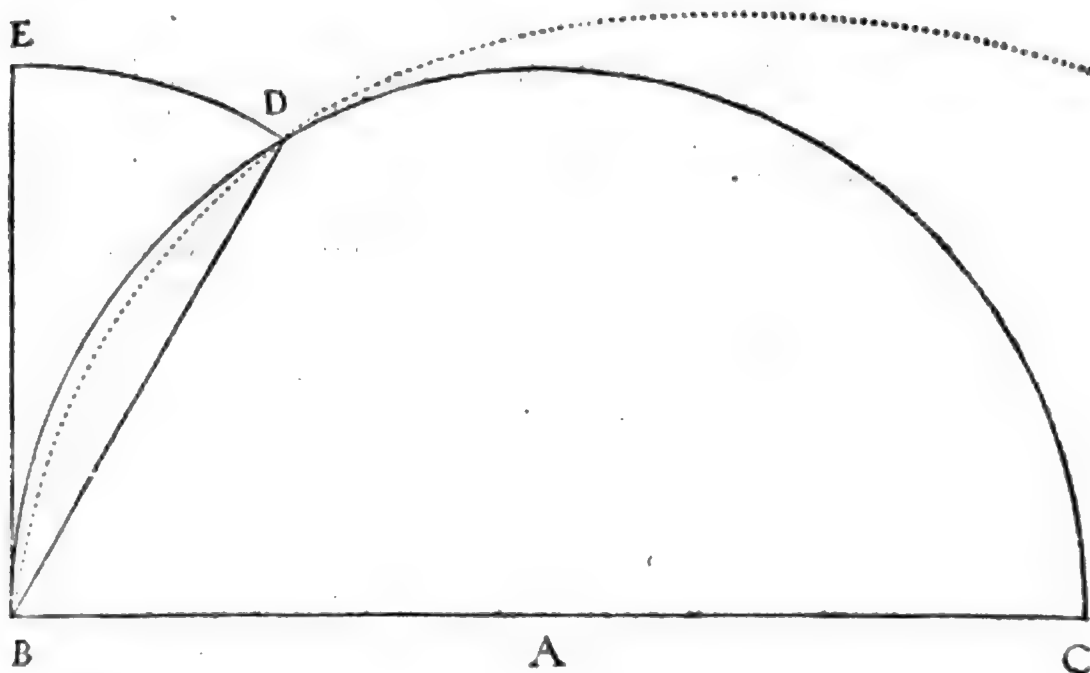
In dato circulo à segmento hexagoni trigesimam sextam partem ipsius circuli abscindere.

Sit datus circulus, cujus A centrum, diameter B C, segmentum hexagoni B D. Oportet in dato circulo BDC à segmento hexagoni B D contento recta B D & circumferentia cui subtenditur, trigesimam sextam partem ipsius circuli B D C abscindere.

Tangat circulum recta B E, & describatur linea spiralis, cujus principium B, transitus per D, existente BD tanta parte principii conversionis BEZ, quanta pars angulus EBD est quatuor rectorum, & centro B intervallo B D describatur circulus D E. Sectoris igitur EBD tertia pars est spatium contentum recta BD & spirali. Est autem BD æqualis semidiametro B A. est enim BD latus hexagoni ex hypothesi, & angulus EBD est triens recti, cum sit B D circumferentia amplitudo bessis recti. Sector igitur EBD est uncia circuli, & spatium consequenter spirale BD triens unciæ, id est, trigesima sexta pars circuli. Transibit autem spiralis per segmentum, non etiam concurret cum circulari, vel circula-

rem

rem abſcindet in progreſſu abs B antequam ad punctum D pervenerit, ut eſt demonſtra-



tum. In dato igitur circulo B D C abſciſſa eſt à ſegmento hexagoni B D trigeſima ſexta pars ipſius circuli. Quod facere oportebat.

Atque hoc ſcuto tandem ſeptemplici mollis & hebetis ſecuriclæ acies ſatis obtuſa eſto.

Quod ſi qui ipſius πελεκεωμαχίας hypotypoſin deſiderent, in his ne vacent, brevibus paginis eam conſpiciunto.

ANALYSIS CIRCULI
ſecundum πελεκητάς.

I.

Circulus conſtat ſex ſcalpris hexagoni.

II.

Scalprum hexagoni conſtat ſegmento hexagoni & triangulo hexagoni, ſeu majore.

III.

Triangulum hexagoni ſeu majus conſtat ſegmento hexagoni & ſecuricla.

IV.

Securicla conſtat duobus ſegmentis hexagoni & complemento ſecuriclæ.

V.

Complementum ſecuriclæ conſtat ſegmento hexagoni & reſiduo ſegmenti.

VI.

Rurſus complementum ſecuriclæ conſtat triangulo minore & reſiduo trianguli minoris. Eſt autem triangulum minus quinta pars trianguli hexagoni, ſeu majoris.

LEM-

LEMMATA DVO VERA,

Primum.

Decem minora triangula æqualia sunt sex segmentis hexagoni & duobus complementis securiclæ.

Quorum enim triangulum hexagoni constat segmento & securicla, securicla vero duobus segmentis & complemento: ideo duo triangula hexagoni constant sex segmentis & duobus complementis. Sed duo triangula hexagoni seu majora æqualia sunt decem minoribus. Ergo decem minora triangula æqualia erunt sex segmentis & duobus complementis. Quod erat ostendendum.

Secundum.

Quadraginta minora triangula æqualia sunt circulo & duobus complementis securiclæ.

Quoniam enim circulus æquatur sex scalpris hexagoni, sex autem scalpra æqualia sint sex triangulis hexagoni & sex segmentis, sex porro triangula hexagoni valeant triginta triangula minora: ideo circulus æquatur triginta triangulis minoribus & sex segmentis. Utrobique addantur duo complementa securiclæ. Circulus igitur una cum duobus complementis securiclæ æquabitur triginta triangulis minoribus & sex segmentis & duobus complementis. Sed sex segmenta & duo complementa valent decem minora triangula per antecedens Lemma: Ergo quadraginta minora triangula æquantur sex segmentis hexagoni & duobus complementis securiclæ. Quod erat ostendendum.

ΨΕΥΔΑΡΙΟΝ.

Dico triangulum minus æquari suo residuo.

Ὡς ἀπόδειξις.

Quoniam enim circulus cum duobus complementis securiclæ (quæ quidem valent duo triangula minora, & duo residua minoris trianguli) æquantur triginta sex minoribus triangulis & insuper quatuor. Utrinque auferantur duo triangula minora. Illic cum auferentur de duobus complementis, relinquent duo residua trianguli. Hic cum auferentur è quatuor triangulis, relinquent duo triangula. Ergo duo residua æquantur duobus triangulis.

Elenchus ἀσυλλογισίας.

Ab æqualibus totis non ab æqualium parte auferenda æqualia sunt, ut quæ relinquuntur maneant æqualia. Auferre ex æqualium parte est adsumere reliquum è toto reliquo esse æquale, ut hic circulum æquari triginta sex minoribus triangulis. Illud vero pernegatur, & est falsissimum. Sibi demonstranda concedere, est velle videri demonstrative errare.

AD ΨΕΥΔΑΡΙΟΝ ALIVD, LEMMATA DVO VERA,

Primum.

Viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni & sex segmenta sunt æqualia viginti quatuor segmentis & sex complementis securiclæ,

Quoniam enim triangulum hexagoni constat tribus segmentis & complemento securiclæ, circulus autem componatur ex sex triangulis & sex segmentis: ideo viginti quatuor segmenta cum sex complementis circulum adæquant. Et quia quatuor quartæ integrum componunt, æquabunt quoque circulum viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni una cum sex segmentis. Quæ autem uni æquantur æqualia sunt inter se. Quare viginti quatuor quartæ trianguli hexagoni & sex segmenta æqualia sunt viginti quatuor segmentis & sex complementis securiclæ. Quod erat ostendendum.

Secundum.

Si fuerint tres magnitudines inæquales, quarum media sumpta vicesies & quater, & addita minimæ sexies sumptæ, eandem magnitudinem componat quam minima sumpta vicesies & quater, & addita maximæ sexies sumptæ: differentia inter quadruplum mediæ & triplum minimæ erit maximæ æqualis.

Sit enim minima B, media D, maxima A. Ergo ex hypothesi B 6, plus D 24. æquabitur A 6 plus B 24. Utrinque auferatur B 24. Igitur D 24 minus B 18 æquabitur A 6. Et omnibus per sex divisis, D 4 minus B 3 æquabitur A. Quod ipsum est quod enunciatur.

ΑΝΑΠΟΔΕΙΚΤΟΝ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Sunt tres inæquales figuræ planæ & inter se commensurabiles; minima, segmentum hexagoni; media, quadrans trianguli hexagoni; maxima, complementum securiclæ hexagoni.

Potuit inæqualitas, & inæqualitatis gradus demonstrari; at symmetriam asymmetriamve nemo demonstraverit, quin triangulum hexagoni aliud-ve rectilineum circulo primum comparaverit. Ea vero comparatio adhuc nescitur, εἴγε ἐπιστητός ἐστι, καὶ ἐν θεῶν γούνασι κεῖται.

ΨΕΥΔΟΠΟΡΙΣΜΑ.

Itaque qualium quadrans trianguli hexagoni erit partium quinque, talium segmentum esse quatuor necesse est.

Ὡς ἀπόδειξις.

Sit enim segmentum hexagoni B, quadrans trianguli hexagoni D, complementum securiclæ Z. Quoniam igitur tres sunt inæquales magnitudines, atque harum B minima, D media, Z maxima, & se habent inter se ut numerus ad numerum. Esto D partium quinque, talium B erit trium aut quatuor, & nihil præterea. Sit autem, sed si fieri possit, partium trium; ex primo igitur & secundo Lemmate erit Z undecim. Itaque complementum constabit duobus segmentis & dodrante segmenti. Sensus autem repugnat. Quare est B quatuor.

Elenchus ἀσυλλογισίας.

Posita D magnitudine partium quinque, potest ostendi B major esse partibus tribus. An vero ideo B erit quatuor, concesso etiam eo, quod nescitur, habere se B ad D, ut numerum ad numerum? Omnino ea conclusio asyllogistica est. Quid enim si B statuatur quatuor partium cum aliqua rationali fractiuncula. An quatuor cum semisse se non habere ad quinque, ut numerum ad numerum, hoc est, ut 9 ad 10, alius quam ἀλογιστικὸς ἢ ἀγεωμέτρητος negaverit? Sanè posita D partium 11, fit B paulo major 9; Z vero paulo minor 17, secundum limites Archimedæos. Ex his autem duobus ψευδαρίοις dimanarunt reliqua πλεκητῶν κατὰ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου καὶ τὰς τῶν στερεῶν ἐπιφανείας σφάλματα.

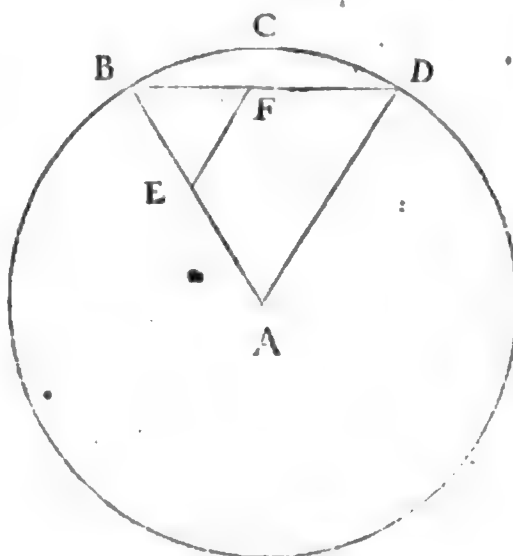
Πέρας τοῦ Ἀντιπελέκεως.

SECUN-

SECVNDÆ ΠΕΛΕΚΥΟΜΑΧΙΑΣ hypotyposis, ἐκ τοῦ προσθηκιδίου.

IN circulo cujus A centrum sumatur circũferentia hexagoni BCD, & connectantur AB, AD, BD. Ex AB autem abscindatur recta, cujus quadratum ad quadratum AB se habeat, ut unum ad quinque. Sit illa BE, & per E agatur ipsi AD parallela, secans BD in F.

Itaque triangulum BEF triangulo BAD fiat æquiangulum, & ejusdem subquintuplum.



LEMMA I. VERVM.

Triginta septem triangula BEF majora sunt circulo BCD.

In adnotatis enim ad Mathematicum Canonem ostensus est circulus ad quadratum semidiametri se habere proxime, ut 31, 415, 926,536 ad 10,000,000,000. Posito autem latere AB, id est, semidiametro, particularum 100,000, trianguli ABD æquilateri altitudo est 86, 602 $\frac{54,038}{100,000}$.

Itaque.

Triangulum ABD fit	4, 330, 127, 019
Triangulum BEF.	866, 025, 404
Triginta septem triangula BEF,	32, 042, 939, 948
Excedentia circulum	31, 415, 926, 536
Per particulas	627, 013, 412

LEMMA II. VERVM.

Circulus BCD non est major triginta sex segmentis BCDF.

Quinimo circulus BCD longe minor est triginta sex segmentis BCDF. Sector enim BAD sexta pars est totius circuli

Itaque

Qualium circulus est	31, 415, 926, 536
Talium sector BAD est	5, 235, 987, 756
Auferatur triangulum ABD earundem	4, 330, 127, 019
Relinquitur segmentum hexagoni spaciumve mixtilineum BCDF.	905, 860, 737
Ter duodena autem talia segmenta sunt	32, 610, 986, 532
Excedentia circulum per particulas	1, 195, 059, 996

ΨΕΥΔΟΠΟΡΙΣΜΑ.

Ergo triginta ſeptem triangula B E F ſunt majora triginta ſex ſegmentis B C D F.

Elenchus ἀσυλλογισίας.

In Grammaticis, dare navibus Auſtros, & dare naves Auſtris, ſunt æque ſignificantia. Sed in Geometricis, aliud eſt adſumpſiſſe circulum B C D non eſſe majorem triginta ſex ſegmentis B C D F, aliud circulo B C D non eſſe majora triginta ſex ſegmenta BCDF. Illa adſumptiuncula vera eſt, hæc falſa.

Cum igitur ita arguo
Triginta ſeptem triangula majora ſunt circulo.
Sed triginta ſex ſegmenta non ſunt majora circulo.
Ergo triginta ſeptem triangula majora ſunt triginta ſex ſegmentis.
Syllogiſtice concludo, ſed falſo, quia falſum adſumo.

Pecco autem in leges Logicas cum in hanc formulam ſyllogiſmum inſtituo.
Circulus minor eſt triginta ſeptem triangulis.
Circulus non eſt major triginta ſex ſegmentis.
Ergo triginta ſeptem triangula ſunt majora triginta ſex ſegmentis.

Eſt autem ὀφθαλμικὸν σφάλμα, non διανοητικόν. Cum enim initio vere propoſuiſſent Cyclometræ circulum non eſſe majorem triginta ſex ſegmentis hexagoni, legerunt ex poſtfacto non eſſe minorem, atque inde ſuum elicuerunt falſum Corollarium.

FINIS



FRAN-

FRANCISCI VIETÆ

RELATIO KALENDARII VERE GREGORIANI,

Ad Ecclesiasticos Doctores.

Exhibita Pontifici Maximo

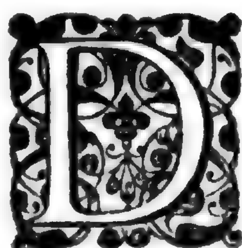
CLEMENTI VIII.

ANNO CHRISTI cIↄ Iↄ c *IVBILÆO.*

Οἱ πρόσθεν, μήνης καὶ Ἠελίοιο κελεύθους
Οὐκ ἀκριβῶς χρονικαῖς δῶκαν Ἐφημερίσι:
Ταῖς ἄρα κἂν ἀχλὺς πολλὴ καὶ σύγχυσις ἄφνω
Ἔμπεσεν, ὡς μεσταῖς πάντοθεν ἀμπλακιῶν,
Εἰ μὴ Γρηγόριος, μεγάλων φάος Ἀρχιερήων
Καὶ Χριστοῦ ποίμνης μηλονομεὺς ὕπατος,
Ἐλλογίμους ἄνδρας, καὶ τοῖσι μαθήμασι λαμπρούς
Ἰητροὺς τόσης δίζετο συγχύσεως,
Σὺν τοῖς πολλὰ καμὼν ἱεραῖς φρεσί, τῶν προπάροιθε
Πάντ' ὤρθωσε χρόνων σφάλματ' ἐπισταμένως.
Οὐδ' ἄρα πᾶσιν ὁμῶς θεῖος πόνος ἥνδανε θυμῷ,
Οὐδ' ἀπέην τοῦτον μῶμος ἐλεγχόμενος.
Καί τις ἄκαιρα φρονῶν, τάχ' ἀϊδρείῃσι νόοιο
Τήνγ' ὤρθωσιν ἔφη οὐκ ἀκριβῆ πλέθειν,
Νῦν δὲ σαφῶς δείξει σύνγ' ἀκριβέεσσι λογισμοῖς
Οὐιέτης, δριμὺς καὶ φύσιν ἀγχίνοος,
Ὡς οὐδὲν μωμητὸν Ἐφημερὶς Ἀρχιερῆος
Οὐδὲ ψευδαλέον κάλλιπεν ἐσσομένοις.
Νῦν οἱ παιδείης πλείστη χάρις· ὡς ἄρ' ἀμούσων
Ἴδμονι σὺν τέχνῃ σβέσσεν ἀγηνορίην.
Καὶ πάλι Γρηγορίου παρὰ πολλοῖς ἠρέμα κλεινῆς
Σβεννύμενον μελέτης αὖθις ἔγειρε κλέος.

FRANCISCI VIETÆ RELATIO KALENDARII VERE GREGORIANI.

Ad Ecclesiasticos Doctores.



DE Gregoriana Fastorum correctione rogatus aliquando meam sententiam dicere, respondi & responsum meum ad finem libri octavi variorum de rebus Mathematicis responsorum capite vicesimo adposui. Totum autem illud caput, & ea quæ nunc tradere est animus, ad vos refero, summi Doctores, & ab ea qua excellitis æquanimitate ἐξελεγκτικὸν vestrum exposco, & si licet, expecto. Non vobis placent ampullæ verborum & nugæ, & egomet ab ampullatis & nugatoribus mihi obstrepi pertimesco. Itaque singularibus propositionibus, ac veluti apodicticis, rem ago. At vox etiamnum faucibus hæsisset, nisi in Regicidam exclamassem. Quæ enim impietas Mathematico diagrammate nequibat, fatidico anagrammate fuit ostendenda, si qui forte sint adhuc rerum ignari, qui tantum facinus non execrentur. Una rubrica propositiones includo, De fabrica & usu Kalendarii vulgaris. sic enim Kalendarium novum, quod Lilii nomine circumfertur, adpello. Altera, De Symbolis quibus illud non esse Gregorianum arguitur.

Tertia, De fabrica & usu Kalendarii vere Gregoriani.

RUBRICA I.

De fabrica & usu Kalendarii vulgaris.

PROPOSITIO I.

Kalendarium vulgare construere.

Kalendarii vulgaris fabrica his consistit præceptis.

1 Primus mensis Lunæ à septimo die Januarij initium ducito.

2 Is constituitor cavus, secundus plenus, & eo deinceps alterno ordine.

3 Singulis & similibus mensium diebus, singuli & similes adponantur in cyclum characteres viginti novem. Luxetur autem tricesimus quisq; dies mensis constituti pleni.

4 Characteres sunto E D C B A u t s r q
p n m l k i h g f e
d c b a P N M H G F.

5 Continuetur characterum ordo successive ad ultimum diem mensis Decembris, & inversim à septimo Januarij ad primum, luxato quoque die sexto.

6 Sed & dies luxati tricesimum suscipiant characterem ipsumque duplicem, Omalum & Anomalum. Omalus esto F, Anomalus Φ, & Omalus quidem societur ipsi E, Anomalus ipsi G.

7 Quin & Anomalus quidem u societur ipsi A, majusculo in ultimo die Decembris.

8 Characteres mensi Januario adpositi, & à tricesimo primo ejusdem mensis ad primum naturali numerorum ordine numerati, vocentur Epactæ.

Itaque similitudo characterum, Epactarumve Neomenias anni arguat.

9 Ac Epacta quidem vicesima quinta, cum sit duplex F & Φ, Neomeniam ὁμαλῶς arguito cum erit aureus numerus XI vel minor, ἀνομαλῶς cum XII vel major.

10 Et anomalæ decimæ (utpote u circumducto) locus esto eo speciali casu, quo aureus numerus erit XIX.

CON-

CONSPECTUS KALENDARII VULGARIS.

	Ianuarius.	Februarius.	Martius	Aprilis.	Majus.	Iunius.	Iulius.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
1	1 P *	32 N xxix	60 P *	91 N xxix	121 M xxviii	152 H xxvii	182 G xxvi	213 E xxiv F xxv	244 D xxiii	274 C xxii	305 B xxi	335 A xx
2	2 N xxix	33 M xxviii	61 N xxix	92 M xxviii	122 H xxvii	153 G xxvi Φ 25	183 F xxv Φ 25	214 D xxiii	245 C xxii	275 B xxi	306 A xx	336 u xix
3	3 M xxviii	34 H xxvii	62 M xxviii	93 H xxvii	123 G xxvi	154 E xxiv F xxv	184 E xxiv	215 C xxii	246 B xxi	276 A xx	307 u xix	337 t xviii
4	4 H xxvii	35 G xxvi Φ 25	63 H xxvii	94 G xxvi Φ 25	124 F xxv Φ 25	155 D xxiii	185 D xxiii	216 B xxi	247 A xx	277 u xix	308 t xviii	338 ſ xvii
5	5 G xxvi	36 E xxiv F xxv	64 G xxvi	95 E xxiv F xxv	125 E xxiv F xxv	156 C xxii	186 C xxii	217 A xx	248 u xix	278 t xviii	309 ſ xvii	339 r xvi
6	6 F xxv Φ 25	37 D xxiii	65 F xxv Φ 25	96 D xxiii	126 D xxiii	157 B xxi	187 B xx	218 u xix	249 t xviii	279 ſ xvii	310 r xvi	340 q xv
7	7 E xxiv	38 C xxii	66 E xxiv	97 C xxii	127 C xxii	158 A xx	188 A xx	219 t xviii	250 ſ xvii	280 r xvi	311 q xv	341 p xiv
8	8 D xxiii	39 B xxi	67 D xxiii	98 B xxi	128 B xxi	159 u xix	189 u xix	220 ſ xvii	251 r xvi	281 q xv	312 p xiv	342 n xiii
9	9 C xxii	40 A xx	68 C xxii	99 A xx	129 A xx	160 t xviii	190 t xviii	221 r xvi	252 q xv	282 p xiv	313 n xiii	343 m xii
10	10 B xxi	41 u xix	69 B xxi	100 u xix	130 u xix	161 ſ xvii	191 ſ xvii	222 q xv	253 p xiv	283 n xiii	314 m xii	344 l xi
11	11 A xx	42 t xviii	70 A xx	101 t xviii	131 t xviii	162 r xvi	192 r xvi	223 p xiv	254 n xiii	284 m xii	315 l xi	345 k x
12	12 u xix	43 ſ xvii	71 u xix	102 ſ xvii	132 ſ xvii	163 q xv	193 q xv	224 n xiii	255 m xii	285 l xi	316 k x	346 i ix
13	13 t xviii	44 r xvi	72 t xviii	103 r xvi	133 r xvi	164 p xiv	194 p xiv	225 m xii	256 l xi	286 k x	317 i ix	347 h viii
14	14 ſ xvii	45 q xv	73 ſ xvii	104 q xv	134 q xv	165 n xiii	195 n xiii	226 l xi	257 k x	287 i ix	318 h viii	348 g vii
15	15 r xvi	46 p xiv	74 r xvi	105 p xiv	135 p xiv	166 m xii	196 m xii	227 k x	258 i ix	288 h viii	319 g vii	349 f vi
16	16 q xv	47 n xiii	75 q xv	106 n xiii	136 n xiii	167 l xi	197 l xi	228 i ix	259 h viii	289 g vii	320 f vi	350 e v
17	17 p xiv	48 m xii	76 p xiv	107 m xii	137 m xii	168 k x	198 k x	229 h viii	260 g vii	290 f vi	321 e v	351 d iv
18	18 n xiii	49 l xi	77 n xiii	108 l xi	138 l xi	169 i ix	199 i ix	230 g vii	261 f vi	291 e v	322 d iv	352 c iii
19	19 m xii	50 k x	78 m xii	109 k x	139 k x	170 h viii	200 h viii	231 f vi	262 e v	292 d iv	323 c iii	353 b ii
20	20 l xi	51 i ix	79 l xi	110 i ix	140 i ix	171 g vii	201 g vii	232 e v	263 d iv	293 c iii	324 b ii	354 a i
21	21 k x	52 h viii	80 k x	111 h viii	141 h viii	172 f vi	202 f vi	233 d iv	264 c iii	294 b ii	325 a i	355 P *
22	22 i ix	53 g vii	81 i ix	112 g vii	142 g vii	173 e v	203 e v	234 c iii	265 b ii	295 a i	326 P *	356 N xxix
23	23 h viii	54 f vi	82 h viii	113 f vi	143 f vi	174 d iv	204 d iv	235 b ii	266 a i	296 P *	327 N xxix	357 M xxviii
24	24 g vii	55 e v	83 g vii	114 e v	144 e v	175 c iii	205 c iii	236 a i	267 P *	297 N xxix	328 M xxviii	358 H xxvii
25	25 f vi	56 d iv	84 f vi	115 d iv	145 d iv	176 b ii	206 b ii	237 P *	268 N xxix	298 M xxviii	329 H xxvii	359 G xxvi
26	26 e v	57 c iii	85 e v	116 c iii	146 c iii	177 a i	207 a i	238 N xxix	269 M xxviii	299 H xxvii	330 G xxvi Φ 25	360 F xxv Φ 25
27	27 d iv	58 b ii	86 d iv	117 b ii	147 b ii	178 P *	208 P *	239 M xxviii	270 H xxvii	300 G xxvi	331 E xxiv F xxv	361 E xxiv
28	28 c iii	59 a i	87 c iii	118 a i	148 a i	179 N xxix	209 N xxix	240 H xxvii	271 G xxvi Φ 25	301 F xxv Φ 25	332 D xxiii	362 D xxiii
29	29 b ii		88 b ii	119 P *	149 P *	180 M xxviii	210 M xxviii	241 G xxvi	272 E xxiv F xxv	302 E xxiv	333 C xxii	363 C xxii
30	30 a i		89 a i	120 N xxix	150 N xxix	181 H xxvii	211 H xxvii	242 F xxv Φ 25	273 D xxiii	303 D xxiii	334 B xxi	364 B xxi
31	31 P *		90 P *		151 M xxviii		212 G xxvi Φ 25	243 E xxiv		304 C xxii		365 A xx (u) 19

PROPOSITIO II.

Cyclum Neomeniarum anni vulgariter exhibere.

Cum Neomenias Neomeniis correſpondentes in eodem anno ſimilitudo characteris arguat, erit ideo cyclus Neomeniarum anni hujuſmodi.

Numerus characteris.	Character Neom. an.	Cyclus vulgaris Neomeniarum anni.													Character Neomeniæ.		Character Neomeniæ.
			Ianu.	Febr.	Mart.	April.	Maji.	Iunii.	Iulii.	Augu.	Augu.	Sept.	Octo.	Nové.	Decé.		
xxiv	E		7	5	7	5	5	3	3	Aug. 1	31	29	29	27	27	e		f
xxiii	D		8	6	8	6	6	4	4	2	Sept. 1	30	30	28	28	d		e
xxii	C		9	7	9	7	7	5	5	3	2	Oct. 1	31	29	29	c		d
xxi	B		10	8	10	8	8	6	6	4	3	2	Nov. 1	30	30	b	Rurſus	c
xx	A		11	9	11	9	9	7	7	5	4	3	2	Dec. 1	31	a	31	b
xix	u		12	10	12	10	10	8	8	6	5	4	3	2	Et cum	p	cum	a
xviii	t		13	11	13	11	11	9	9	7	6	5	4	3	aureus nume-	N	aureus nume-	P
xvii	ſ		14	12	14	12	12	10	10	8	7	6	5	4	rus an-	M	rus eſt	N
xvi	r		15	13	15	13	13	11	11	9	8	7	6	5	ni eſt minor	H	19 & fit ad	M
xv	q		16	14	16	14	14	12	12	10	9	8	7	6	19 fit	G	annû	H
xiv	p		17	15	17	15	15	13	13	11	10	9	8	7	ad an	F	ſequé-	G
xiii	n		18	16	18	16	16	14	14	12	11	10	9	8	num ſequé-	E	tem.	F
xii	m		19	17	19	17	17	15	15	13	12	11	10	9	tem.	D		E
xi	l		20	18	20	18	18	16	16	14	13	12	11	10		C		D
x	k		21	19	21	19	19	17	17	15	14	13	12	11		B		C
ix	i		22	20	22	20	20	18	18	16	15	14	13	12		A		B
viii	h		23	21	23	21	21	19	19	17	16	15	14	13		u		A
vii	g		24	22	24	22	22	20	20	18	17	16	15	14		t		u
vi	f		25	23	25	23	23	21	21	19	18	17	16	15		ſ		t
v	e		26	24	26	24	24	22	22	20	19	18	17	16		r		ſ
iv	d		27	25	27	25	25	23	23	21	20	19	18	17		q		r
iii	c		28	26	28	26	26	24	24	22	21	20	19	18		p		q
ii	b		29	27	29	27	27	25	25	23	22	21	20	19		n		p
i	a		30	28	30	28	28	26	26	24	23	22	21	20		m		n
*	P	Ian. 1	31	Mart. 1	31	29	29	27	27	25	24	23	22	21		l		m
xxix	N	2	Febr. 1	2	Apr. 1	30	30	28	28	26	25	24	23	22		k		l
xxviii	M	3	2	3	2	Maji. 1	31	29	29	27	26	25	24	23		i		k
xxvii	H	4	3	4	3	2	Iun. 1	30	30	28	27	26	25	24		h		i
xxvi	G	5	4	5	4	3	2	Iul. 1	31	29	28	27	26	25		g		h
xxv	F.	6		6		4		2		30		28		26		f		g

Cum F eſt character Neomeniarum anni ſumuntur alternationes menſium ex E vel G. Ex E cum aureus numerus anni eſt xi vel minor. Ex G cum aureus numerus anni eſt xii vel major.

PROPOSITIO III.

Cyclum Epactarum ad aurei numeri normam vulgariter dirigere.

Cyclus Epactarum ad aurei numeri normam directus is eſt, qui per undenarii numeri crementum progreditur abjecto tricenario, cum ad eum aſcenditur numero. Itaque is eſt ejuſmodi.

P *	l C c xi xxii iii	P F f xiv xxv vi Φ 25	i M i xvii xxviii ix	A xx
	a m D i xii xxiii	d q G iv xv xxvi	g t N vii xviii xxix	k x
	B b n xxi ii xiii	E e r xxiv v xvi	H h u xxvii viii xix	P *

PROPOSITIO IV.

Cyclum Neomeniarum Paſchalium ad aurei numeri normam vulgariter directum exhibere.

Exponatur cyclus Epactarum ad aurei numeri normam directus & expendantur dies menſis Paſchalis quos ſibi vendicant Epactæ & adnotentur. Cyclus igitur Neomeniarum Paſchalium ad aurei numeri normam directus erit, qualis ſequitur.

P 31 Martij	L C c 20 9 21 Martij Martij Martij	p F f 17 .'. 25 Martij Martij	i M i 14 2 22 Martij Aprilis Martij	A 11 Martij
	a m D 20 19 8 Martij Martij Martij	d q G 27 16 4 Martij Martij Aprilis	g t n 24 13 1 Martij Martij Aprilis	k 21 Martij
	B b n 10 29 18 Martij Martij Martij	E e r 5 26 16 Aprilis Martij Martij	H h u 3 23 12 Aprilis Martij Martij	P 31 Martij.

Luxatur autem F, & tranſit in E, Cum aureus numerus eſt xi vel minor. In G cum xii vel major.

Conſpectus Neomeniarum Paſchalium in Enneadecaeteride, ſecundùm Kalendarium vulgare.

I	II		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
23	12	P *	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4
24	13	N xxix	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4
25	14	M xxviii	2	22	11	30	19	8	27	16	4	14	13	1	21	10	29	18	5
26	15	H xxvii	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8
27	16	G xxvi	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	[illegible]
28	17	F xxv	5	25	14	2	22	11	30	19	[illegible]	27	16	4	24	13	1	21	10
29	18	E xxiv	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22	11
30	19	D xxiii	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12
31	20	C xxii	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13
1	21	B xxi	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14
2	22	A xx	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15
3	23	u xix	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16
4	24	t* xviii	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17
5	25	s xvii	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18
5	26	r xvi	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2	22	11	30	19
8	27	q xv	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	10
9	28	p xiv	17	5	25	14	2	22	11	30	19	[illegible]	27	16	4	24	13	1	11
10	29	n xiii	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	[illegible]	17	4	25	14	2	12
11	30	m xii	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	11	3	23
12	31	l xi	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	[illegible]	27	16	4	24
13	1	k x	21	10	29	18	5	26	15	5	23	12	31	20	9	28	17	4	25
14	2	i ix	22	11	10	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	16	5	26
15	3	h viii	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27
16	4	g vii	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28
17	5	f vi	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29
18	5	e v	26	15	3	23	12	31	[illegible]	9	28	17	4	25	14	2	22	11	30
19	8	d iv	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	1	23	12	22
20	9	c iii	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1
21	10	b ii	29	18	5	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	4	25	14	2
22	11	a i	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5	26	15	3

F transit in E cum aureus numerus est xi vel minor. In G cum aureus numerus est xii vel major.

PROPOSITIO V.

Proemptosin Lunæ in annorum Iulianorum centuriis expendere.

Proemptosis Lunæ dicitur cum anticipant suas primum statas Epochas Neomeniæ, Metemptosis cum eas transgrediuntur. Cyclo autem decemnovali anticipant Neomeniæ per $\frac{38}{625}$ unius diei. Itaque cyclis decemnovalibus 625, id est, annis 11875 Julianis, anticipatio est dierum 38. Est autem ut 11875 ad 38, ita 1000 ad 32. Quare expectato similis aurei numeri ad similem aureum numerum reditu, annis 10000 Julianis anticipatio est dierum 32. seu annis 2500 dierum 8. vel annis 312 $\frac{1}{2}$ diei unius. Et vero cyclus decemnovalis dierum est 6939 $\frac{3}{4}$. Non igitur diebus 6939 $\frac{3}{4}$ restituuntur menses Lunæ 235, ut deprehenderat Meton, sed 6939 $\frac{17223}{2500}$. Itaque diebus 17, 349, 223 absolvuntur menses 587, 500. Qui calculus Hipparchi calculo consentit probe. Observaverat enim Hipparchus, referente Ptolemæo, annis Ægyptiis 345, diebus 82, hora una menses absolvi 4, 267, id est, diebus 3, 199, 369 menses 102, 808.

PROPOSITIO VI.

Dies quos exemerit Gregoriana correctio ad succedentia secula numerare.

Annorum centuriis ab Era Christi abjice 15 centurias, & quotus in residuo erit quaternarius centuriarum numerus tot sume ternos dies, & si divisione instituta supersunt centuriæ duæ, sume unum, & si tres, sume duos, sumptos collige adscito denario, & summam habebis dierum quos exemerit Gregoriana correctio.

PROPOSITIO VII.

Metemptosin Lunæ in annorum Gregorianorum centuriis expendere.

A summa dierum quos exemerit Gregoriana correctio auferantur dies proemptoseos, residui igitur erunt dies metemptoseos Lunæ.

PROPOSITIO VIII.

Aurei numeri radicem constituere.

Anno ab Era Christi Dionysiana primo fuit aureus numerus 2.

PROPOSITIO IX.

Aureum anni propositi numerum invenire.

A dato anno ab Era Christi abjice circulationes annorum 19, qui supererit numerus auctus unitate erit aureus numerus anni propositi, si in consequentia instituatur numeratio. At si in antecedentia, qui supererit numerus demptus ex 21 relinquet aureum numerum.

PROPOSITIO X.

Epactarum radices vulgariter præfigere.

Periodus annorum 25,000 Iulianorum, qua antevertunt suas Epochas Neomeniæ diebus octo, initium septingentis annis ante Christum sumito, desitura anno Christi 1800. Character Neomeniæ Epactæve anno Christi 500 esto P, seu o sub aureo nu-

mero III. Itaque anno 800 præfigitor a seu 1, anno 1100 b seu 2, 1400 c seu 3, 1800 d seu 4, sub eodem videlicet numero III nequedum inita anni correctione. Quoniam vero cum abs charactere c seu 3 dementur decem characteres, mutuato characterum cyclo, supererit D seu 23, ideo post ablatos ad anni correctionem dies decem, anno Christi 1500 & deinceps ad annum 1700, character Neomeniæ Epactæve radicalis esto D seu 23 sub aureo numero III.

PROPOSITIO XI.

Dies proemptoseos Lunæ ad succedentia secula supputare.

A proposito annorum ab Era Christi numero abjice 1800 & diem unum serva, quoties in residuo erit 2500, tot sume dies octonos; & quoties deinceps ea divisione instituta in residuo erit 300, tot sume dies singulos, sumptos cum eo quem adservasti in unam summam conjice, & voca dies proemptoseos seu anticipationis Lunæ. Si non potes abjicere 1800 nullam numera proemptosin.

PROPOSITIO XII.

Dies metemptoseos Lunæ ad succedentia secula supputare.

Ad datas annorum ab Era Christi centurias dies numera quos exemit Gregoriana correctio, abjecto denario. Et à summa dierum aufer dies proemptoseos. Residui erunt dies metemptoseos Lunæ.

PROPOSITIO XIII.

Epactas ad succedentia secula vulgariter adæquare.

Ad datas annorum Gregorianorum centurias numera dies metemptoseos Lunæ, & summam abjectis circulationibus dierum 30 aufer ab Epacta 23, ut prodeat Epacta vera seculi propositi, subjacens aureo numero III.

COROLLARIUM.

ITAQUE, Clavius in Apologeticis,

„ *Quoniam in qualibet spacio annorum* 10,000 *mutatio fit tredecim litera-*
„ *rum, ita ut in tricesimo spacio fiat mutatio omnium* 30 *literarum, efficitur ut*
„ *transactis* 30 *spaciis* 10,000 *annorum, hoc est, elapsis annis* 300,000 *rever-*
„ *antur omnino eadem literæ quæ prius eodemque ordine. Quare tabula æquatio-*
„ *nis Epactarum continetur cyclo* 300,000 *quod non paucis incredibile prorsus*
„ *videri possit.*

Annis 10,000 Iulianis adimit Gregoriana correctio dies 75, à quibus dum proemptosis aufertur dierum 32, relinquitur metemptosis dierum 43, quibus expectatis, eo annorum intervallo ad suas sedes restituuntur Neomeniæ.

Abs 43 abjecta circulatione, supererunt 13. Sit radix Epactæ 23 seu D, aufer 13 à 23, supererunt decem seu Epacta k. Fit igitur tredecim characterum mutatio. At annis 300,000 metemptosis erit dierum 1290, & abjectis circulationibus dierum 30, nihil supererit. Quare eo intervallo relinquetur ipsa Epacta 23 seu D.

Secundum quæ hic proferuntur

Ad

Ad æquationes Epactarum abaci.

Anni à Christo.	Dies metemptoseos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metemptoseos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metemptoseos Lunæ.	Anni à Christo.	Dies metemptoseos Lunæ.	Annorum centuriæ denæ.	Adde
1600	0	4100	11	6600	21	9100	33	10000	43
1700	1	4200	11	6700	23	9200	33	20000	86
1800	1	4300	12	6800	22	9300	33	30000	129
1900	2	4400	12	6900	23	9400	34	40000	172
2000	2	4500	13	7000	24	9500	35	50000	215
2100	2	4600	13	7100	24	9600	34	60000	258
2200	3	4700	14	7200	24	9700	35	70000	301
2300	4	4800	14	7300	25	9800	36	80000	344
2400	3	4900	14	7400	25	9900	36	90000	387
2500	4	5000	15	7500	26	10000	36	100000	430
2 00	5	5100	16	7600	26	10100	37	Annorum	
2700	5	5200	15	7700	26	10200	37	centuriæ	
2800	5	5300	16	7800	27	10300	38	millenæ.	Adde,
2900	6	5400	17	7900	28	10400	38	100000	430
3000	6	5500	17	8000	27	10500	38	200000	860
3100	7	5600	17	8100	28	10600	39	300000	1290
3200	7	5700	18	8200	29	10700	40	&c.	
3300	7	5800	18	8300	29	10800	39		
3400	8	5900	19	8400	29	10900	40		
3500	9	6000	19	8500	30	11000	41		
3600	8	6100	19	8600	30	11100	41		
3700	9	6200	20	8700	31	11200	41		
3800	9	6300	21	8800	31	11300	42		
3900	10	6400	20	8900	31	11400	42		
4000	10	6500	21	9000	32	11500	43		
41	11	6600	22	9100	33	11600	43		

Quæritur Epacta *seculo* 4,900. *Metemptosis Lunæ datur ex abaco dierum* 14, *qui ablati ex* 23, *relinquunt* 9 *seu* j Epactam *seculi propositi sub aureo numero* III.

Quæritur Epacta *seculo* 109,500. *Annis* 100,000 *debetur metemptosis dierum* 430, *& annis* 9,500 *metemptosis dierum* 35, *summa* 465 *id est* 15, *abjectis circulationibus triginta dierum. Quare abjectis* 15 *abs* 23, *erit seculo* 109,500 Epacta 8 *seu* h *sub aureo numero* III.

Quæratur Epacta *seculo ab Era Christi* 218,000. *Et annis quidem* 200,000 *debetur metemptosis dierum* 860, *annis vero* 10,000 *dierum* 43, *annis denique* 8000 *dierum* 27. *Summa* 930. *abjectis circulationibus* 30 *dierum, nihil superest. Quare* Epacta *relinquetur* 23 *sub aureo numero* III.

RUBRICA II.

De Symbolis quibus vulgare Kalendarium non esse Gregorianum arguitur.

PROPOSITIO I.

SI fuerit annus Bissexti, qui menses Lunæ à sexto Februarij vel ulteriore ad diem usque intercalationis incipient, constituentur illi in exposito vulgari Kalendario dierum unius & triginta.

Nam sextus dies Februarij habet Epactam C, qualem etiam Martij nonus. Esto itaque sextus Februarij primus dies mensis Lunæ, & Martij nonus primus dies mensis sequentis. Ergo mensis à sexto Februarij incipiens, erit in anno communi dierum xxx. Quare cum adjicietur Bissextus, mensis ille Lunaris erit dierum unius & 30. Idem licet arguere de septimo Februarij die & consequentibus ad diem usque intercalationis.

Κριτικὸν I.

At menses Politici dierum sunt 30 vel 29, ac præsertim 30 & 29 alternis. Cùm autem statuuntur dierum 28 vel 31, sunt prodigiosi & ἄτακτοι.

Quare hæc esto ad expositum vulgare Kalendarium nota prima.

PROPOSITIO II.

Est Neomenia anni aliqua, quâ datâ non dabitur in exposito Kalendario Neomenia Paschalis.

Aureus numerus anni esto 19, & detur ultimus Decembris Neomenia. Quæro Neomeniam Paschalem. Ultimus dies Decembris duplicem mihi exhibet characterem, omalum A, & anomalum u circumductum. Omalus arguit Neomeniam Paschalem die xi Martij. Anomalus die xii. Cur vero hunc potius quam illum elegero, non docent artis præcepta.

Κριτικὸν II.

In arte bene institutâ ἀντιστρόφων eadem est lex & δύναμις καὶ ἐπιστήμη. Πάσχει καὶ ποιεῖ τὰ ἐναντία παρ' ἀλλήλων, ut loquitur Aristoteles. Itaque datâ Neomeniâ Paschali, danda est ex similitudine characteris Neomenia non Paschalis, & contra. Nihil igitur nisi ἀτεχνίαν prodit & ἀταξίαν duplex uni diei adscriptus character.

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium nota secunda.

PROPOSITIO III.

Sunt Neomeniæ Paschales aliquæ, quibus datis non ideo dabuntur Neomeniæ anni reliquæ.

Sit data Neomenia Paschalis Aprilis quartus, aureus autem numerus xii, vel major. Quæro Neomenias anni reliquas. Quartus Aprilis duplicem mihi exhibet characterem, nempe G regularem, & Φ adventitium. G regularis arguet Neomeniam tertio Maji, adventitius quarto. Cur vero hunc potius quam illum elegero, non docent artis præcepta.

Rursus, sit data Neomenia Paschalis Aprilis quintus, aureus autem numerus xi vel minor. Quæro Neomenias anni reliquas. Quintus Aprilis duplicem mihi exhibet characterem, nempe E & F. Arguit E Neomeniam Maji quinto, F quarto. Cur vero E potius quam F elegero, non docent artis præcepta.

Κριτικὸν III.

At quæ ἀμφιβολία quod-ve ἐναντιοφανὲς, is dies est Neomenia & non Neomenia.

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium tertia nota.

PROPOSITIO IV.

Directo per expositam methodum ad aurei numeri normam Neomeniarum Paschalium cyclo, æquali ac uniformi non incedunt illæ progressu.

Sit

Sit aureus anni numerus I. Neomenia vero Paſchalis, viceſimus quartus Martij. Cum igitur aureus numerus erit VIII, cadet in quintum Aprilis Paſchalis Neomenia, & cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo.

Eſto rurſum aureus anni numerus I. Neomenia vero Paſchalis, viceſimus ſecundus Martij. Cum igitur aureus numerus erit VIII, cadet in quartum Aprilis Neomenia, ex eodem cyclo.

Eodem igitur annorum intervallo, ut pote 608 Iulianorum, quæ pertinebat Neomenia ad aureum numerum I, promovebitur in antecedentia duobus diebus. Quæ vero ad aureum numerum VIII, promovebitur iniqua diſpenſatione die duntaxat uno.

Aliud. Sit aureus anni numerus I. Neomenia verò Paſchalis, decimus Martij. Cùm igitur aureus anni numerus erit XV, cadet in quartum Aprilis Paſchalis Neomenia, ex Cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo.

Eſto rurſum aureus anni numerus I. Neomenia verò Paſchalis, octavus Martij. Cùm igitur aureus numerus anni erit XV, cadet in tertium Aprilis Paſchalis Neomenia, ex eodem Cyclo.

Eodem igitur annorum intervallo, utpote 608 Iulianorum, quæ pertinebat Neomenia ad aureum numerum I, promovebitur in antecedentia duobus diebus. Quæ verò ad aureum numerum VIII, promovebitur iniquâ diſpenſatione die duntaxat uno.

Κεφ. IV.

Dies parodicos Neomeniarum Paſchalium διχοτμεῖν, id verò eſt earum ſtatum ac œconomiam ſubvertere. At diffindendus erat aliquis dies ad juſtam menſium Politicorum dierum 30 & 29 alternationem. Ita res eſt, ſed diffindatur ergo qui re ipſa diffindi debuit, nec incommoda fictio veritati præpolleat. Is eſt exotericus ſumendus proximè extrà limites Paſchales, quem in exceſſum defectumve ſuppleant limitanei. Parodicorum non eſt ſupplere, cum inter eos non ſit aliquod interſtitium, in quod ipſi prorumpant.

Quare hæc eſto ad expoſitum Kalendarium quarta nota.

Propositio V.

Cùm aureus numerus anni fuerit IX, X, XI, Epactam viceſimam quintam devolvi, ſive ὁμαλῶς in viceſimam quartam, ſive ἀνωμάλως in viceſimam ſextam, leges cycli decemnovalis admittunt.

Lex cycli decemnovalis eſt, ne idem Epactæ character in eodem cyclo decemnovali concurrat. Periodo enim annorum decem & novem Iulianorum non pauciorum Neomenias ad ſuas ſedes redire primus deprehendiſſe perhibetur Athenienſis Meton, cujus ideo cyclum nullo non dignũ elogio aureum dixere anteceſſores. Et vero ſi in cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo, numerentur in conſequentia XII characteres à charactere F incluſive, incidetur in characterem G. Subjaceat ergo Epacta F aureo numero I, conſequens ſubjacebit Epacta G aureo numero XII. Ratio itaque ſuadet ut in characterem E non G devolvatur character F ſub aureo numero I, atque adeo ſub aureis numeris I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII. Sed cùm aureus numerus ad quem ſpectat F, erit IX vel major, devolutionem ad E non cogit ea expoſita ratio cycli decemnovalis. Æquè, ſi in cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo numerentur in antecedentia XII characteres à charactere F incluſivè, incidetur in characterem E. Subjaceat ergo Epacta F aureo numero XII, conſequenter ſubjacebit Epacta E aureo numero I. Ratio itaque ſuadet ut in characterem G non etiam E fiat devolutio Epactæ F ſub aureo numero XII, atq; adeo ſub aureis numeris XIII, XIV, XV, XVI, XVII, XVIII, XIX. Sed cùm aureus numerus ad quem ſpectat F erit XI vel minor, devolutionem ad G non cogit ea expoſita ratio cycli decemnovalis. Itaque ſub aureis numeris exiſtentibus inter XII & VIII, (ut ſunt IX, X, XI) liberæ characteris F ad G vel E devolutioni non obſtat expoſita lex cycli decemnovalis. Quod erat oſtendendum.

Κεφ-

Κρ[illegible] V.

Quod igitur F devolvi jubetur in E, cùm aureus numerus est xi, x vel ix, alia debuit obtendi ratio quam lex cycli decemnovalis. Elenchus hic est αἰτιολογίας, non causæ pro causa. Inclinat sanè mensis verus versus plenum aliquanto magis quàm versus cavum. Est enim mensis verus dierum 29 horarum 12 cum dodrante fere. Itaque excessus pleni supra verum ad defectum cavi à vero est fere, ut 11 $\frac{1}{4}$ ad 12 $\frac{3}{4}$. Sed ea ratio vix major est, ratione novem ad decem. Ergo periodi novem & decem annorum ita potiùs erat ineunda distributio, ut decem primis annis cycli transiret F in E, reliquis novem in G, ut aliqua servaretur analogia atque partitionis causa.

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium nota quinta.

PROPOSITIO VI.

Aut in exposito Kalendario perperam Epactæ ordinatæ sunt, aut dissident inter se, atque adeo semetipsas destruunt Neomeniarum Paschalium Epochæ.

Primùm enim non dissideant, atque adeo semetipsas non destruant Neomeniarum Paschalium Epochæ. Dico Epactas in exposito Kalendario perperam ordinari. Quoniam enim in exposito Kalendario bene constitutæ sunt Neomeniæ Paschales, & ideo sub aureo numero III vicesimus octavus Martij seculo 1500 ante correctionem fuit Neomenia. Post correctionem verò eodem seculo octavus Martij Neomenia. Eundem igitur characterem possidere debuit sextus Aprilis, quem octavus Martij. Nam sextus Aprilis post correctionem is ipse est, qui numerabatur vicesimus octavus antè correctionem & erat Neomenia. Ille dies est 97 anni à Ianuario inchoati, hic dies 87; fuerunt autem ablati dies decem. Itaque ea ablatione dies 87 incidet in diem 97. Sed sextus Aprilis characterem C possidet, octavus vero Martij characterem D. Malè igitur Epactæ ordinatæ sunt, cum utriusque debuit esse idem character: quandoquidem uterque erat eodem anno Neomenia.

Contra sint bene ordinatæ Epactæ, atque adeo character C bene adsignatus Aprilis septimo, D vero Martij octavo, C nono. Dico Neomeniarum Paschalium Epochas inter se non constare. Quoniam enim anno 1500 ante correctionem Neomenia Paschalis constituta est ad 28 Martij, qui adhibita correctione incidit in sextum Aprilis, cujus character est C, quem etiam possidet nonus Martij. Ergo nonus Martij anno 1500 post correctionem erat Neomenia. Sed constituta est Neomenia ad octavum Martij. Dissident igitur inter se atque adeo semetipsas destruunt Neomeniarum Paschalium Epochæ. Quod erat ostendendum.

Κρ[illegible] VI.

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium nota sexta.

PROPOSITIO VII.

Quanquam Epactas adæquandi ratio ab interventu vel omissione Bissexti pendeat & æstimetur, in exposito tamen Kalendario Neomeniæ Ianuarij & Februarij, quæ Bissexti sedem antecedunt, eo symptomate ante paroxismum adficiuntur.

Seculo 1900 numerabitur Epacta xxi, quæ alioqui retineretur seculo 2000, si annus 2000 careret Bissexto. Sed quia is annus diem adsciscit intercalarem, cujus sedes est post sextum Kalendas Martij, Epacta una die retrocedet & ipsa erit xx; non tantum ad symbolum Neomeniarum, quæ Bissextum Kalendas Martij subsequuntur; sed etiam Neomeniarum Ianuarij & Februarij: quoniam auctoribus vulgaris Kalendarij placuit annum

annum à Ianuario auſpicari, & toto anni ita auſpicati curriculo, eodem charactere Neomenias deſignare. Et ſeculo 1800 numerabitur Epacta xxi, quæ alioquin decederet uno die, ſi annus 1800 diem adſciſceret intercalarem. Sed quia ex Gregorij conſtitutione eo anno Biſſextum ad Kalendas Martij omittitur, ideo retinetur Epacta xxi; tam ad ſuccedentes luxato loco; quam antecedentes ejuſdem anni Neomenias. Idem in centuriis quibuſcumque licebit deinceps exemplificari.

Κεφάλαιον VII.

Quæ verò microcoſmia hæc, Phyſici, me à caſu ante caſum adfici.

Quare hæc eſto ad expoſitum vulgare Kalendarium ſeptima nota.

PROPOSITIO VIII.

Expoſita Epactas adæquandi methodus duabus nititur hypotheſibus, quarum alterâ ſtatuitur Luna συνοδική, alterâ διχότομος uno eodemque momento.

Una hypotheſi, annis 312 $\frac{1}{2}$ Iulianis anteveitunt ſuas Epochas Neomeniæ, die uno. Altera, reſtituuntur ad eaſdem Epochas, annis 300, 000 Gregorianis. Si prima Hypotheſis vera eſt, ut ſanè ab eâ non longè recedunt Aſtronomi, complentur menſes Lunæ Synodici 235, annis decemnovem Iulianis, minus $\frac{18}{625}$ unius diei. Itaque menſis dierum eſt 29 $\frac{5306}{10000}$ proximè, & menſes 43 abſument dies 1270, minus aliquot dierum ſcrupulis. Sed menſes 44 abſumunt dies 1299, & aliquot inſuper dierum ſcrupula. A die igitur, quo nova ſtatuetur Luna, numerentur in antecedentia dies 1290, & Luna tunc erit novem & decem dierum proximè, vel numerentur dies 1290 in conſequentia, eaque erit dierum fere 20. atque adeo hic vel illic διχότομος.

Eadem ſtante hypotheſi, annis 300, 000 Iulianis antevertent ſuas Epochas Neomeniæ, diebus 960. Deficiunt autem anni 300, 000 Gregoriani à totidem Iulianis, diebus 2250, à quibus cum auferentur 960, relinquuntur dies 1290. Vincet igitur proemptoſin metemptoſis, diebus 1290. Et ideo exactis annis tantum Gregorianis 300,000 & præterea diebus 1290, erit per eam hypotheſin nova Luna. Sed exactis tantum annis Gregorianis 300,000, erit διχότομος, utpote dierum novem. At ſecunda hypotheſis eâ periodo ſtatuit nouam. Repugnantes igitur ſunt inter ſe hypotheſes illæ, cum eodem momento hæc ſtatuit Lunam συνοδικὴν, illa διχότομον. Quod erat oſtendendum.

Κεφάλαιον VIII.

Magnarum periodorum falſitas veritas-ve, niſi poſt exacta multa ſecula, poteſt argui. Nam magis Hebræos convincam falſi, cùm menſem conſtituunt dierum 29, horarum 12, ſcrupulorum 44, ſecundorum 3, tertiorum 20, quàm Hipparchum, Ptolemæum & Copernicum, qui menſem adſumunt, novem ſcrupulis tertiis Hebraico, minorem. At in hypotheſium repugnantia ecquis falſitatem non concludet?

Quare hæc eſto ad expoſitum Kalendarium octava nota.

Sanè in annis Gregorianis 300,001 ferè fit abſoluta apocaſtaſis. Sit igitur ſeculo 1600, ſub aureo numero III, octavus Martij Neomenia, exactis inde annis 300,001, erit octavus Martij, ſub aureo numero XIII, Neomenia, & ſub aureo numero III, viceſimus octavus Martij Neomenia. At circa Aprilis quintum vel Martij octavum, Luna erit διχότομος.

PROPOSITIO IX.

Medias Solis & Lunæ Syzygias, ex abacis Aſtronomicis, per annorum Gregorianorum centurias, ad urbis Romæ meridianum, ſupputare.

Proponuntur duo abaci unus radicum, alter proſtaphæreſeon. Ut ſciatur eligenda radix, datum in centuriis annorum ab Erâ Chriſti numerum, divide per 4 centurias, &

si divisione instituta nihil superest, sume radicem anni 1600. Sin remanet centuria una, sume radicem anni 1700, si duæ, radicem 1800, si denique tres, radicem anni 1900. Electa radice, tu Eræ datæ & adsumptæ expende intervallum. Et in abaco secundo quære tempus ei debitum intervallo, abjecto si opus est mense Synodico, & tandem aufer tempus illud è congrua radice, mutuato contra si opus est mense Synodico, ne extra limites evageris Paschales. Notatur autem & aureus numerus anni radicis, & quot unitates ei addendas postulat intervallum à radice.

Mensis Synodicus dierum est 29, hor. 12, scrup. 44.

Abacus primus.

Symbolum radicis.	Anni à Christo Gregoriani.	Radices Syzygiarum Paschalium. Dies Martij.	Horæ.	Scrupula.	Aureus numerus.
*	1600	14	20	31	V
1	1700	20	4	45	X
2	1800	25	12	58	XV
3	1900	30	21	12	I

Abacus secundus.

Tempus ablativum congruæ radici.

Anni Gregoriani.	Dies.	Horæ.	Scrupula.	Unitates additivæ. aureo numero.
400	9	3	50	I
800	18	7	40	II
1200	27	11	30	III
1600	7	2	36	IV
2000	16	6	25	V
2400	25	10	15	VI
2800	5	1	22	VII
3200	14	5	12	VIII
3600	23	9	2	IX
4000	3	0	7	X
6000	19	6	32	XV
8000	6	0	14	I
10,000	22	6	39	VI
20,000	15	0	34	XII
30,000	7	18	29	XVIII
40,000	0	12	25	V
50,000	22	19	4	XI
60,000	5	12	59	XVIII
70,000	8	6	54	IV
80,000	1	0	59	X
90,000	23	7	19	XVI
100,000	19	1	24	III
200,000	2	14	4	VI
300,000	18	15	28	IX

Exemplum I.

Quæro mediam Syzygiam anno 109, 500. Cum centurias 1095 divido per 4, supersunt centuriæ 3. Quare eligo radicem anni 1900. Ea est dies Martij 30, hora 21, scr. 12. Proemptosis annorum 100, 000 numeratur dierum, horarum, & horariorum scrupulorum 16, 1, 24. Annorum vero 4000 adnotatur 3, 0, 7. Annorum denique 3, 600 est 23, 9, 2. Summa 42, 10, 33, & abjecto mense Synodico fit 12, 21, 49. Quos cum aufero abs 30, 21, 12, relinquitur dies Martij 17, 23. 23. In quem mensem incidit media syzygia Paschalis & erit aureus anni numerus IV.

Exemplum II.

Quæro mediam syzygiã anni 218, 000. Eligenda erit radix anni 1600, quæ est 14, 20, 31, & operatione instituta incidet media syzygia in idem Martij 20, 14, 54, & erit aureus anni numerus XIV.

PRO-

PROPOSITIO X.

Si durent secula, νεμωνίας ἐν πανσελήνοις collocabit tandem vulgaris computator.

Adversus Patrum decreta, frustratâ eâ, quam de suis Sosigenibus conceperat Gregorius, expectatione.

Quæro à vulgari computatore Neomeniam Paschalem anno ab Erâ Christi 109,500. Is igitur numerabit Epactam 8 sub aureo numero III. Et ideo vicesimum tertium Martij fore Neomeniam eo seculo, sub aureo numero III pronunciabit: atque adeo sub aureo numero IV, qui ad annum propositum pertinet, Neomeniam Paschalem incidere in duodecimum Martij; quanquam media syzygia contingat secundum Astronomos media nocte, quam sequitur decimus octavus. Sed illud est Neomenias ἐν διχοτομίαις tantum non etiam πανσελήνοις collocare.

Quæro igitur ab eodem Neomeniam Paschalem seculo ab Era Christi 218,000. Is igitur numerabit Epactam 23. Et ideo octavum Martij Neomeniam, sub aureo numero III pronunciabit, atque adeo sub aureo numero XIV, qui ad annum propositum pertinet, Neomeniam Paschalem incidere in quintum Aprilis. At concedet Hipparchus, concedent Hebræi, & alii veri computistæ metemptosin promotionem-ve esse dierum 930 proximè. Itaque post intervallum annorum Gregorianorum 218,000 & dierum præterea 930 fieri apocatastasin Lunæ, sed ipso intervallo 218,000 annorum Gregorianorum, eam contingere id vero pernegabunt. Neque enim numerus dierum 930 mensium restitutioni est idoneus. Eo intervallo complentur menses 31 & præterea dimidius mensis. Erit igitur seculo 218,000 quintus Aprilis plenilunium, & ita se habere abaci Astronomici comprobabunt. Anno enim 218,000 syzygia media Romæ erit die Martij 20, hora secunda pomeridiana, scrupulis 54. Quare Neomenia Paschalis quæ serior est ipsa media syzygia accidet die vicesimo primo vel vicesimo secundo, die vero quinto Martij erit decima quarta. Ergo Neomeniam in πανσελήνῳ collocavit vulgaris computator. Quod erat ostendendum.

Κεφάλαιον IX.

Ecquis verò novilunia in pleniluniis collocare, illud propriè ex diametro errare non adpellet? Ecquis vestrûm, Doctores me vel eo nomine χρηματίζοντα, ἢ γνώμην εἰς βουλὴν εἰσφέροντα in consessu vestro non ferat?

Quare hæc esto ad expositum Kalendarium nona, & correctione omnino indigens (etiamsi tolerarentur reliquæ) nota.

Κεφάλαιον generale.

Quare Kalendarium vulgare non est Gregorianum, immo neque censendum est Lilianum, quanquam Lilij nomine vulgò circumfertur.

Sic enim Pontifex.

„ *Allatus est nobis liber à dilecto filio Antonio Lilio artium ac medicinæ do-*
„ *ctore, quem quondam Aloisius ejus Germanus frater conscripserat, in quo per*
„ *novum quendam Epactarum cyclum ab eo excogitatum, & ad certam ipsius au-*
„ *rei numeri normam directum, atque ad quamcunque anni Solaris magnitudi-*
„ *nem accommodatum, omnia quæ in Kalendario collapsa sunt, constanti ratione,*
„ *& seculis omnibus duratura, sic restitui posse ostendit, ut Kalendarium ipsum*
„ *nulli unquam mutationi in posterum expositum esse videatur. Novam hanc*
„ *restituendi Kalendarii rationem exiguo volumine comprehensam ad Christia-*
„ *nos Principes, celebrioresque universitates paucos ante annos misimus, ut res,*

,, *quæ omnium communis eſt, communi etiam omnium conſilio perficeretur. Illi*
,, *cum, quæ maximè optabamus, concordes reſpondiſſent, eorum nos omnium con-*
,, *ſenſione adducti, viros ad Kalendarij emendationem adhibuimus in almâ ur-*
,, *be harum rerum peritiſſimos, quos longè ante ex primariis Chriſtiani orbis*
,, *nationibus delegeramus. Ii cum multum temporis, & diligentiæ ad eam lucu-*
,, *brationem adhibuiſſent, & cyclos tam veterum, quàm recentiorum undique*
,, *conquiſitos, ac diligentiſſimè perpenſos inter ſe contuliſſent, ſuo & doctorum ho-*
,, *minum qui de ea re ſcripſerunt, judicio hunc præ cæteris elegerunt Epactarum*
,, *cyclum, cui nonnulla etiam adjecerunt, quæ ex accurata circumſpectione viſa*
,, *ſunt ad Kalendarii perfectionem maximè pertinere.*

At Lilium exclamantem ſubaudio
Πολλῶν ἰατρῶν εἴσοδός μ' ἀπώλεσεν.

Planè, cum fucatum Kalendarium pro vero adripimus, ipſimet ſumus in cauſa, cur ab omnibus gentibus, quæ Romano ſolebant uti, idem ſummo omnium voto reſtitutum feliciſſimis Gregorij XIII auſpiciis non recipiatur. Quare excitandus eſt Lilii genius, & quæ ſui correctores perperam correxere, ea ſupplenda, & ſuo nitori, quandoquidem hæc nobis otia facis, auguſtiſſime Galliarum & Navarræ Rex Henrice, reſtituenda.

Neque verò ſequar eorum veſtigia, qui jam ante me eam curam ſuſcepiſſe videri volunt. Infelicibus enim cenſoribus infeliciores chirurgos ſeſe prodiderunt, non cenſenda cenſuêre, non probanda probavêre. Itaque quæ à nobis adnotata ſunt de Kalendarii vulgaris ἀταξίᾳ, καὶ ἀτεχνίᾳ, καὶ ψευδοψηφοφορίᾳ, eadem omnino eandem adverſus nova, quæ tanquam caſtigata propoſuerunt, Kalendaria vim obtinent, immò etiam majorem. Ego à Gregorii mente quantum ex ſuo diplomate eam colligere potero, non diſcedam, ea ipſa quæ à ſuis Soſigenibus expectarat, præſtaturus, volente Deo.

RUBRICA III.

De fabricâ, & uſu Kalendarii verè Gregoriani.

Primâ parte Rubricæ proponitur ſimplex fabrica, & uſus ratio.
Alterâ expenditur Kalendarii dignitas & præſtantia.

PROPOSITIO I.

Kalendarium Gregorianum conſtruere.

1 Primus menſis Lunæ ab octavo die Martij technicum initium ducito.
2 Is conſtituitor plenus, ſecundus cavus, & eo deinceps alterno ordine.
3 Singulis & ſimilibus menſium diebus ſinguli & ſimiles adponantur in cyclum characteres viginti novem. Luxetur autem triceſimus quiſque dies menſis conſtituti pleni.
4 Characteres ſunto, ſi placet,

N	M	H	G	F	E	D	C	B	A
u	t	ſ	r	q	p	n	m	l	k
i	h	g	f	e	d	c	b	a	

5 Con-

5 Continuetur characterum ordo ad anni technici finem, id eſt Martij ſeptimum. Itaque ad undecim dies ἐπαγομένας repetantur è cyclo literæ undecim majuſculæ, atque adeo per totum Kalendarium characterum ſimilitudo Neomenias anni, uti mutuo ſibi correſpondent, arguat.

6 Triceſimus dies menſis cujuſlibet conſtituti pleni eſto Neomenia nulla. Itaque characterem ἐξώπιρον ſuſcipito, qualis γγ Æolicum digamma.

7 Character ἐξώπιρος, in quem alioqui caderet Neomenia, devolvitor in N vel a. In N quidem, cum aureus numerus erit x vel minor; in a verò, cum aureus numerus erit xi vel major.

8 Characteres, ſi placet, numero deſignentur, ac vocentur Epactæ. Technicæ quidem, cum a numerabitur prima, b ſecunda, c tertia, ac eo deinceps ordine.

9 Kalendarium ita conſtructum perpetuo Epitheto perpetuum dicitor.

	Ianuarius.	Februarius.	Martius.	Aprilis.	Majus.	Iunius.	Iulius.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
1	300 F xxv	331 E xxiv	359 F xxv	25 e v	55 e v	86 c iii	116 c iii	147 a i	178 N xxix	208 N xxix	239 H xxvii	269 H xxvii
2	301 E xxiv	332 D xxiii	360 E xxiv	26 d iv	56 d iv	87 b ii	117 b ii	148 γγ *	179 M xxviii	209 M xxviii	240 G xxvi	270 G xxvi
3	302 D xxiii	333 C xxii	361 D xxiii	27 c iii	57 c iii	88 a i	118 a i	149 N xxix	180 H xxvii	210 H xxvii	241 F xxv	271 F xxv
4	303 C xxii	334 B xxi	362 C xxii	28 b ii	58 b ii	89 γγ *	119 N xxix	150 M xxviii	181 G xxvi	211 G xxvi	242 E xxiv	272 E xxiv
5	304 B xxi	335 A xx	363 B xxi	29 a i	59 a i	90 N xxix	120 M xxviii	151 H xxvii	182 F xxv	212 F xxv	243 D xxiii	273 D xxiii
6	305 A xx	336 u xix	364 A xx	30 γγ *	60 N *xxix	91 M xxviii	121 H xxvii	152 G xxvi	183 E xxiv	213 E xxiv	244 C xxii	274 C xxii
7	306 u xix	337 t xviii	365 u xix	31 N xxix	61 M xxviii	92 H xxvii	122 G xxvi	153 F xxv	184 D xxiii	214 D xxiii	245 B xxi	275 B xxi
8	307 t xviii	338 ſ xvii	1 N xxix	32 M xxviii	62 H xxvii	93 G xxvi	123 F xxv	154 E xxiv	185 C xxii	215 C xxii	246 A xx	276 A xx
9	308 ſ xvii	339 r xvi	2 M xxviii	33 H xxvii	63 G xxvi	94 F xxv	124 E xxiv	155 D xxiii	186 B xxi	216 B xxi	247 u xix	277 u xix
10	309 r xvi	340 q xv	3 H xxvii	34 G xxvi	64 F xxv	95 E xxiv	125 D xxiii	156 C xxii	187 A xx	217 A xx	248 t xviii	278 t xviii
11	310 q xv	341 p xiv	4 G xxvi	35 F xxv	65 E xxiv	96 D xxiii	126 C xxii	157 B xxi	188 u xix	218 u xix	249 ſ xvii	279 ſ xvii
12	311 p xiv	342 n xiii	5 F xxv	36 E xxiv	66 D xxiii	97 C xxii	127 B xxi	158 A xx	189 t xviii	219 t xviii	250 r xvi	280 r xvi
13	312 n xiii	343 m xii	6 E xxiv	37 D xxiii	67 C xxii	98 B xxi	128 A xx	159 u xix	190 ſ xvii	220 ſ xvii	251 q xv	281 q xv
14	313 m xii	344 l xi	7 D xxiii	38 C xxii	68 B xxi	99 A xx	129 u xix	160 t xviii	191 r xvi	221 r xvi	252 p xiv	282 p xiv
15	314 l xi	345 k x	8 C xxii	39 B xxi	69 A xx	100 u xix	130 t xviii	161 ſ xvii	192 q xv	222 q xv	253 n xiii	283 n xiii
16	315 k x	346 i ix	9 B xxi	40 A xx	70 u xix	101 t xviii	131 ſ xvii	162 r xvi	193 p xiv	223 p xiv	254 m xii	284 m xii
17	316 i ix	347 h viii	10 A xx	41 u xix	71 t xviii	102 ſ xvii	132 r xvi	163 q xv	194 n xiii	224 n xiii	255 l xi	285 l xi
18	317 h viii	348 g vii	11 u xix	42 t xviii	72 ſ xvii	103 r xvi	133 q xv	164 p xiv	195 m xii	225 m xii	256 k x	286 k x
19	318 g vii	349 f vi	12 t xviii	43 ſ xvii	73 r xvi	104 q xv	134 p xiv	165 n xiii	196 l xi	226 l xi	257 i ix	287 i ix
20	319 f vi	350 e v	13 ſ xvii	44 r xvi	74 q xv	105 p xiv	135 n xiii	166 m xii	197 k x	227 k x	258 h viii	288 h viii
21	320 e v	351 d iv	14 r xvi	45 q xv	75 p xiv	106 n xiii	136 m xii	167 l xi	198 i ix	228 i ix	259 g vii	289 g vii
22	321 d iv	352 c iii	15 q xv	46 p xiv	76 n xiii	107 m xii	137 l xi	168 k x	199 h viii	229 h viii	260 f vi	290 f vi
23	322 c iii	353 b ii	16 p xiv	47 n xiii	77 m xii	108 l xi	138 k x	169 i ix	200 g vii	230 g vii	261 e v	291 e v
24	323 b ii	354 a i	17 n xiii	48 m xii	78 l xi	109 k x	139 i ix	170 h viii	201 f vi	231 f vi	262 d iv	292 d iv
25	324 a i	355 N xxix	18 m xii	49 l xi	79 k x	110 i ix	140 h viii	171 g vii	202 e v	232 e v	263 c iii	293 c iii
26	325 γγ *	356 M xxviii	19 l xi	50 k x	80 i ix	111 h viii	141 g vii	172 f vi	203 d iv	233 d iv	264 b ii	294 b ii
27	326 N xxix	357 H xxvii	20 k x	51 i ix	81 h viii	112 g vii	142 f vi	173 e v	204 c iii	234 c iii	265 a i	295 a i
28	327 M xxviii	358 G xxvi	21 i ix	52 h viii	82 g vii	113 f vi	143 e v	174 d iv	205 b ii	235 b ii	266 γγ *	296 N xxix
29	328 H xxvii		22 h viii	53 g vii	83 f vi	114 e v	144 d iv	175 c iii	206 a i	236 a i	267 N xxix	297 M xxviii
30	329 G xxvi		23 g vii	54 f vi	84 e v	115 d iv	145 c iii	176 b ii	207 γγ *	237 N xxix	268 M xxviii	298 H xxvii
31	330 F xxv		24 f vi		85 d iv		146 b ii	177 a i		238 M xxviii		299 G xxvi

Ad Bibliopegum.

Sequentes tres circuli ex chartâ resecentur, circulisque paginæ 455 & 459 (quæ quidem numeris 465 & 469 insigniri debuissent) ut & pag. 467. imponantur, ita ut illis affixis circum eorum centra rotari queant.

Figura pertinens ad pag. 459, seu numero 469 indigitandam.

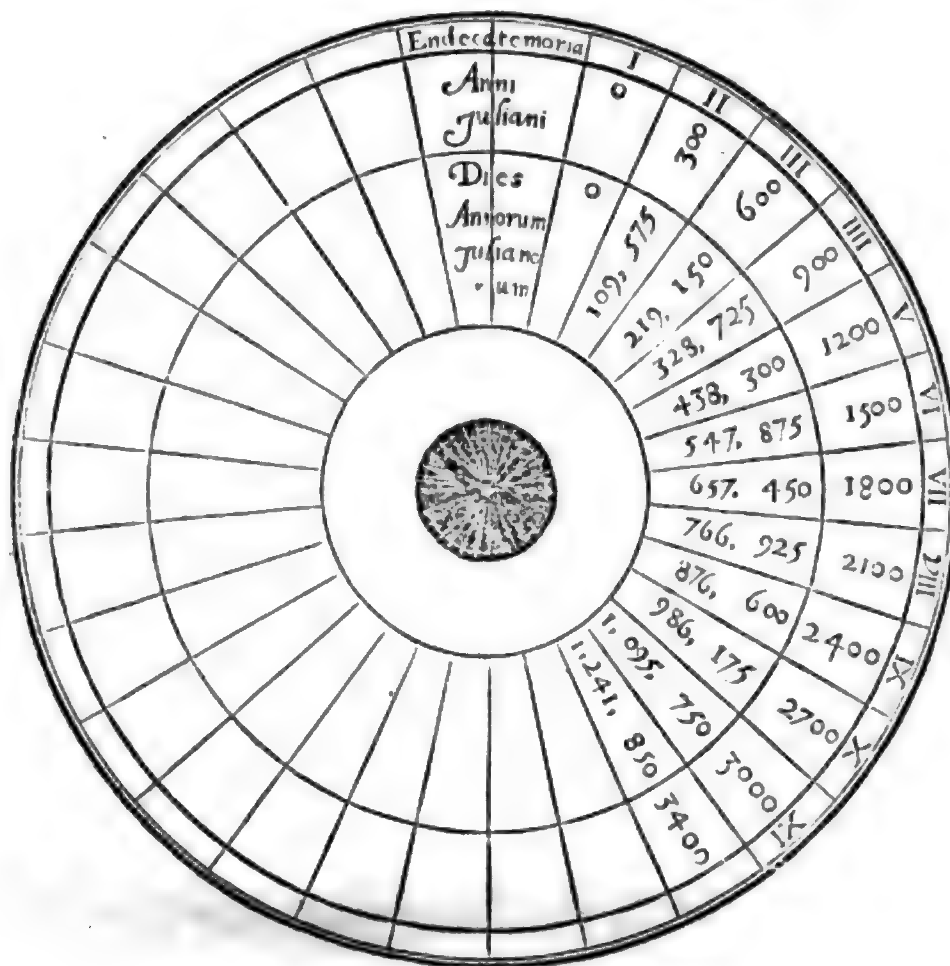


Figura pertinens ad pag. 455, seu quæ numero 465 insigniri debuisset.

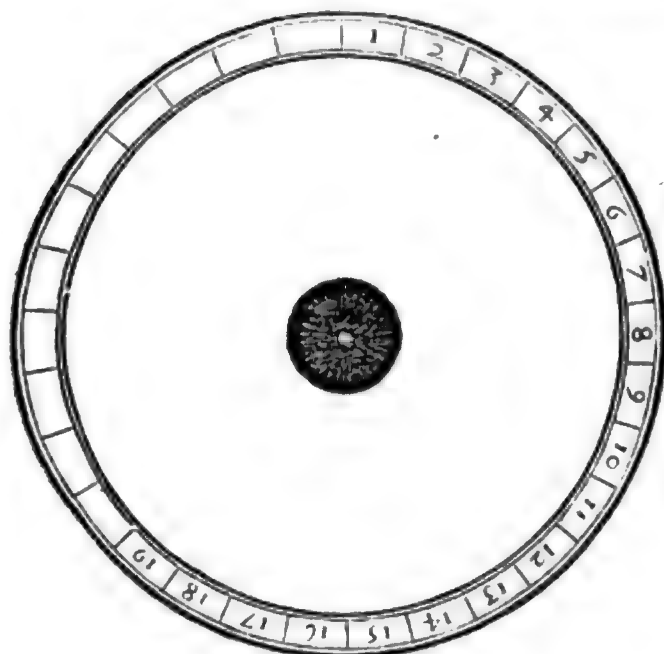
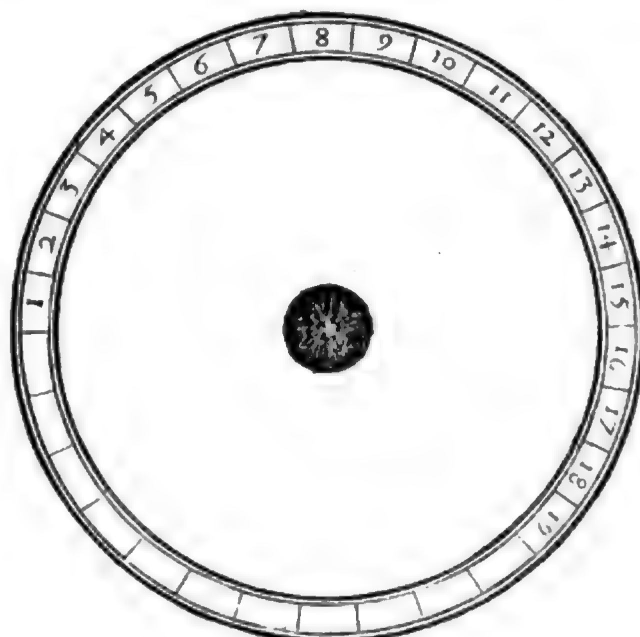


Figura pertinens ad pag. 467.



PROPOSITIO II.

Periodos Lunæ constituere.

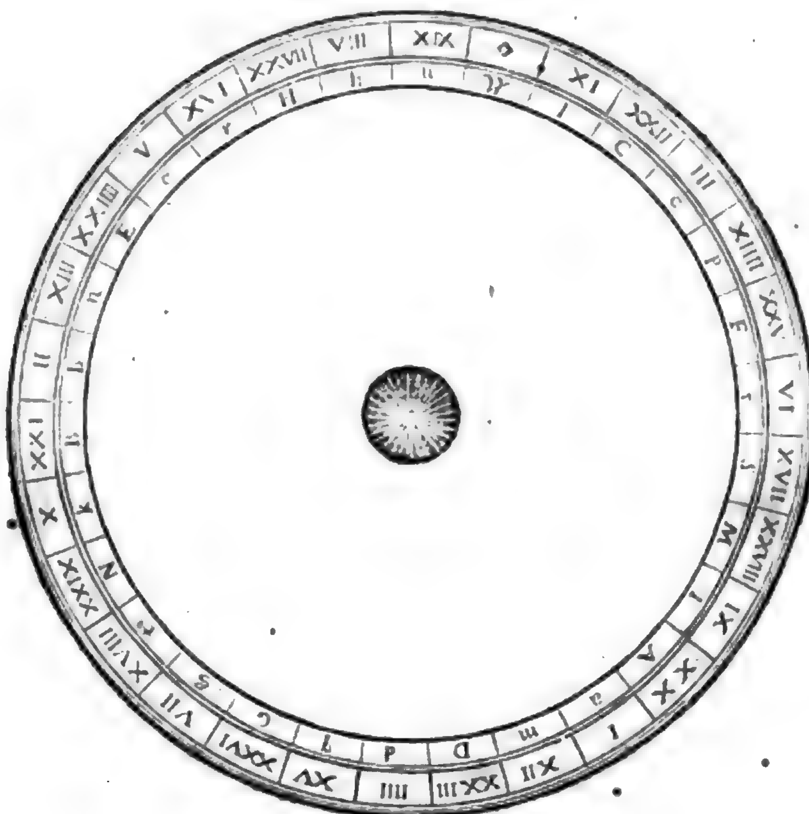
Prima periodus Lunæ annorum 19 Iulianorum esto. Magna annorum Iulianorum centuriis 34 concluditor.

PROPOSITIO III.

Cyclum Epactarum ad primæ periodi normam dirigere.

Cyclus Epactarum ad primæ Lunaris periodi normam directus esto hujusmodi.

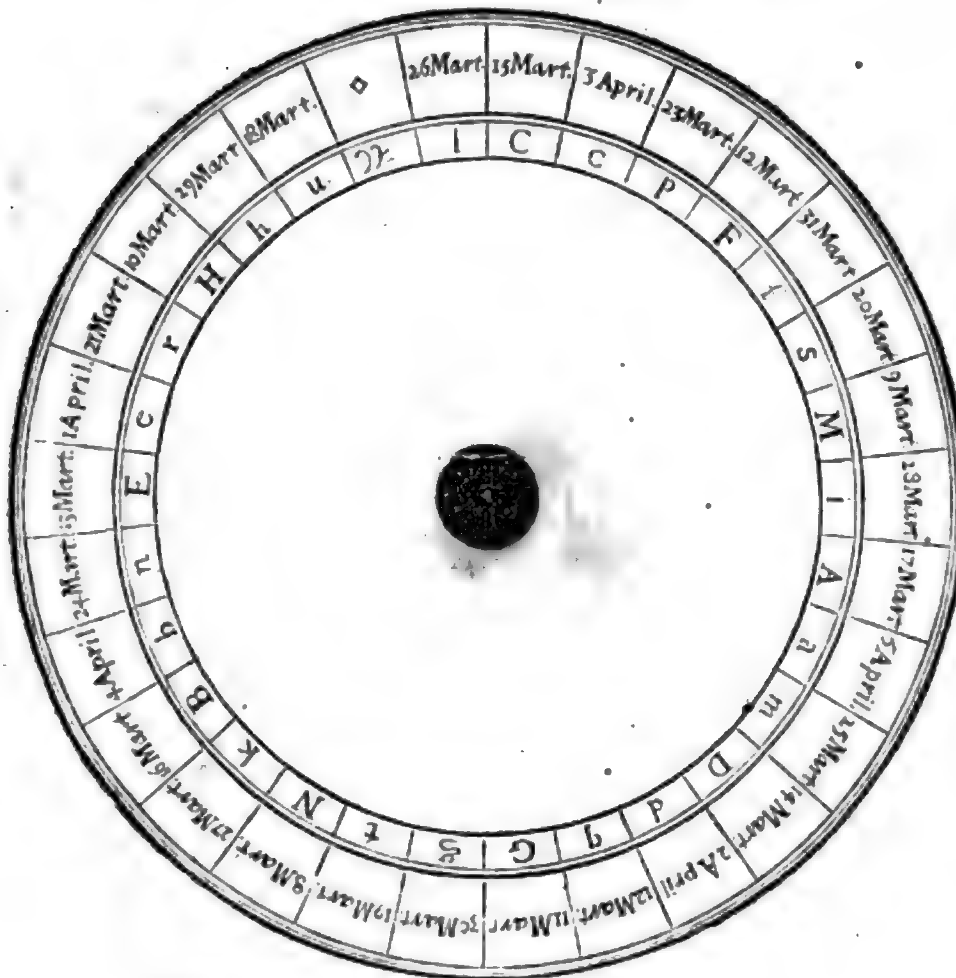
Ὀργανικῶς.



Immoto Epactarum cyclo movetur cyclus aurei numeri.

Πινα-

Οργανικῶς.



Immoto Epactarum cyclo movetur cyclus aurei numeri.

Πινακικῶς.

Conspectus Neomeniarum Paschalium in Enneadecaeteride uniformi incedentium progressu.

Aureus numerus,	I	II		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
	23	12	f vi	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4
	24	13	e v	1	21	10	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5
	25	14	d iv	2	22	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†
	26	15	c iii	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8
	27	16	b ii	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23	12	31	20	[illegible]
	28	17	a i	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21	10
	29	18	γγ •	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11
	30	19	N xxix	8†	27	16	[illegible]	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23	12
	31	20	M xxviii	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13
	1	21	H xxvii	10	29	18	8	26	15	4	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14
	2	22	G xxvi	11	30	19	8†	27	16	[illegible]	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15
	3	23	F xxv	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16
	4	24	E xxiv	13	1	21	10	29	18	[illegible]	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17
	5	25	D xxiii	14	2	22	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18
	8	26	C xxii	15	3	23	12	31	20	9	28	17	[illegible]	25	14	2	22	11	30	19
	8†	27	B xxi	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23	12	31	20
	9	28	A xx	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1	21
	10	29	u xix	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22
	11	30	t xviii	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23
	12	31	l xvii	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24
	13	1	r xvi	21	10	29	18	[illegible]	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	5	25
	14	2	q xv	22	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29	18	5†	26
	15	3	p xiv	23	12	31	20	9	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27
	16	4	n xiii	24	13	1	21	10	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	28
	17	5	m xii	25	14	2	22	11	30	19	8†	27	16	4	24	13	1	21	10	29
	18	8	l xi	26	15	3	23	12	31	20	9	28	17	[illegible]	25	14	2	22	11	30
	19	8†	k x	27	16	[illegible]	24	13	1	21	10	29	18	5†	26	15	3	23	[illegible]	31
	20	9	i ix	28	17	5	25	14	2	22	11	30	19	8	27	16	4	24	13	1
	21	10	h viii	29	18	8	26	15	3	23	12	31	20	9	[illegible]	17	5	25	14	2
	22	11	g vii	30	19	8†	27	16	4	24	13		21	10	29	18	5†	26	15	3
Aureus numerus.	I	II		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX

Minio autem, ut ante, distincti sunt dies Aprilis à diebus Martii, ne vox Martij & Aprilis sæpe repetita obrueret inspectorem potius quam delectaret.

PROPOSITIO V.

Cyclum Neomeniarum anni exhibere.

Cum similitudo characterum similes mensium Lunæ dies in Kalendario arguat, cyclus Neomeniarum anni ita se habebit.

Numerus Characteris.	Characteres Neomeniæ anni.	Cyclus vulgaris Neomeniarum anni.													Characteres anni sequentis cujus aureus numerus est unitate major.	Characteres anni sequentis cujus aureus numerus est unitas.
		Mart.	April.	Maji.	Iunii.	Iulii.	Augu.	Sept.	Octo.	Octo.	Nové.	Decé.	Ian.	Febr.		
XXIX	N	8	7	6	5	4	3	1	1	30	29	28	27	25	k	l
XXVIII	M	9	8	7	6	5	4	2	2	31	30	29	28	26	i	k
XXVII	H	10	9	8	7	6	5	3	3	Nov. 1	Dec. 1	30	29	27	h	i
XXVI	G	11	10	9	8	7	6	4	4	2	2	31	30	28	g	h
XXV	F	12	11	10	9	8	7	5	5	3	3	Ian. 1	31	Mart. 1	f	g
XXIV	E	13	12	11	10	9	8	6	6	4	4	2	Febr. 1	2	e	f
XXIII	D	14	13	12	11	10	9	7	7	5	5	3	2	3	d	e
XXII	C	15	14	13	12	11	10	8	8	6	6	4	3	4	c	d
XXI	B	16	15	14	13	12	11	9	9	7	7	5	4	5	b	c
XX	A	17	16	15	14	13	12	10	10	8	8	6	5	6	a	b
XIX	u	18	17	16	15	14	13	11	11	9	9	7	6	7	γγ	a
XVIII	t	19	18	17	16	15	14	12	12	10	10	8	7		N	γγ
XVII	s	20	19	18	17	16	15	13	13	11	11	9	8		M	N
XVI	r	21	20	19	18	17	16	14	14	12	12	10	9		H	M
XV	q	22	21	20	19	18	17	15	15	13	13	11	10		G	H
XIV	p	23	22	21	20	19	18	16	16	14	14	12	11		F	G
XIII	n	24	23	22	21	20	19	17	17	15	15	13	12		E	F
XII	m	25	24	23	22	21	20	18	18	16	16	14	13		D	E
XI	l	26	25	24	23	22	21	19	19	17	17	15	14		C	D
X	k	27	26	25	24	23	22	20	20	18	18	16	15		B	C
IX	i	28	27	26	25	24	23	21	21	19	19	17	16		A	B
VIII	h	29	28	27	26	25	24	22	22	20	20	18	17		u	A
VII	g	30	29	28	27	26	25	23	23	21	21	19	18		t	u
VI	f	31	30	29	28	27	26	24	24	22	22	20	19		s	t
V	e	Apr. 1	Maji. 1	30	29	28	27	25	25	23	23	21	20		r	s
IV	d	2	2	31	30	29	28	26	26	24	24	22	21		q	r
III	c	3	3	Iun. 1	Iul. 1	30	29	27	27	25	25	23	22		p	q
II	b	4	4	2	2	31	30	28	28	26	26	24	23		n	p
I	a	5	5	3	3	Aug. 1	31	29	29	27	27	25	24		m	n
•	γγ	6		4		2		30		28		26			l	m

Sit octavus Martij, Neomenia. Erit eodem anno 7 Aprilis, Neomenia. 6 Maji. 5 Iunij, & eo continuo, quem eadem proselis indicat, ordine, & inversim.

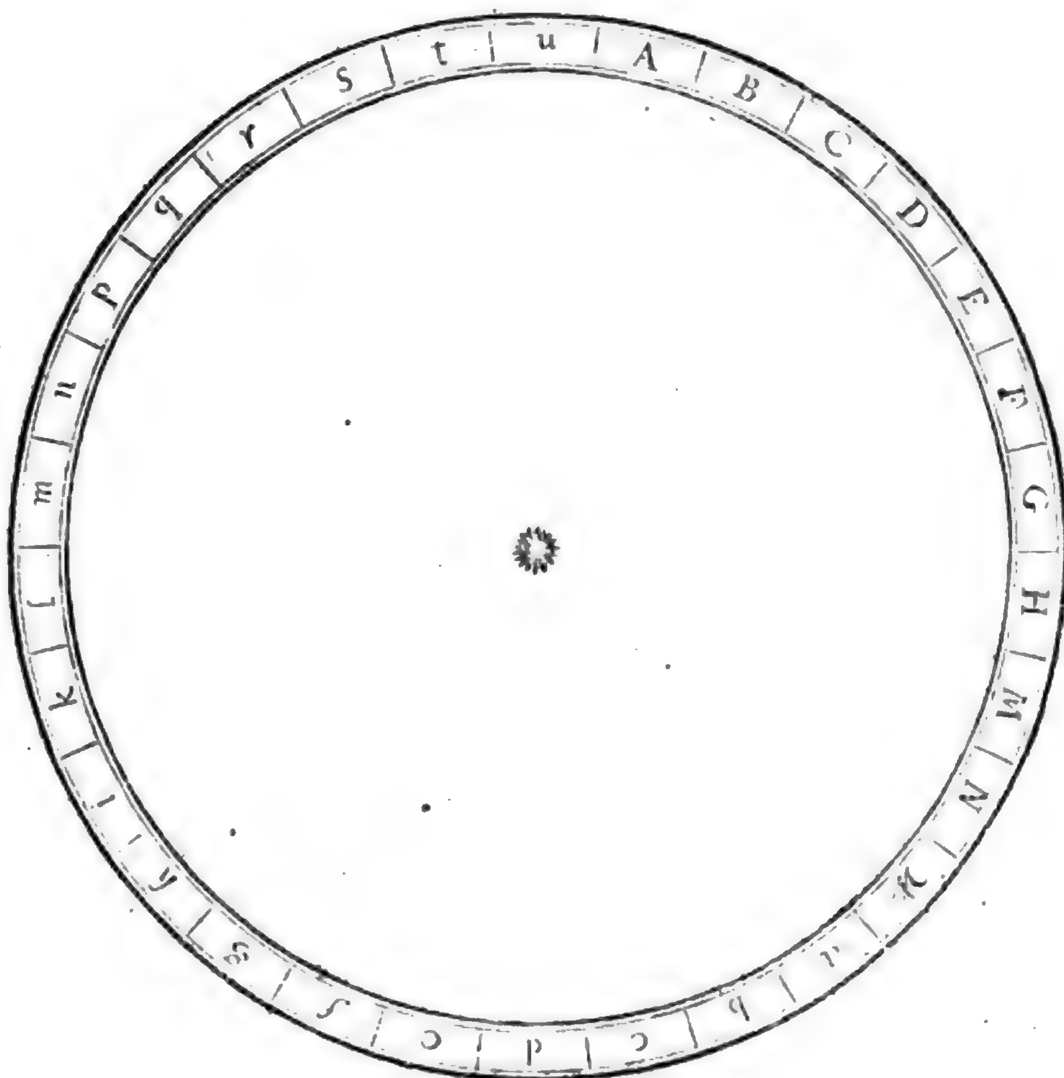
PROPOSITIO VI.

Cyclum Epactarum ad magnæ Lunaris periodi normam dirigere.

Magna Lunæ periodus restituit Neomenias aureo numero unitate diminuto. Nam cum ab annis 3400 abjiciuntur cycli decemnovales, supersunt anni 16. Aureo autem alicui numero 16 unitates addere, ipsum est unitate minuere. Quare præficiatur periodo, quæ agitur, numerus aureus 1. Antecedenti igitur præficiebatur aureus numerus 2. Succedenti præficietur 19. Ergo magna Lunari periodo absumuntur characteres Epactarum undecim sub constante aureo radicis numero. Ac proinde ternis annorum centuriis, quarum singulæ constant diebus 36,525, absumuntur consentaneè κατ' ἐπίβαλον ὁλοσχερῆ character unus, ac tandem quatuor centuriis postremus. Itaque cyclus Epactarum ad magnæ Lunaris periodi normam directus, cum ea definita sit annorum Iulianorum 3400, id est, dierum 1, 241, 850, se habebit hujusmodi.

Oppo-

Ὀργανικῶς.



Πινακικῶς.

CHARACTERES EPACTARUM

Rade-cate-epocha.	Anni Iuliani.	Dies annorum Julianorum.										
I	0	0	m n p	q r s	t u A	B C D	E F G	H M N	γγ a b	c d e	f g h	i k l
II	300	109, 575	u p q	r s t	n A B	C D E	F G H	M N γγ	a b c	d e f	g h i	k l m
III	600	219, 150	p q r	s t u	A B C	D E F	G H M	N γγ a	b c d	e f g	h i k	l m n
IV	900	328, 725	q r s	t u A	B C D	E F G	H M N	γγ a b	c d e	f g h	i k l	m n p
V	1200	438, 300	r s t	u A B	C D E	F G H	M N γγ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q
VI	1500	547, 875	s t u	A B C	D E F	G H M	N γγ a	b c d	e f g	h i k	l m n	p q r
VII	1800	657, 450	t u A	B C D	E F G	H M N	γγ a b	c d e	f g h	i k l	m n p	q r s
VIII	2100	766, 925	u A B	C D E	F G H	M N γγ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q	r s t
IX	2400	876, 600	A B C	D E F	G H M	N γγ a	b c d	e f g	h i k	l m n	p q r	s t u
X	2700	986, 175	B C D	E F G	H M N	γγ a b	c d e	f g h	i k l	m n p	q r s	t u A
XI	3000	1,095, 750	C D E	F G H	M N γγ	a b c	d e f	g h i	k l m	n p q	r s t	u A B
	3400	1,241, 850										

Valet, ut datâ Epacta ad parodum aliquam magnæ periodi, dentur Epactæ ad parodos ejusdem periodi reliquas, sub immutabili aureo radicis numero.

Distinguntur autem parodi per periodi Endecatemoria, constitura videlicet annorum 300 singula; excepto postremo embolimæo, cui tribuuntur anni quadringenti reliqui.

PROPOSITIO VII.

Radicem Æquinoctii verni Julianam constituere.

Anno o ab Erâ Christi dies vicesimus tertius Martij Iulianus Æquinoctij verni sedes esto.

PROPOSITIO VIII.

Invenire dies exemptiles seculi Juliani propositi.

Dies exemptiles sunt ij, quibus propositæ annorum Iulianorum centuriæ totidem Gregorianas ab eodem initas principio, excedunt. Sunt enim rejiculi ex Gregorianâ constitutione, ἀπόβλητοι καὶ ἐξαιρέσιμοι. Et verò directio Gregoriana anno ante Christum vel post Christum 100 Iuliano, & deinceps anno 200 & anno 300 Bissextum omittit, anno verò 400 retinet. Adsumatur igitur Era Christi, & oporteat facere quod propositum est.

Quotus erit in propositis annorum ante vel post Christum centuriis quaternarius centuriarum numerus, tot sume ternos dies, & quot divisione institutâ supererunt centuriæ, tot sume dies singulos, sumptos collige, & conflabis summam dierum exemptilium seculi propositi.

Propositus annus consistat in primo Endecatemorio magnæ periodi, & sit Epacta m *sub aureo numero* 1. *In Endecatemorio succedente erit* n, *in tertio* p, *& eo continuo ordine sub aureo radicis numero* 1.

Sic annis ab Erâ Christi Iulianis 48,700 *dies exemptiles numerantur* 366. *Periodo verò annorum* 194,800 *dies* 1,461 *seu anni quatuor Iuliani.*

Et annis 109,500 *dies numerantur exemptiles* 822, *seu anni duo communes Ægyptiive & dies* 92.

Et annis 218,000 *dies numerantur exemptiles* 1,635, *seu anni quatuor Iuliani & dies* 174.

Annis denique 163,580,000 *dies exemptiles inveniuntur* 1,241,850, *seu anni Iuliani* 3,400.

PROPOSITIO IX.

In Kalendario Juliano Epochas Æquinoctii verni ad Juliana quæcunque secula, subnotare.

Inveni dies exemptiles propositi ab Erâ Christi Juliani seculi, quos à 23 Martij numera exclusivè in consequentia dierum Kalendarij, si de antecedentibus seculis, vel in antecedentia si de consequentibus quæritur, & is, in quem desinet numeratio, sedes erit Æquinoctii verni Iuliani quæsita.

Secundum quæ hic proferuntur

IN KALENDARIO JULIANO ADNOTATÆ

ad aliquot annorum Julianorum Centurias Æquinoctii verni Epochæ.

Anni Iuliani ante Christum.	Dies mēsis.	Dies anni technici.	Anni Iuliani post Christum.
	Ianuarij.		
	30	329	
	31	330	6,700 6,800
	Februarij.		
	1	331	6,600
	2	332	6.500
	3	333	6,300 6,400
	4	334	6,200
	5	335	6,100
	6	336	5.900 6,000
	7	337	5,800
	8	338	5.700
	9	339	5,500 5,600
	10	340	5,400
	11	341	5,300
	12	342	5,100 5,200
	13	343	5,000
	14	344	4.900
	15	345	4,700 4,800
	16	346	4,600
	17	347	4,500
	18	348	4,300 4,400
	19	349	4,200
	20	350	4,100
	21	351	3,900 4,000
	22	352	3,800
	23	353	3,700
	24	354	3,500 3,600
	25	355	3,400
	26	356	3,300
	27	357	3,100 3,200
	28	358	3,000
	Martij.		
	1	359	2.900
	2	360	2,700 2,800
	3	361	2,600
	4	362	2,500
	5	363	2,300 2 400
	6	364	2200
	7	365	2100
	8	1	1,900 2,000
	9	2	1,800
	10	3	1,700
	11	4	1,500 1,600
	12	5	1,400
	13	6	1,300
	14	7	1,100 1,200
	15	8	1,000
	16	9	900

Anni Iuliani ante Christum.	Dies mensis.	Dies anni technici.	Anni Iuliani post Christum.
	Martij.		700 800
	17	10	
	18	11	600
	19	12	500
	20	13	300 400
	21	14	200
	22	15	100
0 100	23	16	0
200	24	17	
300	25	18	
400 500	26	19	
600	27	20	
700	28	21	
800 900	29	22	
1,000	30	23	
1,100	31	24	
	Aprilis.		
1,200 1,300	1	25	
1,400	2	26	
1,500	3	27	
1,600 1,700	4	28	
1,800	5	29	
1,900	6	30	
2,000 2. 100	7	31	
2,200	8	32	
2,300	9	33	
2,400 2.500	10	34	
2,600	11	35	
2,700	12	36	
2,800 2,900	13	37	
3,000	14	38	
3,100	15	39	
3,200 3,300	16	40	
3,400	17	41	
3.500	18	42	
3.600 3.700	19	43	
3,800	20	44	
3,900	21	45	
4,000 4,100	22	46	
4,200	23	47	
4.300	24	48	
4 400 4.500	25	49	
4,600	26	50	
4.700	27	51	
4.800 4.900	28	52	
5,000	29	53	
5,100	30	54	
	Maij.		
5,200 5,300 &c	1	55	

cipit anno o ab Erâ Christi, id est, anno ante Christum primo 1. Et succedenti secundæ præficitor aureus numerus 19, quoniam incipiet anno Christi 3, 400. Tertiæ 18, & eo continuo unitatis decremento. Contra prima ante Christum periodus, quæ incepit anno ante Christum 3, 400, aureum numerum 2 adserito.

Tertia, quæ incepit anno, ut Hebræi vocant Tohu 6, 800, aureum numerum 3.

COROLLARIUM.

Itaque post absolutas periodos magnas Lunæ denas novenas, annorum videlicet Iulianorum 64, 600, redibit idem aureus numerus.

PROPOSITIO XV.

Julianas Neomeniarum constantes Epochas unicuique Endecatemorio magnæ Lunaris periodi, sub aureo anni 1, à quo ea initium ducit, numero, adsignare.

Primi Endecatemorij Neomenia ex jam constituta radice ad 25 Martij alligator. expleto Endecatemorio, die uno recedito. Itaque Neomenia secundi Endecatemorij ad diem 24 reponitor. Tertij ad 23, & eo continuo ad postremum Endecatemorium regressu, ex jam constituto Epactarum ad magnæ periodi normam dirigendo cyclo.

Secundum quæ

CON-

CONSTANTES NEOMENIARVM IVLIANARVM

Epochæ ad quæcunque ſecula præterita vel futura
ſe habebunt, ut in Tabella.

Anni ante Chriſtum Iuliani.					Anni poſt Chriſtum Iuliani.																			
Sub aureo numero III.	Sub aureo numero. II.	Endecatemoria.	Dies Martii.	Dies anni technici	Sub aureo numero. I.	Sub aureo numero. XIX.	XVIII.	XVII.	XVI.	XV.	XIV.	XIII.	XII.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	V.	IV.	III	II.	I.
	3400	I	25	18	0	3400	6800	10,200	13,600	17,000	20,400	23,800	27,200	30,600	34,000	37,400	40,800	44,200	47,600	51,000	54,400	57,800	61,200	64,600
	3100	II	24	17	300	3700	7100	10,500	13,900	17,300	20,700	24,100	27,500	30,900	34,300	37,700	41,100	44,500	47,900	51,300	54,700	58,100	61,500	&c.
	2800	III	23	16	600	4000	7400	10,800	14,200	17,600	21,000	24,400	27,800	31,200	34,600	38,000	41,400	44,800	48,200	51,600	55,000	58,400	61,800	
	2500	IV	22	15	900	4300	7700	11,100	14,500	17,900	21,300	24,700	28,100	31,500	34,900	38,100	41,700	45,100	48,500	51,900	55,300	58,700	62,100	
	2200	V	21	14	1200	4600	8000	11,400	14,800	18,200	21,600	25,000	28,400	31,800	35,200	38,600	42,000	45,400	48,800	52,200	55,600	59,000	62,400	
5300	1900	VI	20	13	1500	4900	8300	11,700	15,100	18,500	21,900	25,300	28,700	32,100	35,500	38,900	42,300	45,700	49,100	52,500	55,900	59,300	62,700	
5000	1600	VII	19	12	1800	5200	8600	12,000	15,400	18,800	22,200	25,600	29,000	32,400	35,800	39,200	42,600	46,000	49,400	52,800	56,200	59,600	63,000	
4700	1300	VIII	18	11	2100	5500	8900	12,300	15,700	19,100	22,500	25,900	29,300	32,700	36,100	39,500	42,900	46,300	49,700	53,100	56,500	59,900	63,300	
4400	1000	IX	17	10	2400	5800	9200	12,600	16,000	19,400	22,800	26,200	29,600	33,000	36,400	39,800	43,200	46,600	50,000	53,400	56,800	59,200	63,000	
4100	700	X	16	9	2700	6100	9500	12,900	16,300	19,700	23,100	26,500	29,900	33,300	36,700	40,100	43,500	46,900	50,300	53,700	57,100	60,500	64,200	
3800	400	XI	15	8	3000	6400	9800	13,200	16,600	20,000	23,400	26,800	30,200	33,600	37,000	40,400	43,800	47,200	50,600	54,000	57,400	60,800	64,500	
3400	0				3400	6800	10,200	13,600	17,000	20,400	23,800	27,200	30,600	34,000	37,400	40,800	44,200	47,600	51,000	54,400	57,800	61,200	64,800	

Ad circumducendum magnas periodos
Lunæ denas novenas,
abacus.

64,600	I
129,200	II
193,800	III
258,400	IV
323,000	V
387,600	VI
502,200	VII
516,800	VIII
581,400	IX
646,000	X

Quæritur Epocha Iuliana periodica Neomeniæ seculo ante Christum 1200. Datur ab anno 1300 ad annum 100 Martij 18 ex tabella, sub aureo numero ij.

Quæro de seculo 1600 post Christum. Datur 20 Martij ab anno 1500 ad 1800 ex tabella, sub aureo numero j.

Quæro de seculo 109,500. Circumducta magna periodo dena novena, supererit annus 44,900. Quo seculo Epocha Neomeniæ Iuliana datur Martij 23, sub aureo numero vij.

Quæro de seculo 218,000. Circumductis tribus periodis denis novenis, supererit annus à Christo 24,200. Quo seculo Epocha Neomeniæ Iuliana datur 24 Martij ex tabella, sub aureo numero xiij.

Quæro denique de seculo 145,576,800. Circumductis 2563 magnis periodis, supererit annus à Christo 7,000. Quo seculo Epocha Neomeniæ Iuliana datur 24 Martij ex tabella, sub aureo numero xvij.

PROPOSITIO XVI.

Ad datum tempus, manente anni Juliana ordinatione, Epactam invenire; atque adeo Neomeniam Paschalem, & Neomenias anni reliquas.

Ad datum tempus inveni Epocham Julianam tum Æquinoctii verni tum periodicæ Neomeniæ. Quibus in Kalendario Juliano adnotatis ordinentur Epactæ. Quem igitur characterem nanciscetur Epocha periodicæ Neomeniæ, is erit Epacta quæsita sub aureo anni, à quo initium ducit periodus, numero.

Sanè cùm Epocham citimæ Neomeniæ Epochas periodicæ antevertet, in anni antecedentis characteres fiet eruptio. Itaque diminuendus erit eo casu aureus numerus unitate.

Cyclorum porrò ad ordinandum Epactas, rotatilium peripheriæ vix divisionem recipiunt in dies tercentum sexaginta quinque, nisi admodum figura sit immensa. Sed quod organum angustia chartæ denegat, commode supplet Epilogismus.

FORMULA EPILOGISMI.

Adnotatur autem ad præclariorem conspectum non ipsa Æquinoctij verni Juliana Epocha, sed Epocha citimæ Neomeniæ, dies-ve primus anni solennium, diem Æquinoctij verni diebus tredecim perpetuò antevertens.

Anno ante Christum Iuliano	*Qualis cycli annui Epocha Iuliana citima Neomenia dies est*	*Talis, Epocha Iuliana periodica Neomenia dies est*	*Itaque distantia periodica à citima dierum est*	*At in recta Epactarũ ordinatione, citima Neomenia caput est anni solennium seu dies anni technici.*	*Ergo cadet periodica Neomenia in diem anni technici. Cujus ideo character dabit Epactam, & est*	
		Sub aureo numero 111.	in antecedentia.		Sub aureo numero 11.	
4,400	36	10	26	1	340	q
4,300	35	10	25		341	p
4,200	34	10	24		342	n
4,100	33	9	24		342	n
4,000	33	9	24		342	n
3,900	32	9	23		343	m
3,800	31	8	23		343	m
3,700	30	8	22		344	l
3,600	30	8	22		344	l
3,500	29	8	21		345	k
		Sub aureo numero 11.			Sub aureo numero 1.	
¶ 3,400	28	¶ 18	¶ 10		¶ 356	M
3,300	27	18	9		357	H
3,100	27	18	9		357	H
3,100	26	17	9		357	H
3,000	25	17	8		358	G
2,900	24	17	8		359	F
2,800	24	16	8		358	G
2,700	23	16	7		359	F
2,600	22	16	6		360	E
2,500	21	15	6		360	E
2,400	21	15	6		360	E
2,300	20	15	5		361	D
2,100	19	14	5		361	D
2,100	18	14	4		362	C
2,000	18	14	4		362	C
1,900	17	13	4		362	C
1,800	16	13	3		363	B
1,700	15	13	2		364	A
1,600	15	12	3		364	B
1,500	14	12	2		464	A
1,400	13	12	1		365	u
1,300	12	11	1		365	u
1,200	12	11	1		366	u
1,100	11	11	in consequẽtia.		Sub aureo numero 11.	
			¶ 0		¶ 1	N
1,000	10	10	0		1	N
900	9	10	1		2	M
800	9	10	1		2	M
700	8	9	1		2	M
600	7	9	2		3	H
500	6	8	3		4	G
400	6	8	2		3	H
300	5	8	3		4	G
200	4	8	4		5	F
100	3	8	5		6	E

Anno

Anno post Christum Iuliano.		Sub aureo numero I.			Sub aureo numero I.	
¶ 0	3	¶ 18	¶ 15		¶ 16	p
100	2	18	16		17	n
200	1	18	17		18	m
300	365	17	17		18	m
400	365	17	17		18	m
500	364	17	18		19	l
600	363	16	18		19	l
700	362	16	19		20	k
800	362	16	19		20	k
900	361	15	19		20	k
1,000	360	15	20		21	i
1,100	359	15	21		22	h
1,200	359	14	20		21	i
1,300	358	14	21		22	h
1,400	357	14	22		23	g
1,500	356	13	22		23	g
1,600	356	13	22		23	g
1,700	355	13	23		24	f
1,800	354	12	23		25	f
1,900	353	12	24		25	e
2,000	353	12	24		25	e
2,100	352	11	24		25	e
2,200	351	11	25		26	d
2,300	350	11	26		27	c
2,400	350	10	25		26	d
2,500	349	10	26		27	c
2,600	348	10	27		28	b
2,700	347	9	27		28	b
2,800	347	9	27		28	b
2,900	346	9	28		29	a
3,000	345	8	28		29	a
3,100	344	8	29		30	γγ
3,200	344	8	29		30	γγ
3,300	343	8	30		31	N
		Sub aureo numero XIX.			Sub aureo numero XIX.	
¶ 3,400	342	18	41		42	t
3,500	341	18	42		43	s
3,600	341	18	42		43	s
3,700	340	17	42		43	s
3,800	339	17	43		44	r
3,900	338	17	44		45	q
4,000	338	16	43		44	r
4,100	337	16	44		45	q
4,200	336	16	45		46	p
4,300	335	15	45		46	p
4,400	335	15	45		46	p
4,500	334	15	46		47	n
4,600	333	14	46		47	n
4,700	332	14	47		48	m
4,800	332	14	47		48	m
4,900	331	13	49		48	m
5,000	330	13	48		49	l
5,100	329	13	49		50	k
5,200	329	12	48		49	l
5,300	328	12	49		50	k
5,400	327	12	50		51	i
5,500	326	11	50		51	i
5,600	326	11	50		51	i
5,700	325	11	51		52	h
5,800	324	10	51		52	h
5,900	323	10	52		53	g
6,000	323	10	52		53	g
6,100	322	9	52		53	g
6,200	321	9	53		54	f
6,300	320	9	54		55	e
6,400	320	8	53		54	f
6,500	319	8	54		55	e
6,600	318	8	55		56	d
6,700	317	8	56		57	c
6,800 &c.	317					

Quaero Epactam seculi Iuliani 109,500. Dies anni technici 276 fuit Epocha Iuliana citima Neomenia. Epocha vero excurrentis periodicæ dies 16, sub aureo numero VII. Hac igitur ab illa distat in consequentia diebus 105. Quare dies 106 in Kalendario dabit Epactam, & est n, sub ipso aureo numero VII.

Quaero Epactam seculi 218,000. Dies anni technici 194 fuit Epocha Iuliana citima Neomenia. Epocha vero excurrentis periodica 17, sub aureo numero XIII. Hac ab illa distat in consequentia diebus 188. Quare dies 189 in Kalendario Gregoriano dabit Epactam, & est r, sub ipso aureo numero XIII.

Data autem Epacta, dabitur Paschalis Neomenia *ex situ Epactæ in mense anni technici primo*, atque adeo Neomeniæ anni reliquæ, *ex characterum similitudine.*

Pascha primum celebrarunt patres nostri anno à conditu mundi secundum Hebraeos 2448. Itaque secundum eosdem is erat annus ante Christum 1312. Quaero diem Iulianum Paschalis Neomeniæ.

Quoniam eo seculo dies duodecimus anni technici fuit Epocha citima Neomenia apud Iulianos, is notetur in Kalendario Iuliano, & committatur cum die citima Gregorianorum, id est, anni technici primo. Dies igitur undecimus, qui eodem seculo existit Epocha Neomenia Iuliana sub aureo numero 11, in eodem Kalendario Iuliano adnotatus concurret cum die 365 Gregorianorum, cujus character est u. Quare sub aureo numero 1 Epacta erit u, non etiam sub aureo numero 11, quoniam Epocham citima Epocha periodicæ excurrentis Neomenia antevertit. Characterem autem u possidet in primo Epactarum Gregorianarum Cyclo dies Martij 18, cui ἐν ἐφαρμογῇ respondebit apud Iulianos 29. Ergo vicesimus nonus secundum Iulianos fuit Paschalis Neomenia, sub aureo numero 1. Immo etiam secundum Hebraeos, qui quidem anno Iuliano ad suas Tekuphas, Gregoriano ad sua Moladoth proxime utuntur.

PROPOSITIO XVII.

Ad datum tempus Gregorianum Epactam invenire; atque adeo Neomeniam Paschalem, & Neomenias anni reliquas.

Ad datum tempus Gregorianum inveni Epactam ac si proponeretur tempus Iulianum. Vix inter annorum Iulianas ac Gregorianas centurias, ea erit discrepantia, ut Epactam immutet.

At si durent secula, itaque dies exemptiles metam anni transcendant, quot anni numerabuntur exemptiles, tot unitatibus diminuendus erit aureus numerus, cui subest apud Iulianos Epacta. Enimvero proponantur anni à Christo Iuliani 48,700. Dies exemptiles ad anni metam adscendunt. Itaque qui Iulianis erit aureus numerus 1, is erit Gregorianis 2.

An autem & quatenus alioqui dies vel anni exemptiles Epactam immutent, dignoscetur ex Epactarum cyclo ad magnæ Lunaris periodi normam directo, & temporis adsumpti Iuliani, & propositi Gregoriani collatione. Cum enim in Epactarum cyclo, ut is ad magnæ periodi normam dirigatur, aptabitur ad tempus adsumptum Epacta inventa, quæ tempori vero occurret, ea erit de qua quæritur.

Ne vero transcendant dies exeresimi magnam periodum Lunæ, quoniam anni Gregoriani 165,580,000 deficiunt à totidem Iulianis per annos Iulianos 3,400. Est autem numerus 165,580,000 multiplex 3,400. Itaque intervallo annorum Gregorianorum 165,580,000 redeunt ad statas Epochas Neomeniæ, adaucto unitatibus sexdecim, vel quod idem est, diminuto tribus unitatibus aureo numero, circumducatur sane ea longissima periodus, retentis unitatibus tribus pro quaque circumductione ablativis aureo numero. Sic igitur in infinitum invenietur Epacta ad propositum pertinens Gregorianum seculum. Quod faciendum erat.

Proponantur longa secula. Itaque quæratur Epacta anni à Christo Gregoriani 109,500. Et seculo Iuliano 109,500 jam inventa est Epacta n, sub aureo numero VII. Differunt autem ea secula annis quidem duobus. Sed ea differentia tanti non est, ut Epactam immutet. Neque enim ante annos tercentum, immutatur character in Epactarum cyclo, ad magnæ periodi normam directo. At aureum numerum immutat. Qui enim à Iulianis numerabitur annus à Christo 109,500, is erit 109,502 secundum Gregorianos. Ergo seculo 109,500 Gregoriano Epacta quidem erit n, sed sub aureo numero IX.

Sub

Sub aureo autem numero IV, qui ad annum 109,500 pertinet, erit Epacta t, ex cyclo Epactarum ad aurei numeri normam directo, atque adeo 19 Martij Paschalis Neomenia.

Quæratur rursus Epacta anni Gregoriani 218,000. Et seculo 218,000 Iuliano jam inventa est Epacta t, sub aureo numero XIII. Differunt autem secula annis quidem quatuor. Sed ea differentia quoque tanti non est, ut Epactam immutet. At aureum numerum immutat. Qui enim à Iulianis numerabitur annus à Christo 218, 000, is erit 218,004 secundùm Gregorianos. Ergo seculo 218, 000 Gregoriano Epacta quidem erit t, sed sub aureo numero XVII. Sub aureo autem numero XIV, qui ad annum 218,000 pertinet, Epacta erit q, atque adeo 22 Martii Paschalis Neomenia.

Proponantur sanè longiora secula, ut pote, Quæratur Epacta anni Gregoriani 19, 480,000. Seculum illud esto Iulianum. Ergo circumductis magnis Lunæ periodis denis novenis 301, supererunt anni 35, 400. Erit itaque 21 Martij Epocha Neomeniæ Iuliana, sub aureo numero X. Dies autem exemptiles colliguntur 146,098, seu anni Gregoriani 400 & insuper dies unus. Quare 22 Martij, cujus character q, erit Epocha Gregoriana, sub aureo numero XI. Qui enim numerabitur à Iulianis annus 19, 480,000. is erit Gregorianis 19, 480, 400. Itaque addendæ sunt 400 unitates aureo numero Iuliano X, id est unitas una, post circumductos cyclos decemnovales. At quæritur Epacta seculi Gregoriani 19, 480,000 non etiam seculi 19.480,400. Mittatur ergo Epacta q in cyclum magnæ periodi, sub Endecatemorio quinto, ad quod videlicet pertinet annus 35, 400, id est, subducta decies magna periodo, annus 1400 incidet annus 35,000, id est, post eandem subductionem, annus 1000 in t characterem Endecatemorij quarti. Erit igitur t emendata Epacta, sub aureo numero XI, seculo Gregoriano 19.480,000. At sub aureo numero IV, qui ad propositum annum 19,480,000 pertinet, erit Epacta N, atque adeo octavus Martij Paschalis Neomenia.

PARS ALTERA RUBRICÆ,

seu

De Kalendarii verè Gregoriani dignitate & præstantiâ.

PROPOSITIO XVIII.

IN Kalendario Gregoriano limites Neomeniarum Paschalium ritè sunt constituti.

Fixus est Æquinoctij dies ad vicesimum primum diem Martij, & deinceps figendus decernitur novâ instituendâ intercalatione, si fortè succedentia secula adsumptam anni Solaris magnitudinem à justâ desciscere comprobent. Quare citima Neomenia Paschalis semper hærebit octavo Martij, remotissima Aprilis quinto. Sunt hi limites à patribus Nicænis præstituti, quos egredi nefas est. Salva enim oportet & illibata manere eorum decreta.

PROPOSITIO XIX.

In Kalendario Gregoriano constitutum est anni Lunaris principium, quale solemnium ratio, ac mensis Paschalis dignitas exposcit.

Non temerè immutanda sunt, quæ semper certam interpretationem habuerunt. Præcepit Hebræis Deus, ut mensem primum vocarent eum, cujus decima quarta dies Æquinoctium vernum proximè consequeretur, & eâ phase Domini celebrarent. Pascha illi σκιῶδες etiamnum eâ die inducunt. At nos Pascha αὐθεντικὸν non in ipsa quidem decima quarta, sed die dominica proxime sequente celebramus. Ergo mensibus Cæsares nomina imponant. Anni caput pro arbitrio constituant. At ἱερομηνίαι politiam desiderant cælestem. Itaque primus mensis anni solemnes Neomeniarum Paschalium parados
,, contineto, atque adeo citima Paschalis Neomenia primus dies ejusdem esto. Eusebius,
,, Αὐτὴ τοίνυν καὶ ἡμῖν κατὰ τὴν τῆς Θεοῦ ἁγίας Ἐκκλησίας ἀρχὴ ἔτους ἔστω πάντοτε. Καθ' ὃν
,, καὶ τὸ ἅγιον Πάσχα διεξάγοντες εἰς κυριακὴν ἐμπίπτον τὴν ιδ τῆς σελήνης. τὸν δὲ τοῦ μηνὸς οὐχὶ
,, Ἰουδαϊκῶς ἀλλ' Ἀποστολικῶς ἐκπληροῦμεν κατὰ φυσικὴν, καὶ θεοπαράδοτον μέθοδον.

PROPOSITIO XX.

In Kalendario Gregoriano data Neomenia Paschali, reliquæ anni Neomeniæ arguuntur certò, & contra.

Sit data Neomenia Paschalis octavus Martij, oportet Neomenias reliquas anni certo arguere. Quoniam singulis & similibus mensium diebus, singuli & similes adpositi sunt characteres viginti novem, octavus autem Martij charactere N insignitur, quem etiam adsciscunt dies septimus Aprilis, sextus Maji, quintus Iunij, sextus Julij, tertius Augusti, primus Septembris, primus Octobris, tricesimus Octobris, vicesimus nonus Novembris, vicesimus octavus Decembris, vicesimus septimus Ianuarij, ac denique vicesimus quintus Februarij. Ideo duodecim illi dies erunt eo anno à citima Paschali Neomenia τεχνικῶς incepto Neomeniæ. At generaliter in reliquis quibuscunque Paschalibus Neomeniis accidet, ut similitudo characteris, mensium Lunarium initia quæque, invicem sibi correspondentia, arguat.

Contra ex lege ἀντιστροφῶν. Quemadmodum data Neomenia Paschali, dantur ex similitudine characteris Neomeniæ anni reliquæ, sic data Paschali, dabitur nec non Paschalis eo ipso symbolo.

Quid igitur, si proponatur tricesimus dies mensis alicujus constituti pleni Neomenia. Et quoniam tricesimus dies mensis primi non est Paschalis Neomenia (limites enim egreditur Paschales) ideo neque ei correspondentes in Kalendario technico constitutæ sunt Neomeniæ, atque adeo tricesimus quisque dies constituti pleni habitus est ὑστεράριθμος, ἀνάρμοςτος, ἀμφικρεμής, ἄναστρος, Neomeniaque nulla, ut undique reciproca essent & conformia artis bene institutæ præcepta.

Quod si quis contendat petulantiùs, id absurdius esse, quàm uti duplice charactere vel discolori, adsumat sanè characterem tricesimum, Omalum P, Anomalum Π. Ac omalum quidem societ ipsi N. Anomalum ipsi a, ut ad alternationes mensium locus sit ipsi N, cum aureus numerus erit X vel minor; ipsi verò a, cùm XI vel major.

PROPOSITIO XXI.

In Kalendario Gregoriano libera relinquitur Epactarum per numeros ordinatos nomenclatura.

Cùm è characteribus Neomeniarum, is qui collocatur die Aprilis quinto, numeratur primus, quarto secundus, & eo deinceps ordine, Epactæ vocentur technicæ. Et cum is qui collocatur tricesimo Martij numeratur primus, qui vicesimo nono secundus & eo deinceps ordine, vocentur vulgares. Et cum is qui diei Æquinoctij seu vicesimo primo Martij numeratur primus, & qui vicesimo secundus, & qui vicesimo secundo vicesimus nonus, & eo deinceps in antecedentia & consequentia ordine, vocentur Paschales.

„ *Ἐπακταὶ ἡμέραι, inquit Budæus, intercalati dies appellantur. Lingua vernacula Epactam appel-*
„ *lat rationem vulgarem, qua colligitur cursus Lunaris ab imperitis, quam Isidorus libro VI Etymo-*
„ *logiarum docent. Sunt autem undeni dies in singulos annos adnumerandi usque ad tricesimum,*
„ *quos Epactas adpellant.*

Isidorus libro VI Etymologicωn.

„ *Epactas Græci vocant, Latini adjectiones annuas Lunares; quæ per undenarium numerum usque*
„ *ad tricenarium in se resolvuntur, quas ideo Ægyptii adjiciunt, ut Lunaris dimensio ratione Solis*
„ *adæquetur. Luna enim juxta cursum suum viginti novem semis dies lucere dignoscitur. Et fiunt in*
„ *annum Lunarem dies 354. Remanent ad cursum Solis dies undecim, quos Ægyptii adjiciunt, unde*
„ *& adjectiones vocantur. Absque his non invenies Lunam quota sit in quolibet anno & mense & die.*
„ *Istæ Epactæ semper undecim Kalendis reperiuntur in eadem Luna, quæ fuerit eo die. Continentur au-*
„ *tem circulo decemnovali. Sed cum ad 29 Epactas pertinent, qui est circulus decemnovalis, jam sequen-*
„ *ti anno addes super 29 undecim, ut decem annumeres detractis triginta. Sed inde reverteris, ut de-*
„ *cem pronuncies.*

Refert vir fide dignus habere se ψῆφον Πασχαλίων in antiquissimis membranis Græcè scri-

ſcriptum, in quo anni caput eſt September; itaque Epactæ technicæ quotam Lunæ ad illud initium arguunt.

Nicopolitani & Alexandrini ſuos habebant Auguſtales Sacerdotes indices anni, ſeu, ut Theodoretus loquitur, τοῦ ἐνιαυτοῦ ἄρχοντας. Maximus Monachus, ἡ ποσαία τῆς Σελήνης, inquit, ἐν τῇ τριακάδι Μαρτίου μηνὸς τὰς τοῦ ὅλου κύκλου ἔτους κρατούσας τῆς Σελήνης Ἐπακτὰς ἀποδείκνυσι. Notat ille vulgares, & eas Lilius adpoſuit.

De Paſchalibus vulgaris eſt verſiculus.

Quæ tenet undenas Aprileis Luna Kalendas, Epactæ numerum monſtrat per quemlibet annum.

	Character Neomeniæ.	Epacta τεχνικὴ.	Vulgaris.	Paſchalis.
Dies Martij.				
8	N	29	23	14
9	M	28	22	13
10	H	27	21	12
11	G	26	20	11
12	F	25	19	10
13	E	24	18	9
14	D	23	17	8
15	C	22	16	7
16	B	21	15	6
17	A	20	14	5
18	u	19	13	4
19	t	18	12	3
20	ſ	17	11	2
21	r	16	10	1
22	q	15	9	0
23	p	14	8	29
24	n	13	7	28
25	m	12	6	27
26	l	11	5	26
27	k	10	4	25
28	i	9	3	24
29	h	8	2	23
30	g	7	1	22
31	f	6	0	21
Dies Aprilis.				
1	e	5	29	20
2	d	4	28	19
3	c	3	27	18
4	b	2	26	17
5	a	1	25	16
6	γγ	0	24	15

Aufer à technicis unitates ſex, habes vulgares. Adde vulgaribus ſex, habes technicas. Technicis aufer vel adde 15, habes quotam Lunæ ad diem Æquinoctii, Epactaſve Paſchales.

PRO-

PROPOSITIO XXII.

Prima Lunæ periodus bene proxima est veræ.

Prima Lunæ periodus est decem & novem annorum, quibus utimur; sive Iulianorum sive Gregorianorum. Eâ restituuntur ad easdem ferè Epochas Neomeniæ, post absolutos menses 235. Mahezor Hebræi, Græci Enneadecaeterida, Romani cyclum decemnovalem appellant, & numerum à radice periodi, aureum. Eam in annis Iulianis primus invenisse perhibetur Meton. At Iuliana serior aliquando periodo vera est. Contra Gregoriana citior. Media inter utramque veræ bene proxima. Menses enim 235 complentur ex observatis diebus 6,939 $\frac{18,981}{43,213}$, seu 6,939 $\frac{17,568}{40,000}$. At anni 19 Iuliani valent dies 6,939 $\frac{300}{400}$. Gregoriani 6,939 $\frac{243}{400}$.

PROPOSITIO XXIII.

Vt anni Iuliani, Gregoriani-ve novem & decem, ad totidem annos communes; ita 235 menses Lunæ Synodici, quales medio motu ab Astronomis solent taxari proximè, ad 235 menses Politicos, quorum 228 pleni & cavi alternè, è septem verò reliquis sex sunt pleni, & unus cavus.

Nam 235 menses Lunæ Synodici, quales medio motu ab Astronomis solent taxari, complentur proxime annis 19, sive Iulianis, sive Gregorianis. Menses autem Politici 228 cavi & pleni, alternis constant diebus 6,726, sex pleni diebus 180, cavus unus diebus 29, summa dierum 6,935, qui debentur annis communibus decem & novem.

PROPOSITIO XXIV.

Propositis in cyclum characteribus triginta, undenarium quemque sumere, & ea serie ipsos ordinare.

Proponantur in cyclum characteres triginta, & sunto,

a I	b II	c III	d IV	e V	f VI	g VII	h VIII	i IX	k X
l XI	m XII	n XIII	p XIV	q XV	r XVI	s XVII	t XVIII	u XIX	A XX
B XXI	C XXII	D XXIII	E XXIV	F XXV	G XXVI	H XXVII	M XXVIII	N XXIX	P XXX

Oportet undenarium quemque sumere, & eâ serie eos ordinare. Numerentur naturali ordine ac progressu, & ab eorum aliquo constituatur cyclus, qui per undenarium numerum progrediatur, abjecto tricenario, cum ad eum adscenditur, numero. Erunt igitur in eo quoque cyclo gnomones triginta. Suum vero unusquisque characterem recipiat, videlicet.

l XI	C XXII	c III	p XIV	F XXV	f VI	s XVII	M XXVIII	i IX	A XX
a I	m XII	D XXIII	d IV	q XV	G XXVI	g VII	t XVIII	N XXIX	k X
B XXI	b II	n XIII	E XXIV	e V	r XVI	H XXVII	h VIII	u XIX	P XXX

Ergo factum erit quod oportebat.

PRO-

PROPOSITIO XXV.

In Kalendario Gregoriano, ita ordinatus eſt curſus Lunæ, ut circulationibus Kalendarij decem & novem compleat Luna menſes Politicos 235, qui Aſtronomicis bene conſentiunt.

Exponantur enim è Kalendario Gregoriano triginta characteres, quos adſciſcunt triginta dies, cujuſlibet menſis conſtituti pleni. Iidem ordine retrogrado numerati ordinentur undeni, itaque characterem l character C diebus undecim antevertat, & ea continua ſerie. Adſumatur autem quilibet ipſorum, utpote l, in quo Luna conſiſtat nova, & à puncto l cyclum anni ita percurrat Luna, ut deſinat ſua circuitio in characterem C, & à charactere C in characterem c, qui ordo continuabitur decies octies, cyclo vero decimo nono redibit Luna ad ipſum characterem l, ex propoſito Epactarum cyclo, ad aurei numeri normam directo. Dico igitur ea ſua circulatione abſumi annos Lunares decem & novem, & præterea menſes Politicos plenos ſex & unum cavum. Quoniam menſes Politici pleni dierum ſunt 30, & cavi dierum 29; annus autem Lunaris ſex plenis & ſex cavis παραλλάξ: & ideo diebus 354. Cyclus porrò anni communis eſt dierum 365, quot conſtat Kalendarium. Statuatur N dies anni primus, M ſecundus, ac denique γγ triceſimus. Cum igitur abs l Luna pervenerit ad C per ipſum N, abſumentur dies 354. Nam ab l ad finem anni numerantur dies 346, quibus adduntur dies octo. Quare is eſto annus Lunaris primus. A puncto C ad punctum c abſumentur dies 384. Nam à puncto C ad finem anni numerantur dies 357, quibus adduntur 27. Quare is eſto annus Lunaris ſecundus & præterea menſis plenus, ac denique ea numeratio continuetur.

N	1
M	2
H	3
G	4
F	5
E	6
D	7
C	8
B	9
A	10
u	11
t	12
ſ	13
r	14
q	15
p	16
m	17
n	18
l	19
k	20
i	21
h	22
g	23
f	24
e	25
d	26
c	27
b	28
a	29
γγ	30

l	C	c	p	F	f	ſ	M	i	A
19	8	27	16	5	24	13	2	21	10
346′	357′	338′	349′	360′	341′	352′	363′	344′	355′
354	384	354	354	384	354	354	384	354	384
Primus annus Lunæ.	Secundus plus menſe pleno primo.	Tertius annus.	Quartus.	Quintus plus menſe pleno ſecundo.	Sextus annus.	Septimus.	Octavus plus menſe pleno tertio.	Nonus.	Decimus plus menſe pleno quarto.

A	a	m	D	d	q	G	g	t	N	l
10	29	18	7	26	15	4	23	12	1	19
355′	336′	347′	358′	339′	350′	361′	342′	353′	364′	
384	354	354	384	354	354	384	354	354	383	
Decimus plus menſe pleno quarto.	Vndecimus.	Duodecimus.	Decimus tertius plus menſe pleno quinto.	Decimus quartus.	Decimus quintus.	Decimus ſextus plus menſe pleno ſexto.	Decimus ſeptimus.	Decimus octavus.	Decimus nonus plus menſe cavo.	

Tandem igitur redibit Luna ad punctum l, poſt abſolutos annos & menſes expoſitos. Decem autem & novem anni Lunares, Politico calculo, conſtant menſibus 228 plenis & cavis alternè, quibus cum adduntur ſex menſes pleni & unus cavus, ſumma menſium fit 235. qui totidem Aſtronomicis, in annorum 19 Iulianorum Gregorianorumve intervallo, bene conſentiunt. Neque verò aliter eveniſſet, ſi ab alio quàm l puncto, inſtituta fuiſſet numeratio. In Kalendario igitur Gregoriano, ita ordinatus eſt curſus Lunæ, ut circulationibus Kalendarii decem & novem Luna compleat menſes Politicos 235, qui totidem Aſtronomicis bene conſentiunt. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XXVI.

In Kalendario Gregoriano Neomeniæ Paschales æquali incedunt ac uniformi progressu.

Cum dies mensis Lunæ, qui primus ordinatur in Kalendario Gregoriano, sint dies Neomeniarum Paschalium parodici, excepto trigesimo, qui quidem exoticus est ac pensilis, directi sunt illi viginti novem ad aurei numeri normam in tabella, una cum exotico seu pensili cujus character adsignatur γγ. Itaque sit data Neomenia octavus Martij, sub aureo numero I. Et oporteat reliquas Neomenias sub reliquis aureis numeris invenire. Quoniam igitur ad octavum Martij pertinet character N, cui succedit in cyclo directo character k, proponitur autem aureus numerus anni I: ergo sub aureo numero II erit k Neomenia, id est, 27 Martij. Et sub aureo numero III, B Neomenia, id est, 16 Martij, & eo continuo, donec periodus Metonica cyclusve decemnovalis compleatur, ordine. Sextus autem Aprilis in ea numeratione esset Neomenia, sub aureo numero XII. At is est exoticus ac pensilis. Eum itaque supplent in excessum defectumve parodici limitanei extremique, intra quos ipse consistit medius in Kalendario, Octavus videlicet Martij, & Quintus Aprilis, ille deficiens, hic excedens. Ac Octavus quidem Martij præstat illud officium omnino, cum cadit character exoterici sub aureo numero X, vel minore; Quintus verò Aprilis, cum cadit sub aureo XII, vel majore. Nam si caderet character exoterici sub aureo numero X, vel minore, & ipsum suppleret Aprilis quintus. Quoniam dum γγ constituitur primus, in cyclo, ad decemnovalem directo, fit a duodecimus; & dum γγ septimus, fit a decimus nonus: ideo concurrerent duo a in cyclo eodem decemnovali. Et contrà, si caderet exotericus sub aureo numero XII, vel majore, & ipsum suppleret Martij octavus. Quoniam dum γγ constituitur duodecimus in cyclo, ad decemnovalem directo, fit N primus. Et cum γγ decimus nonus, fit N septimus: ideo concurrerent duo N. Qui concursus sive hic, sive illic esset absurdus. Neque enim ante transactam Enneadecaeterida restituuntur Neomeniæ ad eosdem dies. Sed & quoniam mensis Lunæ proximior vero, major est diebus 29, & horæ semisse, per dodrantem horæ, itaque magis renovatur Luna quàm vergat in senium, quæ in diem exotericum incidit. Ideo non solùm supplet exoterici officium octavus Martij sub aureo numero VII, immo etiam sub aureo numero X, & deinceps minore. Quintus verò Aprilis sub aureo numero XI & majore, ut servetur analogia X ad IX, in qua ferè est excessus mensis veri super Politicum cavum ad defectum ejusdem veri à pleno. Illo igitur limitaneorum supplemento, congrua sub aureo numero XII in proposita hypothesi exhibetur Neomenia quintus Aprilis, cum notâ excessus. Quod si data sit Neomenia Martij 16, unde sextus Aprilis foret Neomenia, sub aureo numero X, exhibebitur octavus Martij cum nota deficientiæ, utravis πλῶσ parodicis Neomeniis, nullam inde vim stationemve, patientibus. Quod observandum erat.

PROPOSITIO XXVII.

In Kalendario Gregoriano, cum fuerit aureus anni numerus 19, cadat autem Neomenia in diem anni 336 vel 337, ei succedens Neomenia non erit prodigiosa, neque ideo ad eam dijudicandum, machina superinducetur.

Patet undique Kalendarij γνησία ἀταξία, ubi in vulgaribus reliquis redarguitur ἀταξία. Exponatur Kalendarium vulgare cum Epactarum cyclo, ducto anni à Kalendis sive Martij sive Ianuarij initio, & sit aureus numerus anni 19, Epactaque XIX. Si igitur ducatur initium anni à Kalendis Martij, erit 29 Ianuarij Neomenia, nulla autem erit Epacta 19, in Februario mense, non accedente bissexto. Non accedat bissextum. Ergo sequentem Neomeniam arguet, anni sequentis Epacta I. Epactam verò I non offendet computator, ante diem Martij penultimum, quem ideo statuet Neomeniam. A penultimo autem Ianuarij ad penultimum Martij numerantur dies 59. Prodigiosum sanè ad mensem

sem unum intervallum, atque ideo prodigiosa, quæ proximè penultimum Ianuarij subsequitur, Neomenia.

Et si ducatur initium à Kalendis Ianuarij, erit secundus Decembris Neomenia. Nulla autem erit alia Epacta xix in toto mense Decembri, nisi societur quædam discolor cum Epacta xx ad Decembris finem, ut ei locus sit, eo speciali casu. Sed illud est machinam superinducere. Et si prima ad primum anni diem pertinens Epacta, non numeraretur xxx sed xxix, in idem incideretur atopema, cum numeraretur Epacta xviii.

At in Kalendario Gregoriano, similis error non potest argui. Sit enim rursus aureus numerus anni 19, & character Neomeniæ u, seu Epacta xix, sequens igitur Neomenia incidet ὁμαλῶς in Martij septimum. Sit autem character Neomeniæ t, seu Epacta xviii. Ergo sequentis anni character ad Neomenias erit γγ, seu Epacta nulla. Itaque quoniam aureus numerus illius anni erit 1, devolvetur γγ in characterem N. Atque ideo octavus Martij constans erit & regularis Neomenia, nullâ superinducta machina. Quod observandum erat.

Sanè cum fuerit anni numerus aureus x, vel minor, Epacta verò u seu xix, quoniam anno sequente communi Epacta erit γγ seu nulla & ideo devolvenda in N, censebitur eo casu tam anni dies ultimus antecedentis quàm primus succedentis particeps ejusdem Neomeniæ, ut ab octavo die Martij solita instituatur Plenilunii Paschalis numeratio. Alioquin adsignandus fuerat character a diei septimo Martij & ab ipso subeunda Epactarum mutatio, non etiam primâ Paschali Neomeniâ. Sed cùm antecedens annus adscisceret Bissextum, incideretur in vitium mensis prodigiosi. A sexto enim Februarij ad Martij octavum, numerantur in anno communi dies xxx, in Bissextili xxxi. At in hypothesi Gregorianâ dies iste ὑπερβαίνων tum in finem antecedentis anni, tum initium succedentis diffinditur.

Itaque, quanquam is casus sit ἐκ παραλόγου, neuter tamen mensium illorum potest dici ἁπλῶς dierum unius & triginta.

Propositio XXVIII.

In Kalendario Gregoriano, menses Lunæ, quorum dies Februarij erunt initia, Politicorum plenorum limites non egredientur, accedente Bissexto.

Sit enim vicesimus septimus Ianuarij anno communi Neomenia, sequens erit ad 25 Februarij. Itaque is mensis erit Politicus cavus. Accedat autem Bissextum,

,, Bissextum sextæ Martis tenuere Kalendæ.

Itaque accedente Bissexto, mensis Politicus erit plenus, idemque accidet, in quemcunque diem à vicesimo septimo Ianuarij ad ipsum diem Bissexti, cadat Neomenia.

Sanè à vulgari calculo non recedere, & à vero quàm minimùm aberrare suavissimum est. Itaque à Kalendis Ianuarij vellem posse duci initium anni, quoniam ita fert computus vulgi. Sed dum eo scopo intendo, deludor versus limites Paschales. Obstat omnino dignitas & ordo solennium. *Vt Numa nec Ianum nec avitas præterit umbras*, sic ἀρχαῖους antiquos Ecclesiæ ritus & sacros παλαιῶν Canonas ne prætereunto. Fasti Pompiliani, Fastis Gregorianis prorsus ceduntо.

Dies sextus ante Kalendas Martij possidet Epactam u, seu primam, quintus Epactam N, seu xxix. Qui itaque intercalatur medius, is consentaneo ordine characterem ὑπεράριθμον sibi vendicabit Æolicum Digamma, id est, Epactam nullam, ut nullus anni dies ἐμβολίμου obventu de sua Epactali possessione deturbetur. Omnino in bene instituta Kalendarij ordinatione, indicem citimæ Neomeniæ Epactam oportet esse xxix, remotissimæ 1, & quam possidet dies Æquinoctij verni xvi. Ac denique Epactam diei, post quem fit intercalatio Iuliana, 1 ut Epacta διστευτάκτου, quo verbo Græci juris auctorum Glossarij Bissextum interpretantur, sit nulla. Itaque quibus perplacuerit initium cycli, sive decemnovalis sive Epactarum, duci à Kalendis Ianuarij, iis retinendum est Æquinoctium pridie Idus Martij, & sedes διστευτάκτου ad xiii Kalendas Januarij præfigenda. Atque adeo non decem dies, sed tres duntaxat eximendi.

At cur recepto jam à tot seculis Kalendario Romano vis fiet! Novus annus, Pascha, Ἀρχαιονίσιμος ἑβδομὰς Paschalis. Familiam reliquarum Neomenia ducat, à qua pendent & legem accipiunt reliquæ.

PROPOSITIO XXIX.

In Kalendario Gregoriano, mensis, quem Hebræi Nisan dixere, semper existit plenus.

A Sole & Luna, & cæteris Planetis, &, ut adnotat Dio, ab earum septem stellarum harmonia διατεσσαρῶν, non à Diis gentium, imposita sunt diebus septimanæ nomina. Quoniam tamen ipsi Planetæ à Diis gentium, vel Dii gentium ab ipsis planetis denominabántur, ideò maluit uti Hebræorum phrasi Ecclesia ad designandum dies septimanæ, quàm Ethnicæ εἰδωλομανίας non oblivisci. Cur verò etiamnum superstitiosa, quæ Gentes indidere mensibus anni, nomina retinemus?

Annum Lunarem Politicum, diebus 354 constantem, distribuere Hebræi in menses duodecim, quorum sequitur ordo & nomenclatura.

I	Nisan	VII	Tisri
II	Iiar	VIII	Marhesuan
III	Sivan	IX	Kisleu
IV	Tamus	X	Tebeth
V	Ab	XI	Schebat
VI	Elul	XII	Adar.

Est etiam decimus tertius mensis Veadar, qui septies in cyclo decemnovali intercalatur.

Epacta anni in mense Neomeniarum Paschalium parodico primum diem mensis Nisan arguit. Prima igitur Epacta seu a sit Epacta anni. Et incidere primum diem mensis Nisan in quintum Aprilis ea statim arguet. Primum vero diem mensis Iiar in quintum Maji; fiet itaque mensis Nisan dierum 30. Æquè, N, Epacta XXIX seu postrema, sit Epacta anni, & incidere primum diem mensis Nisan in octavum Martij, ea statim arguet; primum verò diem mensis Iiar in Aprilis septimum. Rursus itaque fit mensis Nisan dierum 30. Quod in reliquis quoque Epactis intermediis continget. At in Kalendario vulgari, idem mensis Nisan semper evenit cavus. Dixit autem Dominus ad Moysem & Aaron, in terrâ Ægypti, *Mensis iste vobis principium mensium primus erit in mensibus anni.* Primum verò mensem constitui plenum, non apud Hebræos tantum, sed alios quoscunque computatores fuit hactenus in more positum, à quo, ut nos populariter gereremus, non erat recedendum. *Odi profanum vulgus, & arceo.*

PROPOSITIO XXX.

In Kalendario Gregoriano, annus, receptum vulgò & usitatum intercalandi morem, sancta piorum meditatione, retinet.

Receptus vulgò & usitatus intercalandi mos est, ut ad finem anni rejiciatur intercalatio.

Sic Ægyptij, quorum annus est dierum 365, reiiciunt quinque dies intercalares, post absolutos menses duodenos, qui singuli constituuntur tricenûm dierum.

Sic Romani rejiciunt diem Bissexti ad Terminalia.

Quoniam itaque annum, quo utimur, non ad cursum Solis tantùm, sed etiam Lunæ dirigi, Gregorio placuit; Solis autem ratio intercalationem diei unius exigit, Lunæ dierum undecim; meritò anni Politici tam Solis, quam Lunæ, commune adsumptum est ad octavum Martij initium, & sive diei intercalandi Solis causa, sive Lunarium undecim, rejecta est sedes in anni illius τεχνικῶς incepti finem. Fuit ea Nicænorum patrum, ac Gregorij felicitas & prudentia, in constituendo & retinendo ad diem 21 Martij Æquinoctio verno, & præfigendis limitibus primæ Neomeniæ Paschalis ad octavum diem Martij; etsi à Computistis hactenus non animadversa, nec adnotata. De eâ enim moniti tenuissent initium bonum, id est avitum, & Gregorianum.

Ego illud tanti facio, ut etiamsi à sexto ante Kalendas Martij amovissent diem intercalarem, & ad sextum Kalendas Ianuarij reposuissent anni correctores, satis ἀπίκτως καὶ ἁπλῶς ad vulgi captum constituissent in Kalendario omnia, conquererer tamen apud vos Doctores tanquam de adumbrato, quod maxime obnunciandum erat, insigni mysterio aut non adsequuta Patrum & Gregorij mente. Summam enim rationem post juris auctores dixero, quæ pro religiosis Paschalium solennibus facit.

Magna dies est Nativitas Christi; itaq; à Kalendis Ianuariis annum vulgò auspicamur.

Quod

Quod etiam regiâ constitutione Caroli noni sancitum est, anno 1564. At idem de rejectione Bissexti in Decembrem nihil cavit. Ianuarius esto janua anni, ac mensis primus ordine. Sed mensis Neomeniarum Paschalium maneto (quia præcepit Moses) primus dignitate. Annum Hebræi à Tisri incipiunt, id est, à Neomenia ante Æquinoctium autumni, quoniam creatum fuisse mundum eo tempore prædicant, quanquam ex Moysis edicto primus ac præcipuus sit Nisan, ad Pascha & reliqua festa legalia. Februarius mensis,

Qui sequitur Ianum, veteris fuit ultimus anni,
Tu quoque sacrorum, Termine, finis eras.

Propositio XXXI.

Magna periodus Lunæ, synodicos menses feliciter & accuratè restituit. Vocetur itaque Gregoriana.

Aperui vobis Lunæ periodum novam, summi Doctores, & eò magis novam, quoniam de eâ, Clavi, non meministi in Apologeticis tuis. Eam Gregorianam fas mihi sit appellare, quoniam dum ex Gregorij mente Kalendarium emendare studeo, ea mihi occurrit. Quam si non adgnoverit Lilius, interfuisse in suâ restitutione adseram minùs peritiæ, sed plus divinitatis; ac diviniorem Gregorium, qui divino adflatus numine eam restitutionem amplectendam esse, & mox Astronomicis stabiliendam apodixibus præsensit. Est enim illa gloriosius initæ correctionis fundamentum.

Annis novem & decem Julianis restituuntur ad suas sedes Neomeniæ proximè. Quæ fuit periodus Metonis.

Annis 3400 Julianis restituuntur Neomeniæ ad suas sedes accuratè. Quæ esto periodus Gregoriana.

Complentur autem dies 1,241,850.

Menses synodici 42,053.

Enneadecaeterides 179, minùs anno Juliano uno.

Itaque mensis est dierum 29 $\frac{22,313}{42,053}$.

Aliter, secundum Hebræos dierum 29, horarum 12, helakin 793. Secundum Hipparchum, & Ptolemæum dierum 29, scrupulorum primorum 31, secundorum 50, tertiorum 8.

Aliter dierum 29, horarum 12, scrupulorum primorum 44, secundorum 3, tertiorum 11.

Et secundùm eos, qui jamdudum istam per execontadas calculandi rationem è scholis ablegandam censuerunt, dierum 29 $\frac{530,591,348}{1000,000,000}$. Sic autem periodus Gregoriana Metonicæ in calculo Politico conciliatur. Anticipat periodus Gregoriana Metonicas 179, aureo numero uno, utpote seculo Christi 500, sub aureo numero III, tricesimus primus Martij erat Neomenia. Ergo seculo annorum Iulianorum 3900, erit quoque tricesimus primus Martij Neomenia, sed sub aureo numero II. At sub aureo numero III, erit anticipatio characterum undecim, & ideo à charactere f deveniet Neomenia ad characterem s, qui in cyclo ad decemnovalem directo ipsi f proxime succedit.

Ut verò abjiciantur menses intervallo dierum dato, & sciatur accessus recessusve Neomeniæ à datâ Epochâ, non infeliciter abacus Politicus is construetur.

Dies.	Menses.
1,241,850	42,053
946,544	32,053
651,238	22,053
355,932	12,053
60,626	2,053
31,095	1,053
1,565	53
1,269	43
974	33
679	23
383	13
88	3
59	2
29	1

At annis Gregorianis 165,580,000 complebuntur menses synodici 2,047,939,047. Est enim ut 365 $\frac{100}{400}$ ad 365 $\frac{97}{400}$, ita 146,100 ad 146,097, & ita 48,700 ad 48,699. Ducantur autem 48,699 in dies 365 $\frac{100}{400}$, efficis summam dierum, quibus constant anni Juliani 48,699. Sed hæc summa dierum illi æquatur, ob expositam analogiam. Anni igitur Gregoriani 48,700 valebunt 48,699 Iulianos. Ducantur ergo 3,400 in 48,699, efficies annos Iulianos, quibus debentur menses 42,053, multiplices per 48,699. Ducantur quoque 3,400 in 48,700, efficies annos Gregorianos ejusdem valoris, cujus effecti Iuliani. Itaque debebuntur quoque illis Iulianis menses 42,053, multiplices per 48,699. Sunt autem 2,047,939,047. Et constat propositum. ¶ Annis verò 9,129 Tropicis, debentur fere menses 112,910; & annis 1,000,000, menses 12,368,277. ¶ Sed & quoniam diebus 1,241,850, absolvuntur menses synodici 42,053; Politici verò menses pleni absolvuntur duntaxat 41,395, qui videlicet ducti in 30, efficiunt dies 1,241,850. ideo dies veri ad dies Epactales, quorum circuitus est characterum triginta, se habebunt ut 41,395 ad 42,053. Et ita faciendum erit, si quando dies mensium verorum ad dies plenorum Politicorum velimus revocare.

Sanè, eadem annorum 3,400 periodo, restitui obliquitatem Solis, & bis Æquinoctia, statuerunt Coperniciani. Itaque sive stet, sive accedat recedatve Æquinoctium, mirus hic apparet consensus Solis & Lunæ *εἰς ἱερῶν ἐπιμελείας.* Hinc etiam salva omnino per annorum centurias rejecti Bissexti omissio, & per eas instituta Epactarum adæquatio.

PROPOSITIO XXXII.

Ad datum tempus, manente anni Juliani forma, ex data media Solis & Lunæ syzygia aliqua, extra limites constitutos Paschales, invenire scrupuloso calculo mediam syzygiam, quæ in eodem anno technico intra limites consistat.

Oporteat facere quod propositum est. Paretur mensium Lunarium abacus, ex jam exposita taxatione, & esto

Dies.	Horæ.	Scrupula.	Numerus mensium.
29	12	44	I
59	1	28	II
88	14	22	III
118	2	56	IV
147	15	40	V
177	4	24	VI
206	17	8	VII
236	5	52	VIII
265	18	26	IX
295	7	21	X
324	20	5	XI
354	8	49	XII
383	21	33	XIII

Et expendatur intervallum, à data Epocha syzygiæ non Paschalis ad diem citimæ Paschalis, idcirco adnotandum. Itaque ab eo intervallo tot menses periodicos aufer, quot auferri posse abacus indicabit. Definet igitur numeratio in diem mensis constituti primi seu Paschalis. *Vt ecce,*

Quæro mediam syzygiam intra limites constitutos Paschales ipso anno Eræ Dionysiacæ Christi in meridiano Romæ.

Et

Et verò adnotat Reinholdus in suis Canonibus Prutenicis initio annorum Christi ætatem Lunæ fuisse 17, horar. 5, scrup. 37 $\frac{1}{2}$, in Meridiano Regij-montis Borussiæ. Est autem eo occidentalior Meridianus Romæ, per horæ fere dodrantem. Itaque dies Ianuarij 13, horâ sextâ à mediâ nocte scrupulis 29, fuit media syzygia Romæ. Ea epocha incidit in diem 312 anni technici, cui dierum numero accedunt proxime in abaco dies, quos decem menses synodici absumunt. Itaque decem menses synodicos demo abs 312,6,29. Et supersunt dies 16, horæ 23, scrup. 8. Et sextus decimus dies anni technici est vicesimus tertius Martij. Ergo anno ab Era Christi o in ipsa fere media nocte, quam sequebatur Martij vicesimus quartus, fuit Romæ media Solis & Lunæ Paschalis syzygia. Est autem intra limites constitutos Paschales.

PROPOSITIO XXXIII.

Proemptosin Lunæ, in dato annorum intervallo, ad succedentia secula supputare.

Epacta, proemptosis, anticipatiove syzygiarum, incrementum ætatis Lunæ, sunt synonyma. Et verò ut periodus annorum Iulianorum 3,400 ad menses 42,053, ita periodus una annorum 19, æqualium quoque Iulianorum, ad menses 235 & insuper $\frac{7}{3,400}$ unius mensis. Ergo periodis viginti, talium annorum 19, id est, annis Iulianis 380, absolvuntur menses 4700. & proemptosis erit pars $\frac{7}{170}$ unius mensis, id est, dies unus, horæ 5, & scrupula 11.

Quo pertinet sequens abacus.

Anni Iuliani	Anticipatio syzygiarum. Dies	Hor.	Scrup.
380	1	5	11
760	2	10	22
1,140	3	15	33
1,520	4	20	44
1,900	6	1	55
2,280	7	7	6
2,660	8	12	17
3,040	9	17	28
3,420	10	22	39

Idem abacus arguit proemptosin in annis viginti, esse dierum 10 22 39. circumductâ videlicet magnâ periodo 3,400. Quare per vicenos annos progrediens, incrementi ætatis Lunæ tabella, ita prorsus se habebit.

Anni Iuliani viceni.	Anticipatio syzygiarum. Dies.	Horæ.	Scrup.
0	0	0	0
20	10	22	39
40	21	21	18
60	3	7	13
80	14	5	32
100	25	4	31
120	6	14	25
140	17	13	4
160	28	11	43
180	9	10	39
200	20	20	17
220	1	6	12
240	13	4	51
260	24	3	30
280	5	13	15
300	16	12	4
320	27	10	43
340	8	29	57
360	19	19	16
380	1	5	11

At qualium dierum 29 $\frac{22,313}{42,053}$ seu aliter 29 $\frac{530,592,348}{1000,000,000}$ est mensis unus, talium menses duodecim sunt dierum 354 $\frac{367,108,176}{1000,000,000}$. Itaque in anno communi proemptosis est dierum 10 & præterea $\frac{632,891,824}{1000,000,000}$. Id est, dierum 10, horarum 15, scrupulorum 11, 22″. In annis denique quaternis Iulianis, dies 14, horæ 0, scrup. 1. In annis igitur Julianis quaternis & deinceps singulis, accedent ætati Lunæ dies, quos indicabit sequens tabella.

Anni

Anni Iuliani quaterni.	Anticipatio syzygiarum Dies.	Horæ.	Scrup.
0	0	0	0
4	14	0	1
8	28	0	2
12	11	11	20
16	25	11	22
20	10	22	39

Anni communes singuli.	Anticipatio syzygiarum. Dies.	Horæ.	Scrup.
0	0	0	0
1	10	15	11
2	21	6	23
3	2	8	50
Annus Bissexti 4	14	0	1

Cum autem Iuliani magnam constitutam periodum annorum 3400 excedent, circumducetur ea semel vel pluries, ut exiget propositum intervallum. Quo pertinet abacus, qui sequitur.

Ad circumductiones magnarum periodorum Lunæ, abacus.

3,400	I	37,400	XI
6,800	II	40,800	XII
10,200	III	44,200	XIII
13,600	IV	47,600	XIV
17,000	V	51,000	XV
20,400	VI	54,400	XVI
23,800	VII	57,800	XVII
27,200	VIII	61,200	XVIII
30,600	IX	64,600	XIX
34,000	X		

Quæritur incrementum ætatis Lunæ, intervallo annorum Iulianorum 300,000. *Abjectis magnis periodis* 88, *supererunt anni* 800. *Annorum* 760 *intervallo congruit proëmptosis dierum.*

	2	10	22.
Annorum verò 40 *dierum*	21	21	18.
Intervallo igitur annorum 800			
id est, 300 000, *accedent ætati Lunæ.*	*Dies.*	*Horæ.*	*Scrup.*
	24	7	40

PROPOSITIO XXXIV.

Anni Juliani manente forma, medias Solis & Lunæ syzygias, quæ consistunt intra limites constitutos Paschales, ad succedentia quæque secula vel præterita, supputare.

Id verò jam non erit negotiosum ex inventâ Epochâ ad annum o ab Erâ Christi, & adnotatâ ad quæcunque secula proëmptosi. Itaque per vicenos quosque decemnovales cyclos magnæ periodi, vel per singulos centenos licet syzygias ordinare, & ad secula præterita & futura aptare. Ut in Tabellâ.

Ante

Ante Christum.	Ante Christum. Aureus numerus II.	Post Christum. Aureus numerus I.	Epochæ syzygiarum, in mense constituto Paschali, per singulos vicenos cyclos decemnovales Iulianos. Dies Martij.	Horæ.	Scrup.	Post Christum. Aureus numerus XIX.
	3400	0	23	23	8	3400
&c.	3020	380	22	17	56	3780
	2640	780	21	12	45	4160
	2260	1140	20	7	34	4540
5280	1880	1520	19	2	23	4920
4900	1500	1900	17	21	12	5300
4820	1200	2280	16	16	1	5780
4140	740	2660	15	10	50	6060
3760	360	3040	14	5	39	6440
	Post Christū.					
3180	20	3420	13	0	28	6820

At centum annis Iulianis in consequentia, proëmptosis fit dierum 25, horarum 4, scrupulorum 36,51′ proximè: atque adeo metemptosis in eodem, dierum 4, horarum 8, scrup. 13′,12″. Itaque sic se habebunt Epochæ syzygiarum in mense constituto Paschali, per centesimos annos Julianos quoscunque.

	Anni ante Christum.	Anni à Christo Iuliani.	Anni à Christo Iuliani.	Syzygiæ mediæ in urbe Roma. Dies,	Horæ,	Scrup.	Aureus numerus anni.
	3400	0	3400	Martij 23	23	8	I
	3300	100	3500	28	7	21	VI
	3200	200	3600	Aprilis 2	15	34	XI
	3100	300	3700	Martij 7	11	3	XVI
	3000	400	3800	11	19	17	II
	2900	500	3900	16	3	31	VII
	2800	600	4000	20	11	44	XII
	2700	700	4100	24	19	58	XVII
	2600	800	4100	29	4	11	III
	2500	900	4300	Aprilis 2	12	25	VIII
	2400	1000	4400	Martij 8	7	54	XIII
	2300	1100	4500	12	16	8	XVIII
	2200	1200	4600	17	0	21	IV
&c.	2100	1300	4700	21	8	35	IX
	2000	1400	4800	25	16	48	XIV
5300	1900	1500	4900	30	1	2	XIX
5200	1800	1600	5000	Aprilis 3	9	15	V
5100	1700	1700	5100	Martij 9	4	45	X
5000	1600	1800	5200	13	12	58	XV
4900	1500	1900	5300	17	21	12	I
4800	1400	2000	5400	22	5	26	VI
4700	1300	2100	5500	25	13	39	XI
4600	1100	2200	5600	30	21	53	XVI
4500	1100	2300	5700	Aprilis 4	6	6	II
4400	1000	2400	5800	Martij 10	1	36	VII
4300	900	2500	5900	14	9	49	XII
4300	800	2600	6000	18	18	9	XVII
4100	700	2700	6100	23	2	16	III
4000	600	2800	6200	27	10	30	VIII
3900	500	2900	6300	31	18	34	XIII
3800	400	3000	6400	Aprilis 5	2	57	XVIII
3700	300	3100	6500	Martij 10	22	16	IV
3600	200	3200	6600	15	6	40	IX
3500	100	3300	6700	19	14	53	XIV
3400	0	3400	6800	23	23	8	XIX

Si proposita annorum ab Erâ Christi centuria in consequentia succedentia-ve excedat tricesimam quartam, circumducetur.

PROPOSITIO XXXV.

Proëmptoses Lunæ, in dato annorum Gregorianorum intervallo, supputare.

Maxima apocastaseos Lunæ periodus, adnotata est annorum Gregorianorum 165, 580,000.

Deficit ea ab annis totidem Julianis, per magnam unam Lunæ periodum, annorum Julianorum 3,400.

Quæq; periodus annorum Gregorianorum 4,870,000 deficit per annos 100 Iulianos.

Quæque periodus annorum 194,800 per annos quatuor Iulianos.

Quæque tetracosieteris per dies tres.

Quæque centuria tetracosieteridos præter ultimam per diem unum.

Ex hypothesi Correctionis Gregorianæ. Oporteat autem facere quod propositum est.

Sumantur proëmptoses Lunæ, ac si intervallum esset annorum Iulianorum. Deinde expendantur dies & anni exemptiles ex Gregoriana correctione. Et pro eorum numero emendentur proëmptoses Iulianæ, ablatione τοῦ ὑπεξάλλοντος.

Proëmptoses igitur sic adsequeris Gregorianas.

Formula Epilogismi.

Prosthaphæreses aurei numeri.	Anni Gregoriani.	Proemptosis annis totidem Iulianis congrua.			Dies exemptiles.	Proemptosis diebus exemptilibus congrua.			Proemptosis emendata.		
	Per centesimos annos tetracosieteridis.	Dies.	Horæ.	Scrup.		Dies.	Horæ.	Scrup.	Dies.	Horæ.	Scrup.
V	100	25	4	31	1	1			24	4	31
X	200	20	20	17	2	2			18	20	17
XV	300	16	0	4	3	3			13	12	4
I	400	12	3	50	3	3			9	3	50
	Per singulas tetracosieteridas.										
I	400	12	3	50	3	3			9	3	50
II	800	24	7	40	6	6			18	7	40
III	1200	6	22	46	9	9			27	11	30
IV	1600	19	2	36	12	12			7	2	36
V	2000	1	17	42	15	15			16	6	26
VI	2400	13	21	31	18	18			25	10	15
VII	2800	26	1	21	21	21			5	1	21
VIII	3200	8	16	27	24	24			14	5	11
IX	3600	20	20	17	27	27			23	9	1
X	4000	3	11	23	30	0	11	16	3	0	7
	Per tetracosieteridas denas.										
X	4,000	3	11	23	30	0	11	16	3	0	7
I	8,000	6	22	46	60	0	22	32	6	0	14
XI	12,000	10	10	9	90	1	9	48	9	0	21
II	16,000	13	21	31	120	1	21	4	12	0	27
XII	20,000	17	8	54	150	2	8	20	15	0	34
III	24,000	20	20	17	180	2	19	36	18	0	41
XIII	28,000	24	7	40	210	3	6	59	21	0	48
IV	32,000	27	19	3	240	3	18	8	24	0	55
XIV	36,000	1	17	42	270	4	5	24	27	1	2
V	40,000	5	5	4	300	4	16	39	0	12	25
XV	44,000	8	16	27	330	5	3	15	3	12	32
VI	48,000	12	3	50	360	5	15	11	6	12	39
	Per periodos copulæ anni Gregoriani & Iuliani singulas excrescentes.										
VIII	48,800	6	22	46	366	11	15	11	24	20	19
XVI	97,600	13	21	31	732	23	6	22	20	3	53
V	146,400	20	20	17	1098	5	8	50	15	11	27
XIII	195,200	27	19	3	1464	17	0	1	10	19	2

Pro-

Prostaphæreses aurei numeri.	Anni Gregoriani.	Proemptosis annis totidem Iulianis congrua.			Anni exemptiles Iuliani	Proemptosis annis Iulianis exemptilibus congrua.			Proemptosis emendata.		
		Dies.	Horæ.	Scrup.		Dies.	Horæ.	Scrup.	Dies.	Horæ.	Scrup.
	Per periodos copulæ anni Iuliani & Gregoriani quaternas.										
XII	194,800	15	15	13	4	14	0	1	1	15	12
V	389,600	1	17	42	8	28	0	3	3	6	23
XVII	584,400	17	8	54	12	12	11	20	4	21	34
X	779,200	3	11	23	16	26	11	22	6	12	45
III	974,000	19	2	36	20	10	22	39	8	3	57
	Per periodos copulæ vicenas.										
III	974,000	19	2	36	20	10	22	39	8	3	57
VI	1,948,000	8	16	27	40	21	21	18	16	7	53
IX	2,922,000	27	19	3	60	3	7	13	24	11	50
XII	3,896,000	17	8	54	80	14	5	52	3	3	22
XV	4,870,000	6	22	46	100	25	4	31	11	6	59
XVIII	5,844,000	26	1	21	120	6	14	25	19	10	56
II	6,818,000	15	15	13	140	17	13	14	25	14	43
V	7,792,000	5	5	4	160	28	11	43	6	6	5
VIII	8,766,000	24	7	40	180	9	21	39	14	10	1
XI	9,740,000	13	21	31	200	20	20	27	22	13	58
XIV	10,714,000	3	11	23	220	2	6	12	1	5	11
XVII	11,688,000	22	13	49	240	13	4	51	9	8	58
I	12,662,000	12	3	50	260	24	3	30	17	13	4
IV	13,636,000	1	17	42	280	5	13	25	25	17	1
VII	14,610,000	20	20	17	300	16	12	4	4	8	13
X	15,584.000	10	10	9	320	27	10	42	12	12	11
XIII	16,558,000	0	0	0	340	8	20	37	20	16	7
XVI	17,532,000	19	2	36	360	19	19	16	28	20	4
XIX	18,506,000	8	16	29	380	1	5	11	7	11	16
	Per periodos copulæ tercentenas octogenas.										
XIX	18,506,000	8	16	27	380	1	5	11	7	11	16
XIX	37,012,000	17	8	54	760	2	10	22	15	22	32
XIX	55,518,000	26	1	21	1140	3	15	33	2	9	48
XIX	74,224,000	5	5	4	1520	4	20	44	0	8	20
XIX	92,530,000	13	21	31	1900	6	1	55	7	19	36
XIX	111,036,000	22	13	59	2280	7	7	6	15	6	53
XIX	129,542,000	1	17	42	7660	8	12	17	22	18	9
XIX	148,048,000	10	10	9	3040	9	17	28	0	16	41
XIX	166,554,000	19	2	36	3420	10	22	39	8	3	57
XVI	165,580,000	0	0	0	3400	0	0	0	0	0	0

 PRO-

PROPOSITIO XXXVI.

Medias Solis & Lunæ ſyzygias Paſchales Gregorianas, ad ſuccedentia quæque ſecula vel præterita, ſupputare.

Quanta fides Canonibus Prutenicis adhibenda ſit, viderint ſyderum obſervatores. Sed ſi omni authoritate niterentur ac præjudicio, dejicerent de ſuâ ſede Æquinoctium vernum Kalendarij Gregoriani Poliorcetæ, atque adeo ipſum Kalendarium funditùs everterent. Neque enim debuerant eximi dies decem, ut Epocha Æquinoctij verni ad diem XXI Martij retineretur, ſecundùm Prutenicos Epilogiſtas. Enimverò ad Eram Chriſti diſtabat medius Sol à medio Æquinoctio εἰς ἑπόμενα, per partes 278 $\frac{375}{1000}$, & εἰς προηγούμενα per partes 81 $\frac{625}{1000}$. quibus debentur dies 82 $\frac{814}{1000}$. Ut enim partes circuli ad dies anni Gregoriani, id eſt, ut 360 ad 365 $\frac{97}{400}$, ita 10,000,000 ad 10,145,625. Ergo anno ab Erâ Chriſti primo medius Sol medium tenebat Æquinoctium Romæ, die 24 Martij, horâ ſeptimâ poſtmeridiana. Et cum anni 400 Tropici ſeu Gregoriani deficiant à totidem Iulianis, triduo: anno igitur 401 Iuliano, die Martij 21, horâ ſeptimâ poſtmeridianâ, medius Sol medium tenebat Æquinoctium. Anno verò 400, die Martij 21, horâ unâ poſtmeridianâ.

Anni 1100 Tropici Gregoriani deficiunt à totidem Iulianis, per dies novem. Quare ut retineretur medium Æquinoctium, ſeculo Chriſti 1600, ad diem 21 Martij, erant eximendi duntaxat dies novem. Ideo autem ſeculo Chriſti 1600, retinendum erat Æquinoctium vernum ad diem XXI Martij, quoniam anno 1654 anomalia Æquinoctiorum conſiſtet in limite tarditatis, ſicut annis 63 ante Chriſtum. Reſtitui enim anomaliam annis 1717 Ægyptiis ſtatuerunt Coperniciani, & medium Æquinoctium tardiùs citiuſve vero poſſe contingere, per diem unum & diei quintantem. Trepidare enim Eclipticam hinc inde per ſcrupula 71 $\frac{3}{8}$. Medium itaque Æquinoctium aliquando in viceſimum diem, aliquando in viceſimum ſecundum prolabetur. Quos inter limites media conſiſtens Epocha, dies erit viceſimus primus. Sed & apparens Sol à medio Sole poteſt differre per biduum & horas decem. Sit enim Ecliptica ad Æquatorem maximè obliqua & apogæon Solis adparens in Cancro. Medius Sol adparentem Solem antecedet, per biduum & horas decem. Contrà, cum apogæon Solis adparens erit in Capricorno. Ergo poterit apparere Sol in vero Æquinoctio, die 24 Martij, & die 18, inter quas rurſum Epochas media erit dies Martij 21. At ablatione 10 dierum, non fit dies 21 Martij media Epocha, ſed dies 22. Sed cur aliter definientes Gregorij Soſigenas increpavero. Non deſunt enim, qui Copernici chronologiam improbent, non deſunt qui obſervent. An reſtituendus ſit ille dies, ſuccedentia ſecula comprobabunt. Sed currente ſeculo, ſive ſciens ſive errans eum exemerit Lilius, adficiat ultrò Lilianâ, ſive prudentiâ, ſive felicitate.

Anno igitur ducenteſimo ab Erâ Chriſti exeunte, incipit Gregoriana correctio.

Trecenteſimo ablatus fuit dies unus, & erat annus Tetracoſieteridis tertius.

Quadringenteſimo retentum fuit Biſſextum.

Ita placuit ſalvas fieri à patribus, uti Paſchales acceptas Neomenias.

Fictiones civiles legis Corneliæ, vel jura poſtliminij, in res ſacras ita induci, fortè ſubſannabunt irriſores. Sed quod nolent pietati, concedant ſanè calculi commoditati. Ergo emendatæ ita ſe habebunt Paſchalium ſyzygiarum, ad multa ſecula præterita & futura, Epochæ.

Anni

Anni Gregoriani ante Christum.	Epochæ Syzygiarum Paschalium Gregorianæ.				Aureus numerus.	Anni Gregoriani post Christum.	Epochæ Syzygiarum Paschalium Gregorianæ.				Aureus numerus.
1600	Martij	29	1	42	XVI	3600	Martij	28	2	50	X
1500	Aprilis	3	9	56	II	3700	Aprilis	2	11	4	XV
1400	Martij	10	5	26	VII	3800	Martij	9	6	33	I
1300		14	13	59	XII	3900		14	14	47	VI
1200		19	21	53	XVII	4000		18	23	0	XI
1100		25	6	6	III	4100		24	7	14	XVI
1000		30	14	20	VIII	4200		29	15	27	II
900	Aprilis	4	22	33	XIII	4300	Aprilis	3	23	41	VII
800	Martij	10	18	3	XVIII	4400	Martij	9	19	10	XII
700		16	2	16	IV	4500		15	3	24	XVII
600		21	10	30	IX	4600		20	11	37	III
500		26	18	14	XIV	4700		25	19	51	VIII
400		31	2	57	XIX	4800		30	4	4	XIII
300	Aprilis	5	11	10	V	4900	Aprilis	4	12	18	XVIII
200	Martij	12	6	40	X	5000	Martij	11	7	47	IV
100		17	14	53	XV	5100		16	16	1	IX
Post Christum.											
0		21	23	8	I	5200		21	0	14	XIV
100		27	7	21	VI	5300		26	8	28	XIX
200	Aprilis	1	15	34	XI	5400	Martij	31	16	41	V
300	Martij	8	11	4	XVI	5500	Martij	7	21	11	X
400		12	19	17	II	5600	Martij	11	20	25	XV
500		18	3	31	VII	5700		17	4	38	I
600		23	11	44	XII	5800		22	12	52	VI
700		28	19	58	XVII	5900		27	11	5	XI
800	Aprilis	2	4	11	III	6000	Aprilis	1	5	19	XVI
900	Martij	8	23	41	VIII	6100	Martij	8	0	48	II
1000		14	7	54	XIII	6200		13	9	2	VII
1100		19	16	8	XVIII	6300		18	17	15	XII
1200		24	0	21	IV	6400		23	1	29	XVII
1300		29	8	35	IX	6500		28	0	42	III
1400	Aprilis	3	16	48	XIV	6600	Aprilis	2	17	56	VIII
1500	Martij	10	12	18	XIX	6700	Martij	9	13	25	XIII
1600		14	20	31	V	6800		13	21	39	XVIII
1700		20	4	45	X	6900		19	5	52	IV
1800		25	12	58	XV	7000		24	13	6	IX
1900		30	21	12	I	7100		29	22	19	XIV
2000	Aprilis	4	5	26	VI	7100	Aprilis	3	6	33	XIX
2100	Martij	11	0	36	XI	7300	Martij	10	1	42	V
2200		16	9	9	XVI	7400		15	10	16	X
2300		21	17	22	II	7500		20	18	29	XV
2400		26	1	36	VII	7600		25	2	43	I
2500		31	9	49	XII	7700		30	10	56	VI
2600	Aprilis	5	18	3	XVII	7800	Aprilis	4	18	9	XI
2700	Martij	12	13	32	III	7900	Martij	11	14	38	XVI
2800		16	21	46	VIII	8000		15	22	54	II
2900		22	5	19	XIII	8100		21	6	27	VII
3000		27	14	13	XVIII	8200		26	15	21	XII
3100	Aprilis	1	22	26	IV	8300		31	23	34	XVII
3200	Martij	7	17	56	IX	8400	Aprilis	5	7	48	III
3300		13	2	9	XIV	8500	Martij	12	3	17	VIII
3400		18	10	23	XIX	8600		17	11	31	XIII
3500		23	18	37	V	8700		22	19	45	XVIII
3600		28	2	50	X	8800		27	3	58	IV

A centuriâ Bissextili ad centuriam non Bissextilem progressus Neomeniarum, est dierum 5, horarum 8, scrup. 13, secundorum 12.

A primâ non Bissextili ad secundum non Bissextilem, idem progressus.

A secundâ rursus ad tertiam, idem.

At à tertiâ non Bissextili ad quartam Bissextilem progressus, est dierum 4, horarum 8, scrup. 13, secundorum 12. Progressus autem aurei numeri per singulas centurias, est unitatum quinque.

Quâ arte potest Epocharum subjecta tabella protendi ad quot libuerit secula. Quod si qua centuria proponatur à Christo, cujus non data sit Epocha (ante Christum enim ad primum usque Pascha protensæ sunt Epochæ) expendetur in centuriis pariter paribus intervallum ab Erâ cognitæ Epochæ, & secundùm illud sumetur proëmptosis congrua

grua, & ejus ſubductione vel metemptoſeos additione emendabitur radix. Datâ videlicet proëmptoſi datur metemptoſis. Eſt enim differentia inter proëmptoſin & menſem ſynodicum, qui dierum eſt 29, horarum 12, ſcrup. 44.

Quæro mediam ſyzygiam Paſchalem, anno 109,500. Intervallo annorum 10,800 debetur proëmptoſis dierum 22, 1, 39′, ſeu metemptoſis dierum 7, 11, 5′. Differentia Era propoſita & illius intervalli eſt 1500, cujus anni media ſyzygia in Epocharum tabellâ conſtituta eſt ad Martij diem 10, 12, 18′. Quare dies Martij 17,23,23′ erit media Paſchalis ſyzygia anno 109,500, ut ante.

Quæro rurſus mediam ſyzygiam Paſchalem, anno Chriſti 218,000. Intervallo annorum 214, 800 debetur proëmptoſis dierum 16, 15, 46′, ſeu metemptoſis dierum 12, 20, 58′. Differentia Era propoſita & illius intervalli eſt 3200, cujus anni à Chriſto media ſyzygia conſtituta eſt ad diem Martij 7, 17, 56′. Quare dies Martij 20, 14, 54 erit media ſyzygia, anno 218, 000, ut ante.

Quæro denique mediam ſyzygiam, anno Chriſti 165, 580, 200. Intervallo annorum 165,580, 200 nulla debetur proëmptoſis. Differentia illius intervalli & Era propoſita eſt 200, cujus anni à Chriſto conſtituta eſt media ſyzygia ad diem Aprilis 1, 15. 34. Anno igitur 165,580, 200 die primo Aprilis hora ferè 4 poſtmeridiana continget Romæ media Paſchalis ſyzygia. Erit autem aureus anni numerus VIII.

PROPOSITIO XXXVII.

Annus Gregorianus anno ſydereo eſt bene commenſurabilis.

Annus ſydereus ex ſententiâ Thebites & Copernici bene præfinitur dierum $365\frac{77}{300}$.

Itaque ut anni 1200 Gregoriani deficiunt à totidem Iulianis diebus novem: ſic totidem ſyderei ſuperant totidem Iulianos diebus octo.

Defectus Gregorianorum à Iulianis eſt ſeſquioctavus ad exceſſum ſydereorum ſupra Iulianos.

Ut 438,308 ad 438,291, ita anni Gregoriani ſeu tropici ad ſydereos.

Porrò anno 500 ante Chriſtum, proximè caput fixarum punctum erat Æquinoctij verni. Unde per totum Kalendarium Iulianum licet Epochas ingreſſus Solis in caput fixarum ad quaſcunque annorum Iulianorum centurias adnotare, ut in tabellâ.

Adnotatæ in Kalendario Iuliano ingreſſus Solis in caput fixarum, Epochæ.

		Dies Februarij.
4800	4700	25
	4600	26
4500	4400	27
	4300	28
		Dies Martij.
4200	4100	1
	4000	2
3900	3800	3
	3700	4
3600	3500	5
	3400	6
3300	3200	7
	3100	8
3000	2900	9
	2800	10
2700	2600	11
	2500	12
2400	2300	13
	2200	14
2100	2000	15
	1900	16
1800	1700	17
	1600	18
1500	1400	19
	1300	20
1200	1100	21
	1000	22
900	800	23
	700	24

600	500	25		
	400	26		
300	200	27	Anni poſt Chriſtum.	
	100	28		
Anni o ante Chriſtum.		29	0	100
		30	100	
		31	300	400
		Aprilis. 1	500	
		2	600	700
		3	800	
		4	900	1000
		5	1100	
		6	1200	1300
		7	1400	
		8	1500	1600
		9	1700	
		10	1800	1900
		11	2000	
		12	2100	2200
		13	2300	
		14	2400	2500
		15	2600	
		16	2700	2800
		17	2900	
		18	3000	3100
		19	3200	
		20	3300 &c.	

Quæris quo die Iulianorum anni ante Chriſtum 3400, Sol cum capite fixarum congrediebatur? Inſpice tabellam, & deprehendes eum diem fuiſſe apud Iulianos eo ſeculo Martij ſextum.

Quæris de ſeculo poſt Chriſtum 1600? Argues ingredi Solem in caput fixarum Aprilis octavo, id eſt, Gregorianis decimo octavo.

Ergo ſeculo 1600 ingreſſus ille ſerior erit ingreſſu Solis in verni Æquinoctij punctum, diebus 18.

PRO-

PROPOSITIO XXXVIII.

Radix Neomeniæ Juliana, bene constituta est ad xxv Martij, anno o ab Erâ Christi.

Insigne tempus, à quo magna periodus Gregoriana initium ducat, est Era Christi. Pascha enim nostrum immolatus est Christus. Ad Eram autem Christi adnotata est in Meridiano urbis Romæ media syzygia in ipsa media nocte, quam sequebatur dies Martij vicesimus quartus. A media nocte diem auspicamur Christiani. Itaque media syzygia Paschalis eo seculo diei Iulianorum vicesimo quarto videtur adscribenda, sub aureo numero 1, qui ad annum o Christi pertinet, unitate deinceps augenda per singulas ternas centurias magnæ periodi. Quanquam enim ea radix posset fortassis ad aliquas intermedias parodos magnæ periodi, sub alio aureo numero, magis congruere, tamen præstantia Eræ allectus ἀκρίβειαν illam felicitati calculi non anteposuero. At Neomeniam primam-ve Lunam à mediâ synodo sejungo, & eâ posteriorem per diei integri spacium statuo. Quartam enim decimam numeramus à constituto die Neomeniæ inclusivè. Et citimam Neomeniam Paschalem octavo Martij, remotissimam Aprilis quinto, ideo collocasse videntur Patres Nicæni: quoniam dies Æquinoctij ad vicesimum primum Martij adfixus, medius est inter extremas Paschales syzygias, id est, septimum Martij & Aprilis quintum.

Sed & Hebræi transferunt suas Neomenias in diem sequentem, si quando media synodus post horam cadat Meridianam. Quâvis autem sedulitate adplices Kalendario aureum numerum, Epactarum-ve cyclum ad arguendas in cyclo decemnovali Neomenias, non efficies, ut tuo Politico calculo mediis syzygiis omnino consentiant. Quin aliquando per diei dodrantem vel etiam diem integrum dissentient. Esto igitur vicesimus quartus Martij (quandoquidem ad ejus diei motum, adnotata est benè accuratè in Meridiano Romæ media synodus, anno ante Christum primo) Politicæ Neomeniæ Epocha. Ut aureus radicalis numerus est 1 seculo Christi, sic deinceps erit XIX seculo 3400, & XVIII seculo 6800, & XVII seculo 10200. Et eo continuo progressu. Igitur ex Epactarum cyclo ad aurei numeri normam directo, sub aureo numero, qui quartum à radicali locum inclusivè obtinebit, erit vicesimus primus Martij Paschalis Neomenia. Atque adeo tertius Aprilis quarta decima Paschalis. Esto autem quartus Aprilis dies Domini. Quarto igitur Aprilis celebrabitur Pascha. At accurato calculo media syzygia cadit in 21 Martij horâ 14, & die duntaxat Aprilis quinto horâ 8 antemeridianâ erit plenilunium medium. Ergo ante plenilunium medium in ipsa quartâ decimâ Lunâ cum Judæis Pascha celebrabitur. Id autem abhorrent Christiani. Non est igitur præfigenda eadem mediæ synodi & Neomeniæ Politicæ Epocha. Ergo ab Erâ Christi magna periodus Gregoriana initium ducito, & ad illud Epacta III seu x II, quam possidet Martij vicesimus quintus, radix Neomeniarum Paschalium, atque adeo Epactarum esto.

PROPOSITIO XXXIX.

Adæquandi Epactas, ex Gregoriana Lunæ magna periodo, methodus, expedita & usui Politico bene idonea est.

Cyclis enim omnino innititur Epilogismus Gregorianus, & rotatili statim obvius fit tabellâ.

Sanè secundum magnam, quam proposui, Lunæ periodum, mensis dierum est $29\frac{530,592,348}{100,000,000}$. Quod si periodo annorum 2500 Iulianorum anticipent menses, diebus octo, ut statuere vulgares computatores, ergo ἀναλόγως annis 19 Iulianis anticipatio est $\frac{152}{2500}$ unius diei. Itaque menses 235 complentur diebus $6939\frac{6892}{10000}$, atque adeò mensis dierum est $29\frac{530,592,340,425}{100,000,000,000}$. Utra igitur hypothesis magis eligenda sit, non licet in tam exigua inter eas differentia certò definire. Sed si, vulgari adsumpto firmamento, Epactæ Gregorianæ expeditiùs adæquentur, vulgare adsumitor; sin minùs, ipsum quod præposui vulgari. Quà de re ut judicent computistæ, sequentia hæc ex rubricâ primâ repeto, & ad Kalendarium verè Gregorianum apto præcepta.

PRO-

PROBLEMATION.

Manente vulgarium computatorum firmamento, quo annorum 2500 Iulianorum periodo anticipant Neomeniæ, diebus octo, ad constitutam ab ipsis radicem, Epactas adæquare.

I.

Seculo 1500 post correctionem & deinceps seculo 1600, Neomenia Paschalis Gregoriana constituitor ad 8 Martij, sub aureo numero III. Itaque Epacta esto N seu XXIX.

II.

Periodus annorum 2500, à seculo ante Christum 700 initium ducito, seculo post Christum 1800 renovator.

III.

Itaque à proposito annorum Christi in centuriis numero abjice 1500, & quotus in residuo erit 400, tot sume ternos dies; & si divisione institutâ supersunt centuriæ duæ, sume diem unum, & si tres, sume duos. Sumptos collige & voca dies additivos.

IV.

Deinde à proposito annorum ab Erâ Christi in centuriis numero, abjice 1800, & diem unum serva. & quotus in residuo erit 2500, tot sume dies octonos; & quotus deinceps divisione institutâ in residuo erit 300, tot sume dies singulos. Sumptos collige cum eo quem adservasti & voca dies ablativos. Si non potes abjicere 1800, nullum numera diem ablativum.

V.

Denique excessum dierum additivorum supra dies ablativos sume, & eum numera ab octavo Martij exclusivè, & is in quem desinet numeratio, dabit Epactam, sub aureo numero III.

VI.

Ad Corollarium propositionis XIV, sub Rubricâ I, subjectus est abacus, qui primâ statim inspectione dat illum excessum.

VII.

Si secula durent, itaque excessus ad periodos dierum annuas Julianas adscendit, eæ circumducuntor divisione per quadrimas, seu dierum 1461, primùm, deinde per annuas communes, seu dierum 365, institutâ. Radix autem aurei numeri, quæ constituta est III, tot unitatibus, quot erunt periodi annuæ, crementum suscipito.

VIII.

Quot autem erunt periodi annorum 2500, tot octonis diebus; & quot deinceps annorum 300, tot diebus singulis excessus minuitor.

Anni

Anni à Christo.	Dies accessionis.	Dies recessionis.	Excessus.	Quotus dies anni technici.	Character diei & est Epacta sub aureo numero III.
1500	0	0	0	1	N
1600	0	0	0	1	N
1700	1	0	1	2	M
1800	2	1	1	2	M
1900	3	1	2	3	H
2000	3	1	2	3	H
2100	4	2	2	3	H
2200	5	2	3	4	G
2300	6	2	4	5	F
2400	6	3	3	4	G
2500	7	3	4	5	F
2600	8	3	5	6	E
2700	9	4	5	6	E
2800	9	4	5	6	E
2900	10	4	6	7	D
3000	11	5	6	7	D
3100	12	5	7	7	C
3200	12	5	7	8	C
3300	13	6	7	8	C
3400	14	6	8	9	B
3500	15	6	9	10	A
3600	15	7	8	9	B
3700	16	7	9	10	A
3800	17	7	10	11	u
3900	18	8	10	11	u
4000	18	8	10	11	u
4100	19	8	11	12	t
4200	20	8	12	13	s
4300	21	9	12	13	s
4400	21	9	12	13	s
4500	22	9	13	14	r
4600	23	10	13	14	r
4700	24	10	14	15	q
4800	24	10	14	15	q
4900	25	11	14	15	q

Ad circumducendum annuas periodos, abaci.

Dies.	Periodi annuæ.	Vnitates adjiciendæ aureo numero.
365	1	I
730	2	II
1095	3	III
1461	4	IV
1461	4	IV
2922	8	VIII
4383	12	XII
5848	16	XVI
7305	20	I
8766	24	V
10 227	28	IX
11 688	32	XIII
13 149	36	XVII
14 610	40	II

Dies.	Periodi annuæ.	Vnitates addendæ aureo numero.
14 610	40	II
29 220	80	IV
43 830	120	VI
58 440	160	VIII
73 050	200	X
87 660	240	XII
102 270	280	XIV
116 880	320	XVI
131 490	360	XVIII
146 100	400	I

Dies.	Periodi annuæ.	Dies minuendi ab excessu.	Vnitates addendæ aureo numero.
109 575	300	1	XV
219 150	600	2	XI
328 725	900	3	VII
438 300	1200	4	III
547 875	1500	5	XVIII
657 450	1800	6	XIV
767 025	2100	7	X
913 125	2400	8	VI

Quæro Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 109,500.

Annus 109,500 *colligitur ex abaco excessus esse dierum* 465, *circumduco* 365, *supersunt dies* 100. *Ergo* 101 *dies anni technici dabit Epactam, sub aureo numero* IV. *Itaque erit illa* t, *& consequenter Neomenia Paschalis dies* 19 *Martij*.

Quæro rursus Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 218,000. *Annis* 218,000 *colligitur ex abaco excessus dierum* 930. *circumduco bis* 365, *supersunt dies* 200. *Ergo* 201 *dies anni technici dabit Epactam, sub aureo numero* V. *Itaque erit illa* f, *& consequenter Neomenia Paschalis dies* 31 *Martij, sub aureo numero* V, *& sub aureo numero* XIV *ad propositum annum pertinente, dies* 22 *Martij*.

Quæro denique Epactam Gregorianam, seculo Christi futuro 165,580,200. *Annis* 165,580,200

 colli-

colligitur ex abaco excessus dierum 711,982. Annis enim 165,579,000 debetur excessus dierum 711,951. Annis verò 10,200 dies 37. Abjicio 1,949 annuas periodos, supersunt dies 116, correcti verò 110, ob centurias 19, quæ adimunt dies sex. Ergo dies 111 anni technici dabit Epactam, sub aureo numero XIV. Cum enim ex annis 1,949 circumduco cyclos decemnovales; supersunt XI, addituri aureo numero radicali III. Erit igitur, sub aureo numero XIV, Epacta h, & consequenter Neomenia Paschalis Martij 29. Sed, sub aureo numero VIII, ad propositum annum pertinente, dies Aprilis quartus.

PROPOSITIO XL.

Decima quinta Paschalis Gregoriana, medio plenilunio Astronomico bene proximè succedit, aut demum illud non antevertet.

Quintâ decimâ Lunâ, à die possidente Epactam, in mense constituto Paschali, numeratâ inclusivè, Pascha celebramus Christiani, si dies is est dominicus, sin minùs die proximo Dominico. Curandum fuit itaque, ne, quam constituimus quintam decimam, cum quartâ decimâ Judaïca, concurreret. Ea de causa, adsumpta est ad radicem dies primus, à mediâ syzygiâ; neque consilium fallet eventus, *ut exemplis licet comprobare.*

Primum esto. Seculo 109,500, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta g seu VII, sub aureo numero III. Itaque 30 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero IV, ad propositum annum pertinente Martij 19. Atque adeo secundus Aprilis quinta decima.

Eo ipso anno 109,500, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Martij hora & scrupulos 17, 2″3, 23‴. cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, seu dies 14, horas 18,22′, incido in diem medij plenilunij, videlicet primi Aprilis horam 17, 45′, id est, in diem secundum ferè,

Alterum. Seculo 218, 000, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta f seu VI, sub aureo numero V. Itaque 31 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero XIV, ad propositum annum pertinente 22 Martij. Atque adeo quintus Aprilis decima quinta.

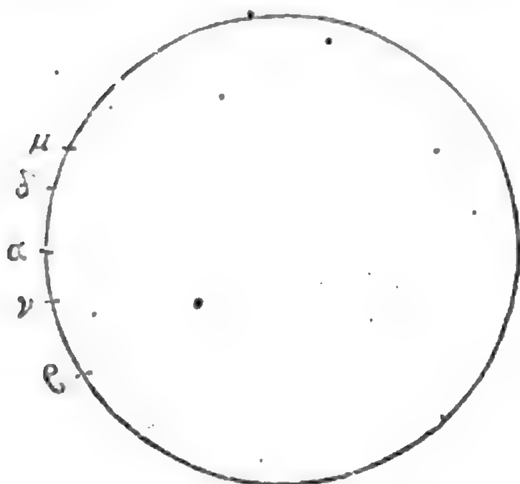
Eo ipso anno 218,000, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Martij 20, horâ 14, 54′, cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, incido in diem plenilunij medij, videlicet quarti Aprilis hor. 8, 37′. cui diei proximè succedit quintus.

Tertium. Seculo 105,580,200, adnotata est Politico calculo Gregoriana Epacta s seu XVII, sub aureo numero I. Ideo 20 Martij erit prima Luna, & consequenter sub aureo numero VIII, ad propositum annum pertinente 2 Aprilis Neomenia. Atque adeo 16 Aprilis decima quinta.

Eo ipso anno, adnotata est Astronomico calculo media syzygia, die Aprilis 1, hora 15, 34′, cui tempori cum addidero dimidium mensem synodicum, incido in diem medij plenilunij, videlicet 16 Aprilis hor. 9, scr. 56 antemeridiana.

PROPOSITIO XLI.

Maneat anni Juliani forma, quæratur autem Neomenia Paschalis, vix abs Epacta Gregoriana eam inveniet vulgaris computator.



Esto enim cyclus anni αβγδ communis, & ideo dierum 365, & à quocunque α puncto sumatur ejus initium. Itaque primus mensis Lunæ finiat in β, duodecimus in δ, peripheria verò δα sit undecim dierum intercalarium anno Lunæ, ut is Solari adæquetur. Proponatur autem aliquod tempus, non immutatâ anni Juliani formâ, ad quod oporteat invenire Neomeniam Paschalem.

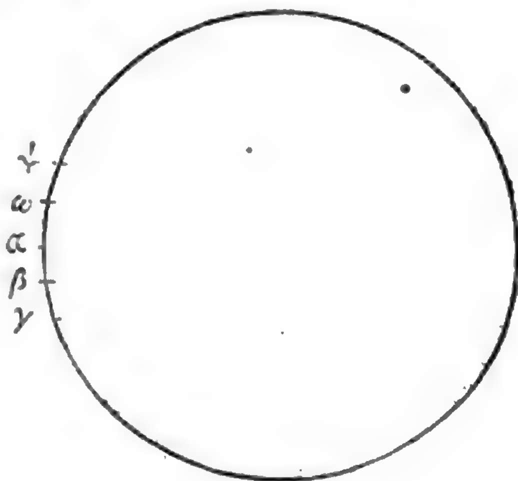
Quoniam anni mensem primum peripheria αβ constanter designat, in eo consistet anni Epacta, quam per singulas centurias invenire deinceps non erit operosum; fixâ semel radice, propter

pter animadversam absolutam apocastasin Lunæ in annis Julianis 3,400. Designari verò eam Epactam in mense, in quo dies Æquinoctij verni versabitur fere medius, erit absonum: cum annis quorum periodis Luna sese alligat, vagetur Æquinoctium. Sit igitur Epacta in peripheria αβ ad quodcunque ε punctum, diemve. Dies igitur Neomeniæ Paschalis erit is, qui mense, intra quem dies Æquinoctij verni consistit ferè medius, characterem eundem suscipiet quàm dies ε. At proponatur tempus hujusmodi, ut dies Æquinoctij verni consistat intra mensem μδαν, constitutâ peripheriâ αν æquali ipsi δα, & ideo dierum 11; peripheria verò δμ dierum 8. Quoniam δα continet dies intercalares, ideo characteres eosdem suscipiet, quos & peripheria αν. Itaque mensis μδαν characterum erit tantum 29. Et eapropter poterit accidere, ut character, quem suscipit dies ε, in mense μδαν, non inveniatur. Et si inveniatur, poterit accidere, ut non inveniatur in peripheriâ δμ, sed in δν. Quod si in δν, erit anceps, cum eosdem suscipiat characteres peripheria δα, quos αν. Itaque erit in ambiguo, qui dies statuendus erit Neomenia, an is quem character ε in peripheriâ αδ arguet, an is quem idem character arguet in peripheriâ δα. Quare manente anni Juliani formâ, anxius erit & minùs Politicus ad Neomenias arguendum Paschales, nisi Gregorianæ Epactæ auxilio, calculus. Cum itaque ad eam recurrendum sit, recta autem præstent obliquis, valeant anni Iuliani. Et Gregorianos deinceps quæque gentes amplectimini.

Προλεπτικόν.

At verò objecerit quispiam. Cyclus Neomeniarum Gregorianarum interdum stationes patitur & repedationes, quibus leges mediorum motuum repugnant.

Sit enim cyclus Enneadecaeteridis αβγψω, & à puncto α motus quidem in consequentia fit versus βγ, in antecedentia verò versus ωψ, & intelligatur α Neomenia. Ut igitur in cyclis decemnovalibus Iulianis semper anticipabunt Neomeniæ suam Epocham α, occupaturæ aliquando puncta ω, ψ, & eo uniformi εἰς προηγούμενα deinceps incessuræ progressu. Sic quoniam in cyclis decemnovalibus Gregorianis Neomeniæ contrà à suâ α Epochâ anticipantur, promoturæ in puncta β, γ, è re videbatur ut ea promotio esset uniformis, neque punctum β pateretur στηριγμὸν ac repedationem versus α, quod tamen contingit interdum, ob rejectam bissexti ad centesimos annos omissionem.



Quæ ideo Politia, cum eâ Astronomicæ leges violentur, vel non fuit retinenda, aut si salvanda erat, aliâ methodus Epilogismi Lunaris excogitanda. Sanè annis 2900 Gregorianis absolvuntur menses 35,858 minus $\frac{1}{810}$ mensis unius. Itaq; si apocatastasis statueretur annorum 2,900 Gregorianorum, & post tales viginti septem periodos exactas auferretur tricesima pars mensis unius, id est, unus character, calculus ille Politicus non longè descisceret à vero. Et posset cyclus Neomeniarum statui constanter ὑπολειπτικὸς, facta characterum 12, quorum fiet mutatio à periodo in periodum, in 29 partes congrua distributione. Periodus enim una aureo numero antecedentis addet unitates 12. Cum autem duo aurei numeri duodecim unitatibus differunt, tot quoque characteribus different characteres, qui iisdem addicuntur. Quo pertinent sequentia Problematia.

PROBLEMATION I.

Tabellam Neomeniarum Paschalium ὑπολειπτικὴν condere.

Fiat, ut 29 ad 12, ita excessus centuriarum anni supra 15 ad dies additivos octavo Martij, ut prodeant Epochæ Neomeniarum ὑπολειπτικῶν, à centuria 15 ad centuriam 44, ab Erâ Christi. Si fragmentum majus est $\frac{14}{29}$, sume pro eodem unum integrum.

Tabella Neomeniarum Paschalium ἀπολήπτική.

Anni à Christo Gregoriani.	Dies Martij.
1500	8
1600	8
1700	9
1800	9
1900	10
2000	10
2100	10
2200	11
2300	11
2400	12
2500	12
2600	13
2700	13
2800	13
2900	14
3000	14
3100	15
3200	15
3300	15
3400	16
3500	16
3600	17
3700	17
3800	18
3900	18
4000	18
4100	19
4200	19
4300	20
4400	20

Ad abjiciendum circulationes annorum 783, abacus.

78	300	1
156	600	2
234	900	3
313	200	4
391	500	5
469	800	6
548	100	7
626	400	8
704	700	9
783	000	10
2	900	1
5	800	2
8	700	3
11	600	4
14	500	5
17	400	6
20	300	7
23	200	8
26	100	9
29	000	10
31	900	11
34	800	12
37	700	13
40	600	14
43	500	15
46	400	16
49	300	17
52	200	18
55	100	19
58	000	20
60	900	21
63	800	22
66	100	23
69	600	24
72	500	25
75	400	26
78	300	27

PROBLEMATION II.

Ad datas annorum ab Erâ Christi centurias, dies Neomeniarum Paschalium adæquare.

A proposito annorum ab Erâ Christi in centuriis numero, abjice primum centurias 15, deinde abjice circulationes centuriarum 78,300, & totidem unitates serva. Abjice post circulationes centuriarum 29, & sume in tabella Epocham congruentem, cui servatas unitates adde.

PROBLEMATION III.

Aureum numerum, cui subjacet Paschalis Neomenia adæquata, invenire.

A proposito annorum ab Erâ Christi in centuriis numero, abjice primùm 1500, deinde à residuo abjice circulationes annorum 78,300, & totidem unitates serva. Abjice post circulationes annorum 2900, & totidem unitates duodenas cum iis quas adservasti, adde aureo numero III, ut prodeat is cui Neomenia Paschalis subjacet adæquata.

Quæro Neomeniam Paschalem, seculo ab Erâ Christi 218,000, differentia inter 218,000 & 1,500, est 216,500, hinc abjicio duas periodos annorum 78,300, & 20 periodos annorum 2900, supersunt anni 3400, quibus congruit ad Epocham æquabilem Neomeniæ dies Martij 16. Sed ob duas periodos annorum 2900, adjiciendi sunt dies duo. Quare Epocha Neomeniæ æquata erit Martij decimus octavus. Sic autem æquabitur aureus numerus. Majores duæ periodi addunt aureo numero III duas unitates, & viginti minores periodi addent 240. Aureus igitur numerus erit 245. Id est, abjectis XIX annorum circulationibus, erit aureus numerus XVII. Paschalis igitur Neomenia, sub aureo numero XVII, incidet eo anno in Martij decimum octavum. Sed sub aureo numero XIV, ad propositum annum pertinente in 21 Mensis ejusdem.

Sed

Sed tanti non fuit apud me ea, in quam digressus sum, prolepsis: ut ideo à primum tradito, bene familiari & undique sibi consentienti & justo calculo, discederem. Directus est annus communis ad cursum Solis, & fuit uniformis progressus. Directus est cursus Solis ad cursum Lunæ, & fuit uniformis progressus. Sed non novum est, in concursu duorum æqualium motuum eos sese mutuò collidere, & contra niti.

EPILOGUS.

Ergo Kalendario verè Gregoriano cedant Hebræorum, Syrorum, Arabum, Persarum & omnia omnium gentium Kalendaria. Dum ea dirigunt ad cursum Solis computatores, deluduntur in cursu Lunæ, & contrà. At sive Solem sive Lunam politiæ Gregorianæ submisisse videtur Creator Cæli & Terræ. Expendite vos, & miramini quibus suspecta est Romani Pontificis ἀρχιερατικὴ προεδρία. Non vestri abaci, ô Astronomi, vel cum ipsis ad quarta, quinta, sextave scrupula leptolegematis exactiores. Politicos menses polit Metonica Enneadecaeteris, Enneadecaeterides Metonicas perficit Gregoriana Trichiliatetracosieteris. Et dum annum Julianum tropica periodus emendat, ut messium feriæ æstati, & vindemiarum autumno competant, non ideo interruptæ nos fallunt apocatastases Lunæ ad stata solemnium tempora. Suggerit accessum recessus, & accessus recessum, & æquatio æquationem à semetipsa repetit, miro volubili nexu, nec ante desinenda, quàm desierit mundus, circuitione.

Vobis autem ne desim, ô Computistæ vulgares, idem Kalendarium verè Gregorianum excudendum curavi, eo ipso, cui jam estis adsuefacti, stylo.

Κλήμεντι μεγίστῳ Ἀρχιερεῖ.

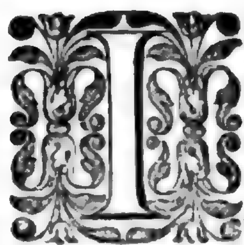
Καὶ κλέος ἡ φήμη οὐ μεῖον ἔνειμε Σεβάστῳ
  Ἰουλίου, ὅτ θ' ἱερὰς ἤνυσ' Ἐφημερίδας
Καὶ ταύτας τὸ πλέον κυρώσατο. τῶν Ἱερήων
  Καίπερ ἀκυρώσας σφάλματ' ὀπισθοφανῆ.
Καὶ σύ, νομεὺς ἱερέ, Χριστοῦ ἴσον κλέος ἕξεις
  Κυρώσας χρονικὴν Γρηγορίοιο βίβλον.
Ἥν γ' ἀμαθῶν ὄχλος διεσύρατο. νῦν δ' ἀκέραια
  Μικρ' ἀλλαξαμένη δέξατο ἥδε σελίς.

FINIS.

KALENDARIVM
GREGORIANVM
PERPETUUM.



GREGORIVS EPISCOPVS, SERVVS SERVORUM DEI, AD PERPETUAM REI MEMORIAM.



NTER gravissimas pastoralis officij nostri curas, ea postrema non est, ut quæ à sacro Tridentino Concilio Sedi Apostolicæ reservata sunt, illa ad finem optatum, Deo adiutore, perducantur. Sanè ejusdem Concilij Patres, cum ad reliquam cogitationem, Breviarij quoque curam adjungerent, tempore tamen exclusi rem totam ex ipsius Concilij decreto ad auctoritatem & judicium Romani Pontifici: retulerunt. Duo autem Breviario præcipuè continentur, quorum unum preces, laudesque divinas festis, profestisque diebus persolvendas complectitur, alterum pertinet ad annuos Paschæ, festorumque ex eo pendentium recursus, Solis & Lunæ motu metiendos. Atque illud quidem felicis recordationis Pius V. prædecessor noster absolvendum curavit, atque edidit: hoc vero, quod nimirum exigit legitimam Kalendarij restitutionem, jamdiu à Romanis Pontificibus prædecessoribus nostris, & sæpius tentatum est, verùm absolvi, & ad exitum perduci ad hoc usque tempus non potuit, quòd rationes emendandi Kalendarij, quæ à cælestium motuum peritis proponebantur, propter magnas, & ferè inextricabiles difficultates, quas hujusmodi emendatio semper habuit, neque perennes erant, neque antiquos Ecclesiasticos ritus incolumes (quod in primis hac in re curandum erat) servabant. Dum itaque nos quoque credita nobis, licet indignis à Deo dispensatione freti, in hac cogitatione curaque versaremur, allatus est nobis liber à dilecto filio Antonio Lilio artium & medicinæ doctore, quem quondam Aloysius ejus germanus frater conscripserat, in quo per novum quendam Epactarum cyclum ab eo excogitatum, & ad certam ipsius aurei numeri normam directum, atque ad quamcunque anni Solaris magnitudinem accommodatum, omnia quæ in Kalendario collapsa sunt, constanti ratione, & sæculis omnibus duratura, sic restitui posse ostendit, ut Kalendarium ipsum nulli unquam mutationi in posterum expositum esse videatur. Novam hanc restituendi Kalendarij rationem exiguo volumine comprehensam ad Christianos Principes, celebrioresque universitates paucos ante annos misimus, ut res, quæ omnium communis est, communi etiam omnium consilio perficeretur. Illi cum, quæ maximè optabamus, concordes respondissent, eorum nos omnium consensione adducti, viros ad Kalendarij emendationem adhibuimus in alma urbe harum rerum peritissimos, quos longè ante ex primariis Christiani orbis nationibus delegeramus. Ii cum multum temporis, & diligentiæ ad eam lucubrationem adhibuissent, & cyclos tam veterum, quàm recentiorum undique conquisitos, ac diligentissimè perpensos inter se contu-

contulissent, suo & doctorum hominum qui de ea re scripserunt judicio, hunc præ cæteris elegerunt Epactarum cyclum, cui nonnulla etiam adjecerunt, quæ ex accurata circumspectione visa sunt ad Kalendarij perfectionem maximè pertinere.

Considerantes igitur nos, ad rectam Paschalis festi celebrationem juxta sanctorum Patrum, ac veterum Romanorum Pontificum, præsertim Pij & Victoris primorum, nec non magni illius œcumenici Concilij Nicæni, & aliorum sanctiones, tria necessariò conjungenda, & statuenda esse, primùm certam Verni æquinoctij sedem, deinde rectam positionem XIV. Lunæ primi mensis, quæ vel in ipsum æquinoctij diem incidit, vel ei proximè succedit, postremò primum quemque diem Dominicum, qui eandem XIV. Lunam sequitur: curavimus non solùm æquinoctium Vernum in pristinam sedem, à qua jam à Concilio Nicæno decem circiter diebus recessit, restituendum, & XIV. Paschalem suo in loco, à quo quatuor, & eo amplius dies hoc tempore distat, reponendam, sed viam quoque tradendam & rationem, qua cavetur, ut in posterum æquinoctium, & XIV. Luna à propriis sedibus nunquam dimoveantur. Quò igitur Vernum æquinoctium, quod à Patribus Concilij Nicæni ad XII. Kalend. Aprilis fuit constitutum, ad eandem sedem restituatur; Præcipimus & mandamus, ut de mense Octobri anni 1582. decem dies inclusivè à tertia Nonarum usque ad pridie Idus eximantur, & dies, qui festum S. Francisci IV. Nonas celebrari solitum sequitur, dicatur Idus Octobris, atq; in eo celebretur festum Sanctorum Dionysij, Rustici, & Eleutherij martyrum, cum commemoratione sancti Marci Papæ & confessoris, & Sanctorum Sergij, Bacchi, Marcelli & Apuleii martyrum. Septimodecimo verò Kalend. Novembris, qui dies proximè sequitur, celebretur festum S. Calisti Papæ & martyris. Deinde XVI. Kalend. Novemb. fiat officium & Missa de Dominica XVIII. post Pentecosten, mutatâ litterâ Dominicali G in C. Quintodecimo denique Kalend. Novemb. dies festus agatur sancti Lucæ Euangelistæ, à quo reliqui deinceps agantur festi dies, prout sunt in Kalendario descripti.

Ne verò ex hac nostrâ decem dierum subtractione alicui, quod ad annuas vel menstruas præstationes pertinet, præjudicium fiat, partes Judicum erunt in controversiis, quæ super hoc exortæ fuerint, dictæ subtractionis rationem habere, addendo alios X. dies in fine cujuslibet præstationis.

Deinde ne in posterum à XII. Kalend. April. æquinoctium recedat, statuimus Bissextum quartò quoque anno (uti mos est) continuari debere, præterquam in centesimis annis: qui quamvis Bissextiles antea semper fuerint, qualem etiam esse volumus annum 1600. post eum tamen, qui deinceps consequentur centesimi, non omnes Bissextiles sint, sed in quadringentis quibusque annis primi quique tres centesimi sine Bissexto transigantur, quartus verò quisque centesimus Bissextilis sit, ita ut annus 1700. 1800. 1900. Bissextiles non sint. Anno verò 2000. more consueto dies Bissextus intercaletur, Februario dies 29. continente: idemque ordo intermittendi, intercalandique Bissextum diem in quadringentis quibusque annis perpetuò conservetur.

Quò item XIV. Paschalis rectè inveniatur, itemque dies Lunæ juxta antiquum Ecclesiæ morem ex Martyrologio singulis diebus ediscendi fideli populo verè proponantur, statuimus, ut amoto aureo numero de Kalendario.

lendario, in ejus locum ſubſtituatur cyclus Epactarum, qui ad certam (uti diximus) aurei numeri normam directus efficit, ut Novilunium, & xiv. Paſchalis vera loca ſemper retineant. Idque manifeſtè apparet ex noſtri explicatione Kalendarij, in quo deſcriptæ ſunt etiam tabulæ Paſchales ſecundùm priſcum Eccleſiæ ritum, quo certiùs & faciliùs ſacroſanctum Paſcha inveniri poſſit.

Poſtremò quoniam partim ob decem dies de menſe Octobri anni 1582. (qui correctionis annus rectè dici debet) exemptos, partim ob ternos etiam dies quolibet quadringentorum annorum ſpatio minimè intercalandos, interrumpatur neceſſe eſt cyclus literarum Dominicalium 28. annorum ad hanc uſque diem uſitatus in Eccleſia Romana, Volumus in ejus locum ſubſtitui eundem cyclum 28. annorum ab eodem Lilio, tum ad dictam intercalandi Biſſexti in centeſimis annis rationem, tum ad quamcunque anni Solaris magnitudinem accommodatum, ex quo litera Dominicalis beneficio cycli Solaris æquè facilè, ac priùs, ut in proprio canone explicatur, reperiri poteſt in perpetuum.

Nos igitur ut quod proprium Pont. Max. eſſe ſolet, exequamur, Kalendarium immenſâ Dei erga Eccleſiam ſuam benignitate jam correctum atque abſolutum hoc noſtro decreto probamus, & Romæ unà cum Martyrologio imprimi, impreſſumque divulgari juſſimus. Ut verò utrumque ubique terrarum incorruptum, ac mendis & erroribus purgatum ſervetur, omnibus in noſtro & ſanctæ Romanæ Eccleſiæ dominio mediatè vel immediatè ſubjecto commorantibus impreſſoribus ſub amiſſionis librorum, ac centum ducatorum auri Cameræ Apoſtolicæ ipſo facto applicandorum: aliis verò in quacunque orbis parte conſiſtentibus ſub excommunicationis latæ ſententiæ, ac aliis arbitrij noſtri pœnis, ne ſine noſtrâ licentiâ Kalendarium, aut Martyrologium ſimul vel ſeparatim imprimere, vel proponere, aut recipere ullo modo audeant vel præſumant, prohibemus.

Tollimus autem, & abolemus omnino vetus Kalendarium, volumuſque, ut omnes Patriarchæ, Primates, Archiepiſcopi, Epiſcopi, Abbates, & cæteri Eccleſiarum præſides, novum Kalendarium (ad quod etiam accommodata eſt ratio Martyrologij) pro divinis officiis recitandis, & feſtis celebrandis in ſuas quiſque Eccleſias, Monaſteria, Conventus, ordines, militias, & diœceſes introducant, & eo ſolo utantur tam ipſi, quàm cæteri omnes Preſbyteri, & clerici ſæculares, & regulares utriuſque ſexus, necnon milites, & omnes Chriſti fideles: cujus uſus incipiet poſt decem illos dies ex menſe Octobri anni 1582. exemptos. Iis verò, qui adeò longinquas incolunt regiones, ut ante præſcriptum à nobis tempus harum literarum notitiam habere non poſſint; liceat, eodem tamen Octobri menſe inſequentis anni 1583, vel alterius, cùm primùm ſcilicet ad eos hæ noſtræ literæ pervenerint, modò à nobis paulo ante tradito ejuſmodi mutationem facere, ut copioſius in noſtro Kalend. anni correctionis explicabitur.

Pro data autem nobis à Domino auctoritate hortamur, & rogamus chariſſimum in Chriſto filium noſtrum Rodulphum Romanorum Regem Illuſtrem in Imperatorem electum, cæteroſque Reges, Principes, ac Reſpublicas, iiſdemque mandamus, ut quo ſtudio illi à nobis contenderunt, ut hoc tam præclarum opus perficeremus; eodem, immò etiam majore, ad conſervandam in celebrandis feſtivitatibus inter Chriſtianas nationes concordiam, noſtrum hoc Kalendarium & ipſi ſuſcipiant, & à cunctis ſibi

ſubjectis populis religioſe ſuſcipiendum, inviolateque obſervandum curent.

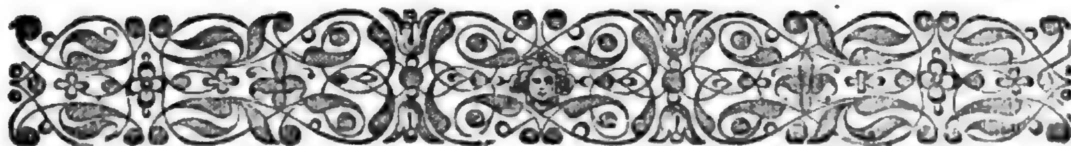
Verùm quia difficile foret præſentes literas ad univerſa Chriſtiani orbis loca deferri, illas ad Baſilicæ Principis Apoſtolorum, & Cancellariæ Apoſtolicæ valvas,& in acie Campi Floræ publicari & affigi, & earundem literarum exemplis, etiam impreſſis, & voluminibus Kalendarij, & Martyrologij inſertis & præpoſitis, ſive manu tabellionis publici ſubſcriptis, necnon ſigillo perſonæ in dignitate Eccleſiaſtica conſtitutæ obſignatis, eandem prorſus indubitatam fidem ubique gentium & locorum haberi præcipimus, quæ originalibus literis exhibitis omnino haberetur. Nulli ergo omnino hominum liceat hanc paginam noſtrorum præceptorum, mandatorum, ſtatutorum, voluntatis, probationis, prohibitionis, ſublationis, abolitionis, hortationis & rogationis infringere, vel ei auſu temerario contraire. Si quis autem hoc attentare præſumpſerit, indignationem omnipotentis Dei, ac beatorum Petri & Pauli Apoſtolorum ejus ſe noverit incurſurum.

Datum Tuſculi Anno Incarnationis Dominicæ M. D. LXXXII. Sexto Kalend. Martij. Pontificatus noſtri Anno Decimo.

Cæ. Glorierius.
A. de Alexiis.

Anno à Nativitate Domini noſtri Jeſu Chriſti milleſimo quingenteſimo octuageſimo ſecundo Indictione decima, Die verò Iovis prima menſis Martij, Pontificatus verò Sanctiſſimi in Chriſto patris, & D. N. Gregorij divinâ providentiâ Papæ XIII. anno ejus decimo: Retroſcriptæ literæ Apoſtolicæ publicatæ, & affixæ fuerunt in Valvis Principis Apoſtolorum de Urbe, & Cancellariæ Apoſtolicæ, ac in acie Campi Floræ, ut moris eſt, per me Scipionem de Octavianis Apoſtolicum Cur.

Franciſcus Baron Magiſter Curſorum.



CANONES IN KALENDARIUM GREGORIANUM PERPETUUM.

CANON I.

DE CYCLO DECENNOVENNALI AUREI NUMERI.



Cyclus decennovennalis aurei numeri est revolutio numeri 19. annorum ab 1. usque ad 19. quâ revolutione peractâ, iterum ad unitatem reditur. Verbi gratiâ. Anno 1577. Numerus cycli decennovennalis, qui dicitur aureus, est 1. Anno sequenti 1578. est 2. & ita deinceps in sequentibus annis, uno semper amplius, usque ad 19. qui aureus numerus cadet in annum 1595. post quem iterum ad unitatem redeundum est, ita ut anno 1596. aureus numerus sit rursus 1. & anno 1597. sit 2. &c. Continet autem hic cyclus aurei numeri annos 19. quia post 19. annos Solares elapsos revertuntur Novilunia ad eosdem dies mensium, licet non omnino præcise, sed aliquâ diei particulâ citius, ut à computistis, & in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani ostenditur. Hoc cyclo decennovennali aurei numeri per dies Kalendarij distributo, Ecclesia Romana ad hanc usque diem usa est, tum ad conjunctiones Solis ac Lunæ inquirendas, tum verò maximè ad inveniendum diem festum Paschæ, & ad indaganda alia festa mobilia: propterea quòd veteres putabant Novilunia, transacto spatio 19. annorum Solarium, ad eundem prorsus diem, eandemque horam redire: quod verum non est, cum Novilunia, paulò citiùs quàm spatium 19. annorum Solarium compleatur, ad eandemq; sedem redeant, ut dictum est: Hinc factum est, ut Novilunia hoc tempore plus quàm quatuor dies distent ab aureo numero in veteri Kalendario Romano, & secundùm illius normam Pascha sæpenumero post XXI. Lunam, contra Majorum instituta, celebretur: adeò ut cyclus hic aurei numeri inutilis omnino jam sit inventus ad Novilunia, festaque mobilia indicanda, idemque magis ac magis in dies futurus sit inutilis; tum propter decem dies ex mense Octobri anni 1582. auferendos; tum etiam propter tres Bissextos omittendos, quibusque quadringentis annis, nisi in 30. ordines redigatur, hoc est, nisi 30. Kalendaria construantur, ut ex illis seligatur semper illud, quod certo cuidam tempori congruit: quæ res quantas perturbationes, quantosque sumptus personis præsertim Ecclesiasticis esset allatura, nemo non videt. Hoc incommodum ut vitetur, substitutus est in locum aurei numeri in Kalendario, cyclus Epactarum constans ex 30 numeris Epactalibus: qui quidem nihil aliud est, quàm cyclus decennovennalis aurei numeri æquatus, ita ut sit instar aurei numeri in 30. Kalendaria, de quibus dictum est, distributi, ut in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani declaratur. Aureo numero utemur in posterum, non quidem ad Novilunia & festa mobilia inquirenda, ut ad hanc usque diem factum est ab Ecclesiâ, sed solùm ad investigandam Epactam cujuslibet anni, ex quâ & Novilunia, festa mobilia, deinde reperiantur, ut in sequenti canone docebimus: ita ut etiam nunc necessariùm omnino sit aureum numerum quovis anno indagare, licet is de Kalendario sit submotus, locumque ampliùs non habeat ad Novilunia festaque mobilia invenienda.

Igitur ut aureus numerus quolibet anno proposito inveniatur, composita est sequens

 tabella

tabella aureorum numerorum, cujus usus incipit ab anno correctionis 1582. inclusivè, duratque in perpetuum.

Ex ea enim aureus numerus cujuslibet anni post annum 1582. reperietur hoc modo.

Tabella cycli aurei numeri initium sumens ab anno correctionis 1582.

VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.	XVIII.	XIX.	I.	II.	III.	IV.	V.

Anno 1582. tribuatur primus numerus tabellæ, qui est VI. secundus autem, qui est VII. sequenti anno 1583. & ita deinceps in infinitum, donec ad annum, cujus aureum numerum quæris, perveniatur, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris. Nam numerus, in quem annus propositus cadit, dabit aureum numerum quæsitum.

Sed quoniam valde laboriosum est, ac molestum tot annos in dictâ tabellâ enumerare, eamque toties repetere, donec ad annum, cujus aureus numerus quæritur perveniatur, præsertim verò si annus propositus procul ab anno 1582. absit, construximus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore aureus numerus cujuscunque anni tam ante, quàm post annum 1582. invenietur, hac arte.

Quæratur annus propositus in tabulâ, sub annis Domini: qui si descriptus in ea fuerit, aureus numerus ad dextram ipsius collocatus, additâ priùs unitate, ut in vertice tabulæ præcipitur, erit is, qui quæritur. Si verò annus propositus, in tabula non continetur, accipiatur annus in tabulâ contentus proximè minor, unà cum aureo numero respondente, deinde sumantur in eadem tabula anni qui supersunt, unà cum aureo numero respondente, qui priori aureo numero invento addatur, rejiciantúrque à composito numero 19. si rejici possunt. Et tandem unitas adjiciatur. Componetur enim hac ratione aureus numerus propositi anni. Quòd si neque anni, qui superfuerunt, in tabulâ reperiantur, accipiendus erit rursum annus proximè minor, unà cum ejus aureo numero, qui priori aureo numero invento adjiciendus est, & à composito numero rejicienda 19. si rejici possunt. Idemque faciendum erit cum reliquis annis, qui supersunt, donec omnes in tabula inveneris: & tandem ultimo aureo numero ex aureis numeris in tabula repertis confecto (rejectis prius 19. si rejici possunt, ut dictum est) addenda unitas. Conficietur enim hoc modo aureus numerus anni propositi. Quòd si post additionem unitatis numerus

Tabula ad aureum numerum cujuslibet anni inveniendum.

Anni Domini	Aureus numerus *Adde* 1	Anni Domini	Aureus numerus *Adde* 1
1	1	300	15
2	2	400	1
3	3	500	6
4	4	600	11
5	5	700	16
6	6	800	2
7	7	900	7
8	8	1000	12
9	9	2000	5
10	10	3000	17
20	1	4000	10
30	.11	5000	3
40	2	6000	15
50	12	7000	8
60	3	8000	1
70	13	9000	13
80	4	10000	6
90	14	20000	12
100	5	30000	18
200	10	40000	5

rus compositus fuerit 19. ita ut detractis 19. nihil remaneat, erit aureus numerus 19.

Exemplis res fiet illustrior. Sit inveniendus aureus numerus anni 700. Quoniam hic annus in tabula reperitur, eique respondet aureus numerus 16. si huic aureo numero adjiciatur 1. erit anno 700. aureus numerus 17. Rursus inveniendus proponatur aureus numerus anni 1583 Quoniam hic annus in tabula non existit, sumendus est annus 1000. in tabula proximè minor, ejusque aureus numerus 12. Deinde accipiendi in tabula anni residui 583. qui quoniam in ea non continentur, capiendus iterum est annus 500. in tabula proximè minor, ejusque aureus numerus 6. quo ad priorem aureum numerum 12. inventum adjecto, conficietur numerus 18. Post hæc anni 83. qui supersunt, sumendi sunt in tabula, sed quoniam non reperiuntur, accipiendus est annus 80. in tabula proxime minor, ejusque aureus numerus 4. quo apposito ad aureum numerum 18. prius compositum, efficietur numerus 22. à quo si detrahantur 19. remanebunt 3. Postremò, remanentes anni 3. sumendi sunt in tabula, & aureus numerus 3. illis respondens: quo adjecto ad aureum numerum 3, proximè relictum, componetur numerus 6. cui tandem si addatur 1. ut in vertice tabulæ præcipitur, erit anno 1583. aureus numerus 7. Sit denique quærendus aureus numerus anni 1595. Accipio primum aureum numerum 12. respondentem anno 1000. eumque addo aureo numero 6. qui anno 500. respondet, conficioque numerum 18. Deinde aureum numerum 14. respondentem anno 90. addo illi aureo numero 18. invento, procreoque numerum 32. à quo detractis 19. remanet numerus 13. cui adjungo aureum numerum 5. respondentem anno 5. efficioque numerum 18. Huic tandem si addam 1. habebo 19. pro aureo numero anni 1595.

Additur autem semper ultimo numero unitas, quia Christus anno secundo hujus cycli aurei numeri natus est, fuitque anno Domini primo aureus numerus 2. & anno secundo aureus numerus 3. &c.

Compositio quoque hujus tabulæ perfacilis est. Primis enim 10. annis respondent primi decem aurei numeri. Deinde quia à 10. anno progreditur tabula per annos decimos, respondetque anno 10. aureus numerus 10. ita ut singulis 10. annis aureus numerus 10. unitatibus augeatur, duplicandus erit aureus numerus 10. respondens 10. anno, & à producto numero 20. rejicienda 19. ut habeatur aureus numerus 1. respondens anno 20. Cui aureo numero 1. iterum adjiciendus est aureus numerus 10. decimi anni ut componatur aureus numerus 11 pro anno 30. atque hoc modo pro sequentibus decimis annis usque ad 100. addendus semper est aureus numerus 10. præcedenti aureo numero, & rejicienda 9. si rejici possunt, ut habeatur sequens aureus numerus. Post hæc, quia in tabulâ post annum 100. fit progressio per annos centesimos, respondetque anno 100. aureus numerus 5. duplicandus erit aureus numerus 5. ut componatur aureus numerus 10. pro anno 200. quandoquidem singulis annis 100. aureus numerus augetur 5. unitatibus. Aureo numero verò 10. iterum addendus erit aureus numerus 5. centesimi anni, ut gignatur aureus numerus 15. pro anno 300. atque ita pro sequentibus annis centesimis usque ad 1000. addendus semper est aureus numerus 5. præcedenti aureo numero, & rejicienda 19. quando possunt rejici, ut exurgat sequens aureus numerus. Hac arte tabulam extendere poteris ad quotcunque annos, si observes, per quos annos tabula progrediatur, & qui aureus numerus respondeat illi anno, à quo progressio incipit. Ita vides ab anno 1000. usque ad annum 10000. præcedenti aureo numero semper adjectum esse aureum numerum 2. & abjecta esse 19. quando rejici potuerunt: quia progressio annorum incipit tunc ab anno 1000. proceditque per annos millesimos usque ad annum 10000. & prætetea anno 1000. respondet aureus numerus 12. &c.

Porrò sine hac tabulâ facillimo quoque negotio per præcepta Arithmetices aureus numerus cujuslibet anni reperietur hoc modo. Anno Domini proposito addatur 1. & numerus compositus per 19. dividatur, Numerus enim, qui ex divisione relinquitur, (nulla habita ratione quotientis numeri: hic enim solùm ostendit, quot revolutiones aurei numeri à Christo usque ad annum propositum peractæ sint) erit aureus numerus anni propositi. Et si ex divisione nihil remanet, erit aureus numerus 19. Ut si quæratur aureus numerus anni 1584. addo 1. & compositum numerum 1585. divido per 19. invenioque ex divisione relinqui 8. Erit ergo anno 1584. aureus numerus 8. Rursus si anno

no 1595. quærendus sit aureus numerus, additâ unitate, fit numerus 1596. quo diviso per 19. nihil superest. Erit igitur tunc aureus numerus 19. Item si anno 1600. addatur 1. fiet numerus 1601. quo diviso per 19. relinquetur 5. pro aureo numero anni 1600. Atque ita de cæteris.

CANON II.

DE EPACTIS ET NOVILUNIIS.

EPacta nihil aliud est, quàm numerus dierum, quibus annus Solaris communis dierum 365. annum communem Lunarem dierum 354. superat: ita ut Epacta primi anni sit 11. cum hoc numero annus Solaris communis Lunarem annum communem excedat, atque adeo sequenti anno Novilunia contingant 11. diebus priùs, quàm anno primo. Ex quo fit, Epactam secundi anni esse 22, cum eo anno rursum annus Solaris Lunarem annum superet 11. diebus, qui additi ad 11. dies primi anni efficiunt 22. ac proinde, finito hoc anno, Novilunia contingere 22. diebus priùs quàm primo anno: Epactam autem tertij anni esse 3. quia si rursus 11. dies ad 22. adjiciantur, efficietur numerus 33. à quo si rejiciantur 30. dies, qui unam Lunationem Embolismalem constituunt, relinquentur 3. atque ita deinceps. Progrediuntur enim Epactæ omnes per continuum augmentum 11. dierum, abjectis tamen 30. quando rejici possunt. Solùm quando perventum erit ad ultimam Epactam aureo numero 19. respondentem, quæ est 29. adduntur 12. ut abjectis 30. ex composito numero 41. habeatur rursus Epacta 11. ut in principio. Quod ideo fit, ut ultima Lunatio Embolismica, currente aureo numero 19. sit tantum 29. dierum. Si enim 30. dies contineret, ut aliæ sex Lunationes Embolismicæ, non redirent Novilunia post 19. annos Solares ad eosdem dies, sed versus calcem mensium prolaberentur, contingerentque uno die tardiùs, quàm ante 19. annos. De quâ re plura invenies in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani. Sunt autem 19. Epactæ, quot & aurei numeri, respondebantque ipsis aureis numeris ante Kalendarij correctionem eo modo, quo in hac tabellâ dispositæ sunt.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris, ante Kalendarij correctionem.

Aurei numeri	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Epactæ.	XI.	XXII.	III.	XIV.	XXV.	VI.	XVII.	XXVIII

9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16	17.	18.	19.
IX.	XX.	I.	XII.	XXIII.	IV.	XV.	XXVI.	VII.	XVIII.	XXIX.

Quia verò cyclus decennovennalis aurei numeri imperfectus est, cum Novilunia post 19. annos Solares non præcise ad eadem loca redeant, ut dictum est, imperfectus etiam erit hic cyclus 19. Epactarum. Quamobrem cum ita emendavimus, ut in posterum loco aurei numeri, & dictarum 19. Epactarum utamur 30. numeris Epactalibus ab 1. usque ad 30. ordine progredientibus, quamvis ultima Epacta, sive quæ ordine est trigesima, notata numero non sit, sed signo hoc * propterea quod nulla Epacta esse possit 30. Variis autem temporibus ex his 30. Epactis respondent decem & novem aureis numeris variæ decem & novem Epactæ, prout Solaris anni, ac Lunaris æquatio exposcit: quæ quidem decem & novem Epactæ progrediuntur, ut olim per eundem numerum 11. adduntúrque semper 12. illi Epactæ, quæ respondet aureo numero 19. ut habeatur sequens Epacta respondens aureo numero 1. ob rationem paulò ante dictam. Id quod sequentes tres tabellæ perspicuum faciunt: quarum prima continet aureos numeros, & Epactas inter se respondentes ab anno correctionis 1582. post detractionem x. dierum, usque ad annum 700. exclusivè, quo anno secunda tabella assumenda est, & tertia anno 900. atque ita deinceps alia atque alia, ut infra docebimus. Quæ quidem omnia uberiùs in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani explicantur. Quàmvis autem vulgares Epactæ mutentur à die primo Martij, re ipsa tamen mutandæ sunt, unà cum aureo numero, in cujus locum hæ nostræ Epactæ succedunt, à die octavo, quo contingit

tingit citimum Novilunium Paschale anni, post undecim dies à sede Bissexti, intercalares anno Lunæ, ut is anno Solis adæquetur.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. detractis prius x. diebus, usque ad annum 1700. exclusivè.

Aurei numeri	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	1.	2.	3.	4.	5.
Epactæ.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	xxv.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 1700. inclusive usque ad annum 1900. exclusive.

Aurei numeri	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Epactæ.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.	i.	xii.	xxiii.	iv.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 1900. inclusive usque ad annum 2200. exclusive.

Aurei numeri	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.
Epactæ.	v.	xvi.	xxiv.	viii.	xix.	*	xi.	xxii.	iii.	xiv.	xxv.	vi.	xvii.	xxviii.	ix.	xx.		xii.	xxiii.

Quælibet autem tabella ab eo aureo numero initium sumit, qui illo anno currit à quo usus tabellæ incipit: & licèt in his tabellis diversæ semper Epactæ aureis numeris respondeant, aliquando tamen continget, ut eisdem aureis numeris eædem Epactæ respondeant, quæ olim ante correctionem Kalendarij.

Itaque si Epacta quocunque anno proposito invenienda sit, quærendus est aureus numerus illius anni in superiori ordine illius tabellæ quæ illi tempori, in quo propositus annus continetur, congruit. Mox enim sub aureo numero in inferiori ordine tabellæ reperitur Epacta anni propositi vel certè hoc signum * Ubi ergo Epacta illa in Kalendario inventa fuerit, eo die Novilunium fiet. Invenietur autem aureus numerus vel ex antecedente canone, vel ex tabella Epactarum proposito tempori congruente, tribuendo primum aureum numerum illius tabellæ illi anno, à quo usus tabellæ incipit, & secundum aureum numerum sequenti anno, &c. Eodem modo reperietur Epacta sine aureo numero, si prima Epacta tabellæ tribuatur illi anno, à quo ejus usus incipit, & secunda Epacta sequenti anno, &c. Ubi autem signum * inventum fuerit, sumetur Epacta proximè sequens vel proximè antecedens secundum aurei numeri currentis conditionem.

Exemplum. Anno correctionis 1582. aureus numerus est 6. nempe primus primæ tabellæ, cujus usus incipit ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. detractis priùs x. diebus. Erit ergo tunc Epacta 11. quæ sub aureo numero 6. collocatur fietque Novilunium die 27. Octobr. & 26. Novembr. & 25. Decemb. Item anno 1583. jam correcto: aureus numerus est 7. cui in eâdem tabellâ supposita est Epacta xiii. quæ toto anno in Kalendario Novilunia indicabit, ut in Martij die 24. Aprili 13. &c. deinque die Ianuarij 13. Februarij 12. Rursus anno 1710. aureus numerus est 1. sub quo in ordine Epactarum secundæ tabellæ, quæ anno proposito congruit, collocatur Epacta vi. quæ in Kalendario toto anno Novilunia demonstrabit: nimirum in Martio die 31. In Aprili die 29. &c. ac denique in Ianuario die 20. Februario 19. Postremò, anno 1905 aureus numerus est 6. sub quo in ordine Epactarum tertiæ tabellæ, quæ proposito anno congruit, reperitur signum * itaque sumetur Epacta sequens xxix. Ubicunque ergo anno 1905. in Kalendario Epacta xxix. reperitur, ibi Novilunium fit: ut in Martio die 8. in Aprili die 7. in Majo die 6. &c. Quotiescunque enim signum * respondet aureo numero 10. vel minori, adsumenda est in Kalendario Epacta i. Quando verò idem signum * respondet aureo numero 11. vel majori, adsumenda est Epacta xxix. Quod ideo fit, ut anni Lunares perfectiùs Solaribus annis respondeant: & Lunationes ita sibi mutuò succedant, ut alternatim sex contineant dies 30. & sex aliæ dies tantùm 29. complectantur. Id quod abundè in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani explicatum est.

Quòd

Quòd ſi quando Epactæ per dies Kalendarij diſtributæ indicent Novilunia paulò ſeriùs, quàm res poſtulet, mirandum non eſt, cum maturo conſilio ita ſint diſpoſitæ. Cum enim nullus cyclus Lunaris ad unguem calculo Aſtronomico reſpondere poſſit, ſed modò citiùs, modò tardiùs Novilunia indicet, data eſt diligenter opera in diſtribuendo cyclo hoc 30. Epactarum in Kalendario, ut potiùs Novilunia ſeriùs aliquando per Epactas demonſtrentur quàm ut aliquando ſedes ſuas antevertant, ne cum Quartadecimanis hæreticis ſacroſanctum Paſcha, vel in XIV. Luna, vel apte celebretur: adeo ut propter celebrationem Paſchæ major ſit habita ratio XIV. Lunæ, vel Plenilunij, quàm Novilunij. Neque magni refert ſi aliquando, quod rarò tamen accidit, propter hanc Novilunij poſtpoſitionem, contingat Paſcha celebrari poſt diem XXI. Lunæ. Minus enim hoc peccatum eſt, quàm ſi ante diem XIV. Lunæ celebretur, vel in ultimo menſe, quod eſſet abſurdiſſimum. Sed de his plura in libro novæ rationis reſtituendi Kalendarij Romani, ubi etiam hypotheſes, quæ in hac correctione Kalendarij aſſumptæ ſunt, in medium afferentur.

Verùm, ut videas unde præcedentes tres tabellæ ſint depromptæ, & quâ arte aliæ conſtrui poſſint; addita eſt ſequens tabella cycli Epactarum perpetua, unà cum tabulâ æquationis cycli Epactarum, ex quâ cujuſque anni Epacta reperietur in perpetuum. Rationem conſtructionis tam tabellæ cycli Epactarum perpetuæ, quàm tabulæ æquationis cycli Epactarum, quoniam paucis explicari non poteſt, deſumunturque literæ alphabeti ex tabulâ cycli Epactarum expanſa, conſultò in librum novæ rationis reſtituendi Kalendarij Romani, ubi tabula illa expanſa continetur, rejicimus.

Tabella cycli Epactarum perpetua.

γγ	L	C	c	P	F	f	s	M	i	A	a	m	D
*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII

d	q	G	g	t	N	K	B	b	n	E	e	r	H	h	u
IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX

Tabula æquationis cycli Epactarum perpetui.

Anni Domini.		Anni Domini.	
N	1582.	B	3300.
N	1600. Biſſ.	C	3400.
		B	3500.
		B	3600. Biſſ.
M	1700.	B	3700.
M	1800.	A	3800.
H	1900.	u	3900.
H	2000. Biſſ.	A	4000. Biſſ.
H	2100.	n	4500.
G	2200.	t	4200.
F	2300.	t	4300.
G	2400. Biſſ.	t	4400. Biſſ.
F	2500.	s	4500.
E	2600.	s	4600.
E	2700.	r	4700.
E	2800. Biſſ.	r	4800. Biſſ.
D	2900.	r	4900.
D	3000.		
C	3100.		
C	3100. Biſſ.		

Utriuſque autem uſus hic eſt. Quæratur in tabulâ æquationis annus propoſitus, vel ſi is in tabulâ non invenitur, annus proximè minor: noteturque literâ alphabeti ſive majuſculâ, ſive minuſculâ, ad ſiniſtram ipſius collocata, & aureus numerus inveſtigetur anno propoſito congruens. Deinde in tabellâ cycli Epactarum perpetuâ ſimilis litera notetur, & cellulæ, quæ ab illa litera incluſivè tertia eſt verſus ſiniſtram, aureus numerus 1. tribuatur, & ſequenti cellulæ ad dexteram ſubſequens aureus numerus 2. & ita deinceps, donec ad aureum numerum propoſiti anni perveniatur, redeundo ad principium tabellæ, ſi eam totam percurreris, computatâ quoque literâ γγ ſub quâ ſignum * collocatur pro unâ cellulâ. His enim ritè peractis, illicò in cellulâ, in quam aureus numerus propoſiti anni cadit, Epacta illius anni reperietur. Diligenter tamen obſervandum eſt, ut quando aureus numerus anni propoſiti fuerit 10 vel minor, cecideritque in cellulam literæ γγ ubi eſt hoc ſignum * ſumatur Epacta XXIX. Quando verò aureus numerus anni propoſiti fuerit 11. vel major, ſumatur Epacta 1.

Exem-

Exemplis planum id faciemus. Anno 1582. post correctionem respondet in tabulâ æquationis litera N. majuscula, estque aureus tunc numerus 6. Si igitur in tabellâ cycli Epactarum perpetua tribuas cellulæ literæ g minusc. quæ tertia est à cellulâ literæ N. majusc. aureum numerum 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureum numerum 2. & ita deinceps, cadet aureus numerus 6. anni propositi 1582. in cellulam Epactæ 11. quæ in Kalendario ab Idibus Octob. illius anni Novilunia monstrabit. Rursus anno 1583. jam emendato aureus numerus est 7. eique in tabulâ æquationis respondet litera eadem N, majusc. Quoniam enim hic annus in tabulâ non reperitur, sumendus est proximè minor, nempe 1582. cui litera N, majusc. respondet. Tribuendo ergo in tabellâ Epactarum aureum numerum 1. cellulæ literæ g, minusc. quæ tertia est à cellulâ literæ N, majusc. & aureum numerum 2. sequenti cellulæ ad dextram, & sic deinceps, cadet aureus numerus 7. propositi anni in cellulam Epactæ XIII. quæ eo anno Novilunia ostendet. Item anno 1710. respondet litera M, majusc. in tabulâ æquationis, estque rursum aureus numerus 1. Quare si aureum numerum 1. illius anni tribuas primæ cellulæ literæ f, minusc. in tabellâ Epactarum, quæ tertia est à literâ M, majusc. reperies VI. pro Epactâ illius anni. Rursus anno 1912. respondet in tabulâ æquationis litera H, majusc. & est aureus numerus 13. Quapropter si tribuatur in tabellâ Epactarum perpetua cellulæ literæ e, minusc. quæ tertia est à literâ H, majusc. aureus numerus 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureus numerus 2. & ita deinceps, redeundo ad principium tabellæ, cadet aureus numerus 13. propositi anni in secundam cellulam. Quare Epacta tunc erit XVII. Adhuc anno 2000. respondet in tabulâ æquationis litera H, majusc. estque aureus numerus 6. Tribuendo ergo aureum numerum 1. cellulæ literæ e, minusc. in tabellâ Epactarum, quæ tertia est à cellulâ literæ H, majusc. & aureum numerum 2. sequenti cellulæ ad dextram &c. cadet aureus numerus 6. propositi anni in cellulam literæ γγ, sub quâ ponitur signum * Quia verò aureus numerus 6. minor est quàm 11. accipienda est Epacta XXIX. pro anno 2000. Postremò, anno 1609. in tabellâ æquationis respondet litera N, majusc. estque aureus numerus 14. Quamobrem si in tabellâ Epactarum cellulæ literæ g, quæ tertia est à cellula literæ N, majusc. detur aureus numerus 1. & sequenti cellulæ ad dextram aureus numerus 2. &c. redeundo ad principium tabellæ, occurret aureus numerus 14. propositi anni eidem cellulæ literæ γγ, sub qua signum * ponitur. Et quoniam aureus numerus 14. major est, quàm 10. accipienda est Epacta 1. pro anno 1609. Atque hoc modo Epactam cujuslibet anni invenies in perpetuum.

Ex his facilè quivis tabellam componere poterit si velit, similem tribus superioribus, in qua nimirum Epactæ contineantur certis quibusdam annis inservientes. Ut quoniam usus tertiæ tabellæ extenditur usque ad annum 2200. exclusivè, si quis aliam tabellam optet, cujus usus incipiat anno 2200. quærenda erit, ut jam docuimus, Epacta anni 2200. Si namque ordine disponantur omnes 19. aurei numeri, initio facto ab aureo numero anni 2200. & sub aureo numero dicti anni collocetur Epacta ejusdem anni inventa: deinde reliquæ Epactæ ordine sub aliis aureis numeris collocentur, quæ per continuam additionem numeri 11. ad præcedentem Epactam constituantur, ita tamen, ut Epactæ sub aureo numero 19. positæ, si hic aureus numerus in tabella ultimus non fuerit, addantur 12. non autem 11. ut supra diximus, composita erit tabella Epactarum, cujus usus incipiet ab anno 2200. inclusivè, terminabiturque anno 2299. quandoquidem anno 2300. in tabula æquationis alia litera respondet, nempe F, ita ut tunc sit alia tabula extruenda. Verbi gratia: dicto anno 2200. respondet in tabula æquationis litera G, majusc. estque aureus numerus 16. Si igitur tribuamus aureum numerum 1. cellulæ literæ d, minusc. in tabella perpetua Epactarum, quæ tertia est à cellula literæ G, & sequenti cellulæ ad dextram aureum numerum 2. &c. incidet aureus numerus 16. dicti anni 2200. in cellulam literæ u, sub qua reperitur Epacta XIX. illius anni. Quocirca tabella Epactarum respondentium aureis numeris, initio sumpto ab aureo numero 16. & ab Epacta XIX. illius anni sic stabit.

Tabella Epactarum respondentium aureis numeris ab anno 2200. inclusive usque ad annum 2300. exclusive.

Aurei numeri	16.	17.	18.	19.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Epactæ.	xix.	*	xi.	xii.	iv.	xv.	xxvi.	vii.	xviii.	xxix.	x.	xxi.	ii.	xiii.	xxiv.	v.	xvi.	xxvii.	viii.

Sed eædem hæ Epactæ faciliùs ex tabella cycli Epactarum perpetuā extrahi possunt. Cum enim aureus numerus 1. tribuatur cellulæ literæ G, majusc. & aureus numerus 2. sequenti cellulæ ad dextram, ubi est litera g. & aureus numerus 3. sequenti cellulæ ad dextram, ubi est litera t, aureus numerus verò 4. sequenti adhuc cellulæ ad dextram, in qua descripta est litera N, majusc. &c. ut dictum est, scribendæ erunt Epactæ sub aureis numeris hujus tabellæ temporariæ, quemadmodum in tabella illa cycli Epactarum perpetua aureis numeris respondent, ut in exemplo factum esse vides. Hinc facilè apparet, qua ratione superiores tres tabellæ Epactarum temporariæ sint compositæ. Generalior porrò via inveniendæ Epactæ cujuslibet anni ex rotâ mobili desumitur, cujus constructionem quoniam in lib. novæ rationis restituendi Kalendarij Romani tradita est, deditâ operâ hic omittimus.

CANON III.

DE CYCLO SOLARI, SIVE LITERARUM DOMINICALIUM 28. ANNORUM.

Cyclus Solaris, seu literarum Dominicalium, est revolutio numeri 28. annorum ab 1. usque ad 28. quâ revolutione peractâ, iterum ad unitatem reditur, initiumque sumit quilibet annus hujus cycli à Ianuario. Procreatur autem cyclus hic Solaris 28. annorum ex multiplicatione 7. per 4. propterea quod propter septem dies hebdomadæ, septem sunt literæ Dominicales, & quovis quarto anno unus dies intercalatur, ita ut tunc ordo ille septem literarum interrumpatur, recipianturque duæ literæ Dominicales. Hoc cyclo litera Dominicalis cujusque anni investigatur in perpetuum, ut ad finem sequentis canonis docebimus.

Ut igitur quolibet anno proposito numerus cycli Solaris reperiatur, composita est sequens tabella, cujus usus incipit ab anno correctionis 1582. duratque in perpetuum. Ex qua numerus cycli Solaris quocunque anno currens post annum 1582. investigabitur hoc modo.

23.	24.	25.	26.	27.	28.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.

Anno 1582. tribuatur primus numerus tabellæ, qui est 23. secundus autem, qui est 24. sequenti anno 1583. & ita deinceps in infinitum, donec ad annum, cujus numerum cycli Solaris quæris, perveniatur, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris. Nam cellula, in quam cadit annus propositus, numerum cycli Solaris quæsitum indicabit.

Sed quoniam valde laboriosum est ac molestum, tot annos in dicta tabella enumerare, eamque toties repetere, donec ad annum propositum perveniatur, præsertim verò si annus propositus procul ab anno 1582. absit, construximus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore, cycli Solaris numerus quolibet anno tam ante, quàm post annum 1582. invenietur hac ratione.

Quæratur annus propositus in tabulâ sub annis Domini, qui si descriptus in eâ fuerit, numerus ad dextram ipsius collocatus (additis prius 9. ut in vertice tabulæ præcipitur: & rejectis 28. post hanc additionem si rejici possunt) erit numerus cycli Solaris, qui quæritur. Si verò annus propositus, in tabulâ non continetur, accipiatur annus in tabulâ contentus proximè minor, unà cum numero cycli Solaris respondente. Deinde sumantur in eadem tabulâ anni qui supersunt, unà cum numero cycli Solaris respondente, qui priori numero cycli Solaris invento addatur, rejicianturq; à composito numero 28. si re-

ſi rejici poſſunt. Et tandem addantur 9. Numerus enim compoſitus, rejectis prius 28. ſi poſſunt rejici, erit numerus cycli Solaris quæſitus. Quòd ſi neque anni, qui ſuperfuerunt, in tabulâ reperiantur, accipiendus erit rurſum annus proximè minor, unà cum numero cycli Solaris reſpondente: qui priori numero cycli Solaris invento adjiciendus eſt, & à compoſito numero rejicienda 28. ſi rejici poſſunt. Idemque faciendum erit cum reliquis annis qui ſuperſunt, donec omnes in tabulâ inveneris: & tandem ultimo numero cycli Solaris ex numeris cycli Solaris in tabulâ repertis confecto, addenda 9. & à ſummâ, quæ conflabitur, rejicienda 28. ſi rejici poſſunt. Conficietur enim hoc modo numerus cycli Solaris anni propoſiti. Quòd ſi poſt additionem 9. numerus compoſitus fuerit 28. ita ut poſt detractionem 28. nihil remaneat, erit numerus cycli Solaris 28.

Tabula ad numerum cycli Solaris cujuſlibet anni inveniendum.

Anni Domini	Cyclus Solaris *Adde* 9	Anni Domini	Cyclus Solaris *Adde* 9
1	1	300	20
2	2	400	8
3	3	500	24
4	4	600	12
5	5	700	0
6	6	800	16
7	7	900	4
8	8	1000	20
9	9	2000	12
10	10	3000	4
20	20	4000	24
30	2	5000	16
40	12	6000	8
50	22	7000	0
60	4	8000	20
70	14	9000	12
80	24	10000	8
90	6	20000	4
100	16	30000	12
200	4	40000	16

Exemplis rem illuſtrabimus. Inveniendus ſit numerus cycli Solaris anno 1000. Quoniam hic annus in tabulâ reperitur, eique reſpondet numerus 20. ſi addantur 9. fiet numerus 29. à quo ſi rejiciantur 28. remanebit 1. pro numero cycli Solaris anno 1000. Rurſus inquirendus proponatur numerus cycli Solaris anno 1582. Quoniam hic annus in tabulâ non invenitur, ſumendus eſt annus 1000. in tabulâ proximè minor, ejuſque numerus cycli Solaris 20. Deinde accipiendi in tabulâ anni reſidui 582. qui quoniam in eâ nòn continentur, ſumendus iterum eſt annus 500. in tabulâ proximè minor, ejuſque numerus cycli Solaris 24. quo ad priorem numerum cycli Solaris 20. inventum adjecto, conficietur numerus 44. à quo ſi detrahantur 28. remanebunt 16. Poſt hæc anni 82. qui ſuperſunt, accipiendi in tabulâ: ſed quia non reperiuntur, ſumendus eſt annus 80. in tabulâ proximè minor, ejuſque numerus cycli Solaris 24. quo adjecto ad numerum cycli Solaris 16. priùs compoſitum, efficietur numerus 40. à quo ſi ſubtrahantur 28. relinquentur 12. Tandem accipiendi ſunt reliqui anni 2. in tabulâ, & numerus cycli Solaris 2. illis reſpondens: quo appoſito ad numerum cycli Solaris 12. proximè relictum, componetur numerus 14. Ad quem poſtremò ſi addantur 9. ut in vertice tabulæ jubetur, fiet numerus cycli Solaris 23. anni 1582. Denique, inveſtigandus ſit numerus cycli Solaris anno 7075. Accipio primùm numerum cycli Solaris 0. è regione anni 7000. eumque addo numero cycli Solaris 14. è regione anni 70. reperto, efficioque numerum 14. Deinde huic numero 14. adjungo numerum cycli Solaris 5. anno 5. reſpondentem & procreo numerum 19. Cui tandem appono 6. efficioque numerum cycli Solaris 28. pro anno 7075.

Adduntur autem ſemper 9. ultimo numero, quia Chriſtus anno decimo hujus cycli Solaris natus eſt, fuitque anno Domini primo numerus cycli Solaris 10. & anno ſecundo numerus cycli Solaris 11. &c.

Compositio quoque hujus tabulæ non differt à constructione tabulæ pro aureo numero inveniendo, nisi quòd hic rejicienda sunt 28. non autem 19. ut ibi. Quocirca facilè eam extendere poteris ad quotcunque annos volueris.

Cæterum sine hac tabulâ facili admodum negotio per præcepta Arithmetices numerus cycli Solaris quolibet anno proposito invenietur hoc modo. Anno Domini proposito addantur 9. & compositus numerus per 28. dividatur. Numerus enim, qui ex divisione relinquitur,(nulla habita ratione quotientis numeri: hic enim solùm indicat quot revolutiones cycli Solaris à Christo usque ad annum propositum peractæ sint) erit numerus cycli Solaris anni propositi. Et si ex divisione nihil remanet, erit numerus cycli Solaris 28. Ut si quæratur numerus cycli Solaris anno 1582. Addo 9. & compositum numerum 1591. divido per 28. invenioque ex divisione relinqui 23. Anno ergo 1582. numerus cycli Solaris erit 23. Rursus si desideretur numerus cycli Solaris anno 1587. Addo 9. & facio 1596. quem numerum partior per 28. reperioque nihil superesse. Anno igitur 1587. numerus cycli Solaris erit 28. Et sic de cæteris.

CANON IV.

DE LITERA DOMINICALI.

QUoniam tum propter decem dies ablatos ex mense Octobri anni 1582. tum etiam propter tres Bissextos quibusque quadringentis annis omittendos, ut in libro novæ rationis restituendi Kalendarij Romani, & in Bullâ correctionis anni à Gregorio XIII. Pont. Max. sancitum est, cyclus literarum Dominicalium quibusque 28. annis in seipsum rediens, & ad hanc usque diem ab Ecclesia Romana usitatus interrumpatur necesse est, proponimus sequentem tabellam literarum Dominicalium omnibus annis post Idus Octobris anni correctionis 1582. (detractis priùs x. diebus) usui futurum usque ad annum 1700. exclusivè.

Tabella literarum Dominicalium ab Idibus Octobris anni correctionis 1582. (detractis prius x. diebus) usque ad annum 1700. exclusive.

c b	A	f e d	c	A g f	e	c b A	g	e d c	b	g f e	d	b A g	f	d
	g		b		d		f		A		c		e	

Usus hujus tabellæ hic est. Anno correctionis 1582. post Idus Octobris (detractis prius x. diebus) tribuatur litera c, primæ cellulæ: & sequenti anno 1583. litera b, secundæ: & anno 1584. dentur literæ A, g, tertiæ cellulæ, & sic deinceps aliis annis ordine aliæ cellulæ tribuantur, donec ad annum propositum perventum sit, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris. Nam cellula in quam annus propositus cadit, dummodò minor sit, quàm annus 1700. dabit literam Dominicalem propositi anni. Quæ si unica occurrerit, annus erit communis, si verò duplex, Bissextilis: & tunc superior litera Dominicam diem ostendet in Kalendario à principio anni usque ad festum S. Mathiæ Apostoli, inferior autem ab hoc festo usque in finem anni. Exempli gratia. Sit invenienda litera Dominicalis anno 1587. Numera ab anno 1582. quem tribue primæ literæ c, usque ad annum 1587. tribuendo singulis cellulis singulos annos (computando geminas literas quascunque, superiorem & inferiorem, pro una cellula) cadetque annus 1587. in literam d, quæ sextum locum in tabella occupat. Est ergo toto eo anno litera Dominicalis d, annusque communis est, cum litera simplex occurrat. Rursus sit investiganda litera Dominicalis anno 1616. Numera ab anno 1582. ut dictum est, usq; ad annum 1616. redeundo ad principium tabellæ, postquam eam percurreris, pervenïesque ad duas hasce literas c, b, septimo loco positas. Est ergo annus ille Bissextilis, cum duplex litera occurrat, superiorque litera c, Dominicam diem indicabit à principio anni illius usque ad festum S. Mathiæ, inferior autem b, in reliqua parte anni.

Verùm ut in annis, qui parum ab anno 1700. distant, facilior reddatur numeratio, & ne

ne sæpiùs ad principium tabellæ cogaris redire, componenda erit tabella quædam annorum hac arte. Ad annum 1582. à quo usus tabellæ literarum Dominicalium incipit, addantur 28. & iterum 28. ad numerum compositum, & sic deinceps, ita tamen, ut ultimus annus minor sit anno 1700. ad quem usus tabellæ literarum Dominicalium non pervenit.

Anni à quibus tabella literarum Dominicalium incipit.
1582.
1610.
1638.
1666.
1694.

Itaque si annus, cujus litera Dominicalis quæritur, in hac tabella annorum continetur, erit prima litera tabellæ literarum Dominicalium Dominicalis eo anno. Si verò non continetur, sumendus est in tabella annorum annus proximè minor, & ab eo numerandum in supradicta tabella literarum Dominicalium, initio facto à prima cellula, usque ad annum propositum. Pervenietur enim hac numeratione ad literam Dominicalem, ita ut nunquam ad principium tabellæ redeundum sit. Vt si annus propositus sit 1638. qui in hac tabella reperitur, erit eo anno litera Dominicalis c, quæ prima est in tabellâ literarum Dominicalium. Si autem annus propositus sit 1647. qui in hac tabella non continetur, numerandum erit in tabellâ literarum Dominicalium ab anno 1638. proximè minori usque ad datum annum 1647. tribuendo nimirum annum 1638. primæ cellulæ, & sequentem annum 1639. secundæ cellulæ, &c. Cadet enim hoc modo annus propositus 1647. in decimam cellulam literæ f, quæ tertia est post Bissextum, & Dominicalis eo anno.

Finito autem anno 1699. in cujus fine usus superioris tabellæ literarum Dominicalium terminatur, assumenda est sequens tabella literarum Dominicalium, cujus usus ab anno 1700. incipit, estq; perpetua, si adjuncta tabula æquationis adhibeatur, hoc modo.

Tabella literarum Dominicalium ab anno 1700 inclusive perpetua, si quibusque 400. annis tres Bissexti omittantur.

I		II		III									
d c	b A g	f e	d c b	A g	f e d	c b	A g f	e d	c b A	g f	e d c	b A	g f e

Inventurus literam Dominicalem cujuslibet anni, qui non minor sit anno 1700. vide in tabulâ æquationis, qui numerus ex antiquis Romanorum notis ad sinistram anni propositi, vel (si is in tabula descriptus non est) anni proximè minoris reperitur, eumque in tabella literarum Dominicalium perpetua nota. Si enim cellulæ hujus numeri antiqui Romani tribuas annum in tabulâ æquationis acceptum, sequentem verò annum sequenti cellulæ, & ita deinceps, donec ad annum propositum perveneris redeundo ad principium tabellæ si opus fuerit, incides in cellulam literæ Dominicalis, quam quæris. Quæ si fuerit simplex, annus propositus communis erit, si verò duplex, Bissextilis: exceptis annis illis centesimis, in quibus dies intercalaris omittitur, quales sunt omnes illi & soli, qui in æquationis tabula expressi sunt. In his enim quoniam communes sunt, ex duabus literis inventis inferior duntaxat assumenda est, relicta superiore, quia

Tabula æquationis supradictæ tabellæ literarum Dominicalium ab anno 1700. perpetua.

	An. Domini.		An. Domini.		An. Domini.
I	1700	I	2900	I	4100
II	1800	II	3000	II	4200
III	1900	III	3100	III	4300
I	2100	I	3300	I	4500
II	2200	II	3400	II	4600
III	2300	III	3500	III	4700
I	2500	I	3700	I	4900
II	2600	II	3800	II	5000
III	2700	III	3900	III	5100

hæc in anno præcedenti usum habuit. In aliis centesimis Bissextilibus, cujusmodi sunt omnes illi, qui in tabula æquationis notati non sunt, utraque litera inventa est accipienda, quemadmodum in aliis annis Bissextilibus.

Exemplum. Anno 1710. respondet in tabulâ æquationis hic numerus antiquus I. quia cum dictus annus in tabula non contineatur, accipiendus est annus 1700. proximè minor, cui respondet numerus I. Igitur si ab anno 1700. in tabula invento fiat numeratio in tabella literarum Dominicalium perpetua per cellulas: usque ad annum propositum 1710. initio facto à prima cellula, supra quam nimirum ponitur idem numerus antiquus I. qui in æquationis tabula repertus est, reperietur litera Dominicalis c, secunda post Bissextum, eritque annus 1710. communis, & secundus post Bissextum. Rursus anno 1912. respondet in tabula æquationis numerus antiquus III. Numerando igitur ab anno 1900. in tabula reperto, in tabula literarum Dominicalium per cellulas, initio sumpto à nona cellula, supra quam nimirum positus est antiquus numerus III. usque ad annum 1912. inveniemus duas literas Dominicales g, f, eritque annus ille Bissextilis. Præterea anno 1800. in tabula æquationis respondet antiquus numerus II. cui in tabella literarum Dominicalium respondent duæ literæ f, e, quarum inferior e, solùm illi anno deserviet, quoniam annus est communis, & superior litera f fuit Dominicalis anno præcedente 1799. Postremò, anno 3600. respondet in tabula æquationis numerus antiquus III. prope annum 3500. proximè minorem. Si igitur ab anno 3500. in tabella literarum Dominicalium numerentur cellulæ, sumpto initio à nona cellula hujus numeri III. invenientur duæ hæ literæ b, A, quarum utraque accipienda est, quia annus ille centesimus Bissextilis est, cum in tabula æquationis non contineatur.

Hìc autem utendum erit quoque artificio supra descripto, ut numeratio facilior reddatur. Nempe construenda erit tabella annorum, quæ per continuam additionem 28. ad annum in tabula æquationis inventum, progrediatur. Ut in proximo exemplo ad annum 3500. deinde ad compositum numerum 3528. &c. ita tamen, ut ultimus numerus compositus minor sit quàm 3700. Hoc enim anno alius numerus antiquus accipiendus erit in tabella literarum Dominicalium, ut ex tabula æquationis constat. Hac tabella annorum composita, statim sciemus à quo anno inchoanda sit numeratio in tabella literarum Dominicalium. Hac ratione, ut in proximo exemplo persistamus, sub numero antiquo III. numerationem auspicabimur ab anno 3584. qui proximè minor est in tabella annorum quàm propositus annus 3600. qui cadet in cellulam duarum literarum b, A, ut priùs.

3500
3528
3556
3584
3612
3640
3668
3696

Facillima porrò est constructio tabulæ æquationis. Progreditur enim per omnes annos centesimos, qui Bissextiles non sunt, omissis centesimis Bissextilibus, quia in illis ordo literarum Dominicalium interrumpitur, in his verò non. Itaque post ternos quosque centesimos unus annus centesimus relinquitur in tabula, cum ille sit Bissextilis. Deinde, ut vides numeri antiqui I. II. III. ordine repetuntur.

Ex his non difficile erit cuilibet ex nostra tabella perpetua decerpere tabellam particularem suo tempori deservientem. Si enim tabella 28. literarum Dominicalium componatur, principio sumpto à cellula illius numeri antiqui, qui in tabula æquationis cuilibet anno centesimo respondet, confecta erit tabella deserviens ab eo anno centesimo usque ad annum centesimum qui in tabula æquationis sequitur exclusivè: ita tamen, ut ex primis duabus literis anno illi centesimo, à quo usus tabellæ incipit, respondentibus, inferior assumatur, relicta superiori, Hac arte constructa est sequens tabella, cujus usus incipit ab anno 1800. duratque usque ad finem anni 1899. hac lege, ut anno 1800. litera Dominicalis sit e, inferior primarum duarum f, e. Sequenti deinde anno 1801. litera Dominicalis sit d, &c.

Tabella literarum Dominicalium ab anno 1800. *usque ad annum* 1900. *exclusive.*

f	dcb	A	fed	c	Agf	e	cbA	g	edc	b	gfe	d	bAg
e		g		b		d		f		A		c	

Ex-

Expeditè quoque eandem literam Dominicalem cujuſque anni perpetuò inveniemus tam ante correctionis annum quàm poſt, ex antiquo cyclo Solari, ſeu literarum Dominicalium 28. annorum, quo ad hanc uſque diem Eccleſia uſa eſt. Hic autem, unà cum tabula æquationis, quæ per omnes annos centeſimos progreditur, ita ut quartus quiſque centeſimus ſit Biſſextilis, & tunc idem numerus antiquus repetatur, ita ſe habet.

Cyclus Solaris, ſeu literarum Dominicalium antiquus 28. annorum perpetuus.

V		VII		II		IV		VI		I		III	
g f	e d c	b A	g f e	d c	b A g	f e	d c b	A g	f e d	c b	A g f	e d	c b A

Tabula æquationis Cycli Solaris antiqui.

	An. Domini.
V v	1 1582
Detractis x. diebus.	
I I	1582 1600 Biſſ.
II III IV IV V	1700 1800 1900 2000 Biſſ. 2100
VI VII VII I	2200 2300 2400 Biſſ. 2500
II III III IV V	2600 2700 2800 Biſſ. 2900 3000
VI VI VII I II	3100 3200 Biſſ. 3300 3400 3500
II III IV V	3600 Biſſ. 3700 3800 3900
V VI VII I I	4000 Biſſ. 4100 4200 4300 4400 Biſſ.
II III IV IV V	4500 4600 4700 4800 Biſſ. 4900
VI VII VII I	5000 5100 5200 Biſſ. 5300

Inventurus ergo literam Dominicalem quocunque anno dato, vide in tabulâ æquationis, qui numerus antiquus ad ſiniſtram anni propoſiti, vel (ſi is in tabulâ non eſt deſcriptus) anni proximè minoris reperitur, eumque in cyclo Solari nota. Ab hoc enim incluſivè ſi numeres tot cellulas literarum Dominicalium, dextrorſum procedendo, & iterum ſi opus fuerit, à principio cycli incipiendo, quot unitates in numero cycli Solaris currente (quem ex canone 3. invenies) continentur, incides in cellulam literæ Dominicalis, quam quæris. Quæ ſi fuerit ſimplex, annus propoſitus communis erit; ſi verò duplex, Biſſextilis, exceptis illis annis centeſimis, in quibus intercalaris dies omittitur, cujuſmodi ſunt omnes illi, ac ſoli, quibus in tabulâ æquationis ſyllaba [Biſſ.] appoſita non eſt. In his enim, quoniam communes ſunt, inferior litera ex duabus inventis aſſumenda eſt, relictâ ſuperiori, quoniam hæc in præcedenti anno fuit Dominicalis. In centeſimis aliis Biſſextilibus, quales ſunt omnes illi, quibus ſyllaba [Biſſ.] adjuncta eſt, utraque litera eſt accipienda, quemadmodum in aliis annis Biſſextilibus.

Exemplum. Anno 1699. reſpondet in tabulâ æquationis numerus antiquus I. propè numerum 1600. proximè minorem. Cùm ergo anno 1699, numerus cycli Solaris ſit 28. numerandæ erunt 28. cellulæ literarum Dominicalium, initio facto ab eâ ſupra quam numerus hic I. poſitus eſt, uſque ad d, quæ erit litera Dominicalis eo anno, tertia poſt Biſſextum. Rurſus anno 1700. reſpondet in æquationis tabulâ numerus antiquus II. eſtque numerus cycli Solaris 1. In prima ergo cellula literarum Dominicalium ſub numero antiquo II. ex duabus literis d. c. inferior erit litera Dominicalis illius anni: quia communis eſt, & ſuperior litera d fuit Dominicalis in præcedenti anno 1699. ut in proximo exemplo patuit. Poſtremò, anno 2000 reſpondet in tabula æquationis numerus antiquus IV. numerus autem cycli Solaris tunc eſt 21. Quare ſi numerentur 21. cellulæ literarum Dominicalium, initio facto à cellula hujus numeri antiqui IV. invenientur duæ hæ literæ b, A, quæ ambæ Dominicales erunt eo anno, cùm Biſſextilis ſit. Porrò via hæc multò facilior eſt in libro novæ rationis reſtituendi Kalendarij Romani per tabulam ſeptem cyclorum literarum Dominicalium expanſam, ubi etiam commodiſſima ratio traditur beneficio rotæ mobilis.

CANON

CANON V.

DE INDICTIONE.

INdictio est revolutio 15. annorum ab 1. usque ad 15. qua revolutione peracta, iterum reditur ad unitatem, initiumque sumit quilibet annus hujus cycli à Januario in bullis Pontificiis. Et quoniam Indictionis frequens usus est in Diplomatibus & scripturis publicis, facilè annum Indictionis currentem quolibet anno proposito inveniemus ex sequenti tabella, cujus usus perpetuus est, initium tamen sumit ab anno correctionis 1582.

Tabella Indictionis ab anno correctionis 1582.

10. 11. 12. 13. 14. 15. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Nam si anno 1582. tribuas primum numerum, qui est 10. & sequenti anno 1583. secundum numerum, qui est 11. & sic deinceps usque ad annum propositum, redeundo ad principium tabellæ, quotiescunque eam percurreris, cadet annus propositus in Indictionem, quæ quæritur.

Quoniam verò molestum est ac laboriosum, tot annos in dicta tabella percensere, redeundo sæpius ad ejus principium, quousque anni propositi Indictio reperiatur, præsertim si annus propositus longè ab anno 1582. absit, confecimus hanc aliam tabulam, ex qua sine magno labore Indictio cujusvis anni tam ante annum 1582. quàm post, invenietur hoc modo.

Tabula ad Indictionem cujuslibet anni inveniendam.

Anni Domini	Indictio Adde 3	Anni Domini	Indictio Adde 3
1	1	80	5
2	2	90	0
3	3	100	10
4	4	200	5
5	5	300	0
6	6	400	10
7	7	500	5
8	8	600	0
9	9	700	10
10	10	800	5
20	5	900	0
30	0	1000	10
40	10	2000	5
50	5	3000	0
60	0	4000	10
70	10	5000	5

Quære annum propositum in adscriptâ tabulâ, vel proximè minorem, si is in tabulâ non reperitur: deinde residuos annos, unà cum Indictionibus ad dextram annorum collocabis. Si enim has omnes Indictiones in unam summam collegeris eo ordine, ut in canone tam aurei numeri, quàm cycli Solaris docuimus, & tandem addideris 3. rejectis tamen semper 15. quoties possunt rejici, habebis Indictionem anni propositi. Quod si ultima summa post additionem 3. fuerit 15. ita ut abjectis 15. nihil relinquatur, erit Indictio 15. Id quod uno aut altero exemplo faciemus perspicuum. Anno 2000. respondet in tabulâ Indictio 5. cui si addatur 3. fiet Indictio 8. anni 2000. Item, ut anno 1582. reperiatur Indictio, accipiendus est annus 1000. proximè minor, unà cum Indictione 10. Deinde ex reliquis annis 582. annus 500. proximè minor, unà cum Indictione 5. quâ ad priorem 10. adjectâ, efficietur numerus 15. à quo si abjiciantur 15. nihil superest. Post hæc ex residuis annis 82. sumendus est in tabulâ annus 80. proximè minor, una cum Indictione 5. quæ addita Indictio-

dictioni o. quæ proximè relicta fuerat, faciet numerum 5. cui si adjungatur Indictio 2. respondens residuis 2. annis, fiet numerus 7. Huic tandem si addantur 3. componetur Indictio 10. pro anno 1582. Postremò, Indictio anni 3040. ita invenietur. Indictio o. respondens anno 3000, proximè minori addatur Indictioni 10. quæ residuis annis 40. respondet, habebiturque numerus 10. Cui si addantur 3. fiet Indictio 13. anni 3040.

Adduntur autem semper 3. ultimo numero, quia Christus natus est anno quarto cycli Indictionis, fuitque anno Domini primo Indictio 4. & anno secundo Indictio 5. &c.

Compositio quoque hujus tabulæ eadem est, quæ tabulæ ad aureum numerum, & numerum cycli Solaris inveniendum: nisi quod hic rejicienda sunt semper 15. si fieri potest, non autem 19. vel 28. ut ibi.

Verùm absque hac tabulâ perfacilis quoque est inventio Indictionis cujuslibet anni per præcepta Arithmetices hoc pacto. Anno Domini proposito addantur 3. & compositus numerus per 15. dividatur. Numerus enim ex divisione relictus (nulla habita ratione quotientis numeri, cum hic solùm demonstret, quot revolutiones cycli Indictionis à Christo usque ad annum datum transierint) erit Indictio quæsita. Ut anno 1582. addo 3. fiuntque 1585. quæ partior per 15. remanentque ex divisione 10. pro Indictione anni 1582. Item anno 1587. addo 3. efficiturque numerus 1590. quem divido per 15. nihilque superest. Est ergo tunc Indictio 15.

CANON VI.

DE FESTIS MOBILIBUS.

QUoniam ex decreto sacri Concilij Nicæni Pascha, ex quo reliqua festa mobilia pendent, celebrari debet die Dominico, qui proximè succedit XIV. Lunæ primi mensis, (is verò apud Hebræos vocatur primus mensis, cujus XIV. Luna vel cadit in diem Verni æquinoctij, quod die XXI. mensis Martij contingit, vel propiùs ipsum sequitur) efficitur, ut si Epacta cujusvis anni inveniatur ex canone 2. & ab eâ in Kalendario notata inter diem octavum Martij inclusivè & quintum Aprilis inclusivè (hujus enim Epactæ XIV. Luna cadit vel in diem æquinoctij Verni, id est, in diem XXI. Martij, vel eum propiùs sequitur) numerentur inclusivè deorsum versus dies quatuordecim, proximus dies Dominicus diem hunc XIV. sequens (ne cum Iudæis conveniamus, si fortè dies XIV. Lunæ caderet in diem Dominicum) sit dies Paschæ.

Exemplum. Anno 1583 jam emendato Epacta est XIII. & litera Dominicalis b. Quæro igitur hanc Epactam XIII. in Kalendario inter octavum diem Martij, & quintum Aprilis inclusivè, invenioque eam è regione diei 24. Martij, à quâ inclusivè deorsum versus numero XIV. dies, ut habeam XIV. Lunam, quam video cadere in diem 6. Aprilis, post quem diem prima litera Dominicalis b reperitur è regione diei 10. ejusdem Aprilis. Pascha ergo anno 1583. celebrandum erit die 10. Aprilis. Rursus anno 1585. Epacta est V. & litera Dominicalis f. Et quoniam invenio Epactam V. inter diem 8. Martij & 5. Aprilis inclusivè positam esse è regione diei 1. Aprilis, à quo inclusivè si deorsum versus numerem 14. dies, invenio XIV. Lunam die 14. Aprilis, quæ est Dominica, cum è regione illius sit litera Dominicalis f. Ne igitur cum Judæis conveniamus, qui Pascha celebrant die XIV. Lunæ, sumenda est litera Dominicalis f, quæ sequitur XIV. Lunam, nempe ea quæ è regione diei 21. Aprilis collocatur: atque adeo Pascha eo anno celebrandum erit die 21. Aprilis. Item anno 1592. Epacta est XXII. & duplex litera Dominicalis e, d, cum annus ille sit Bissextilis. Si igitur ab Epacta XXII. quæ è regione diei 15. Martij ponitur inter diem 8. Martij & 5 Aprilis inclusivè, numerentur inclusivè dies 14. cadet XIV. Luna in diem 28. Martij. Et quia tunc currit posterior litera Dominicalis, nempe d, quæ post diem 28. Martij, id est, post XIV. Lunam collocata est è regione diei 29. Martij, celebrabitur eo anno Pascha die 29. Martij.

Invento autem die Paschæ, facilè alia festa mobilia invenientur. Si enim ante diem Paschæ numerentur sex Dominicæ in Kalendario, habebitur prima Dominica Quadragesimæ, & proximè præcedens feria quarta erit prima dies Quadragesimæ, hoc est, dies Cinerum: quam proximè præcedit Dominica Quinquagesimæ, & ante hanc celebrabitur Dominica Sexagesimæ, quam Dominica Septuagesimæ præcedit. Si verò post Dominicam Paschæ in Kalendario numerentur quinque Dominicæ, sequentur quintam

Dominicam statim Rogationes, & proximè sequens feria quinta erit Ascensio Domini. Septima autem Dominica post Pascha erit dies Pentecostes, cui statim succedit Dominica Trinitatis, & feria quinta proxima celebrabitur festum Corporis Domini. Hac ratione anno 1592. cum Pascha celebretur die 29. Martij, celebrabitur prima Dominica Quadragesimæ die 16. Februarij, currente tunc litera Dominicali e. Dies autem Cinerum erit 12. Februarij, & Dominica Septuagesimæ cadet in diem 26. Ianuarij. Rogationes autem erunt die 4. Maji, & Ascensio Domini die 7. Maji, Dominica verò Pentecostes die 17. Maij, & festum Trinitatis die 24. Maji. Festum denique Corporis Domini die 28. Maji celebrabitur. Numerus verò Dominicarum inter Pentecosten & Adventum hac ratione invenitur. Supputentur ante Nativitatem Domini quatuor Dominicæ. Quarta enim Dominica ante Domini Nativitatem est prima Dominica Adventus. Quapropter si numerentur omnes Dominicæ post Pentecosten usque ad primam Dominicam Adventus Domini exclusivè, habebitur numerus Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini: quem tamen numerum breviùs docebimus investigare paulò infra.

Cæterùm ut faciliùs omnia festa mobilia inveniantur, compositæ sunt duæ sequentes tabulæ Paschales, una antiqua, & nova altera. Ex antiquâ, ita festa mobilia reperientur. In latere sinistro tabulæ accipiatur Epacta currens, & in lineâ literarum Dominicalium sumatur litera Dominicalis currens, infra tamen Epactam currentem, ita ut si litera Dominicalis currens reperiatur è regione Epactæ currentis, assumenda sit eadem litera Dominicalis proximè inferior: nam è regione hujus literæ Dominicalis omnia festa mobilia continentur. Ut in eisdem exemplis: Anno 1583. Epacta est XIII. & litera Dominicalis b. Si igitur in tabulâ antiquâ sumatur litera Dominicalis b, quæ primo infra Epactam XIII. occurrit, reperietur è regione hujus literæ Dominica Septuagesimæ die 6. Februarij, dies Cinerum 23. Februarij, dies Paschæ 10. Aprilis, Ascensio Domini 19. Maji, dies Pentecostes 29. Maji, & festum Corporis Domini 9. Junij. Dominicæ autem inter Pentecosten & Adventum tunc erunt 25. & Adventus celebrabitur die 27. Novembris, & sic de cæteris. Item anno 1585. Epacta est V. & litera Dominicalis f, quæ in tabula reperitur è regione Epactæ V. Quare sumenda est alia litera f, quæ proximè infra Epactam invenitur, è regione cujus invenies Septuagesimam die 17. Februarij, diem Cinerum 6. Martij, & Pascha die 21. Aprilis, &c.

Notandum autem est, quòd quemadmodum in anno communi, cadente litera Dominicali è regione Epactæ in tabula antiqua, sumitur eadem litera proxima infra Epactam, ut diximus: ita quoque in anno Bissextili, si alterutra duarum literarum Dominicalium tunc currentium è regione Epactæ reperiatur, assumendæ sunt aliæ duæ similes literæ proximè inferiores, ut festa mobilia inveniantur.

Ex tabulâ verò Paschali novâ ita eadem festa mobilia reperientur. In cellulâ literæ Dominicalis currentis quæratur Epacta currens. Nam è directo omnia festa mobilia deprehendentur. Ut anno 1585. in cellulâ literæ Dominicalis f, tunc currentis, è regione Epactæ VI. quæ eodem anno currit, habetur Septuagesima die 17. Februarij, dies Cinerum 6. Martij, & Pascha die 21. Aprilis, &c.

Sed sive antiquâ, sive novâ tabulâ Paschali utamur; invenienda sunt omnia festa mobilia in annis Bissextilibus per literam Dominicalem posteriorem, quæ nimirum currit post festum S. Mathiæ Apostoli, ne scilicet ambigamus, utra duarum literarum pro hoc, aut illo festo indagando accipienda sit: ita tamen, ut Septuagesimæ, & diei Cinerum inventæ in Januario, aut Februario addatur unus dies. Quod ideo fit quia ante diem S. Mathiæ currit prior litera Dominicalis, quæ in Kalendario priorem semper sequitur. Post festum autem S. Mathiæ in Februario licèt posterior litera currat, additur tamen tunc dies intercalaris, ita ut dies 24. Februarij dicatur 25. & dies 25. dicatur 26. &c. Quòd si dies Cinerum cadat in Martium, nihil addendum est, quia tunc & litera posterior currit, & dies mensis propriis numeris respondent, cum dies intercalaris Februario sit additus. Exempli gratiâ, Anno 2096. Bissextili, Epacta erit XI. & literæ Dominicales A, g. Si igitur per posteriorem literam, quæ est g, festa mobilia investigentur, reperietur Septuagesima die 11. Feb. & dies Cinerum 28. Feb. Si autem addatur unus dies, cadet Septuagesima in diem 12. Feb. quæ est Dominica, & dies Cinerum in diem 29. Feb. quæ est feria quarta. Pascha autem, & reliqua festa in eos dies cadent, qui in tabulâ expressi sunt.

Item anno 4088. Bissextili, Epacta erit I. & literæ Dominicales d, c. Si igitur per literam c, quæ posterior est, inquirantur festa mobilia, invenietur Septuagesima die 21. Februarij: & si addatur unus dies, cadet in diem 22. Februarij, quæ est Dominica. Dies autem Cinerum cadet in diem 10. Martij: quare nihil additur, &c.

Adventus Domini celebratur semper die Dominico, qui propinquior est festo S. Andreæ Apostoli, nempe à die 27. Novembris inclusivè, usque ad diem 3. Decembris inclusive: ita ut litera Dominicalis currens quæ reperitur in Kalendario à die 27. Novembris inclusive, usque ad diem 3. Decembris inclusive, indicet Dominicam Adventus. Ut verbi gratiâ, si litera Dominicalis est g, Dominica Adventus cadet in diem secundum Decembris, quia ibi est litera g in Kalendario, &c.

Numerus quoque Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini ita brevissime investigabitur. Vide quot Dominicæ sint post Pascha usque ad festum S. Georgij inclusive, quod cadit in diem 23. Aprilis. Nam tot Dominicæ addendæ sunt ad 24. ut habeatur numerus Dominicarum inter Pentecosten & Adventum Domini. Ut, quoniam quando Pascha celebratur die 26. Martij, sequuntur quatuor Dominicæ usque ad festum S. Georgij inclusive, quod etiam tunc cadit in diem Dominicum, erunt 28. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini. Item quia quando Pascha cadit in diem [illegible] Aprilis, sequuntur duæ Dominicæ usque ad festum S. Georgij inclusive, erunt 26. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini. Quòd si nulla Dominica sequatur diem Paschæ usque ad dictum festum inclusivè, vel ipse dies Paschæ cadat in illud festum, erunt 24. Dominicæ: si denique Pascha celebretur post idem festum, erunt tantùm 23. Dominicæ inter Pentecosten & Adventum Domini.

Ex his omnibus facilè intelligi potest, quâ ratione utraq; tabula Paschalis composita sit.

Ad [illegible] tandem tabularum Paschalium apposita est tabula temporaria multorum annorum, è regione quorum omnia festa mobilia dicto citiùs inveniuntur: quæ quidem tabula ex tabulis Paschalibus excerpta est, ex quibus infinitæ aliæ erui possunt pro quibuscunque annis.

Tabula Paschalis antiqua reformata.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.	Domin. Septuagesimæ.	Dies Cinerum.	Dies Paschæ.	Dies Ascensionis.	Dies Pentecostes.	Corpus Christi.	Dominicæ post Pent.	Prima Dominica Adv.
xxix		Ianu.	Feb.	Mart.	April.	Maii	Maii		
xxviii	d	18	4	22	30	10	21	28	29. Nov.
xxvii	e	19	5	23	1. Maii.	11	22	28	30
xxvi	f	20	6	24	2	12	23	28	1. Dec.
xxv	g	[illegible]	7	25	3	13	24	28	2
xxiv	A	22	8	26	4	14	25	28	3
xxiii	b	23	9	27	5	15	26	27	27 Nov.
xxii	c	24	10	28	6	16	27	27	28
xxi	d	25	11	29	7	17	28	27	29
xx	e	26	12	30	8	18	29	27	30
xix	f	27	13	31	9	19	30	27	1. Dec.
xviii	g	28	14	1. April.	10	20	31	27	2
xvii	A	29	15	2	11	21	1. Iunii.	27	3
xvi	b	30	16	3	12	22	2	26	27. Nov.
xv	c	31	17	4	13	23	3	26	28
xiv	d	1. Feb.	18	5	14	24	4	26	29
xiii	e	2	19	6	15	25	5	26	30
xii	f	3	20	7	16	26	6	26	1. Dec.
xi	g	4	21	8	17	27	7	26	2
x	A	5	22	9	18	28	8	26	3
ix	b	6	23	10	19	29	9	25	27
viii	c	7	24	11	20	30	10	25	28
vii	d	8	25	12	21	31	11	25	29
vi	e	9	26	13	22	1. Iunii.	12	25	30
v	f	10	27	14	23	2	13	25	1. Dec.
iv	g	11	28	15	24	3	14	25	2
iii	A	12	1. Mart.	16	25	4	15	25	3
ii	b	13	2	17	26	5	16	24	27. Nov.
i	c	14	3	18	27	6	17	24	28
	d	15	4	19	28	7	18	24	29
	e	16	5	20	29	8	19	24	30
	f	17	6	21	30	9	20	24	1. Dec.
	g	18	7	22	31	10	21	24	2
	A	19	8	23	1. Iunij.	11	22	24	3
	b	20	9	24	2	12	23	23	27. Nov.
	c	21	10	25	3	13	24	23	28

TABULA PASCHALIS NOVA REFORMATA.

Literæ Dominicales.	Cyclus Epactarum.	Septuagesima.		Dies Cinerum.		Pascha.		Ascensio.		Pentecoste.		Corporis Christi.		Dominicæ post Pentec.	Prima Dominica Adventus.	
D	29.	18.	Ian.	4.	Feb.	22.	Mart.	30.	April.	10.	Maii	21.	Maii	28	29.	Nov.
	28. 27. 26. 25. 24. 23. 22.	25.	Ian.	11.	Feb.	29.	Mart.	7.	Maii	17.	Maii	28.	Maii	27	29	
	21. 20. 19. 18. 17. 16. 15.	1.	Feb.	18.	Feb.	5.	April.	14.	Maii	24.	Maii	4.	Iunii	26	29	
	14. 13. 12. 11. 10. 9. 8.	8.	Feb.	25.	Feb.	12.	April.	21.	Maii	31.	Maii	11.	Iunii	25	29	
	7. 6. 5. 4. 3. 2. 1.	15.	Feb.	4.	Mar.	19.	April.	28.	Maii	7.	Iunii	18.	Iunii	24.	29	
E	29. 28.	19.	Ian.	5.	Feb.	23.	Mart.	1.	Maii	11.	Maii	22.	Maii	28	30	Nov.
	27. 26. 25. 24. 23. 22. 21.	26.	Ian.	12.	Feb.	30.	Mart.	8.	Maii	18.	Maii	29.	Maii	27	30	
	20. 19. 18. 17. 16. 15. 14.	2.	Feb.	19.	Feb.	6.	April.	15.	Maii	25.	Maii	5.	Iunii	25	30	
	13. 12. 11. 10. 9. 8. 7.	9.	Feb.	26.	Feb.	13.	April.	22.	Maii	1.	Iunii	12.	Iunii	25	30	
	6. 5. 4. 3. 2. 1.	16.	Feb.	5.	Mart.	20.	April.	29.	Maii	8.	Iunii	19.	Iunii	24	30	
F	29. 28. 27.	20.	Ian.	6.	Feb.	24.	Mart.	2.	Maii	12.	Maii	23.	Maii	28	1.	Decemb.
	26. 25. 24. 23. 22. 21. 20.	27.	Ian.	13.	Feb.	31.	Mart.	9.	Maii	19.	Maii	30.	Maii	27	1	
	19. 18. 17. 16. 15. 14. 13.	3.	Feb.	20.	Feb.	7.	April.	16.	Maii	26.	Maii	6.	Iunii	26	1	
	12. 11. 10. 9. 8. 7. 6.	10.	Feb.	27.	Feb.	14.	April.	23.	Maii	2.	Iunii	13.	Iunii	25	1	
	5. 4. 3. 2. 1.	17.	Feb.	6.	Mart.	21.	April.	30.	Maii	9.	Iunii	20.	Iunii	24	1	
G	29. 28. 27. 26.	21.	Ian.	7.	Feb.	25.	Mart.	3.	Maii	13.	Maii	24.	Maii	28	2.	Decemb.
	25. 24. 23. 22. 21. 20. 19.	28.	Ian.	14.	Feb.	1.	April.	10.	Maii	20.	Maii	31.	Maii	27	2	
	18. 17. 16. 15. 14. 13. 12.	4.	Feb.	21.	Feb.	8.	April.	17.	Maii	27.	Maii	7.	Iunii	26	2	
	11. 10. 9. 8. 7. 6. 5.	11.	Feb.	28.	Feb.	15.	April.	24.	Maii	3.	Iunii	14.	Iunii	25	2	
	4. 3. 2. 1.	18.	Feb.	7.	Mart.	22.	April.	31.	Maii	10.	Iunii	21.	Iunii	24	2	
A	29. 28. 27. 26. 25.	22.	Ian.	8.	Feb.	26.	Mart.	4.	Maii	14.	Maii	25.	Maii	28	3.	Decemb.
	24. 23. 22. 21. 20. 19. 18.	29.	Ian.	15.	Feb.	2.	April.	11.	Maii	21.	Maii	1.	Iunii	27	3	
	17. 16. 15. 14. 13. 12. 11.	5.	Feb.	22.	Feb.	9.	April.	18.	Maii	28.	Maii	8.	Iunii	26	3	
	10. 9. 8. 7. 6. 5. 4.	12.	Feb.	1.	Mart.	16.	April.	25.	Maii	4.	Iunii	15.	Iunii	25	3	
	3. 2. 1.	19.	Feb.	8.	Mart.	23.	April.	1.	Iunii	11.	Iunii	22.	Iunii	24	3	
B	29. 28. 27. 26. 25. 24.	23.	Ian.	9.	Feb.	27.	Mart.	5.	Maii	15.	Maii	26.	Maii	27	27.	Nov.
	23. 22. 21. 20. 19. 18. 17.	30.	Ian.	16.	Feb.	3.	April.	12.	Maii	22.	Maii	2.	Iunii	26	27	
	16. 15. 14. 13. 12. 11. 10.	6.	Feb.	23.	Feb.	10.	April.	19.	Maii	29.	Maii	9.	Iunii	25	27	
	9. 8. 7. 6. 5. 4. 3.	13.	Feb.	2.	Mart.	17.	April.	26.	Maii	5.	Iunii	16.	Iunii	24	27	
	2. 1.	20.	Feb.	9.	Mart.	24.	April.	2.	Iunii	12.	Iunii	23.	Iunii	23	27	
C	29. 28. 27. 26. 25. 24. 23.	24.	Ian.	10.	Feb.	28.	Mart.	6.	Maii	16.	Maii	17.	Maii	27	28.	Nov.
	22. 21. 20. 19. 18. 17. 16.	31.	Ian.	17.	Feb.	4.	April.	13.	Maii	23.	Maii	3.	Iunii	26	28	
	15. 14. 13. 12. 11. 10. 9.	7.	Feb.	24.	Feb.	11.	April.	20.	Maii	30.	Maii	10.	Iunii	25	28	
	8. 7. 6. 5. 4. 3. 2.	14.	Feb.	3.	Mart.	18.	April.	27.	Maii	6.	Iunii	17.	Iunii	24	28	
	1.	21.	Feb.	10.	Mart.	25.	April.	3.	Iunii	13.	Iunii	24.	Iunii	23	28	

TABELLA TEMPORARIA FESTORUM MOBILIUM.

Anni Domini	Literae Dominicales	Aureus numerus	Epactae	Septuagesima	Dies Cinerum	Pascha	Ascensio	Pentecoste	Corpus Christi	Dominicae post Pent.	Prima Dominica Adventus
1582	c	6	II							23	28. Nov.
1583	b	7	XIII	6. Feb.	23. Feb.	10. April.	19. Maii.	29. Maii.	9. Iunii.	25	27. Nov.
1584	A g	8	XXIV	19. Ian.	15. Feb.	1. April.	10. Maii.	20. Maii.	31. Maii.	27	2. Dec.
1585	f	9	V	17. Feb.	6. Mart.	21. April.	30. Maii.	9. Iunii.	20. Iunii.	24	1. Dec.
1586	e	10	XVI	2. Feb.	19. Feb.	6. April.	15. Maii.	25. Maii.	5. Iunii.	26	30. Nov.
1587	d	11	XXVII	25. Ian.	11. Feb.	29. Mart.	7. Maii.	17. Maii.	28. Maii.	27	29. Nov.
1588	c b	12	VIII	14. Feb.	2. Mart.	17. April.	26. Maii.	5. Iunii.	16. Iunii.	24	27. Nov.
1589	A	13	XIX	29. Ian.	15. Feb.	2. April.	11. Maii.	21. Maii.	1. Iunii.	27	3. Dec.
1590	g	14	I	18. Feb.	7. Mart.	22. April.	31. Maii.	10. Iunii.	21. Iunii.	24	2. Dec.
1591	f	15	XI	10. Feb.	27. Feb.	14. April.	23. Maii.	2. Iunii.	13. Iunii.	25	1. Dec.
1592	e d	16	XXII	26. Ian.	12. Feb.	29. Mart.	7. Maii.	17. Maii.	28. Iunii.	27	29. Nov.
1593	c	17	III	14. Feb.	3. Mart.	18. April.	27. Maii.	6. Iunii.	17. Iunii.	24	28. Nov.
1594	b	18	XIV	6. Feb.	23. Feb.	10. April.	19. Maii.	29. Maii.	9. Iunii.	25	27. Nov.
1595	A	19	XXV	22. Ian.	8. Feb.	26. Mart.	4. Maii.	14. Maii.	25. Maii.	28	3. Dec.
1596	g f	1	VII	11. Feb.	28. Feb.	14. April.	23. Maii.	2. Iunii.	13. Iunii.	25	1. Dec.
1597	e	2	XVIII	2. Feb.	19. Feb.	6. April.	15. Maii.	25. Maii.	5. Iunii.	26	30. Nov.
1598	d	3	XXIX	18. Ian.	4. Feb.	22. Mart.	30. April.	10. Maii.	21. Maii.	28	29. Nov.
1599	c	4	X	7. Feb.	24. Feb.	11. April.	20. Maii.	30. Maii.	10. Iunii.	25	28. Nov.
1600	b A	5	XXI	30. Ian.	16. Feb.	2. April.	11. Maii.	21. Maii.	1. Iunii.	27	3. Dec.
1601	g	6	II	18. Feb.	7. Mart.	22. April.	31. Maii.	10. Iunii.	21. Iunii.	24	2. Dec.
1602	f	7	XIII	3. Feb.	20. Feb.	7. April.	16. Maii.	26. Maii.	6. Iunii.	26	1. Dec.
1603	e	8	XXIV	26. Ian.	12. Feb.	30. Mart.	8. Maii.	18. Maii.	29. Maii.	27	30. Nov.
1604	d c	9	V	15. Feb.	3. Mart.	18. April.	27. Maii.	6. Iunii.	17. Iunii.	24	28. Nov.
1605	b	10	XVI	6. Feb.	23. Feb.	10. April.	19. Maii.	29. Maii.	9. Iunii.	25	27. Nov.
1606	A	11	XXVII	22. Ian.	8. Feb.	26. Mart.	4. Maii.	14. Maii.	25. Maii.	28	3. Dec.
1607	g	12	VIII	11. Feb.	28. Feb.	15. April.	24. Maii.	3. Iunii.	14. Iunii.	25	2. Dec.
1608	f e	13	XIX	3. Feb.	20. Feb.	6. April.	15. Maii.	25. Maii.	5. Iunii.	26	30. Nov.
1609	d	14	I	15. Feb.	4. Mart.	19. April.	28. Maii.	7. Iunii.	18. Iunii.	24	29. Nov.
1610	c	15	XI	7. Feb.	24. Feb.	11. April.	20. Maii.	30. Maii.	10. Iunii.	25	28. Nov.
1611	b	16	XXII	30. Ian.	16. Feb.	3. April.	12. Maii.	22. Maii.	2. Iunii.	26	27. Nov.
1612	A g	17	III	19. Feb.	7. Mart.	22. April.	31. Maii.	10. Iunii.	21. Iunii.	24	2. Dec.
1613	f	18	XIV	3. Feb.	20. Feb.	7. April.	16. Maii.	26. Maii.	6. Iunii.	26	1. Dec.
1614	e	19	XXV	26. Ian.	12. Feb.	30. Mart.	8. Maii.	18. Maii.	29. Maii.	27	30. Nov.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	JANUARIUS.
xxv	A	Kal.	1	Circumcisio Domini. **duplex.**
xxiv	b	iv	2	**Oct. S. Steph.** dup. cum comm. **Octav. S. Joan. & S. S. Innoc.**
xxiii	c	iii	3	**Oct. S. Joannis.** dup. cum comm. **Oct. SS. Innoc.**
xxii	d	Prid.	4	**Oct. SS. Innocentium.** dupl.
xxi	e	Non.	5	**Vigilia.**
xx	f	viii	6	Epiphaniæ Domini. **dup.**
xix	g	vii	7	**De octava Epiphaniæ.**
xviii	A	vi	8	**De octava.**
xvii	b	v	9	**De octava.**
xvi	c	iv	10	**De octava.**
xv	d	iii	11	**De octava.** & comm. **S. Hyginij Papæ & martyris.**
xiv	e	Prid.	12	**De octava.**
xiii	f	Idib.	13	**Octava Epiphaniæ.** dupl.
xii	g	xix	14	**Hilarij Episc. & conf.** semid. cum com. **S. Felicis presb. & mar.**
xi	A	xviii	15	**Pauli primi Eremitæ.** semid. cum com. **S. Mauri Abbatis.**
x	b	xvii	16	**Marcelli Papæ, & mart.** semid.
ix	c	xvi	17	Antonij Abbatis. **dupl.**
viii	d	xv	18	Cath. S. Petri Romæ. **dupl.** & com. **S. Priscæ virg. & mar.**
vii	e	xiv	19	**Marii, Marthæ, Audifacis, & Abachum mart.**
vi	f	xiii	20	Fabiani & Sebast. mart **dup.**
v	g	xii	21	**Agnetis virg. & mart.** dup.
iv	A	xi	22	**Vincentij & Anast. mar.** semid.
iii	b	x	23	**Emerentianæ virg. & mart.**
ii	c	ix	24	**Timothei episcopi & mart.**
i	d	viii	25	Conversio S. Pauli Apost. **dup.**
*	e	vii	26	**Polycarpi episcopi, & mar.**
xxix	f	vi	27	**Joãnis Chrysost. epis. & cõf.** dup.
xxviii	g	v	28	**Agnetis secundò.**
xxvii	A	iv	29	
xxvi	b	iii	30	
xxv	c	Prid.	31	

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	FEBRUARIUS.
xxiv	d	Kal.	1	Ignatij episcopi & mart. semid.
xxiii	e	iv	2	Purificatio B. Mariæ. duplex.
xxii	f	iii	3	Blasii episcopi & mart.
xxi	g	Prid.	4	
xx	A	Non.	5	Agathæ virg. & mart. semid.
xix	b	viii	6	Dorotheæ virg. & mart.
xviii	c	vii	7	
xvii	d	vi	8	
xvi	e	v	9	Apolloniæ virg. & mart.
xv	f	iv	10	
xiv	g	iii	11	
xiii	A	Prid.	12	
xii	b	Idib.	13	
xi	c	xvi	14	Valentini presb. & mart.
x	d	xv	15	Faustini & Iovitæ mart.
ix	e	xiv	16	
viii	f	xiii	17	
vii	g	xii	18	Simeonis episcopi & mart.
vi	A	xi	19	
v	b	x	20	
iv	c	ix	21	
iii	d	viii	22	Cath. S. Petri Antioch. dup. Vigilia.
ii	e	vii	23	
i	f	vi	24	Mathiæ Apost. dup.
xxix	g	v	25	
xxviii	A	iv	26	
xxvii	b	iii	27	
xxvi	c	Prid.	28	

In an[no] Bissextili Februarius est dierum 29. & festum S. Mathiæ celebratur 25. Februarij, & bis dicitur, sexto Kalendas, id est, die 24. & die 25. & litera Dominicalis, quæ assumpta fuit in mense Ianuario, mutatur in præcedentem: Vt si in Ianuario litera Dominicalis fuit A, mutetur in præcedentem, quæ est g, & cæt.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	MARTIUS.
xxv	d	Kal.	1	
xxiv	e	vi	2	
xxiii	f	v	3	
xxii	g	iv	4	
xxi	A	iii	5	
xx	b	Prid.	6	
xix	c	Non.	7	S. Thomæ de Aquino confess. dupl. & com. S. S. Perpetuæ & Felicitatis martyr.
Initium Cycli Epact.				
xxix	d	viii	8	
xxviii	e	vii	9	Quadraginta mart. semid.
xxvii	f	vi	10	
xxvi	g	v	11	
xxv	A	iv	12	Gregorij Papæ & confess. & Ecclesiæ Doctoris duplex.
xxiv	b	iii	13	
xxiii	c	Prid.	14	
xxii	d	Idib.	15	
xxi	e	xvii	16	
xx	f	xvi	17	
xix	g	xv	18	
xviii	A	xiv	19	
xvii	b	xiii	20	Joseph. confess. duplex.
xvi	c	xii	21	
xv	d	xi	22	Benedicti Abbatis. duplex.
xiv	e	x	23	
xiii	f	ix	24	
xii	g	viii	25	Annunciatio B. Mariæ duplex.
xi	A	vii	26	
x	b	vi	27	
ix	c	v	28	
viii	d	iv	29	
vii	e	iii	30	
vi	f	Prid.	31	

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	APRILIS.
v	g	Kal.	1	
iv	A	iv	2	
iii	b	iii	3	
ii	c	Prid.	4	
i	d	Non.	5	
*	e	viii	6	
xxix	f	vii	7	
xxviii	g	vi	8	
xxvii	A	v	9	
xxvi	b	iv	10	
xxv	c	iii	11	Leonis Papæ & conf. duplex.
xxiv	d	Prid.	12	
xxiii	e	Id.b.	13	
xxii	f	xviii	14	Tiburtij, Valentiniani, & Maxim. martyrum.
xxi	g	xvii	15	
xx	A	xvi	16	
xix	b	xv	17	Aniceti Papæ & mart.
xviii	c	xiv	18	
xvii	d	xiii	19	
xvi	e	xii	20	
xv	f	xi	21	
xiv	g	x	22	Sotheris & Caij Pontificum, & martyrum. semid.
xiii	A	ix	23	Georgij martyris. semidup.
xii	b	viii	24	
xi	c	vii	25	Marci Euangelistæ. dup.
x	d	vi	26	Cleti, & Marcellini Pont. & martyrum. semidup.
ix	e	v	27	
viii	f	iv	28	Vitalis martyris.
vii	g	iii	29	
vi	A	Prid.	30	

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	MAIUS.
v	b	Kal.	1	Philippi & Jacobi Apostol. **duplex.**
iv	c	vi	2	**Athanasij episcopi & conf.** dup.
iii	d	v	3	Inventio S. Crucis. **duplex.** & cóm. **SS. Alexandri, Eventij, & Theoduli, mart. ac Iuvenalis episcopi & conf.**
ii	e	iv	4	**Monicæ viduæ.**
i	f	iii	5	
xxix	g	Prid.	6	Joannis ante portã Latinam. **dup.**
xxviii	A	Non.	7	
xxvii	b	viii	8	**Apparitio S. Michaelis.** duplex.
xxvi	c	vii	9	**Gregorij Theologi episcopi & confes.** duplex.
xxv	d	vi	10	**Gordiani & Epimachi mart.**
xxiv	e	v	11	
xxiii	f	iv	12	**Nerei Achillei, & Pancratij martyrum.**
xxii	g	iii	13	
xxi	A	Prid.	14	**Bonifacij martyris.**
xx	b	Idib.	15	
xix	c	xvii	16	
xviii	d	xvi	17	
xvii	e	xv	18	
xvi	f	xiv	19	**Potentianæ virginis.**
xv	g	xiii	20	
xiv	A	xii	21	
xiii	b	xi	22	
xii	c	x	23	
xi	d	ix	24	
x	e	viii	25	**Urbani Papæ & martyris.**
ix	f	vii	26	**Eleutherij Papæ & martyris.**
viii	g	vi	27	**Joannis Papæ & martyris.**
vii	A	v	28	
vi	b	iv	29	
v	c	iii	30	**Felicis Papæ & martyris.**
iv	d	Prid.	31	**Petronellæ virginis.**

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	JUNIUS.
III	c	Kal.	1	
II	f	IV	2	Marcellini, Petri, & Erasmi martyrum.
I	g	III	3	
*	A	Prid.	4	
XXIX	b	Non.	5	
XXVIII	c	VIII	6	
XXVII	d	VII	7	
XXVI	e	VI	8	
XXV	f	V	9	Primi & Feliciani martyrum.
XXIV	g	IV	10	
XXIII	A	III	11	Barnabæ Apostoli. duplex.
XXII	b	Prid.	12	Basilidis, Cyrini, Naboris, & Nazarij martyrum.
XXI	c	Idib.	13	
XX	d	XVIII	14	Basilij magni epis. & cõf. duplex.
XIX	e	XVII	15	Viti, Modesti, & Crescẽtiæ mart.
XVIII	f	XVI	16	
XVII	g	XV	17	
XVI	A	XIV	18	Marci & Marcelliani mart.
XV	b	XIII	19	Gervasij & Protasij mart.
XIV	c	XII	20	Silverij Papæ & martyris.
XIII	d	XI	21	
XII	e	X	22	Paulini episcopi & confes.
XI	f	IX	23	Vigilia.
X	g	VIII	24	Nativitas S. Joan. Baptistæ. dup.
IX	A	VII	25	De octa. Nativ. S. Joan. Baptistæ.
VIII	b	VI	26	Joannis & Pauli mart. semidup. cũ com. octa. Nativit. S. Joan.
VII	c	V	27	De oct. Nativit. S. Joan.
VI	d	IV	28	Leonis Papæ & confes. semid. & comm. octav. & vigiliæ.
V	e	III	29	Petri & Pauli Apost. dupl.
IV	f	Prid.	30	Cõmem. S. Pauli Apostoli. dup. & comm. oct. S. Joan.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	JULIUS.
III	g	Kal.	1	Oct. Joan. Baptistæ. dup. & comme. Octav. Apostolorum.
II	A	VI	2	Visitatio B. Mariæ. dup. cum comme. Octav. Apostolorum.
I	b	V	3	De octava Apostolorum.
XXIX	c	IV	4	De octava.
XXVIII	d	III	5	De octava.
XXVII	e	Prid.	6	Oct. Apost. Petri & Pauli. dupl.
XXVI	f	Non.	7	
XXV	g	VIII	8	
XXIV	A	VII	9	
XXIII	b	VI	10	Septem fratrum mar. & SS. Ruffinæ ac Secundæ mart. semid.
XXII	c	V	11	Pij Papæ & mart.
XXI	d	IV	12	Naboris & Felicis mart.
XX	e	III	13	Anacleti Papæ & mart. semid.
XIX	f	Prid.	14	Bonaventuræ epis. & conf. semid.
XVIII	g	Idib.	15	
XVII	A	XVII	16	
XVI	b	XVI	17	Alexii confess.
XV	c	XV	18	Symphorosę cum septé filiis mart.
XIV	d	XIV	19	
XIII	e	XIII	20	Margaritæ virginis & martyris.
XII	f	XII	21	Praxedis virginis.
XI	g	XI	22	Mariæ Magdalenæ. duplex.
X	A	X	23	Apollinaris episc. & mart. semid.
IX	b	IX	24	Virg. & cõ. S. Christinæ. virg. & m.
VIII	c	VIII	25	Iacobi Apost. dup. & cõ. S. Christophori mart. in Laud. tantùm.
VII	d	VII	26	
VI	e	VI	27	Pantaleonis mart.
V	f	V	28	Nazarij, Celsi, & Vict. Papę mart. & Innocẽtij Papę & conf. semid.
IV	g	IV	29	Marthæ virg. semid. & com. SS. Felicis Papæ, Simplicij, Faustini, & Beatricis mart.
III	A	III	30	Abdon, & Sennen. mart.
II	b	Prid.	31	

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	AUGUSTUS.
i	c	Kal.	1	Petri ad Vincula. **dup.** & com. **SS. Machabæorum mart.**
*	d	iv	2	**Stephani Papæ & martyris.**
xxix	e	iii	3	**Inventio S. Steph. proto.** semid.
xxviii	f	Prid.	4	**Dominici confessoris** duplex.
xxvii	g	Non.	5	Dedic. S. Mar. ad Nives. **dup.**
xxvi	A	viii	6	Transfig. Dñi. **dupl.** & cõm **SS. Xisti Papæ. Felicis, & Agap. mart.**
xxv	b	vii	7	**Donati episcopi & mart.**
xxiv	c	vi	8	**Cyr. Largi, & Smarag. mart.** semid.
xxiii	d	v	9	**Vigilia** & comm. **S. Romani mart.**
xxii	e	iv	10	Laurentij mart. **duplex.**
xxi	f	iii	11	**De octa. S. Laur.** cum comm. **SS. Tiburtij, & Susannæ mart.**
xx	g	Prid.	12	**De oct.** & comm. **S. Claræ virg.**
xix	A	Idib.	13	**De octa.** & com. **SS. Hippolyti & Cassiani mart.**
xviii	b	xix	14	**De oct.** cum com. **Vigiliæ, & S. Eusebij confess.**
xvii	c	xviii	15	Assumptio B. Mariæ virg. **dup.**
xvi	d	xvii	16	**De oct. Assump. B. Mar.** cũ com. **oct. S. Laurent.**
xv	e	xvi	17	**Oct. S. Laur.** dup. & cõ. **oct. Assũ.**
xiv	f	xv	18	**De oct.** & comm. **S. Agapeti mar.**
xiii	g	xiv	19	**De octava.**
xii	A	xiii	20	**Bernar. abb.** dup. cũ cõ. **oct. Assũ.**
xi	b	xii	21	**De octava.**
x	c	xi	22	**Oct. Assump. B. Mar.** du. cũ com. **SS. Timot. Hipp. & Symph. mar.**
ix	d	x	23	**Vigilia.**
viii	e	ix	24	Barth. Ap. **du.** Ro. celebr. die **25.**
vii	f	viii	25	Ludovici Regis Franciæ confes.
vi	g	vii	26	**Zepherini Papæ & mart.**
v	A	vi	27	**Aug. epis. conf. & Eccl. doct.** dup. & com. **S. Hemetis mar.**
iv	b	v	28	
iii	c	iv	29	Decol. S. Joan. Bap. **dup.** & com. **S. Sabinæ mart.**
ii	d	iii	30	**Felicis & Adaucti mart.**
i	e	Prid.	31	

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	SEPTEMBER.
xxix	f	Kal.	1	Ægidij Abb. & com. SS. martyrum xii. fratrum.
xxviii	g	iv	2	
xxvii	A	iii	3	
xxvi	b	Prid.	4	
xxv	c	Non.	5	
xxiv	d	viii	6	
xxiii	e	vii	7	
xxii	f	vi	8	Nativit.B Mariæ. dup. & comm. S. Adriani mart. in Laudibus mart.
xxi	g	v	9	De oct.S.Mar. & com. S.Georg. mart.
xx	A	iv	10	De octava.
xix	b	iii	11	De oct. & commem. SS. Proti, & Hyacinthi mart.
xviii	c	Prid.	12	De octava.
xvii	d	Idib.	13	De octava.
xvi	e	xviii	14	Exaltatio S. Crucis. duplex cum comm. octavæ Nati. S. Mariæ
xv	f	xvii	15	Oct. Nativit. B.Mariæ. dup.cum. comm. S. Nicomedis mart.
xiv	g	xvi	16	Cornelij & Cypria. Pont.& mar. semid. cum com. SS. Euphemiæ, Luciæ, & Gemin. mart.
xiii	A	xv	17	
xii	b	xiv	18	
xi	c	xiii	19	
x	d	xii	20	Vig.& cõ. S.Eustachij,& soc.mar.
ix	e	xi	21	Matthæi Apostoli. duplex.
viii	f	x	22	Mauritij & sociorum mart.
vii	g	ix	23	Lini Papæ & mart. semidup.cum comm. S. Theclæ virg.& mar.
vi	A	viii	24	
v	b	vii	25	
iv	c	vi	26	Cypriani, & Justinæ mart.
iii	d	v	27	Cosmæ & Damiani mart. semid.
ii	e	iv	28	
i	f	iii	29	Dedic. S.Michaelis Archãg. dup.
*	g	Prid.	30	Hieronymi presb. conf. & Ecclesiæ Doctoris. dup.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	OCTOBER.
xxix	A	Kal.	1	Remigij episc. & confess.
xxviii	b	vi	2	
xxvii	c	v	3	
xxvi	d	iv	4	Francisci confes. duplex.
xxv	e	iii	5	
xxiv	f	Prid.	6	
xxiii	g	Non.	7	Marci Papæ & confes. cum com. SS. Sergij, Bacchi, Marcelli, & Apuleij martyrum.
xxii	A	viii	8	
xxi	b	vii	9	Dionysij, Rustici, & Eleutherij mart. semid.
xx	c	vi	10	
xix	d	v	11	
xviii	e	iv	12	
xvii	f	iii	13	
xvi	g	Prid.	14	Callisti Papæ & mart. semid.
xv	A	Idib.	15	
xiv	b	xvii	16	
xiii	c	xvi	17	
xii	d	xv	18	Lucæ Euangelistæ. duplex.
xi	e	xiv	19	
x	f	xiii	20	
ix	g	xii	21	Hilarionis Abbatis. & com. SS. Ursulæ & soc. virg. & mart.
viii	A	xi	22	
vii	b	x	23	
vi	c	ix	24	
v	d	viii	25	Chrysanthi & Dariæ mart.
iv	e	vii	26	Evaristi Papæ & mart.
iii	f	vi	27	Vigilia.
ii	g	v	28	Simonis & Judæ Apostolorum. duplex.
i	A	iv	29	
xxix	b	iii	30	
xxviii	c	Prid.	31	Vigilia.

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	NOVEMBER.
xxvii	d	Kal.	1	Festum omnium Sanctorũ. **dup.**
xxvi	e	iv	2	Comm. omnium defunctorum. **dup.** & de **Oct. omniũ Sanctorũ.**
xxv	f	iii	3	**De octava.**
xxiv	g	Prid.	4	**De octava.** cum comm. **SS. Vitalis & Agricolæ mart.**
xxiii	A	Non.	5	**De octava.**
xxii	b	viii	6	**De octava.**
xxi	c	vii	7	**De octava.**
xx	d	vi	8	**Octava omn. SS.** duplex & com. **SS. quatuor Coron. mar.**
xix	e	v	9	Dedicat. Basilicæ Sa[illegible]is **dup.** cũ com. **S. Theod. mart.**
xviii	f	iv	10	**Tryphonis, Refpicij, & Nymphæ mart.**
xvii	g	iii	11	Martini epif. & conf. **dup.** & com. **S. Mennæ mart.**
xvi	A	Prid.	12	**Martini Papæ & mart.** femid.
xv	b	Idib.	13	
xiv	c	xviii	14	
xiii	d	xvii	15	
xii	e	xvi	16	
xi	f	xv	17	**Greg. Thaumaturgi epif. & conf.**
x	g	xiv	18	Dedic. Basilic. Petri & Pauli **dup.**
ix	A	xiii	19	**Pontiani Papæ & mart.**
viii	b	xii	20	
vii	c	xi	21	
vi	d	x	22	**Cæciliæ virginis & mart.** femid.
v	e	ix	23	**Clementis Papæ & mar.** femidup. cum comm. **S. Felicitatis mart.**
iv	f	viii	24	**Chryfogoni mart.**
iii	g	vii	25	Catherinæ virginis & mart. **dup.**
ii	A	vi	26	**Petri Alexandrini epif. & mart.**
i	b	v	27	
*	c	iv	28	
xxix	d	iii	29	**Vigilia** & com. **S. Saturnini mar.**
xxviii	e	Prid.	30	Andreæ Apoftoli **duplex.**

Cyclus

Cyclus Epactarum.	Literæ Dominicales.		Dies mensis.	DECEMBER.
xxvii	f	Kal.	1	
xxvi	g	iv	2	Bibianæ virg. & mart. comm.
xxv	A	iii	3	
xxiv	b	Prid.	4	Barbaræ virg. & mart. comm.
xxiii	c	Non.	5	Sabbæ Abbatis. comm.
xxii	d	viii	6	Nicolai Episc. & confes. semid.
xxi	e	vii	7	Ambrosij Episcopi & confes. & Ecclesiæ Doctor. dupl.
xx	f	vi	8	Conceptio B. Mariæ dup.
xix	g	v	9	
xviii	A	iv	10	Melchiadis Papæ & mart. comm.
xvii	b	iii	11	Damasi Papæ & conf. semid.
xvi	c	Prid.	12	
xv	d	Idib.	13	Luciæ vir. & mart. duplex.
xiv	e	xix	14	
xiii	f	xviii	15	
xii	g	xvii	16	
xi	A	xvi	17	
x	b	xv	18	
ix	c	xiv	19	
viii	d	xiii	20	Vigilia.
vii	e	xii	21	Thomæ Apostoli. dup.
vi	f	xi	22	
v	g	x	23	
iv	A	ix	24	Vigilia.
iii	b	viii	25	Nativitas Domini Nostri Iesu Christi. dup.
ii	c	vii	26	Stephani protomart. dup. & comm. Octavæ Nativit.
i	d	vi	27	Joannis Apostoli & Euang. dup. & comm. Octav.
xxix	e	v	28	SS Innocentium Martyrum. dup. & comm. Octav.
xxviii	f	iv	29	Thomæ Câtuar. Episcopi & mar. semid. & comm. Octav.
xxvii	g	iii	30	De Dominica infra Oct. Nat. vel de oct. cum cõm. aliarum oct.
xxvi	A	Prid.	31	Silv. Pap. & Cõf. dup. & cõ. Oct.

FINIS.

FRANCISCI VIETÆ

Adversus

CHRISTOPHORVM CLAVIVM.

Expostulatio.

Εἰς Κλάβιον.

Πάντας μὲν πλέως ὤνησε σὺν ἴδμονι τέχνῃ
    Οὐιέτης χρονικῶν δείξας ὁδοὺς πλετῶν.
Καὶ νῦν καὶ μῆτιν καλὰ σώζων Ἀρχιερῆος
    Τοῦ πάνυ, ἐν σκολιῷ πράγματι εὐθυπορῶν.
Ἐνθὲν ὀφειλομένην χάριν αὐτῷ πᾶς τις ἔνειμε.
    Αὐτὰρ ἑνὸς Κλαβίου ὁ φθόνος εἷλε φρένας,
Ὅς γε κακηγορέειν μάλα μὲν, καὶ ἄκριτα φλύζειν
    Ἤλασεν, ἀλλοτρίας εἰς κλέος εὐστοχίης.
Καὶ σὺν ἐπεσβολίῃσι βέλη μὴ καίρια βάλλειν
    Εἰς σκόπον, οὔγε τυχεῖν, εἶχεν ἀπειροκάλως.
Οὐ φθόνος εἷλε μόνος. σὺν γὰρ πολὺς ἕσπετο τύφος,
    Ἀγνοίας προχέων ἀχλὺν ἀπειρεσίην,
Σὺν τῷ ὄχλους ἀμαθεῖς παράγει ἀνεμώλια βάζων,
    Πολλὰ ὑπὲρ δύναμιν ῥεῖα πλεῖν πίσυνος.
Καὶ πάλι θρησκείης φθείρει νέα, ἠδὲ παλαιὰ
    Δόγματα, καὶ γνώμας ὀρθοτόμων κανόνων.
Ἀλλ' ἄγαθε τρέπε νοῦν ποτε πρὸς νήφοντα λογισμόν.
    Οὐ φθόνος, οὐ τύφος πρὸς κλέος ἄνδρας ἄγει.

agnoſcere & confiteri, in cauſa præſertim publicâ, in quâ de myſteriis noſtræ Religionis agitur, & Reipublicæ Chriſtianæ concordiâ, & divinâ ſupremi Pontificis auctoritate? Id quidem ab homine Theologo è ſocietate Jeſu, ὡς ἱερῷ τὴν τέχνην καὶ τὰ ἤθη, ſperandum maximè videbatur. Sed, quocunque res evadat, vix eò adducimur, ut condemnemus noſtra, probemus autem aliena. Rapimur omnes φιλαυτίᾳ, quantamcumque ſimulemus ſanctitatem, &, quâ poſſumus arte, veritati vim facimus, ne vinci ullo modo videamur. Etiam ſapientibus cupido gloriæ noviſſima exuitur. τὴν κενοδοξίαν ὡς τελευταῖον χιτῶνα ἡ ψυχὴ πέφυκεν ἀποδύεσθαι. At pertinuiſſe ad Clavium in eo, in quo conſtitutus eſt, reatu recriminatione uti, id verò nemo jure dixerit. Ait enim lex, ait Canon, *Neganda eſt accuſatis licentia criminandi, priuſquam ſe crimine, quo premuntur, exuerint, ſecundum ſcita veterum juris auctorum.* Sed neque potuit is doctor in re propriâ licentiam ſibi tribuere ſententiæ. Vetat enim Rubrica, *Ne quis in ſui cauſa judicet, vel ius ſibi dicat.* Nulla tamen divini & humani juris habitâ ratione Clavius calumniatur, ut meo nomini & famæ apud ſummum Pontificem detrahat pro eâ, qua apud eum valet, gratiâ. Pluribus autem, quas ad plures conſcribit, literis, ſignificat ſe meum libellum planè refutaſſe in libro novæ reſtitutionis Kalendarij, aliquando, ſi Deo placuerit, in lucem emittendo. Quæ iſta contumelia eſt, Clavi, quæ inſolens & vana jactantia! An ideò ſi conatus es, ut pro tuo jure potes, meum libellum refutare, tu refutaſti? Prodeat conatus ille tuus, & ego, volente Deo, eum infringam cras atque hodie. Non is eſt ordo judiciorum & proceſſus. Te falſum Mathematicum, ſi quidem Mathematicus es, demonſtravi, & falſum Theologum, ſi quidem Theologus. Itaque quando te reum peragere conſilium eſt, dicenda tibi cauſa eſt juxta formam Conſtititutionum, non loquendum ex plauſtro. Et ſi τεκμηρίοις meis te convinci neges, paralogiſmata mearum demonſtrationum coram judicibus, in quos conſenſum eſt, detegenda & indicanda, priuſquam eorum judicio abſolvaris. Ante verò abſolutionem nullius ſunt momenti αὐτοκατηγορίαι, & ἀλαζονείαι tuæ. Et quæ te de libro novæ reſtitutionis Kalendarij nova ſollicitudo tenet, cum ſit is jam à me editus, qui vel à die diplomatis locum, ut par erat, & vim obtinet? Tua, quam meditaris, editio intempeſtiva eſt, & aſpernanda deinceps, ut falſa & plagiaria. Falſitatem vel repetita dies arguet. Plagium meus liber, mea, inquam, relatio Kalendarij verè Gregoriani firmamentis Theologicis, Politicis, & Aſtronomicis undique muniti. Δὶς καὶ τρὶς τὰ καλά. Sed cum alienum jus præripere tibi ſit animus & conſilium, non tuum eſt, Clavi, αὖθις ἀριζήλως εἰρημένα μυθολογεύειν. Odium autem Pontificium, quod, ut in me concites, mala arte eniteris, cave ſis ne in te potiùs ſentias exacerbari. Οἱ αὐτῷ κακὰ τεύχει ἀνὴρ, ἄλλῳ κακὰ τεύχων, Ἡ δὲ κακὴ βουλὴ τῷ βουλεύσαντι κακίστη. Quid enim ſi Proteſtantes veram anni rationem, quam ſyncerè ex Gregorij mente retuli, amplectantur, eamque à ſe, non à ſummo Pontifice agnoſcant, cui tam obſtinatè falſam tuam & profanam, & prætęrea abſurdam & prodigioſam tribuis, itaque auctoritatem defugiat, imò verò te falſum procuratorem & defenſorem is aliquando redarguat? Annum correxerat Julius Cæſar, idemque magnus Pontifex. Cum autem Julianam anni ordinationem ſacerdotes exequerentur malè, errorem ſuſtulit Auguſtus Cæſar, idemque magnus Pontifex. Quo nomine non minor ei, quam Julio deceſſori, gloria tributa eſt. Magna magni

gni Gregorij circa anni restitutionem gloria. Sed non minor magni Clementis, cum te malè feriatum computatorem, tuasque falsas periodos & hypotheses in constituendo anni principio legi divinæ repugnantes rejecerit, & legitimam diplomatis Gregoriani exequutionem brevi Apostolico edixerit. Et si, ne id obtingat, os Pontifici ad tempus præsens oblinas, rebus serenis tenebras obducens, καὶ βαδίζων, ὡς ὄνος, εἰς ἄχυρα πραγμάτων, at te unum exlegem, ut ad tuas calumnias redeam, nemo feret. Tu, nisi monitus resipiscas, crimina, quorum reus es, necesse habes diluere, & interea Constitutionibus civilibus parere. Sed vos obtestor, Venerandi Patres & Antistites è societate Jesu, Vestra in vestrum collegam auctoritate de eo inquirite, causaque cognita, ἢ χαμόθεν, ἢ ἀπὸ βήματος, omnino pertinaciæ suæ & livori obsistite, ne cum suis falsis, & infelicibus Apologeticis de Apostolica sede quàm malè meritus, is solus in causa sit in vestri collegij contumeliam & opprobrium, cur ab omnibus gentibus, quæ Romano Kalendario solebant uti, idem felicissimis Gregorij decimi tertij auspiciis restitutum non recipiatur. Sit sanè κενόδοξος ἐν τοῖς ἀδιαφόροις. Sed esto ὀρθόδοξος ἐν τοῖς ἱεροῖς καὶ ὁσίοις. Dissidium in anni ratione quantas turbas ciet, & molestias in rerum commerciis per celebriores nundinas, & nobiliora quæque Emporia! At fovet præterea dissensionem animorum in controversis, quæ ad religionem spectant, capitibus. Dematur autem fucus omnis, & cedat nudæ veritatis vi fastus & livor, Epactarum æquationi & ordinationi falsæ & profanæ & præterea absurdæ & prodigiosæ substituatur justa, pia, & ab omnibus absurditatibus & prodigiis libera, ac denique, ut ex verbis diplomatis, & syncera eorumdem interpretatione constat, verè Liliana ac Gregoriana, Nullus adparebit in orbe Astronomus, nullus in verba peritorum in arte jurans, qui admirandam Gregorianam anni restitutionem non admirabitur, & si forte à sanctâ Romanâ Ecclesiâ deviùs, eidem statim sese insinuare non studeat ἀμφασίη κραδίην ἀμφιχυθεὶς μεγάλη. Hoc ipsum est, quod omnes pij habent in votis, Venerandi Patres, & Antistites. Tanto Reipublicæ Christianæ bono qui obfuerint ope, consilio, dolo malo, sacri & intestabiles sunto, & à felici piorum consessu extorres arceantor.

F I N I S.

FRAN-



FRANCISCI à SCHOOTEN

NOTÆ

In Isagogen.



Nte omnia, Benigne Lector, te monitum velim, Scholium primum D. de Beaugrand in Isagogen à me consultò prætermissum fuisse, cum ad propositum Vietæ argumentum non modò nihil facere, verùm etiam in præstantem adeò Virum iniquum esse videretur. Quod enim Veterum Analysin quorundam Theorematum ac Problematum exemplis repræsentare conatur, id quidem hujus loci non est. Quod verò eandem universalem asserit, & Vietææ præferendam censet, quia illa nullis terminis coërcetur sicut Logistice speciosa, quam ait usum tantùm habere, ubi de quantitatum æqualitate seu proportione inquiritur, hoc ego minùs ex vero, nec appositè dici puto: quandoquidem id omne, quod sub contemplationem Matheseos cadit, quantitatis nomine semper gaudet, illudque demum per æqualitatem aut proportionem elucescit. Ita ut hoc ipso nomine Vietæa Analysis habenda sit quàm maximè universalis, atque alteri vaga præferenda: cum ea non tam ars dicenda sit, quæ certis præceptis & legibus continetur, quàm naturalis quædam ingenij industria aut facultas, usu & exercitatione confirmata.

Deinde notandum, Scholia in 10 & 11 Symbolum paululum à me mutata esse; quæ supersunt autem, ultimo excepto, subjeci ut sunt; & à textu Vietæ vel inde dignoscentur, quòd alio charactere sunt expressa.

Quod autem spectat ad ultimum Scholium in posteriora verba ejusdem Isagoges, illud ipsum non minùs quàm primum omittendum duxi: cum mentem Vietæ prorsus pervertat, quæ est, beneficio Analyseos speciosæ Nullum non Problema solvere. *Hoc verò frustra polliceri Vietam suâ Analysi inquit Scholiastes. Et quidem in rei demonstrationem affert* Problema 4^{tum} *Scholij primi, in quod nihil prorsus posse artem Vietæ asseverat, ponens id ipsum cum Getaldo inter Problemata, quæ ille sub Algebram non cadere existimavit, & propterea more Veterum resolvit. Verùm enimverò licèt Getaldo, (viro alioquin de rebus Mathematicis optimè merito) non constiterit modus hoc Problema Vietæ viâ resolvendi, non ideo tamen censendum est in hoc nihil prorsus posse Analysin speciosam; quemadmodum etiam nec in omnia alia similia Problemata, in quibus inter data unicus duntaxat angulus reperitur. Aliter enim se rem habere ostendit vir doctissimus* Petrus Herigonius *in Cursu suo Mathematico Cap. 12. Algebræ, quæst. 12: siquidem istic loci id perfacile arte Vietæ dissolvit. Ubi etiam rectè declarat, majores difficultates Algebræ, non in angulis, sed in inventione æquationum, quæ in scalarium serie minùs adscendant, consistere. Quod etiam brevi, Deo favente, in Apollonij locis planis à me restitutis, plura exempla edocebunt.*

Addit porrò Scholiastes idem intelligendum esse de Theorematibus, in quibus anguli inter se comparantur. Quale vult esse Theorema 4^{tum}, *utpote cujus nec veritas nec demonstratio ullatenus Analysi speciosâ Vietæ investigari possit. Ejus verò contrarium Herigonius quoque* Prop^{ne} 35. Capitis 5^{ti} *suæ Algebræ demonstrat, illudque leve negotium esse ostendit. Ita ut dicta Problemata, ad quæ velut ad lapidem Lydium, Scholiastes artem Analyticam Vietæ explorare suscepit, facillimè quidem per eandem resolvi atque componi queant.*

Cæterùm quid illa tandem possit, resolvereque recuset, suis ad hoc Paradigmatis subnexis exponere conatur: unde demum concludit speciosam istam Analysin, triplicem Zetetices, Poristices, & Exegetices formam indutam, speciosum quoque solummodò sibi vendicare Problema Omne in quo de quantitatum æqualitate vel proportione inquiritur, Problema utcunque solvere. *In quo si tollas vocem* utcunque, *quam nescio quâ ratione motus apposuerit, non video quid universaliùs Problema exiquiras: cum universa*

versa Mathesis non nisi doctrina quantitatis sit dicenda: adeò ut omne id, quicquid ibidem solvendum proponitur (ut supra dictum fuit) non nisi in quantitatum æqualitate vel proportione aliquâ explicanda, consistat. Quod etiam summi ingenij Vir Renatus des Cartes, in dissertatione de methodo rectè regendæ rationis, scribit se circa Mathematicas Scientias in genere animadvertisse, nimirum, etiamsi illæ circa diversa objecta versentur, in hoc tamen convenire omnes, quòd nihil aliud examinent quàm relationes sive proportiones quasdam, quæ in iis reperiuntur.

In Notas Priores.

Quæ hic majoris illustrationis ergo interserenda existimavit Vir doctissimus P. Marinus Mersennus, sunt quæ sequuntur.

Pag. 17. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quad., + A in B 2, + B quad., æquari A + B quadrato. Ex opere multiplicationis A + B per A + B.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubum, + A quadr. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, æquari A + B cubo. Ex opere multiplicationis A quad., + A in B 2, + B quad., per A + B.

Rursus circa finem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadr.-quadr., + A cubo in B 4, + A quadr. in B quadr. 6. + A in B cubum 4, + B quadr.-quad., æquari A + B quad.-quadrato. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quad. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, per A + B.

Pag. 18. Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadrato-cubum, + A quad.-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quadr. quadratum 5, + B quadrato-cubo, æquari A + B quadrato-cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato-quadrati, + A cubo in B 4, + A quad. in B quadratum 6, + A in B cubum 4, + B quad.-quadrato, per A + B.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubo-cubum, + A quad.-cubo in B 6, + A quadr.-quad. in B quadr. 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadr. in B quadr.-quad. 15, + A in B quad.cubum 6, + B cubo-cubo, æquari A + B cubo-cubo. Ex opere multiplicationis A quad.-cubi, + A quad.-quad. in B 5, + A cubo in B quad. 10, + A quad. in B cubum 10, + A in B quad.-quad. 5, + B quad.-cubo, per A + B.

Pag. 19. Et proportionalia sex plano-solida,

A quadrato-cubus.
A quadrato-quadratum in B.
A cubus in B quadratum.
A quadratum in B cubum.
A in B quadrato-quadratum.
B quadrato-cubus.

Et proportionalia denique continuè septem solido-solida,

A cubo-cubus.
A quadrato-cubus in B.
A quadrato-quadratum in B quadratum.
A cubus in B cubum.
A quadratum in B quadrato-quadratum.
A in B quadrato-cubum.
B cubo-cubus.

Et sic deinceps.

Pag. 24. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens sublateralis longitudo D. Dico A quad., + A in B 2, + B quadr., + D in A, + D in B, æquari A + B quadrato, + D in A + B. Ex opere multiplicationis A + B per A + B + D.

Aliud Theorema.

Si ab eâdem binomiâ radice componantur duo quadrata, unum purum, alterum adfirmatè adfectum: singularia plana, quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Planum à latere primo in coëfficientem longitudinem.

Planum à latere secundo in eandem ipsam coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Pag. 25.

Pag. 25. initio geneseos cubi adfecti adfirmatè sub quadrato.

Paulò autem post. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens subquadratica longitudo D. Dico A cubum, + A quadr. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, + A quad. in D, + A in B in D 2, + B quad. in D, æquari A + B cubo, + D in A + B quadratum. Ex opere multiplicationis A quad., + A in B 2, + B quad., per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eâdem binomiâ radice componantur duo cubi, unus purus, alter adfirmatè adfectus, sub ipsius radicis quadrato & adscitâ coëfficiente longitudine: singularia solida, quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Solidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.

Solidum à latere secundo in duplum planum, quod fit à latere primo in coëfficientem longitudinem.

Solidum à quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Deinde. geneseos quadrato-quadrati adfecti adfirmatè sub latere.

Denique. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens sublaterale solidum D. Dico A quad.-quad., + A cubo in B 4, + A quad in B quad. 6, + A in B cubum 4, + B quad.-quad., + A in D solid., + B in D solidum, æquari A + B quadr.-quadr., + D solid. in A + B. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr. in B 3, + A in B quadr. 3, + B cubo, + D solido, per A + B.

Pag. 26. post Theorema. geneseos plano-plani adfecti cubo adfirmatè.

Ibidem. Sit latus unum A, alterum B, coëfficiens longitudo D. Dico A quad.-quad., + A cubo in B 4, + A quad. in B quadr. 6, + A in B cubum 4, + B quad.-quad., + A cubo in D, + A quad. in B in D 3, + A in B quad. in D 3, + B cubo in D, æquari A + B quad.-quad., + D in A + B cubum. Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr. in B 3, + A in B quad. 3, + B cubo, per A + B + D.

Aliud THEOREMA.

Si ab eâdem binomiâ radice componantur duo quadrato-quadrata, unum purè, alterum adfectum adjunctione plano-plani sub ipsius radicis cubo & adscitâ coëfficiente longitudine. Singularia plano-plana quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Plano-planum à lateris primi cubo in coëfficientem longitudinem.

Plano-planum à quadrato lateris primi in triplum planum, quod fit ex latere secundo in coëfficientem longitudinem.

Plano-planum à latere primo in triplum solidum, quod fit ex quadrato lateris secundi in coëfficientem longitudinem.

Plano-planum à cubo lateris secundi in coëfficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Purum.		Adfectum.
A quadrato-quadratum.		A quadrato-quadratum.
A cubus in B 4.		A cubus in B 4.
A quadratum in B quadratum 6.		A quadratum in B quadratum 6.
A in B cubum 4.		A in B cubum 4.
B quadrato-quadratum.		B quadrato-quadratum.
	I	A cubus in D.
	II	A quadratum in B in D 3.
	III	A in B quadratum in D 3.
	IV	B cubus in D.

Ex opere multiplicationis A cubi, + A quadr. in B 3, + A in B quadr. 3, + B cubo, per A + B + D.

Apposuimus denique in eundem finem pag. 40 & 41, duas figuras è regione sibi respondentes. Qua

autem præterea in Notas priores commentus est Scholiastes I. de Beaugrand, ipsa characteris, quo expressa sunt, differentiâ, facilè dignoscentur.

IN LIBROS ZETETICORUM.

QVæ *in libris Zeteticorum, tanquam commissa aut omissa deprehendimus, atque ad Autoris mentem immutanda visa nobis sunt, ea benignus Lector sic accipiat.*

Pag. 43. *lin.* 27. *ubi habebatur* ita D ad A $=$ B *posuimus:* ita D $=$ B ad A. *Sicut etiam paulò inferius lin.* 33. *pro* ita D ad E $=$ B *scripsimus:* ita D $=$ B ad E: *siquidem sic meliùs cum* Canone *consentiunt. Addidimus porrò perspicuitatis causa in* Canone *hæc duo verba* Lateri deficienti. *Notandum præterea, ne hoc opus in nimiam molem excresceret, sed paucioribus paginis comprehenderetur, nos hunc numerum* $\frac{= \frac{S \text{ in } B}{R \text{ in } D}}{S = R}$ *ita denotasse:* $\frac{S \text{ in } B = R \text{ in } D}{S = R}$, *quemadmodum videre licet pag.* 44. *lin.* 2. *Sic etiam pag.* 64. L. V. $<$ $\begin{smallmatrix} B \text{ quad.} \\ + D \text{ quad.} \end{smallmatrix}$ *hoc pacto notavimus:* $\sqrt{\overline{B \text{ quad.} + D \text{ quad.}}}$. *Vt & pag.* 74. *lin. penult. in locum* $\frac{B \text{ in } < \begin{smallmatrix} B \text{ cubum} \\ - D \text{ cubo bis} \end{smallmatrix}}{\begin{smallmatrix} B \text{ cubo} \\ + D \text{ cubo} \end{smallmatrix}}$ *substituimus:* $\frac{\overline{B} \text{ in } \overline{B \text{ cubum} - D \text{ cubo } 2}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. *Quod similiter plurimis aliis locis factum quoque fuit.*

Pag. 44. *lin.* 30. *hæc verba addidimus* à latere excedente.

Pag 45. *lin.* 20. *pro* Itaque restituto defectu vel amputato excessu, fit latus justum *majoris perspicuitatis ergo scribi curavimus:* Itaque restituto defectu lateri deficienti, vel amputato excessu à latere excedente, fit latus justum. *Lineâ autem sequenti loco* E 100 *scribatur* E 150, *ponendò nempe* S *esse* 5 *cæteris invariatis. Quod si autem cum Autore ponamus* S *valere* 3, *tunc quidem* A *fiet* 30, *non* 20; *at verò* E 90, *non etiam* 100.

Pag. 46. *lin.* 14. *pro* Datum igitur latus ita secare est, ut præfinitæ unciæ unius segmenti ad præfinitas uncias alterius, æquent summam præscriptam *posuimus:* Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ unciæ unius segmenti cum præfinitis unciis alterius, æquent summam præscriptam. *Sciendum porrò est duos Canones ejusdem Zetetici paulò aliter à me propositos fuisse quàm ab Autore, nempe in permutatâ proportione, siquidem sic analogismis, ex quibus deprompti sunt, meliùs conveniunt.*

Pag. 48. *lin.* 17. *pro his verbis* ut ea minor sit D *substituimus:* ut ea major sit D.

Pag. 52. *lin.* 17. *pro* faciet differentiam quadratorum ductam in se *hæc legenda voluimus:* faciet quadratum differentiæ quadratorum.

Pag. 56. *lin.* 9. *prior editio hæc habet:* Differentiæ quadratum $\sqrt{C.\,\frac{10}{30}}$, aliter $\sqrt{C.\,\frac{100}{3}}$. Atque adeò ipsa differentia $\sqrt{CC\,\frac{100}{3}}$; latus itaque minus est $\sqrt{C\,\frac{30}{8}} - \sqrt{CC\,\frac{100}{192}}$, latus majus $\sqrt{C\,\frac{30}{8}} + \sqrt{CC\,\frac{100}{192}}$. *pro quibus scribenda existimavimus:* Differentiæ quadratum $\frac{10}{\sqrt{C.\,10}}$, aliter $\sqrt{C\,\frac{100}{3}}$. Atque adeò ipsa differentia $\sqrt{QC\,\frac{100}{3}}$; latus itaque minus est $\sqrt{C\,\frac{30}{8}} - \sqrt{QC.\,\frac{100}{192}}$, latus majus $\sqrt{C.\,\frac{30}{8}} + \sqrt{QC.\,\frac{100}{192}}$. *Ibidem verò lin.* 25. *in locum:* Ut quadratum differentiæ laterum, *subrogetur:* Ut quadratum simile differentiæ laterum. *Videtur autem in priori impressione vox* dimidiæ *pro* simile *irrepsisse. Linea porrò* 28 *prior editio* Rectang. ——— ut 1 ad 2: erit ut S ad R, ita 10 ad 8. *legendum autem censuimus:* Rectang. ——— ut 2 ad 1: erit ut S + R 2 ad R, ita 20 ad 8.

Pag. 59 *lin.* 28 Unde extremæ sunt $\sqrt{25}$. *ego sic scribendum duxi:* Unde extremæ sunt 1 & 4.

Pag. 61. *lin.* 39. Dato autem rectangulo sub lateribus & differentiâ, dantur latera, *legendum putavi:* Dato autem rectangulo sub lateribus & adgregato laterum, dantur latera. *Inferiùs verò lineâ ultimâ pro* Cubus adgregati extremarum, *ponendum censui:* Cubus adgregati mediarum.

Pag. 63. *lin.* 30. *prior impressio:* Quibus etiam quadratis æquabantur latera circa rectum, *ego autem legendum volui:* Quibus etiam quadratis æquabantur quadrata laterum circa rectum.

Pag. 67. *lin.* 18. *prior impressio:* si quidem latitudine sit major, *ego legendum putavi:* si quidem latitudine sit minor. *Et paulo post lin.* 23. Unde sit D differentia *ponendum duxi:* Unde cum sit D differentia. *Subinde verò, initio Theorematis, adjeci hæc verba:* In triangulo rectangulo.

Pag. 68. *lin.* 21. *prior impressio:* Differentiæ autem lateris circa rectum reliqui ab hypotenusa, *legendum autem censui:* Quadratum autem differentiæ lateris circa rectum reliqui ab hypotenusa. *Ibidem lin.* 27. *pro* & orietur $\frac{1}{8}$ *posui:* & orietur $-\frac{1}{8}$ perpendiculum. *Rursus*

fus lin. 44. *pro* idemque minus *scripsi*: idemque majus. *Linea autem sequenti in locum* vel majus adgregato *substitui*: vel minus adgregato.

Pag. 69. *lin.* 28. *pro* idemque majus differentiâ B plani & D plani *posuimus*: idemque majus differentiâ $\surd$ B plani & $\surd$ D plani.

Pag. 72. *lin.* 41. *pro* relinquit B quadratum *scripsimus*: componit B quadratum.

Pag. 73. *Perpendiculo tertij trianguli ordinis prioris apponatur hic numerus* B in D q. 3. + B cubo 4. *sicut etiam perpendiculo tertij trianguli posterioris numerus hic* B q. in D 3. + D cubo 4.

Pag. 75. *lin.* 13. *vetus impreßio* Secundi D in $<$ $\frac{\text{B cubum bis.}}{-\text{D cubo}}$ *ego autem legendum duxi*: secundi $\frac{\text{D in B cubum 2} + \text{D cubo}}{\text{B cubo} - \text{D cubo}}$. *Ibidem lin.* 26. *pro* Secundi $\frac{\text{D quad. in A}}{\text{B quad.}}$ *posui*: Secundi $\frac{\text{D quadr. in A}}{\text{B quad.}}$ — B.

Pag. 77. *lin.* 25. *hæc inseri voluimus*: Adgregatum primi & tertij est 97, quadratum videlicet à 10, multatum 3.

Pag. 78. *lin.* 9. *addidimus*: quod est quadruplum rectangulum sub lateribus. *Ibid. lin.* 35. *addidimus quoque*: adjunctum 192.

Pag. 80. *lin.* 21. *vetus impreßio* adjectis 1089 facit 6989, *ego autem posui*: adjectis 1989 facit 6889.

Pag. 81. *lin.* 5. *vetus impreßio* Contra quoniam A quad. — G plano, est majus quàm B in A + G plano, *delendum censui*: + G plano. *Ibid. lin.* 10. *pro* Ergo S in E 2 — E quad., minus erit quàm G planum *ego posui*: Ergo S in E 2 — E quadr., majus erit quàm G planum. *Et in locum* Unde adsumetur F minor quàm S + $\surd\overline{\text{S quad.} + \text{G plano,}}$ *scribendum duxi*: Unde adsumetur F minor quàm S + $\surd\overline{\text{S quad.} - \text{G plano.}}$ *& deinceps pro* Contra R in E 2 — E quadr., majus erit quàm G planum *substitui*: Contra R in E 2 — E quadr., minus erit quàm G planum. *Et rursus pro* Unde adsumetur F major quàm R + $\surd\overline{\text{R quadr.} + \text{G plano,}}$ *legendum censui*: Unde adsumetur F major quàm R + $\surd\overline{\text{R quad.} - \text{G plano.}}$

Ibidem linea 13. *pro* major verò $\surd \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ *posui*: major verò $\surd \frac{265}{4} + \frac{1}{2}$. *Linea verò* 14 *post* At 12 est minor quàm $\surd$ 76 + 4, *omittenda duxi hæc verba*: nam valor quadrati à 12 est $\surd$ 64 + 4. *Deinceps autem in locum* Et 11 est major quàm $\surd \frac{289}{8} + \frac{1}{2}$ *subrogavi*: Et 11 est major quàm $\surd \frac{261}{4} + \frac{1}{2}$. *Rursus pro* Sumatur ergo S 12. R 11. eligenda erit F minor quàm 12 + $\surd$ 84, sed major quàm 11 + $\surd$ 61. *sic posui*: Sumatur ergo S 13. R 10. eligenda erit F minor quàm 13 + $\surd$ 109, sed major quàm 10 + $\surd$ 40. *Ac denique pro* At 21 est minor quàm 12 + $\surd$ 84, nam valor quadrati 21, est 12 + $\surd$ 81. Et 19 est major quàm 11 + 161, nam valor quadrati à 19 est 11 + $\surd$ 64. *ita scripsi*: At 23 est minor quàm 13 + $\surd$ 109. Et 17 est major quàm 10 + $\surd$ 40. *De his aliisque penes Lectorem judicium esto.*

IN TRACTATUS DE ÆQUATIONUM RECOGNITIONE ET EMENDATIONE.

P*Reter ea quæ hìc adnotavit Andersonus, animadvertimus porrò hæc quæ sequuntur.*

Pag. 101. *lin.* 33. *pro* Capite *posuimus*: Theoremate.

Pag. 102. *lin.* 32. *pro* $\frac{\text{Z plano-plano}}{\text{Z plano} + \text{B quad.}}$ *scripsimus*: $\frac{\text{Z plano-plano-plano}}{\text{Z plano} + \text{B quadr.}}$.

Pag. 104. *lin.* 36. *pro* S. quad. — B quad. *legendum duximus*: B. quad. — S quad.

Pag. 108. *lin.* 16. *&* 17. *hæc verba inseruimus*: A potestatem + B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in E gradum — E potestate, & per Antithesin. *A paginâ porrò* 108 *usque ad pag.* 127. *nos in locum* Propositionis *ubique* Theorema *substituimus, ut cæteris consentiant.*

Pag. 109. *lin.* 23. *pro* duabus *posuimus*: quatuor.

Pag. 123. *lin.* 8 *&* 9. *hæc interserenda duxi*: & quum postremo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum. *Ibid. lin.* 13. *pro* adscito verò secundo 4 *ego ponendum censui* adscito verò postremo, facit 4. *Rursus ibidem lin.* 35 *&* 36. *in locum* ex tribus primis *subrogavi*: ex tribus postremis; *lineâ verò* 37. *pro* ex tribus postremis *posui*: ex tribus primis. *Denique lin. ultim. pro* & fit A minus latus & majus *legendum volui*: & fit A minus latus & E majus.

Pag. 125. *lin.* 42. *&* 43. *pro* quadrato *posuimus*: quadrato-cubo. *Ibidem verò lineâ antepenultima similiter pro* quadrato *legendum voluimus*: quadrato-cubo.

Pag. 131. *lin.* 10. *pro* Z plano *statui*: Z solido.

Pag. 132. *lineâ primâ in locum* 30 Q *supposui*: 30 N.

Pag. 133. *lin.* 30. *hæc verba interposuimus:* qualis quæ adficietur adfirmatè. *Ibid. lin.* 37. *pro* — D plano *scripsimus:* + D plano.

Pag. 136. *lin.* 9. *in locum* — B in E quadr. + A cubo *substituimus* : & E cubus + B in E quad. *Ibidem linea penultima, addidimus hæc verba* : Oportet rursus anastrophen facere.

Pag. 138. *lin.* 26. *pro* √ 24 — 4 *posuimus:* √ 24 + 4.

Pag. 139. *lin.* 7. *pro* $\frac{\text{D sollido in A}}{\text{D}}$ *legendum duximus:* $\frac{\text{B solido in A}}{\text{D}}$. *Ibidem lin.* 9. *addita est vox:* ducantur. *Linea autem* 28. *pro* Omnia per D cubum in H plano-planum *scripsimus:* Omnia per D cubum in H plano-plano-planum ducantur.

Pag. 144. *linea, quæ præcedit antepenultimam, pro* + G quadr. in A quad. 2. *posui:* + G plano in A quad. 2.

Pag. 145. *lin.* 25. *pro* + B plano *ponendum censui:* — G plano.

Pag. 146. *lin.* 17. *pro* + D quad. $\frac{1}{2}$. *legendum duxi:* — D quad. $\frac{1}{2}$. *Sic etiam lin.* 24. *ubi in locum* — D quad. *posui:* — D quad $\frac{1}{2}$.

Pag. 147. *lin.* 6. *pro* G planum 2 in A *posuimus:* G planum 2 in A quad. *Ibid. lin.* 9. *pro* — G plano 4 *scripsimus:* — G plano. *Item lin.* 25. *in locum* + Z plano-plano *substituimus:* + Z plano-plano 4.

Pag. 148. *lin.* 9. *pro* + 64 N *legendum existimavimus* : + 6400 N ; *linea autem* 22. *pro* E quadrati-cubus *legendum esse:* E plani-cubus ; *At verò linea* 26. *pro* + 144 Q *scribendum esse:* + 114 Q.

Pag. 150. *lin.* 5. *pro* planum *scripsi:* quadratum; *linea autem sequenti pro* quadrato *posui:* plano. *Ibid. lin.* 17. *in locum* plani sub radice solidâ , negati de quadrato *substitui:* quadrati inversè negati, radicem habentis solidam.

Pag. 151. *linea antepenultima pro* $\frac{-\text{B plano in Z in E}}{\text{D}}$ *posuimus:* $\frac{+\text{B plano in Z in E}}{\text{D}}$.

Pag. 152. *lin.* 29. *pro* — 3 N *scripsimus:* + 3 N. *Ibidem linea, quæ præcedit antepenultimam pro* fit 1 N 2. *scripsimus:* fit 1 N √ 2. *A pagina porrò* 152 *usque ad pag.* 160. *ubique pro voce* Propositionis *posuimus:* Theorema , *quia eas sicut cæteras interpretandas duximus, tum quòd ipsæ pari quoque nomine cum illis gaudere viderentur.*

Pag. 153. *lin.* 22. *pro* B in A *legendum putavi:* $\overline{\text{B} + \text{D}}$ in $\overline{\text{A}}$. *Ibid. lin.* 31. *pro* D in A *scribendum censui:* $\overline{\text{D} - \text{B}}$ in $\overline{\text{A}}$.

Pag 154. *lin.* 14. & *pag.* 155. *lin.* 2. *pro* B plano *posui:* D plano.

Pag. 155. *lin.* 39. *pro* æquetur *scripsi:* æquabitur, *sicuti etiam pluribus aliis locis factum fuit; linea verò sequenti pro* — X cubo in √ X quad. 3. *posui:* — X cubo 2 in √ X quad. 3. *Addidimus præterea ibidem duas regulas sequentes:* Quoniam enim X quad. in A quad. 2 — A quad.-quad., æquatur X quad.-quad. 4 — X cubo 2 in √ X quadr. 3: ergo per antithesin, & ad X cubi 2 communem adplicationem.

Pag. 156. *lin.* 2. & 3. *pro* Quadrato-cubicam *posuimus:* Quadrato-cubica-cubicam.

Pag. 161. *lin.* 3 & 4 *in Appendice pro* & præterea segmentum B F : metiatur, & ducantur subtensæ B D, D M, M F *legendum duximus:* & præterea segmentum B G segmentum B F ter metietur, ducantur autem subtensæ B D, D M, M F. *Ibid. lin* 13. *pro* 7mo *posuimus:* 5to.

IN TRACTATVM DE NVMEROSA POTESTATVM PVRARVM ATQVE ADFECTARVM RESOLVTIONE.

QVæ in hoc tractatu, præter Getaldum, cujus opera in lucem prodiit, animadvertimus, atque immutanda censuimus, hæc ferè sunt.

Pag. 165. *lin.* 39. *pro* secundi *scripsimus:* latere secundo.

Pag. 167. *lin.* 16. *pro* plus solido sub triplo latere primo & quadrato secundi inveniundi *posuimus:* plus solido sub triplo quadrato primi & latere secundo inveniendo. *Ibid. lin.* 27. *pro* sub quadrato lateris primi & secundo *legendum duximus:* sub quadrato lateris secundi & primo. *Vt & lin.* 29. *pro* solidum verò sub &c *scribendum putavimus:* solidum verò triplum sub &c. *Rursus linea sequenti pro* solidum denique sub &c. *scripsimus* : solidum denique triplum sub &c.

Pag. 172. *lin.* 7. *pro* à quadrato-quadrato primi in decuquintuplum quadratum secundi *posuimus:* à quadrato-quadrato secundi in decuquintuplum quadratum primi.

Pag. 174. *lin.* 3. *post ratione, nos sequentia verba missa fecimus:* Sed quemadmodum hæc reductio-

ductiones fiant, docebitur opportuniùs, speciali eâ de re, sive ad Arithmetica sive ad Geometrica, concepto tractatu. *Videtur enim Autor iis innuere tractatum de Emendatione Æquationum, qui post ipsius mortem Andersoni opera prodiit, ac idem existat atque ille, qui in hoc opere tractatum hunc proximè antecedit.*

Pag. 187. *lin.* 15. *pro* lateris secundi *posuimus:* lateris primi.

Pag. 190. *lin.* 13 *&* 19. *addidimus verbum:* puri.

Pag. 200. *lin.* 35. *pro* majus *posuimus:* minus.

Pag. 201. *lin.* 35. *pro* Coëfficiens in duplum lateris primi *legendum duximus:* Planum expletionis à coëfficiente in duplum lateris primi.

Pag. 210. *lin. antepenult. pro* Quadrato-quadrato *posuimus:* quadrato-cubo.

Pag. 218. *lin.* 14. *pro* 57 N *scripsimus:* 57 Q. *Ibidem lin.* 19. *pro* 5,400 *legimus:* 540. *Linea denique penult. pro* minor *statuimus:* major.

Pag. 220. *linea quæ præcedit antepenultimam hæc verba addidimus:* ablatus è solido 27,755; *tum antepenultima hoc verbum:* tribus.

Pag. 223. *lin. antepenult. interseruimus verbum:* Secunda; *linea autem penultima pro* majus *posuimus:* minus.

Pag. 227. *lin. antepen. in locum* dividatur *substituimus:* ducatur.

Pag. 228. *à linea* 39 *usque ad finem in priori editione hæc habebantur:* per ea quæ de isomeriâ in tractatum de Recognitione Æquationum rejecta sunt.

Quid verò si 1 N est explicabilis sub notâ asymmetriæ, Quæratur autem sub eâ specie exhiberi? & id per artem non denegabitur. Sed eam doctrinam meritò antecedit, sicut & Resolutionem Binomiarum potestatum, doctrina de Recognitione. Adde quod sua etiam asymmetris numeris congruit Logistice, ideò fusiùs, & convenientiore tradenda loco. Itaque hic esto

Explicitus de Numerosa Potestatum Resolutione Tractatus.

In Effectionvm Geometricarvm Canonicam Recensionem.

Pag. 230. *lin.* 12. *hæc verba addidimus:* Illud enim est, Datis lateribus invenire planum, sive exhibere quadratum ipsi plano æquale.

Pag. 233. *lin.* 12. *pro* rectangulo sub extremis *posuimus:* mediæ quadrato.

Pag. 236. *lin.* 28. *pro* Quæ in serie datur prima *scripsimus:* media. *Ibid. lin.* 39. *pro* singulas reliquas B C *legendum duximus:* singularum reliquarum B C.

In Svpplementvm Geometriæ.

Pag. 243. *lin.* 8. *post ea verba:* ita G A ad B C, *habebantur hæc in priori editione:* Ipsi autem G A addatur G H, auferatur autem A I, *quæ quidem velut supervacua à nobis omissa sunt. Ibid. lin.* 13. *hæc interseruimus* inter partes interiores; *sicut etiam:* erunt continuè proportionales.

Pag. 245. *lin.* 27. *hæc verba,* excedit duos rectos angulus B A C *ita immutavimus:* excedunt duo recti angulum B A C.

Pag. 247. *lin.* 11. *pro* secunda *posuimus:* prima. *Ibid. lin.* 41. *in locum* adgregato *subrogavimus:* quadrato è tertiâ ad.

Pag. 248. *linea prima, pro* secundæ & tertiæ *posuimus:* è tribus; *quemadmodum etiam lin.* 3. *pro:* secundæ & primæ. *Ibid. lin.* 47. *pro* E A C, & tamen minor sit recto necesse est. Igitur uterque angulus *legendum duximus:* B A C vel B C A, & minor sit recto necesse est. Igitur uterque angulorum.

Pag. 249. *lin.* 32. *pro* quadratum ex B H *scripsimus:* quadrati ex A B. *Ibid. lin.* 39. *pro* sit bes *statuimus* sit triens.

Pag. 250. *lin.* 4. *pro* secundi *posuimus:* primi. *Ibid. lin.* 9. *post* anguli B A C *hæc interseruimus:* & major sit recto necesse est. *Eadem linea, pro* Ideo est exterior ipsorum qui sunt ad basin angulorum, & consequenter major recto *scripsimus:* Ideo est quilibet ipsorum B A C, B C A qui sunt ad basin angulorum consequenter major triente recti. *Ibid. lin.* 35 *in locum* qui sunt ad basin videlicet D C E vel D E C *supposuimus:* quem anguli ad basin

D C E vel D E C relinquunt è duobus rectis. *Denique linea* 49. *pro* quadratum ex BH *legendum censuimus*: quadrati ex A B.

Pag. 252. *linea* 50. *pro* I A in A B bis *posuimus* : I A in A B. *Scholium denique quod ibidem subjunximus, vir clarissimus D. Diodati Parisiis huc misit; quod ait sibi ex Italia ab autore missum fuisse, qui ut nomen suum exprimi minùs curaverit, neque nos pro merita laude illum celebrare possumus.*

A *Pag*. 254. *hac verba propositionis* 21 *illustranda duximus.*

Ideo est ut D B ad A B, ita quod fit sub D A, A B ad quadratum ex D C. *Nam cum ex hypothesi (ut dictum est) B D sit ad D A, ut quadratum ex A B ad quadratum ex D C:* [a] *erit quoque per divisionem rationis contrariam D B ad B A, ut quadratum ex A B ad id quod fit sub D A, A B bis, plus quadrato ex A D. Vt autem D B ad B A,* [b] *ita est assumpta communi altitudine B A, id quod fit sub D B, B A ad quadratum ex B A. Erit itaque ut id quod fit sub D B, B A ad quadratum ex B A, ita quadratum ex A B ad id quod fit bis sub D A, A B, plus eo quod ex A D quadrato.* [c] *Et ut una antecedentium ad unam consequentium, ita omnes antecedentes ad omnes consequentes igitur ut id quod fit sub D B, B A ad quadratum ex B A sive* [b] *ut D B ad B A, ita id quod fit sub D B, B A plus quadrato ex A B, hoc est,* [d] *id quod sub D A, A B continetur ad quadratum ex B A unà cum eo, quod bis sub D A, A B continetur, plus quadrato ex A D, sive ad* [e] *quadratum ex D C.*

[a] Vide Clavium ad 17. Quinti Elem.
[b] 1 Sexti Elem.
[c] 12 Quinti Elem.
[d] 3 Secundi Elem.
[e] 4 Secundi Elem.

B Et consequenter est D F ad A B seu D E, sicut D A ad D C. *Quoniam enim est ut D F ad D C, sicut id quod fit sub D A, A B ad quadratum ex D C:* [b] *erit quoque assumpta communi altitudine D C, ut id quod fit sub D F, D C ad quadratum ex D C, ita id quod fit sub D A, A B ad quadratum ex D C.* [f] *Æquale igitur hinc est id quod fit sub D F, D C ei quod fit sub D A, A B; & consequenter D F ad A B seu D E, sicut D A ad D C.*

[f] 9 Quinti Elem.

Pag. 256. *lin*. 27. *pro* plus Z quadrato 2 in A *posuimus*: minus Z quadrato 2 in A. *Ibid. lin*. 31. *pro* tripla base illius trianguli & crure *scripsimus*: base illius trianguli & triente cruris.

IN PSEUDO-MESOLABUM ET ADIUNCTA CAPITULA.

PAg. 263. *lin*. 26. *pro* ad subtensam duplo anguli dupli *legendum censui*: ad subtensam duplo complementi anguli sectionis.

Pag. 271. *lin*. 30. *pro* differentia extremarum *posui*: differentia mediarum; *linea autem sequenti hac verba habebantur*: Et ita fiet, *qua supervacanea judicavi, ac idcirco omisi.*

Pag. 272. *lin*. 5. *pro* Quare fit G H $\sqrt{}$ 13 *scripsi*: Quare fit dupla G H $\sqrt{}$ 13. *Ibid. lin*. 26. *hac verba* inter B E, E C *interserui.*

Pag. 278. *lin. penult. addidi hac verba*: vel æqualis.

Pag. 279. *lin*. 10. *pro* Eadem I E major est F K *posui*: minor est.

Pag. 282. *lin*. 30. *hac duo verba* unde ipsa *interserui.*

Pag. 283. *lin. prima addidi*: Quod fieri non potest, cum ea &c. *usque ad Caput XII.*

IN THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ AD ANGULARES SECTIONES.

PAg. 289. *lin*. 27. *omissum erat verbum*: cubo, *quod itaque ibidem interseruimus. Addidimus praterea eadem pagina tres regulas, qua ultimam pracedunt*: Item ut Z qc. &c.

Pag. 293. *lin*. 12. *pro hisce verbis* in punctis T, α, β, γ, δ, ε, & ad angulos rectos *posuimus*: in punctis T, β, δ & ad angulos rectos, tum & ipsas G N, H M, I L in punctis α, γ, ε. *Ibidem linea antepenultima & penultima hac interseruimus* differentiam ipsarum A C, C D.

Pag. 294. *linea prima ante verba*: Eodem modo *hac delevimus*: differentiam ipsarum A C, C D. Quod erat demonstrandum.

Pag. 302. *lin*. 5. *pro* æquale quintæ parti *posuimus*: duplæ quintæ parti. *Ibidem lin*. 8. *pro* æquale erit circumferentiæ *posuimus*: æquale erit bis circumferentiæ. *Paulò autem post linea* 10 *pro* integræ circulationi *posuimus tantùm*: Circulationi.

Pag. 303. *lin*. 20. *pro* quinto *posuimus*: sexto.

IN

IN RESPONSVM AD ADRIANI ROMANI PROBLEMA.

P*Ag.*317. *lin.* 2. *interseruimus verbum:* rectangula. *Ibidem linea* 14 & 15. *pro* minus tertia quindecies, plus prima *posuimus:* plus tertia quindecies, minus prima. *Eadem porro linea pro* plus secunda vicies *scripsimus:* plus secunda sexies. *Linea denique* 42. *pro* minus tertia vicies *posuimus:* minus tertia sedecies.

Pag. 318. *lin.* 28. *post* bases *addidimus* ac perpendicula. *Ibidem linea* 40. *pro* minus tertia vicies *posuimus:* minus tertia sedecies. *Denuò initio linea* 42. *post* secunda *adjunximus:* novies.

Pag. 323. *lin.* 38. *addidimus verbum:* toto.

IN APOLLONIVM GALLVM.

H*Ic ferè nibil occurrit advertendum, nisi quod pag.* 337. *lin.* 21. *pro* intus *posuerim:* extra; *pagina autem sequenti, linea qua præcedit antepenultimam, in locum Ludovici legendum arbitror* Ludolphi *nimirum à* Collen, *qui Adri. Romano admodum familiaris fuit, atque harum artium vinculo intimè conjunctus. Sicuti etiam ex ipsius autoris verbis conjicere licet, quandoquidem eum subtilem admodum & peritum Logistam appellat, quem & sibi amicissimum cupit.*

In appendicula autem prima, seu pag. 340. *lin.* 5. *pro* majus *statuimus:* non minus.

Pag. 341. *lin.* 24. *pro* ambæ videlicet semidiametri *scripsimus:* utraque videlicet semidiameter. *Ibidem linea antepenultima pro* erit igitur trianguli A G C altitudo data C F æqualis *posuimus:* erit igitur ipsa trianguli A G C altitudo ac datæ C F æqualis.

In appendicula vero secunda, seu pag. lin. 37. *pro* segmenti à normalibus ex signis B, C demissis intercepti *ponendum censuimus:* segmentorum à normalibus ex signis B, C, D demissis interceptorum.

IN OCTAVVM LIBRVM VARIORVM DE REBVS MATHEMATICIS RESPONSORVM.

P*Ag.* 357. *lin.* 40. *pro* segmentum igitur X Z *posuimus:* segmentum igitur B X C Z quater.

Pag. 363. *lin.* 49. *omissa erat vox:* angulum, *quam præterea supplevimus.*

Pag. 364. *lin.* 27. *in locum verborum:* Et quoniam angulus B Z M duplus est anguli B A M, *subrogavimus hæc:* Et quoniam anguli B Z M duplus est angulus B A M.

Pag. 365. *lin.* 15. *pro* secabit basin in Y *posuimus:* secabit A X in Y,

Pag. 367. *lin.* 2. *pro* est æqualis *scripsimus:* est igitur ipsi æqualis.

Pag. 368. *in fine linea* 41 *addidimus verbum:* duplam.

Pag. 369. *lin.* 9. *hæc verba* & maxime *interseruimus. Ibid. lin.* 22. *loco* primam *scripsimus:* secundam.

Pag. 370. *lin.* 35. *pro* ad minima *posuimus:* ad maximam.

Pag. 371. *lin.* 31. *in locum:* & maxima, *substituimus:* & composita ex omnibus.

Pag. 378. *in linea qua præcedit antepenultimam post* Angularium Sectionum *adjecimus:* Zetetico Theorematis quarti.

Pag. 380. *lin.* 2. *hæc interseruimus:* angulum verò ad A trientem recti. *Ibid. lin.* 22. *pro* ipsi M N *posuimus:* compositæ ex L K, K F. *Rursus linea* 38. *post* sectionum *addidimus:* Zetetico Theorematis quarti. *Ac denique linea* 46. *pro* Itaque cum M N id est Q X *scripsimus:* Itaque cum Q X.

Pag. 381. *lin.* 3. *pro* & tripla A C *posuimus:* & A C; *linea vero sequenti pro* ad duplum ex A C *scripsimus:* ad duplum ex A C quadratum.

Pag. 384. *lin.* 3. *interseruimus vocem* bifariam.

Pag. 385. *linea antepenultima hæc habebantur:* Spacio igitur illi D B E tantundem detrahit triangulum mistilineum G C E, quantum addit C F D, & sunt æqualia illa triangula mistilinea G C E, C F D. Est autem F B C sector dimidius totius sectoris F B G id est spacij mixtilinei D B E. *in quibus cum videatur tautalogia latere, ea sic immutavimus:* Quare si ab his æqualibus commune utrinque auferatur spacium mistilineum B D C G, relinquetur triangulum mistilineum C D F triangulo mistilineo C G E æquale.

Pag.

Pag. 386. *lin.* 11. *supplevimus verbum*: dupla, *quod deerat in priori editione.*

Pag. 387. *lin.* 16. *pro* ductos *posuimus*: rectos. *Ibid. lin.* 39. *interseruimus vocem*: inæqualibus.

Pag. 389. *lin.* 2. *pro* Neque enim tam proxima recta ipsi C I designabitur X *posuimus*: Neque enim X tam proxima ipsi CI designabitur.

Pag. 391. *lin.* 47. *pro* inscriptis *posuimus*: circumscriptis.

Pag. 393. *lin.* 36. *post* æqualis dimidiæ C E, *hæc verba ut supervacanea prætermisimus*: Itaque quadratum ex F A est dimidium quadrati ex B A.

Pag. 396. *lin.* 5. *pro* subduplæ *scripsimus*: subquadruplæ. *Ibid. lin.* 39. *pro* æqualis peripheriæ, quam absumit latus enneagoni circulo inscripti, dimidiæ *posuimus*: æqualis quadranti peripheriæ, quam absumit latus decagoni circulo inscripti. *Rursus linea* 43. *in locum*: semidiameter, *substituimus*: diameter.

Pag. 397. *lin.* 35. *in locum*: ita composita ex omnibus, *surrogavimus*: ita differentia compositæ ex omnibus & minimæ.

Pag. 401. *linea antepenultima & ultima, pro* ad sinum *ponendum censui*: ad prosinum.

Pag. 404. *lin.* 39. *pro* ita sinus complementi lateris *scripsi*: ita sinus lateris. *Ibid. lin.* 43. *pro* ad prosinum anguli *legendum duxi* ad prosinum complementi anguli.

Pag. 410. *lin.* 8. *& pag.* 411. *lin.* 31. *hæc verba supplevimus*: Trianguli cujuslibet sphærici.

Pag. 433. *lin.* 6. *pro* ut peracto quadriennij Ægyptiaci, qui dierum est 365, circuitu, dies unus intercalaretur *scripsimus*: ut peracto quadriennij Ægyptiaci circuitu, qui dierum est quater 365, dies unus intercalaretur.

IN MVNIMEN ADVERSVS NOVA CYCLOMETRICA, *SEV* ΑΝΤΙΠΕΛΕΚΥΣ.

PAg. 440. *lin.* 22. *interseruimus vocem*: circulove.

Pag. 441. *lin.* 24. *pro* diametri *scripsimus*: semidiametri. *Ibid. lin. antepenult. pro* basis *posuimus*: bessis.

Pag. 444. *circa finem, hæc verba habebantur*: Constructio quadrilateri quod sit in circulo & Mechanica ratio inscribendi æquilatera Polygona quæcunque opportuniore emendabitur loco post propositam Pseudo-mesolabi ut Pseudo-mesolabi fabricam, *quæ tanquam supervacanea omisimus.*

Atque hæc quidem ferè sunt, quæ inter imprimendum annotare nobis contigit, quorumque Lectorem advertere operæ pretium duximus: quem rogo ut studium hoc nostrum qualecunque æquiboniq; consulat.

Errata quædam animadversa.

PAg. 3. *lin.* 47. Plano *lege* plano plano.

Pag. 4. *sub* 14. Quæst. 2 | 9. Zetetic. 4. *omissa est lin.* 44. 7. Quæst. 5 | 10. Zetetic. 4.

Pag. 13. *lin. antepenult.* in finitum *lege* infinitum.

Pag. 14, 15, 16. *corrigatur superinscriptio.*

Pag. 14. *lin. antepenult.* proportionalis *lege* proportionalia.

Pag. 23. *quæ inter lineas 12 & 41 continentur, ut & pag. 38. inter lineas 12 & 23, & inter lin. 36 & 46, tum inter lin. 49 & lin. 10. paginæ sequentis, sicuti etiam ibidem inter lin. 24 & lin. 28. ac denique pag. 40. inter lin. 38 & lin. 47, alio charactere exprimenda fuissent, quandoquidem eorum sunt, quæ I. de Beaugrand adjunxit.*

Pag. 27. *omissum est signum negationis* —, *ante* A in B quad. 3.

Pag. 45. *lin.* 22. E 100 *lege* E 150.

Pag. 55. *lin.* 3. Et omnibus per 3 divisis *lege* Et omnibus per B 3 divisis.

Pag. 70. *lin.* 9. adjectum *lege* adjecto.

Pag. 75. *lin.* 13. $\frac{\overline{D} \text{ in } \overline{B \text{ cubum } 2 - D \text{ cubo}}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$ *lege* $\frac{\overline{D} \text{ in } \overline{B \text{ cubum } 2 + D \text{ cubo}}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$.

Pag. 81. *lin.* 3. D $\frac{2}{1}$ *lege* D $\frac{1}{2}$.

Pag. 108. *lin. penult.* Geometrica *lege* Geometria.

Pag. 111. *lin.* 3. Cap. XV. *lege* Cap. XVIII.

Pag. 338. *circa finem* Ludovici *lege* Ludolphi.

Pag. 341. *lin.* 24. uterque *lege* utraque.

Pag. 388. *lin.* 35. FF *lege* FE.

Pag. 431. *in Canonicis analogiis trianguli sphærici obliquanguli, ubi ex cruribus & angulo verticis invenitur angulus ad basin, error commissus est in Symbolis angulorum A, B, D, & peripheriarum B D, A D, A B qui quidem non ut complementa, sed ut anguli ipsi & ipsæ peripheriæ notanda sunt: quocirca negligatur ibidem earundem notarum radiatio.*

FINIS.